Правительство Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики — Санкт-Петербург»

Санкт-Петербургская школа экономики и менеджмента

Департамент экономики

КУРСОВАЯ РАБОТА

“Использование двухставочных тарифов при неполноте информации о затратах конкурентов”

Incomplete information on rivals' costs and two-parts tariffs

Работа сдана
«__» ________________ 20__ г.
Защита состоялась
«__» ________________ 20__ г.

Члены комиссии:
1. ____________________
2. ____________________
3. ____________________

Студента группы №135
Терникова Андрея
Александровича

Руководитель:
старший преподаватель
Жилин Владимир Александрович

Санкт-Петербург
2015

Содержание

Введение

Стратегия продавца, действующего в условиях рыночного взаимодействия, зависит от располагаемой им информации. В условиях классических микроэкономических моделей, описывающих конкуренцию, зачастую продавцы обладают полной информацией о спросе и затратах друг друга, но такие ситуации представляются крайне нереалистичными. В реальной жизни мы часто сталкиваемся с ситуацией, при которой проблематика обладания информацией является весьма насущной. В таких случаях необходимо вводить некоторые допущения, которые в бо́льшей мере согласовывались бы с действительностью.

Наряду с проблематикой конкуренции представляется интересным рассмотрение проблематики ценовой дискриминации в условиях моделирования ситуаций с неполнотой информации. Данная тематика широко рассматривается в работах различных авторов (см., например, Bade, 2006; Hazledine, 2006, 2010).

Моделирование конкуренции с использованием ценовой дискриминации в предположении о полноте информации толкает нас в сторону использования модели количественного выбора Курно, в условиях которой, равновесие на рынке существует и является экономически осмысленным. Кроме того, подход Курно используется и для описания взаимодействия конкурирующих между собой продавцов и при неполной информации. Действительно, большинство исследователей подтверждает ценность этого подхода (Boccard and Wauthy, 2000; Breitmoser, 2012; Ferreira, 2014; Moreno and Ubeda, 2006; Tremblay and Tremblay, 2011). Однако ведутся споры по поводу использования модели ценового выбора Бертрана, которая качественно не отличается от модели Курно, но приводит к нереалистичным выводам. Многие авторы в своих исследованиях отдают предпочтение модели Бертрана как модели наиболее приближенной к реальному взаимодействию продавцов при быстро меняющейся ценовой конкуренции в условиях неполноты информации. Несмотря на это, цены и прибыли в равновесии модели Курно характеризуют равновесие в модели Бертрана с неполной информацией, поэтому представляется возможным моделирование с использованием подхода Курно (Amir and Jin, 2001; Chiarella and Szidarovszky, 2005; Ghosh and Mitra, 2010).

Анализ взаимодействия конкурирующих между собой продавцов в условиях неполноты информации предполагает наложение определенных допущений при различных условиях: неполная информация о спросе при полной информации о затратах конкурентов (Anderson et al., 2001; Bischi et al., 2008; Guo et al., 2010); неполная информация относительно затрат конкурентов при полной информации о спросе (Goltsman and Pavlov, 2014; Navidi and Bidgoli, 2011); неполнота информации относительно как спроса, так и затрат конкурентов (Fanti, 2014; Genc, 2007; Kebriaei et al., 2014; Sakai, 1986).

При всем многообразии подходов и методов, охватывающих ситуации рыночного взаимодействия в условиях неполной информации, малое внимание уделяется проблематике использования двухставочных тарифов как метода проведения ценовой дискриминации в условиях конкуренции и, в частности, теме возможности использования продавцами двухставочного тарифа в условиях неполноты информации относительно затрат конкурентов.

Ранее автор настоящей работы получал в моделях с полной информацией результат о том, что в случае несимметричной задачи конкуренции слабый продавец использует двухставочный тариф, а сильный — линейное ценообразование. В рамках данной работы анализируется тематика, связанная с использованием двухставочных тарифов на конкурентном рынке продавцами в условиях неполной информации о затратах конкурентов.

1. Модель линейного типа

Пусть на рынке с двумя конкурирующими между собой продавцами с линейными функциями затрат $C_1(q_1) = c_1 q_1$ и $C_2(q_2) = c_2 q_2$ задан и общеизвестен спрос $D(p) = a - p$, $a > c_1 > 0$, $a > c_2 > 0$. Представления о затратах конкурентов имеют равномерное распределение $c_i \sim U([\underline{c}; a])$, где $\underline{c}$ — нижний возможный порог удельных затрат для продавцов на рынке, например, определяемый существующими технологиями.

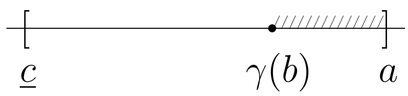
Пусть $\beta(c)$ — излишек, который фирма, ведущая себя равновесным образом, с удельными затратами c оставляет покупателю:

$$\begin{gathered} \beta(a) = 0\,; \\ b = \beta(c) \Leftrightarrow c = \gamma(b)\,; \\ \gamma'(b) = \frac{1}{\beta'(c)}\,. \end{gathered} \tag{1.1}$$

Выпишем условие максимизации ожидаемой прибыли для первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot P\{b > \beta(c_2)\} = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot P\{\gamma(b) < c_2\}\,.$$

Преобразуем это уравнение:



$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \frac{a - \gamma(b)}{a - \underline{c}}\,. \tag{1.2}$$

Максимизируем ожидаемую прибыль (1.2) по b:

$$\frac{\partial(\mathrm{E}\pi_1)}{\partial b} = 0\,;$$

$$\frac{\partial(\mathrm{E}\pi_1)}{\partial b} = \left(\frac{1}{2}(a-c)^2\left(-\gamma'(b)\right) - \left(a - \gamma(b)\right) - b\left(-\gamma'(b)\right)\right) \cdot \frac{1}{a - \underline{c}} = 0\,.$$

Получаем дифференциальное уравнение относительно $\gamma(b)$:

$$\gamma'(b) = \frac{a - \gamma(b)}{b - \frac{1}{2}(a-c)^2}\,.$$

С учетом (1.1) получаем дифференциальное уравнение относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) + \frac{1}{c-a}\beta(c) = \frac{1}{2}(c-a)\,.$$

Решим дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned}(c-a)\,\frac{d\beta(c)}{dc} + \beta(c) &= \frac{1}{2}\,(c-a)^2\,;\\ (c-a)\,\frac{d\beta(c)}{dc} + \frac{d}{dc}(c-a)\,\beta(c) &= \frac{1}{2}\,(c-a)^2\,;\\ \frac{d}{dc}\Big((c-a)\,\beta(c)\Big) &= \frac{1}{2}\,(c-a)^2\,;\\ \int\frac{d}{dc}\Big((c-a)\,\beta(c)\Big)dc &= \int\frac{1}{2}\,(c-a)^2 dc. \qquad (1.3)\end{aligned}$$

Интегрируя, получаем[1]:

$$\begin{aligned}(c-a)\,\beta(c) &= \frac{(c-a)^3}{6};\\ \beta(c) &= \frac{(a-c)^2}{6}.\end{aligned}$$

Отсюда можно выписать величину b, оставляемую продавцом покупателю:

$$b = \frac{(a-c)^2}{6}.$$

Таким образом, оптимальные ставки двухставочного тарифа описываются:

$$\begin{cases}\mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{3} & \text{— постоянная ставка;}\\ v^* = c & \text{— переменная ставка.}\end{cases}$$

В монопольном случае оптимальные ставки двухставочного тарифа описываются:

$$\begin{cases}\mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{2} & \text{— постоянная ставка;}\\ v^* = c & \text{— переменная ставка.}\end{cases}$$

[1]При интегрировании правой части уравнения (1.3) заметим, что условие $(c-a)\,\beta(c) = \frac{(c-a)^3}{6} + Const$ должно выполняться при любом значении $c \in [\underline{c}; a]$. В таком случае, если $c = a$, то $Const = 0$.

Сравним полученный результат в случае с использованием двухставочного тарифа с решением, достигаемым в случае монополии. Оказывается, что конкуренты в условиях дуополии продают в сумме столько же сколько и монополия, использующая двухставочный тариф, но сумма назначаемых ими постоянных платежей двухставочного тарифа меньше, чем постоянный платеж в условиях монополии. При этом у покупателя образуется ненулевой излишек.

Теперь рассмотрим случай для рынка с n продавцами. Выпишем условие максимизации ожидаемой прибыли для первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \prod_{i=2}^{n} P\{\gamma(b) < c_i\}\,.$$

С учетом преобразований приходим к уравнению:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \left(\frac{a-\gamma(b)}{a-\underline{c}}\right)^{n-1} \quad .$$

Максимизируем ожидаемую прибыль по b:

$$\left(\frac{1}{2}(a-c)^2\,(a-\gamma(b))^{n-1}\right)' - \left(b\,(a-\gamma(b))^{n-1}\right)' = 0\,;$$

$$\frac{1}{2}(a-c)^2\,(n-1)\,(a-\gamma(b))^{n-2}\,(-\gamma'(b)) - (a-\gamma(b))^{n-1} - \\ -b\,(n-1)\,(a-\gamma(b))^{n-2}\,(-\gamma'(b)) = 0\,;$$

$$(-\gamma'(b))\left(\frac{1}{2}(a-c)^2\,(n-1)\,(a-\gamma(b))^{n-2} - b\,(n-1)\,(a-\gamma(b))^{n-2}\right) = \\ = (a-\gamma(b))^{n-1}\,.$$

Получаем дифференциальное уравнение относительно $\gamma(b)$:

$$\gamma'(b) = \frac{a-\gamma(b)}{(n-1)\left(b-\frac{1}{2}(a-c)^2\right)}\,.$$

С учетом (1.1) получаем дифференциальное уравнение относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) + \frac{n-1}{c-a}\beta(c) = \frac{1}{2}(n-1)\,(c-a)\,.$$

$$(c-a)^{n-1}\frac{d\beta(c)}{dc}+(n-1)\,(c-a)^{n-2}\,\beta(c)=\frac{1}{2}\,(n-1)\,(c-a)^{n}\,;$$

$$(c-a)^{n-1}\frac{d\beta(c)}{dc}+\frac{d}{dc}(c-a)^{n-1}\,\beta(c)=\frac{1}{2}\,(n-1)\,(c-a)^{n}\,;$$

$$\frac{d}{dc}\Big((c-a)^{n-1}\,\beta(c)\Big)=\frac{1}{2}\,(n-1)\,(c-a)^{n}\,;$$

$$\int\frac{d}{dc}\Big((c-a)^{n-1}\,\beta(c)\Big)dc=\int\frac{1}{2}\,(n-1)\,(c-a)^{n}dc.$$

Интегрируя, получаем:

$$(c-a)^{n-1}\,\beta(c)=\frac{n-1}{2\,(n+1)}\,(c-a)^{n+1}\;;$$

$$\beta(c)=\frac{n-1}{2\,(n+1)}\,(a-c)^{2}\;. \tag{1.4}$$

Таким образом, оптимальные ставки двухставочного тарифа описываются:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^{*}\;=\dfrac{(a-c)^{2}}{n+1} & \text{— постоянная ставка;}\\ v^{*}=c & \text{— переменная ставка.}\end{cases}$$

Данный результат обобщает выводы, сделанные в случае с двумя продавцами. Использование двухставочного тарифа при одинаковом оставляемом покупателю излишке оказывается выгоднее линейного ценообразования. Для того, чтобы исследовать устойчивость выводов, полученных в рамках линейной модели, обратимся к рассуждениям о неравномерности представлений продавцов о затратах друг друга.

2. Модели нелинейного типа

2.1. Модель с представлениями общего вида о затратах конкурентов

Пусть на рынке с двумя конкурирующими между собой продавцами с линейными функциями затрат $C_1(q_1) = c_1 q_1$ и $C_2(q_2) = c_2 q_2$ задан и общеизвестен спрос $D(p) = a - p$, где $a > c_1 > 0$, $a > c_2 > 0$. Продавцы имеют одинаковые представления общего вида о затратах друг друга, описываемые функцией распределения $F_i(t)$.

Выпишем ожидаемую прибыль первого продавца, в предположении о том, что второй продавец ведет себя равновесным образом:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big).$$

Максимизируем ожидаемую прибыль по b:

$$-1 - \frac{1}{2}(a-c)^2 \cdot F'(\gamma(b)) \cdot \gamma'(b) + F(\gamma(b)) + bF'(\gamma(b)) \cdot \gamma'(b) = 0\,.$$

Получаем дифференциальное уравнение относительно $\gamma(b)$:

$$\gamma'(b) = \frac{1 - F(\gamma(b))}{\left(b - \dfrac{1}{2}(a-c)^2\right) \cdot F'(\gamma(b))}.$$

С учетом (1.1) получаем дифференциальное уравнение относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) = \frac{\left(\beta(c) - \dfrac{1}{2}(a-c)^2\right) \cdot F'(c)}{1 - F(c)};$$

$$\beta'(c) - \frac{F'(c)}{1-F(c)} \cdot \beta(c) = -\frac{1}{2}(a-c)^2\, \frac{F'(c)}{1-F(c)}; \tag{2.1}$$

$$(1 - F(c))\, \beta'(c) - F'(c)\, \beta(c) = -\frac{1}{2}(a-c)^2\, F'(c)\,;$$

$$\frac{d}{dc}\Big((1 - F(c))\, \beta(c)\Big) = -\frac{1}{2}(a-c)^2\, F'(c)\,.$$

Интегрируя, получаем:

$$(1 - F(c))\,\beta(c) = \int_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2\,F'(t)\,dt\,;$$

$$\beta(c) = \frac{\displaystyle\int_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2\,F'(t)\,dt}{1 - F(t)}\,.$$

Таким образом, оптимальные ставки двухставочного тарифа описываются:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{2} - \dfrac{\displaystyle\int_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2\,F'(t)\,dt}{1 - F(t)} & \text{— постоянная ставка;} \\ v^* = c & \text{— переменная ставка.} \end{cases}$$

Нетрудно заметить, что в условиях аффинной функции спроса с отрицательным наклоном ставка постоянного платежа двухставочного тарифа строго положительна для любого вида функции распределения представлений о затратах конкурентов. Прежде чем проинтерпретировать полученный результат можно предположить, что $F(c)$ — аффинная функция. Тогда, обращаясь к дифференциальному уравнению (2.1), получаем:

$$\frac{1 - F(c)}{F'(c)} \cdot \beta'(c) - \beta(c) = -\frac{1}{2}(a-c)^2\,.$$

Используя подстановку[2], приходим к следующему уравнению:

$$\frac{d}{dc}\left(\frac{1 - F(c)}{F'(c)} \cdot \beta(c)\right) = -\frac{1}{2}(a-c)^2\,.$$

Отсюда:

$$\beta(c) = \frac{(a-c)^3}{6} \cdot \frac{F'(c)}{1 - F(c)}\,.$$

Таким образом, оптимальные ставки двухставочного тарифа описываются:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{2} - \dfrac{(a-c)^3}{6} \cdot \dfrac{F'(c)}{1 - F(c)} & \text{— постоянная ставка;} \\ v^* = c & \text{— переменная ставка.} \end{cases}$$

---

[2]Представим единицу через производную выражения: $\left(\dfrac{1 - F(c)}{F'(c)}\right)' = -1 - \dfrac{(1 - F(c)) \cdot F''(c)}{F'(c) \cdot F'(c)}$. Поскольку функция $F(c)$ — аффинная, вторая производная $F''(c) = 0$. Таким образом, $\left(\dfrac{1 - F(c)}{F'(c)}\right)' = -1$.

Как из результата, полученного для функции распределения представлений в общем виде, так и в случае с аффинной функцией распределения нетрудно заметить, что продавцам, использующим двухставочный тариф со строго положительным постоянным платежом, невыгодно отклоняться в сторону использования линейного ценообразования.

Распространим условия данной задачи на случай взаимодействия n продавцов с заданной функцией спроса $D(p) = a - p$ и функцией распределения представлений продавцов о затратах друг друга $F_i(t)$.

Выпишем условие первого порядка максимизации ожидаемой прибыли первого игрока:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left[\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right] \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big)^{n-1};$$

$$\left(\frac{1}{2}(a-c)^2 - b\right)(n-1)\Big(1 - F(\gamma(b))\Big)^{n-2}\Big(-F'(\gamma(b))\Big)\gamma'(b) - \\ -\Big(1 - F(\gamma(b))\Big)^{n-1} = 0\,;$$

$$\gamma'(b) = \frac{1 - F(\gamma(b))}{(n-1)\,F'(\gamma(b))\left(b - \dfrac{1}{2}(a-c)^2\right)}.$$

Переходим к уравнению относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) - \frac{(n-1)\,F'(c)}{1 - F(c)} \cdot \beta(c) = -\frac{1}{2}(a-c)^2 \cdot \frac{(n-1)\,F'(c)}{1-F(c)};$$

$$\frac{d}{dc}\Big((1 - F(c))^{n-1} \cdot \beta(c)\Big) = -\frac{1}{2}(a-c)^2\,(n-1)\,F'(c)\,(1-F(c))^{n-2}\,;$$

$$\beta(c) = \frac{(n-1)\displaystyle\int\limits_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2\,F'(t)\,(1-F(t))^{n-2}\,dt}{(1-F(c))^{n-1}}. \tag{2.2}$$

Ставки двухставочного тарифа в этом случае определяются:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{2} - \dfrac{(n-1)\displaystyle\int\limits_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2\,F'(t)\,(1-F(t))^{n-2}\,dt}{(1-F(c))^{n-1}} \\ v^* = c \end{cases}.$$

В случае с аффинной функцией $F(c)$:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = \dfrac{(a-c)^2}{2} - \dfrac{(n-1)\displaystyle\int_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2 \left(\frac{1-F(t)}{F'(t)}\right)^{n-2} dt}{\left(\dfrac{1-F(c)}{F'(c)}\right)^{n-1}} \\ v^* = c \end{cases}.$$

Как и в случае дуополии равновесные ставки двухставочных тарифов остаются более предпочтительными. Введение неполноты информации только относительно затрат конкурирующих друг с другом продавцов не дает прозрачного ответа на вопрос о возможности использования линейного ценообразования. Попробуем теперь рассматривать функцию спроса общего вида.

2.2. Модель с функцией спроса общего вида и произвольным распределением представлений о затратах конкурентов

Рассмотрим случай с произвольной функцией спроса $D(p)$ и функцией распределения представлений продавцов о затратах конкурентов $F(\gamma(b))$ в условиях симметричной дуополии.

Выпишем условие первого порядка максимизации ожидаемой прибыли первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left(\int_c^a D(p)dp - b\right) \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big).$$

Максимизируем ожидаемую прибыль по b:

$$-1 - (D(a) - D(c)) \cdot F'(\gamma(b)) \cdot \gamma'(b) + F\left(\gamma(b)\right) + bF'\left(\gamma(b)\right) \cdot \gamma'(b) = 0\,;$$

$$\gamma'(b)\left[F'(\gamma(b))\right] \cdot [b - D(a) + D(c)] = 1 - F(\gamma(b))\,;$$

Переходим к уравнению относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) - \frac{F'(c)}{1-F(c)} \cdot \beta(c) = -\frac{F'(c)}{1-F(c)} \cdot [D(a) - D(c)]\,.$$

Решаем это дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dc}\Big((1 - F(c))\,\beta(c)\Big) = -\,[D(a) - D(c)] \cdot F'(c)\,;$$

$$(1 - F(c))\,\beta(c) = \int\limits_c^a D(t) \cdot F'(t)\,dt\,;$$

$$\beta(c) = \frac{\int\limits_c^a D(t) \cdot F'(t)\,dt}{1 - F(c)}\,.$$

Таким образом, оптимальные ставки двухставочного тарифа описываются:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = D(c) - \dfrac{\int\limits_c^a D(t) \cdot F'(t)\,dt}{1 - F(c)} & \text{— постоянная ставка;} \\ v^* = c & \text{— переменная ставка.} \end{cases}$$

При условиях, когда $F(c)$ — аффинная функция, получаем:

$$\frac{d}{dc}\left(\frac{1 - F(c)}{F'(c)} \cdot \beta(c)\right) = -D(a) + D(c)\,;$$

$$\beta(c) = D(c) \cdot c \cdot \frac{F'(c)}{1 - F(c)}\,.$$

В этом случае оптимальные ставки двухставочного тарифа описываются:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = D(c) \cdot \left(1 + c \cdot \dfrac{F'(c)}{1 - F(c)}\right) & \text{— постоянная ставка;} \\ v^* = c & \text{— переменная ставка.} \end{cases}$$

Дуополисты в условиях неполноты информации относительно затрат друг друга выставляют положительный ненулевой фиксированный платеж двухставочного тарифа.

Рассмотрим теперь случай с n продавцами. Пусть задан спрос общего вида $D(p)$ и распределение представлений продавцов о затратах друг друга вида $F_i(t)$.

Выпишем условия первого порядка максимизации прибыли первого продавца:

$$\mathrm{E}\pi_1 = \left(\int\limits_c^a D(p)dp - b \right) \cdot \Big(1 - F(\gamma(b))\Big)^{n-1}.$$

Отсюда:

$$\gamma'(b) = \frac{1 - F(\gamma(b))}{(n-1)\, F'(\gamma(b))\, (b - D(a) + D(c))}.$$

Переходим к уравнению относительно $\beta(c)$:

$$\beta'(c) - \frac{(n-1)\, F'(c)}{1 - F(c)} \cdot \beta(c) = -\left[D(a) - D(c)\right] \cdot \frac{(n-1)\, F'(c)}{1 - F(c)};$$

$$\beta(c) = \frac{(n-1) \int\limits_c^a D(t)\, F'(t)\, (1 - F(t))^{n-2}\, dt}{(1 - F(c))^{n-1}}.$$

Ставки двухставочного тарифа в этом случае определяются:

$$\begin{cases} \mathrm{f}^* = D(c) - \dfrac{(n-1) \int\limits_c^a D(t)\, F'(t)\, (1 - F(t))^{n-2}\, dt}{(1 - F(c))^{n-1}} \\ v^* = c \end{cases} \tag{2.3}$$

Ответ (2.3) обобщает предыдущие результаты как в условии дуополии с функцией спроса общего вида, так и в случае равномерного распределения представлений продавцов о затратах конкурентов. Однако все предыдущие модели строились в предположении о единой функции распределения представлений затрат для всех продавцов, поэтому стоит учесть различия в этих представлениях при дальнейшем анализе.

2.3. Модель дуополии с различными представлениями продавцов о затратах конкурентов

Пусть продавцы с линейными функциями затрат действуют в условиях дуополии. Наблюдая спрос общего вида $D(p)$, конкуренты имеют произвольное распределение представлений о затратах друг друга $F_i(t)$. c_1 и c_2 — удельные затраты первого и второго продавцов соответственно.

Выпишем условия максимизации ожидаемых прибылей для обоих продавцов, где $s(c_i)$ — максимально возможные выгоды от торговли i–го продавца при затратах c_i:

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\pi_1 &= (s(c_1) - b_1)\,(1 - F_2(\gamma_1(b_1))) \\
\mathrm{E}\pi_2 &= (s(c_2) - b_2)\,(1 - F_1(\gamma_2(b_2)))
\end{aligned}.$$

Условия первого порядка:

$$\begin{cases}
0 = -\,(1 - F_2(\gamma_1(b_1))) - (s(c_1) - b_1)\,F_2'(\gamma_1(b_1))\,\gamma_1'(b_1) \\
0 = -\,(1 - F_1(\gamma_2(b_2))) - (s(c_2) - b_2)\,F_1'(\gamma_2(b_2))\,\gamma_2'(b_2)
\end{cases};$$

$$\begin{cases}
0 = -\,(1 - F_2(\gamma_1(b))) - (s(\gamma_1(b)) - b)\,F_2'(\gamma_1(b))\,\gamma_1'(b) \\
0 = -\,(1 - F_1(\gamma_2(b))) - (s(\gamma_2(b)) - b)\,F_1'(\gamma_2(b))\,\gamma_2'(b)
\end{cases};$$

$$\begin{cases}
\gamma_1'(b) = \dfrac{1 - F_2(\gamma_1(b))}{(b - s(\gamma_1(b))) \cdot F_2'(\gamma_1(b))} \\
\gamma_2'(b) = \dfrac{1 - F_1(\gamma_2(b))}{(b - s(\gamma_2(b))) \cdot F_1'(\gamma_2(b))}
\end{cases}.$$

Переходим к системе уравнений относительно $\beta_i(c)$:

$$\begin{cases}
\beta_1'(c) = \dfrac{(\beta_1(c) - s_1(c)) \cdot F_2'(c)}{1 - F_2(c)} \\
\beta_2'(c) = \dfrac{(\beta_2(c) - s_2(c)) \cdot F_1'(c)}{1 - F_1(c)}
\end{cases};$$

$$\begin{aligned}
&\beta_1'(c) - \frac{F_2'(c)}{1 - F_2(c)} \cdot \beta_1(c) = -s_1(c) \cdot \frac{F_2'(c)}{1 - F_2(c)}; \\
&\frac{d}{dc}\Big((1 - F_2(c)) \cdot \beta_1(c)\Big) = -s_1(c) \cdot F_2'(c)\,; \\
&\beta_1(c) = \frac{\int\limits_c^a s_1(t) \cdot F_2'(t)\,dt}{1 - F_2(c)}.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Раскрывая числитель дроби, получаем[3]:

$$\beta_1(c) = \frac{s_1(c) \cdot F_2(c) - \int\limits_c^a s_1'(t) \cdot F_2(t)\,dt}{1 - F_2(c)}\,.$$

Отсюда:

$$\begin{cases} \beta_1(c) = \dfrac{s(c) \cdot F_2(c) - \int\limits_c^a s'(t) \cdot F_2(t)\,dt}{1 - F_2(c)} \\ \beta_2(c) = \dfrac{s(c) \cdot F_1(c) - \int\limits_c^a s'(t) \cdot F_1(t)\,dt}{1 - F_1(c)} \end{cases}. \tag{2.5}$$

Выражая из (2.4) $s(c)$, и, приравнивая условия для $\beta_1(c)$ и $\beta_2(c)$, получаем:

$$\frac{\frac{d}{dc}\Big((1 - F_2(c)) \cdot \beta_1(c)\Big)}{F_2'(c)} = \frac{\frac{d}{dc}\Big((1 - F_1(c)) \cdot \beta_2(c)\Big)}{F_1'(c)}\,;$$

$$\frac{1 - F_2(c)}{F_2(c)} \cdot \beta_1(c) = \frac{1 - F_1(c)}{F_1(c)} \cdot \beta_2(c)\,;$$

$$\beta_2(c) = \frac{(1 - F_2(c)) \cdot F_1(c)}{(1 - F_1(c)) \cdot F_2(c)} \cdot \beta_1(c)\,.$$

Добавляя полученное условие в систему уравнений (2.5), получаем:

$$\begin{cases} \beta_1(c) = \dfrac{F_2(c)}{1 - F_2(c)} \cdot \left(s(c) - \dfrac{\int\limits_c^a s'(t) \cdot F_1(t)\,dt}{F_1(c)} \right) \\ \beta_2(c) = \dfrac{F_1(c)}{1 - F_1(c)} \cdot \left(s(c) - \dfrac{\int\limits_c^a s'(t) \cdot F_2(t)\,dt}{F_2(c)} \right) \end{cases}.$$

[3] $\beta_1(c) = \frac{\int_c^a s_1(t) \cdot F_2'(t)\,dt}{1 - F_2(c)} = \begin{vmatrix} u = s_1(t) & du = s_1'(t)\,dt \\ dv = F_2'(t)\,dt & v = F_2(t) \end{vmatrix} = \frac{s_1(t) \cdot F_2(t)|_c^a - \int_c^a s_1'(t) \cdot F_2(t)\,dt}{1 - F_2(c)}.$

Таким образом, ставки двухставочных тарифов описываются:

$$\left\{\begin{array}{l}\begin{cases} \mathrm{f}_1^* = s(c_1)\cdot\left(1-\dfrac{F_2(c_1)}{1-F_2(c_1)}\right)+\dfrac{\int\limits_{c_1}^{a} s'(t)\cdot F_1(t)\,dt}{F_1(c_1)} \\ v_1^* = c_1 \end{cases} \\ \begin{cases} \mathrm{f}_2^* = s(c_2)\cdot\left(1-\dfrac{F_1(c_2)}{1-F_1(c_2)}\right)+\dfrac{\int\limits_{c_2}^{a} s'(t)\cdot F_2(t)\,dt}{F_2(c_2)} \\ v_2^* = c_2 \end{cases}\end{array}\right. .$$

Исходя из представленных моделей, использование двухставочного тарифа продавцами выгоднее использования линейного ценообразования в условиях неполноты информации. Во всех рассмотренных ранее моделях предполагалось, что введение ценовой дискриминации не влечет за собой дополнительные затраты по сравнению со случаем линейного ценообразования. Теперь промоделируем ситуацию, при которой использование двухставочного тарифа стоит относительно дороже, чем использование линейного ценообразования. Кроме того, определим пороговое значение величины дополнительных затрат на использование двухставочного тарифа, при котором конкурирующим между собой продавцам выгодней использовать линейное ценообразование.

3. Моделирование с учетом затрат на проведение ценовой дискриминации

Предположим, что в условиях n–полии конкурирующих между собой продавцов с линейными функциями затрат вида $C_i(q_i) = c_i q_i$ задан спрос вида $D(p) = a - p$, представления о затратах продавцов имеют равномерное распределение $c_i \sim U([\underline{c}; a])$.

Выпишем оптимальную величину излишка, оставляемую продавцом покупателю, полученную в случае модели линейного типа (1.4):

$$\beta(c) = \frac{n-1}{2\,(n+1)} \cdot (a-c)^2 .$$

Рассчитаем величину потерь d, образующихся на рынке после внедрения двухставочного тарифа с переменной ставкой x выше уровня предельных затрат продавцов. Сначала найдем значение этой ставки и величину спроса, который способны удовлетворить продавцы, использующие двухставочный тариф при данной ставке:

$$\int\limits_x^a (a-p)dp = -\frac{(a-p)^2}{2}\bigg|_x^a = \frac{(a-x)^2}{2};$$

$$\frac{n-1}{2\,(n+1)} \cdot (a-c)^2 = \frac{(a-x)^2}{2};$$

$$x = a - \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} \cdot (a-c)\,; \quad D(x) = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} \cdot (a-c)\,.$$

Величина потерь в случае использования продавцом оптимального излишка, оставляемого покупателю, определяется следующим образом:

$$d = \int\limits_c^x \int\limits_{D(x)}^a D(p)dp = \frac{1}{2}(a-c)^2 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\right)^2 .$$

Таким образом, рассуждая на тему о том, какие дополнительные затраты несет продавец, использующий двухставочный тариф, прежде всего стоит обратить внимание на значение величины потерь d. Действительно, если использование двухставочного тарифа само по себе достаточно дорого относительно линейного ценообразования, то продавцы откажутся от использования двухставочных тарифов при затратах бо́льших, чем d.

Прибыли продавцов, применяющих двухставочный тариф в случае выбора оптимального излишка, оставляемого покупателю, описываются:

$$\pi_i^{**} = \frac{1}{2}\left[D(x)\right]^2.$$

В случае использования линейного ценообразования:

$$\pi_i^{*} = (x - c)\, D(x)\,.$$

Выясним при каком соотношении прибылей выполняется неравенство $\pi_i^{**} > \pi_i^{*}$:

$$\frac{1}{2}\left[D(x)\right]^2 > (x - c)\, D(x)\,;$$

$$\frac{1}{2}(a - c)\sqrt{\frac{n-1}{n+1}} > (a - c)\left(1 - \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\right)$$

$$\frac{n-1}{n+1} > \frac{4}{9}$$

$$n > 2.6$$

Таким образом, использование линейного ценообразования является выгодным при конкуренции двух продавцов.

В случае с распределением представлений продавцов о затратах конкурентов общего вида из (2.2) имеем:

$$\beta(c) = \frac{(n-1)\displaystyle\int\limits_c^a \frac{1}{2}(a-t)^2\, F'(t)\,(1 - F(t))^{n-2}\,dt}{(1 - F(c))^{n-1}}\,.$$

Отсюда найдем величину x и величину потерь d:

$$x = a - \frac{(n-1)\displaystyle\int\limits_c^a (a-t)^2\, F'(t)\,(1 - F(t))^{n-2}\,dt}{(1 - F(c))^{n-1}}\,;$$

$$d = \frac{1}{2}\cdot\left((a - c) - \frac{(n-1)\displaystyle\int\limits_c^a (a-t)^2\, F'(t)\,(1 - F(t))^{n-2}\,dt}{(1 - F(c))^{n-1}}\right)^2.$$

Таким образом, по аналогии с предыдущими рассуждениями, существует положительно определенный порог затрат на использование двухставочного тарифа. Постольку поскольку нелинейное ценообразование в силу своей относительной сложности должно влечь дополнительные затраты по сравнению с использованием линейного ценообразования, при превышении определенного порога дополнительных затрат продавцы выбирают линейное ценообразование.

Заключение

В предположении о неполноте информации относительно затрат конкурентов и полной информации относительно спроса не нашлось равновесий по Нэшу, которые характеризуются тем, что при каких-то условиях продавцам выгодно использовать тот либо иной тип ценообразования. В рамках рассмотренных моделей оказалось, что использование конкурентами двухставочных тарифов выгоднее, чем использование линейного ценообразования.

Возникает вопрос о возможности изменения предложенных моделей в случае, если ставить перед собой целью выявить эффекты перехода от одного типа ценообразования к другому. Подобно тому, как в случае несимметричной модели с полной информацией как относительно спроса, так и относительно затрат конкурентов выявлялся эффект использования различными по силе продавцами различных тарифов, в рамках рассмотренных моделей стоит отказаться от предположения о полноте информации относительно спроса.

Список литературы

1. Amir R., Jin J. Y. Cournot and Bertrand equilibria compared: substitutability, complementarity and concavity // International Journal of Industrial Organization. — 2001. — Vol. 19, no. 3–4. — P. 303–317.

2. Anderson S. P., de Palma A., Kreider B. The efficiency of indirect taxes under imperfect competition // Journal of Public Economics. — 2001. — Vol. 81, no. 2. — P. 231–251.

3. Bade S. Nash equilibrium in games with incomplete preferences // Rationality and Equilibrium / Ed. by Charalambos D. Aliprantis, Rosa L. Matzkin, Daniel L. McFadden et al. — Springer Berlin Heidelberg, 2006. — Vol. 26 of Studies in Economic Theory. — P. 67–90.

4. Bischi G.-I., Sbragia L., Szidarovszky F. Learning the demand function in a repeated Cournot oligopoly game // International Journal of Systems Science. — 2008. — Vol. 39, no. 4. — P. 403–419.

5. Boccard N., Wauthy X. Bertrand competition and Cournot outcomes: further results // Economics Letters. — 2000. — Vol. 68, no. 3. — P. 279–285.

6. Breitmoser Y. On the endogeneity of Cournot, Bertrand, and Stackelberg competition in oligopolies // International Journal of Industrial Organization. — 2012. — Vol. 30, no. 1. — P. 16–29.

7. Chiarella C., Szidarovszky F. On the stability of price-adjusting oligopolies with incomplete information // International Journal of Systems Science. — 2005. — Vol. 36, no. 8. — P. 501–507.

8. Fanti L. Environmental standards and Cournot duopoly: A stability analysis // Environmental and Resource Economics. — 2014. — P. 1–17.

9. Ferreira J. L. Capacity precommitment, price competition and forward markets // Economics Letters. — 2014. — Vol. 122, no. 2. — P. 362–364.

10. Genc T. A dynamic Cournot-Nash game: a representation of a finitely repeated feedback game // Computational Management Science. — 2007. — Vol. 4, no. 2. — P. 141–157.

11. Ghosh A., Mitra M. Comparing Bertrand and Cournot in mixed markets // Economics Letters. — 2010. — Vol. 109, no. 2. — P. 72–74.

12. Goltsman M., Pavlov G. Communication in Cournot oligopoly // Journal of Economic Theory. — 2014. — Vol. 153. — P. 152–176.

13. Guo P., Yan R., Wang J. Duopoly market analysis within one-shot decision framework with asymmetric possibilistic information // International Journal of Computational Intelligence Systems. — 2010. — Vol. 3, no. 6. — P. 786–796.

14. Hazledine T. Oligopoly price discrimination with many prices // Economics Letters. — 2010. — Vol. 109, no. 3. — P. 150–153.

15. Hazledine T. Price discrimination in Cournot-Nash oligopoly // Economics Letters. — 2006. — Vol. 93, no. 3. — P. 413–420.

16. Kebriaei H., Ahmadabadi M. N., Rahimi-Kian A. Simultaneous state estimation and learning in repeated Cournot games // Applied Artificial Intelligence. — 2014. — Vol. 28, no. 1. — P. 66–89.

17. Moreno D., Ubeda L. Capacity precommitment and price competition yield the Cournot outcome // Games and Economic Behavior. — 2006. — Vol. 56, no. 2. — P. 323–332.

18. Navidi H., Bidgoli M. M. An all-unit quantity discount model under a Cournot competition with incomplete information // International Journal of Management Science and Engineering Management. — 2011. — Vol. 6, no. 5. — P. 393–400.

19. Sakai Y. Cournot and Bertrand equilibria under imperfect information // Journal of Economics. — 1986. — Vol. 46, no. 3. — P. 213–232.

20. Tremblay C. H., Tremblay V. J. The Cournot-Bertrand model and the degree of product differentiation // Economics Letters. — 2011. — Vol. 111, no. 3. — P. 233–235.