

2.1 Idealizirani električni kondenzator kapacitivnosti C: energija i početno stanje

U Osnovama elektrotehnike, električna kapacitivnost je definisana kao sposobnost nekog provodnog tijela (ili pak sistema provodnih tijela) da pri djelovanju električnog napona - v - uspostavljenog između provodnih dijelova tog tijela (ili pak dijelova sistema provodnih tijela), međusobno razdvojenih nekim dielektrikom, akumulira određenu količinu električnog naboja Q , odnosno $-Q$, upravo na tim provodnim dijelovima.

U tom kontekstu se i termin električni kondenzator pridružuje svakom sistemu od dva provodna tijela, međusobno razdvojena nekim dielektrikom, ukoliko su geometrijske dimenzije tih provodnih tijela znatno veće od debljine dielektrika, koji ih razdvaja. Provodni dijelovi kondenzatora obično se nazivaju elektrodama, ili oblogama kondenzatora.

U ustaljenom režimu rada, električnih krugova stalnih jednosmjernih struja i napona, električni kondenzator se ponaša kao beskonačno veliki električni otpor, te se njegovo prisustvo u bilo kojoj grani takvog električnog kruga manifestuje kao prekid te grane.

Ukoliko elektrode nekog kondenzatora nisu bile ranije izložene djelovanju električnog napona, tada na tim elektrodama nema električnog naboja. U tom slučaju se obično kaže da je električni kondenzator električni neopterećen, odnosno da je u neutralnom stanju.

Priključi li se međutim takav kondenzator na idealni naponski izvor napona U , u vrlo kratkom vremenu, kroz spojne provodnike (kojima su stezaljke idealnog naponskog izvora povezane sa elektrodama analiziranog kondenzatora) će poteći neka količina električnog naboja - q - uz čiju pomoć će se između elektroda kondenzatora uspostaviti električni napon - v_C -. Tok tog električnog naboja q , traje sve do trenutka u kojem će se uspostaviti odnos: $v = v_C$.

U tom trenutku u električnom kondenzatoru je akumulirana elektrostatska energija w_e jednaka:

$$w_e = \frac{1}{2} q \cdot v_C = \frac{1}{2 \cdot C} q^2 = \frac{1}{2} C \cdot v_C^2 \quad (2.1)$$

Upravo opisana sposobnost električnog kondenzatora, da pod prethodno opisanim okolnostima, akumulira elektrostatičku energiju, upotrebljava se kod svih realnih fizičkih sistema, da pripadajuću im sposobnost za akumuliranje elektrostatske energije u električnim krugovima, formalno iskazujemo uvođenjem idealnih električnih kondenzatora.

Idealni električni kondenzator, može se definisati i kao element električnog kruga, koji ima dva kraja i kod koga je u svakom trenutku vremena t , odnos između električnog naboja $q(t)$ i napona između njegovih krajeva, $v_C = v(t)$, jednoznačno definisan $q-v$, karakteristikom, koja je opisana algebarskom relacijom:

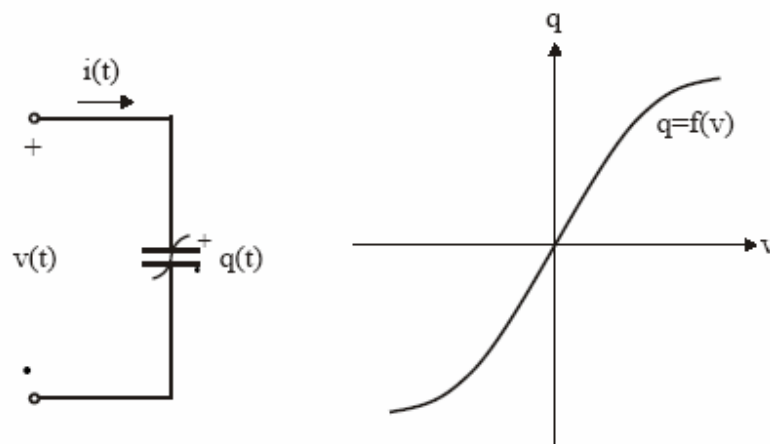
$$q(t) = f(v, t) \quad (2.2)$$

Pri tome vrijedi i relacija, da je

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$$

Slično kao i kod idealne električne zavojnice i kod idealnih električnih kondenzatora može se izvršiti njihovo razvrstavanje bilo na: linearne idealni električne kondenzatore (LC) i nelinearne idealne električne kondenzatore (NC), ili pak na vremenski nepromjenljive idealne električne kondenzatore (VNC) i vremenski promjenljive idealne električne kondenzatore (VPC).

Na slici 2.1 prikazani su grafički simbol i q - v karakteristika nelinearnog idealnog električnog kondenzatora. Treba uočiti da su oznake na predmetnoj slici, zasnovane na usaglašenosti smjerova odgovarajućih promjenljivih stanja $v(t)$, $q(t)$ i $i(t)$.



Slika 2.1 (a) Grafički simbol, (b) q - v karakteristika nelinearnog idealnog električnog kondenzatora

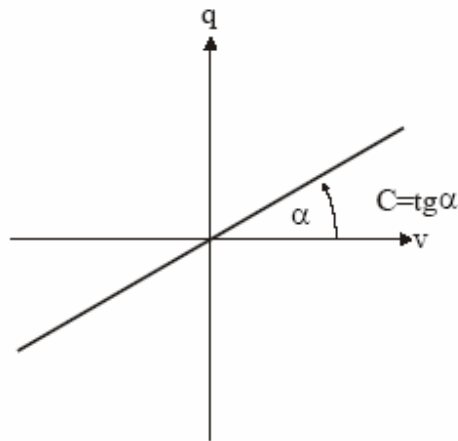
Zbog nesavršenosti upotrebljenih dielektrika, svi realni električni kondenzatori, se u električnim krugovima predstavljaju ne samo električnim kapacitetom, kao na slici 2.1 (a), nego paralelnim spojem, električnog kapaciteta C i aktivnog otpora R_c , pri čemu je aktivna otpornost R_c vrlo velike vrijednosti (otpornost R_c je obično reda $k\Omega$. U tom smislu kod kondenzatora kapaciteta $10 \mu F$ i ugla gubitaka $\delta = 0,02$ radijana, izloženog naponu efektivne vrijednosti $220 V$ i frekvencije $50 s^{-1}$, aktivna otpornost R_c kojom se opisuje nesavršenost dielektrika (porculan) ima vrijednost oko $16 k\Omega$).

Pri spajanju električnih kondenzatora na stalni jednosmjerni napon, električni kondenzatori sa elektrolitom kao dielektrikom, moraju se spajati tako da se pozitivna elektroda takvog kondenzatora, spoji sa pozitivnom stezaljkom upotrebljenog naponskog izvora.

U opštem slučaju, idealni električni kondenzator je linearna funkcija električnog napona $v_c(t)$, ako se za svaki trenutak vremena t njegova q - v karakteristika može opisati relacijom:

$$q(t) = C(t) \cdot v_c(t) \quad (2.3)$$

U skladu sa posljednjom relacijom idealni linearni vremenski nepromjenljivi kondenzatori (LVNC) imaju q - v karakteristiku u obliku pravca, koji prolazi kroz koordinatni početak v - q koordinatnog sistema, što je grafički predloženo na slici 2.2



Slika 2.2 q - v karakteristika za idealni linearni vremenski nepromjenljivi kondenzator (LVNC)

Za idealni linearni vremenski nepromjenljivi kondenzator (LVNC) , jednačina stanja je opisana jednačinom:

$$q(t) = f(v) = Cv(t)$$

a s obzirom da između električnog naboja $q(t)$ i električne struje $i(t)$ vrijedi relacija

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

tada za idealni linearni vremenski nepromjenljivi kondenzator (LVNC) vrijedi i odnos :

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

Električni kapacitet razmatranog kondenzatora, prema slici 2.2, određuje nagib pravca $q(t) = C \cdot v(t)$ u predloženom, v - q koordinatnom sistemu.

Pri najopštijem razmatranju, električni kapacitet predstavlja kvantitativnu karakteristiku opisanu relacijom :

$$C(v, q, t) = \frac{\partial q}{\partial v}$$

Integracijom jednačine, koja opisuje odnose između struje $i(t)$, kojom se puni idealni linearni vremenski nepromjenljivi kondenzator (LVNC), te napona $v(t)$, što se pri tome uspostavlja između njegovih obloga, dolazi se do relacije:

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(\tau) d\tau + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \\ &= v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \end{aligned}$$

Prema ovoj relaciji stanje (LVNC) kondenzatora za $t \geq t_0$, jednoznačno je određena početnom vrijednošću napona kondenzatora $v(t_0) = V_0$ i analitičkim izrazom, koji opisuje promjenu struje $i(t)$ za $t \geq t_0$.

Istorijat promjena stanja kondenzatora, za interval za $t < t_0$, moguće je iskazati i pomoću integrala, koji određuje ukupnu količinu električnog naboja, koja je nagomilana na elektrodama kondenzatora, do trenutka t_0 :

$$Q_0 = q(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} i(\tau) d\tau \quad (2.4)$$

Električni kondenzator ima očigledno sposobnost akumuliranja elektrostatičke energije i po tome je on s jedne strane sličan električnom induktivitetu, a s druge strane je funkcionalno bitno različit od aktivne otpornosti, koja nema tu sposobnost. Saglasno prethodnim relacijama, akumulirana elektrostatička energija u LVNC kondenzatoru, do trenutka t_0 , jednaka je:

$$w_e(t_0) = W_{e0} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} C V_0^2$$

U analiziranim uslovima, energija koja se predaje razmatranom kondenzatoru iz vanjskih energetske resursa, tokom intervala $t \leq t_0$, definisana je izrazom:

$$w(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} v(t)i(t) dt = \int_{v(-\infty)}^{v(t_0)} C v(t) dv = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$$

S obzirom da se, na osnovu posljednje dvije relacije, može uspostaviti slijedeći odnos $w_e(t_0) = w(t_0)$, to za idealni linearni vremenski nepromjenljivi kondenzator (LVNC) ima smisla konstatovati: sva električna energija preuzeta iz vanjskih energetske izvora do nekog trenutka t_0 , akumulira se u tom istom električnom kondenzatoru, u obliku elektrostatičke energije.

S obzirom na svoju fizikalnu prirodu, struja $i(t)$ (kojom se opterećuje analizirani kondenzator), je ograničena funkcija, što omogućava zaključak da je električni napon $v(t)$, koji vlada između njegovih elektroda, kontinualna funkcija, pa nije moguća

njegova skokovita promjena (ovdje treba uočiti da se električni napon između elektroda kondenzatora, ima sličnu zakonomjernost ponašanja, kao električna struja kod idealizirane električne zavojnice, induktivnosti L).

Zbog uočene karakteristike, da se električni kondenzator suprostavljala skokovitoj promjeni akumulirane električne energije, on se svrstava u dinamičke električne elemente. Za razliku od (LVNC) kondenzatora, kod idealiziranih vremenski promjenljivih kondenzatora (LVPC), q - v karakteristika je u obliku pravca, koji prolazi kroz koordinatni početak v - q koordinatnog sistema, pri čemu njegov nagib prema v osi, $C(t)$, zavisi od odabranog trenutka t . Matematički model takvog kondenzatora opisan je slijedećom relacijom:

$$q(t) = C(t)v(t)$$

pri čemu se električna struja, kojom se puni-opterećuje takav kondenzator, određuje iz relacije:

$$i(t) = C(t)\frac{dv}{dt} + \frac{dC}{dt}v(t)$$

U skladu sa prethodnim relacijama, električna energija koja je akumulirana u LVPC kondenzatorima do trenutka t ima vrijednost:

$$w_e(t) = \frac{1}{2}C(t)v^2(t)$$

dok brzinu promjene te iste energije određuje relacija:

$$p_e(t) = \frac{dw_e(t)}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dC(t)}{dt}v^2(t) + C(t)v(t)\frac{dv(t)}{dt}$$

S druge strane električna snaga $p(t)$, koja se na račun vanjskih energetske resursa u svakom trenutku t predaje takvom električnom kondenzatoru je definisana relacijom:

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t)i(t) = v(t)\frac{d}{dt}[C(t)v(t)] = v(t)\left[C(t)\frac{dv(t)}{dt} + \frac{dC(t)}{dt}v(t)\right] \\ &= C(t)v(t)\frac{dv(t)}{dt} + \frac{dC(t)}{dt}v^2(t) \end{aligned}$$

Nije teško primjetiti, da u ovom slučaju, postoji razlika između brzine $p(t)$, kojom električni kondenzator prima električnu energiju iz vanjskog okruženja i brzine $p_e(t)$, kojom električni kondenzator akumulira električnu energiju unutar vlastite konfiguracije-strukture. Ta razlika, opet je po svojoj prirodi električna snaga $p_m(t)$, izražena relacijom:

$$p(t) - p_e(t) = p_m(t) = \frac{1}{2} \frac{dC(t)}{dt} v^2(t)$$

i ona određuje mehanički rad, koji se obavi da bi se ostvarila željena promjena električnog kapaciteta $C(t)$.

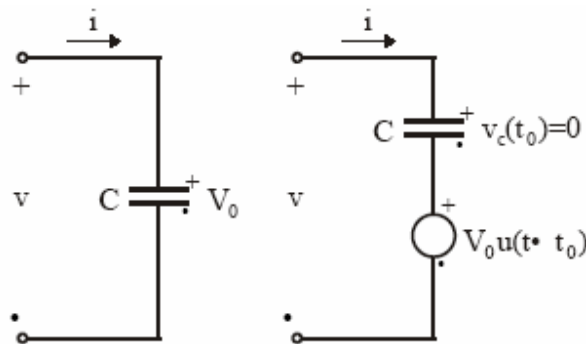
U skladu sa posljednjom relacijom, električna snaga, koja se iz vanjskih izvora električne energije predaje LVPC kondenzatoru, može se iskazati i u obliku:

$$p(t) = p_e(t) + p_m(t) = \frac{dw_e(t)}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dC(t)}{dt} v^2(t)$$

Korištenjem ove relacije moguće je odrediti i električnu energiju, koja se u intervalu (t_0, t) predaje analiziranom kondenzatoru. Ta energija iznosi

$$\begin{aligned} w(t_0, t) &= \int_{t_0}^t p(\tau) d\tau = \int_{t_0}^t p_e(\tau) d\tau + \int_{t_0}^t p_m(\tau) d\tau \\ &= \int_{t_0}^t \frac{dw_e(\tau)}{d\tau} d\tau + \frac{1}{2} \int_{t_0}^t v^2(\tau) \frac{dC(\tau)}{d\tau} d\tau \\ &= w_e(\tau)|_{t_0}^t + \frac{1}{2} \int_{t_0}^t v^2(\tau) \dot{C}(\tau) d\tau \\ &= w_e(t) - w_e(t_0) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^t v^2(\tau) \dot{C}(\tau) d\tau \end{aligned}$$

LVNC kondenzator, kod kojeg u trenutku t_0 između njegovih elektroda već vlada električni napon V_0 , u vremenskom intervalu $t \geq t_0$, šematski se može prikazati na način predložen slikom 2.3.



Slika 2.3 Šematski prikaz početnog stanja LVNC kondenzatora, kod koga je $v(t_0) = V_0$

Sa slike 2.3, koja prikazuje formalizovani, šematski prikaz, idealiziranog LVNC kondenzatora, kod koga je $v(t_0) = V_0$, može se uočiti da se ovakvo stanje predmetnog kondenzatora, može predočiti rednom vezom, idealiziranog LVNC kondenzatora (električnog kapaciteta C kod koga u trenutku t_0 nema akumulirane energije, odnosno za koji vrijedi relacija $v_c(t_0) = 0$) i idealnog naponskog izvora, između čijih priključnih stezaljki vlada električni napon: $v_g(t) = V_0 \cdot u(t - t_0)$. Funkcija $u(t - t_0)$ označava Heavisideovu funkciju, koja je definisana tako da je:

$$u(t - t_0) = 1, \text{ za } t > t_0; \quad u(t - t_0) = \frac{1}{2}, \text{ za } t = t_0; \quad u(t - t_0) = 0, \text{ za } t < t_0$$

Ova funkcija se često koristi i za predstavljanje odskočne funkcije, unutar naučne oblasti Teorija automatskog upravljanja.

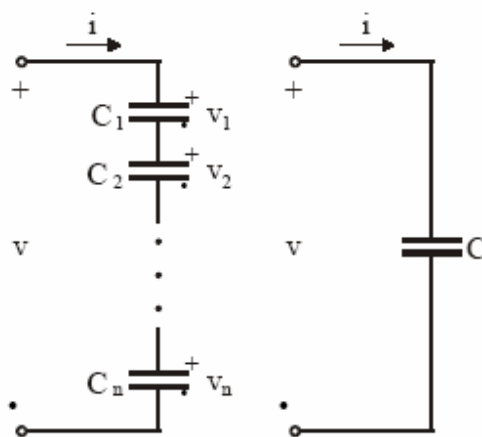
2.2 Vezivanje idealiziranih kondenzatora

Idealizirani kondenzatori mogu se vezivati redno (odnosno serijski), zatim paralelno (odnosno otočno), ili pak mješovito. Pri mješovitoj vezi, praktično se kombinuju prethodna dva načina vezivanja kondenzatora.

Na slici 2.4, šematski je prikazana redna veza n idealiziranih kondenzatora, čije je ponašanje opisano slijedećim jednačinama:

$$i_k(t) = C_k \frac{dv_k(t)}{dt}$$

$$v_k(t) = v_k(0) + \frac{1}{C_k} \int_0^t i_k(\tau) d\tau$$



Slika 2.4 Redna veza n idealiziranih LVNC kondenzatora

U skladu sa I Kirchhoffovim i II Kirchhoffovim zakonom za električne krugove, za električni spoj sa slike 2.4, može se pisati da važe slijedeće relacije:

$$i_k(t) = i(t), \text{ za } k = 1, 2, \dots, n$$

$$v(t) = \sum_{k=1}^n v_k(t)$$

S obzirom da je u trenutku $t = 0$, za električne napone, prikazane na slici 2.4, u važnosti relacija:

$$v(0) = \sum_{k=1}^n v_k(0)$$

tada za bilo koji trenutak $t > 0$ mora važiti slijedeći analitički opis:

$$\begin{aligned} v(t) &= \sum_{k=1}^n v_k(t) = \sum_{k=1}^n \left[v_k(0) + \frac{1}{C_k} \int_0^t i_k(\tau) d\tau \right] \\ &= \sum_{k=1}^n v_k(0) + \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} \int_0^t i(\tau) d\tau = v(0) + \int_0^t i(\tau) d\tau \left[\sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} \right] \\ &= v(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau \end{aligned}$$

Na osnovu posljednjih relacija slijedi, da se n serijski spojenih idealiziranih LVNC kondenzatora, električnih kapacitivnosti C_k i početnih električnih napona $v_k(0)$, ($k = 1, \dots, n$), može u potpunosti nadomjestiti jednim – ekvivalentnim, idealiziranim LVNC kondenzatorom, električnog kapaciteta C , jasno pod uslovom da između električnih kapacitivnosti tih kondenzatora, vrijedi odnos:

$$\frac{1}{C} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$$

Sličnim rasuđivanjem se i za n paralelno vezanih LVNC kondenzatora, sa slike 2.5, a uz uslov da su početni naponi svih n tako vezanih kondenzatora međusobno jednaki, odnosno da je ispunjen uslov

$$v(0) = v_1(0) = \dots = v_k(0) = \dots = v_n(0)$$

te uz primjenu I i II Kirchhoffovog zakona,

$$i(t) = \sum_{k=1}^n i_k(t)$$

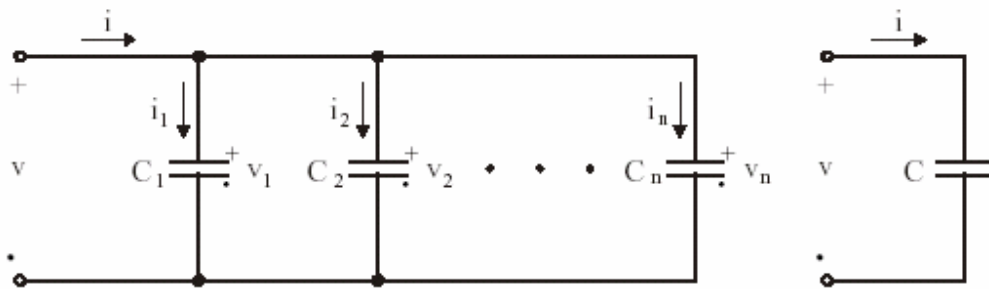
$$v(0) = v_k(0), \text{ za } k = 1, 2, \dots, n$$

može doći do relacije:

$$i(t) = \sum_{k=1}^n i_k(t) = \sum_{k=1}^n C_k \frac{dv_k}{dt} = \sum_{k=1}^n C_k \frac{dv}{dt} = C \frac{dv}{dt}$$

Ova relacija pokazuje da se n paralelno spojenih, idealiziranih LVNC kondenzatora, električnih kapacitivnosti C_k i početnih električnih napona $v_k(0) = v(0)$, ($k = 1, \dots, n$), može u potpunosti nadomjestiti jednim – ekvivalentnim, idealiziranim LVNC kondenzatorom, električnog kapaciteta C , jasno pod uslovom da između električnih kapacitivnosti tih kondenzatora, vrijedi odnos:

$$C = \sum_{k=1}^n C_k$$



Slika 2.5 Paralelna veza n idealiziranih LVNC kondenzatora

Važno je naglasiti da u oba analizirana načina povezivanja električnih kondenzatora ukupna količina električnih naboja u polaznom i novouvedenom ekvivalentnom električnom krugu, mora biti ista, odnosno da se mora ispoštovati odnos:

$$q(t) = \sum_{k=1}^n q_k(t)$$

$$Cv(t) = \sum_{k=1}^n C_k v_k(t)$$

Ova relacija formalno izražava zakon o konzervaciji električnog naboja unutar razmatranog električnog kruga.

2.3 Električna snaga, električna energija i pasivnost električnog kondenzatora

Stanje vremenski nepromjenljivog nelinearnog idealiziranog kondenzatora (NVNC) opisano je v - q karakteristikom, koja je grafički predstavljena na slici 2.1 (b). Između promjenljivih stanja pristupa: $v(t)$, odnosno $i(t)$ i električnog naboja $q(t)$ tada postoje slijedeći odnosi:

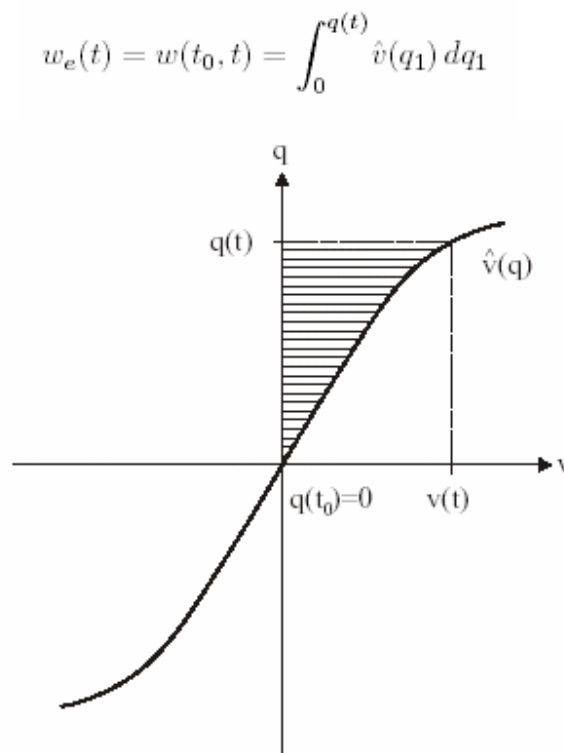
$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$$v(t) = \hat{v}(q)$$

Energija, koja se predaje (NVNC) kondenzatoru, u intervalu (t_0 , t), određuje se na osnovu relacije:

$$w(t_0, t) = \int_{t_0}^t v(\tau) i(\tau) d\tau = \int_{q(t_0)}^{q(t)} \hat{v}(q_1) dq_1$$

Na slici 2.6, šrafiranim područjem u v - q koordinatnom sistemu, predložena je električna energija koja je akumulirana u NVNC kondenzatoru, tokom vremenskog intervala (0 , t), pod pretpostavkom da je $q(0) = 0$. U takvim uslovima je električna energija koja se predaje NVNC kondenzatoru, jednaka elektrostatskoj energiji, koja se akumulira u NVNC kondenzatoru. Ova energija je u opisanim uslovima nenegativna.



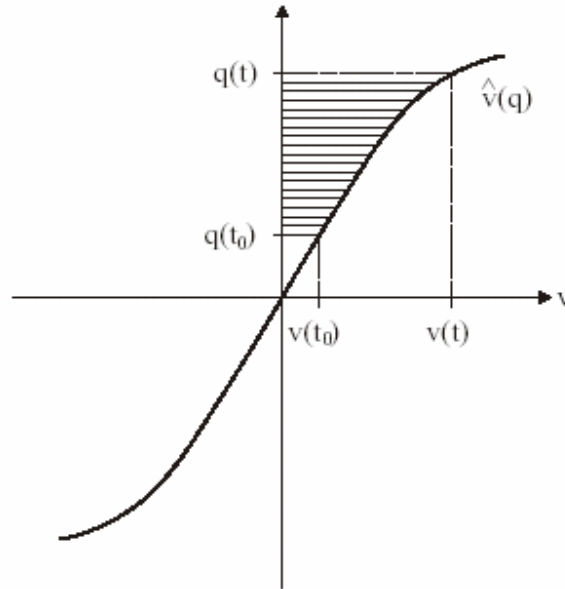
Slika 2.6 Grafička interpretacija akumulirane energije u idealiziranom NVNC kondenzatoru

Nenegativnost akumulirane električne energije u idealiziranom NVNC kondenzatoru, u svakom trenutku vremena t , omogućava konstataciju, da je takav kondenzator element klase pasivnih elemenata.

Ukoliko je $q(t_0) = Q_0 \neq 0$, tada kondenzator u trenutku t_0 već ima neku akumuliranu energiju, pa je energija koja se predaje tom istom kondenzatoru tokom vremenskog intervala (t_0 , t), definisana relacijom:

$$w(t_0, t) = \int_{t_0}^t v(\tau) i(\tau) d\tau = \int_{q(t_0)}^{q(t)} \hat{v}(q_1) dq_1 = w_e(t) - w_e(t_0)$$

Na slici 2.7, dat je grafički prikaz, upravo te energije $w(t_0, t)$ koja se predaje razmatranom kondenzatoru pod prethodno uvedenim pretpostavkama (osjenčena površ u v - q koordinatnom sistemu).



Slika 2.7 Grafička interpretacija akumulirane energije u idealiziranom NVNC kondenzatoru kada je $q(t_0) \neq 0$

Ukoliko je $q(t_0) > q(t)$, tada je energija koja je bila akumulirana u kondenzatoru u trenutku t_0 veća od energije, koja je akumulirana u kondenzatoru u trenutku t , odnosno takav kondenzator je unutar intervala (t_0, t) vraćao električnu energiju u vanjski dio električnog kruga.

Ipak to još uvijek nije dovoljan razlog da takav kondenzator proglasimo aktivnim elementom. Naime ukoliko je uz uslov $q(t_0) = Q_0 \neq 0$ u važnosti i relacija:

$$w_e(t) = [w(t_0, t) + w_e(t_0)] \geq 0, \quad \text{za svako } t_0 \text{ i za } t \geq t_0$$

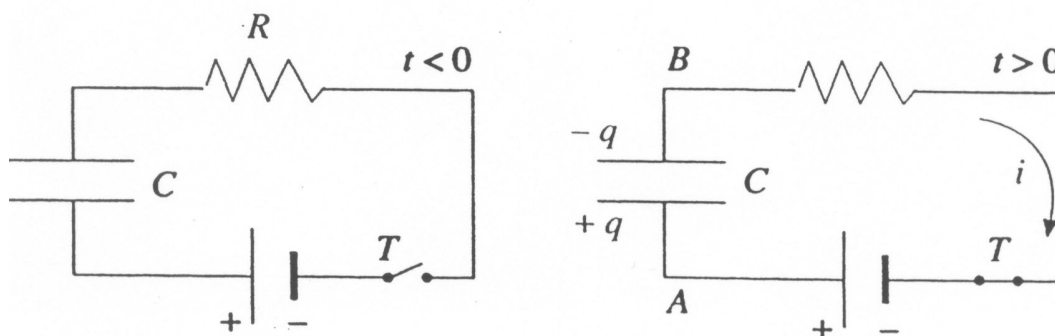
tada je idealizirani NVNC kondenzator, još uvijek pasivan element razmatranog električnog kruga. S tim u vezi, proširena definicija pasivnosti idealiziranog NVNC kondenzatora, glasi:

Suma zatečene akumulirane energije u trenutku t_0 , $w_e(t_0)$ i energije koja se preda istom kondenzatoru u intervalu (t_0, t) , $w(t_0, t)$, mora biti nenegativna vrijednost.

2.4 Priključenje i isključenje idealiziranog, linearnog, vremenski nepromjenljivog kondenzatora (LVNC), na naponski izvor stalnog jednosmjernog napona

U okviru Osnova elektrotehnike, pokazano je da idealizirani, linearni, vremenski nepromjenljivi, električni kondenzator, vlastite kapacitivnosti C , u stacionarnim uslovima rada, predstavlja beskonačan otpor za stalnu jednosmjernu struju. Isto tako su i eksperimentalni ogledi, provedeni tokom opterećavanja i rasterećavanja električnog kondenzatora, pokazali da u uslovima uspostavljanja električnog naboja na elektrodama kondenzatora, kao i u uslovima njegovog iščezavanja sa tih istih elektroda, postoji promjenljivi tok količine električnog naboja (registrovan od strane balističkog galvanometra) kroz spojne provodnike, koji povezuju naponski izvor stalnog jednosmjernog napona i analizirani kondenzator. Ovakve pojave odmah impliciraju zaključak da je u tim kratkotrajnim trenutcima u spojnim provodnicima prisutna i vremenski promjenljiva električna struja,

Da bi se preciznije istražile zakonomjernosti navedenih promjena električne struje, korisno je analizirati jednostavni električni krug sa slike 2.8



Slika 2.8 Uključenje LVNC kondenzatora, kapacitivnosti C , na jednosmjerni naponski izvor vlastite elektromotne sile E

Pod pretpostavkom da je jednosmjerni naponski izvor, upotrebljen u električnoj šemi sa slike 2.8, idealni naponski izvor stalnog jednosmjernog napona, tada njegov unutrašnji aktivni otpor R_E mora biti jednak nuli. Slično tome, ukoliko pretpostavimo da je i upotrebljeni kondenzator takav da ima karakteristike idealnog, linearnog, vremenski nepromjenljivog kondenzatora (LVNC), tada je i on, kao element razmatranog električnog kruga, potpuno opisan samo električnom kapacitivnošću C (za realni, linearni vremenski nepromjenljivi kondenzator, pri njegovom ekvivalentnom električnom predstavljanju, neophodno je pored električne kapacitivnosti C tom kondenzatoru pridružiti i aktivni otpor R_C , paralelno vezan sa tom kapacitivnošću).

Pri ovakvim ograničenjima, aktivni otpor R u električnoj šemi sa slike 2.8, mora biti jednak nuli, jer je on u stacionarnom stanju određen sa relacijom $R = R_C^* + R_E$.

Ukoliko, pri otvorenom prekidaču T , u kondenzatoru vlastite kapacitivnosti C nije bilo akumulirane elektrostatske energije, tada će se promjena električnog napona, što vlada

između njegovih elektroda od trenutka t_0 , kada se zatvori prekidač T , mijenjati u skladu sa dinamikom, opisanom slijedećom jednačinom:

$$E = v_C(t) \quad (2.5)$$

U relaciji (2.5), očigledno nema izražene brzine promjene analiziranog napona $v_C(t)$, što implicira zaključak da električni napon između elektroda kondenzatora $v_C(t)$, može da skokovito mijenja svoju vrijednost sa iznosa 0, na iznos E . Uzme li se potom u obzir, da je taj isti napon $v_C(t)$, povezan sa strujom $i(t)$, kojom se opterećuju elektrode analiziranog kondenzatora, pomoću relacije:

$$i(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (2.6)$$

tada bi takva struja pri opisanoj skokovitoj promjeni napona $v_C(t)$, poprimila beskonačnu amplitudu, što je fizikalni apsurd.

Kako u realnim fizičkim sistemima nije moguće realizovati takvo stanje, to je neophodno modificirati odnose iskazane jednačinom (2.5). Za prvi korak u pravcu neophodne modifikacije, pokazuje se sasvim dovoljnim da se uzme u obzir samo realnost konfiguracije naponskog izvora stalnog jednosmjernog napona, dakle da je $R_E > 0$. Nije teško uočiti da je tada i $R = R_C^* + R_E > 0$, pa su u novouspostavljenim uslovima, odnosi unutar električne šeme sa slike 2.8 opisani slijedećom jednačinom dinamičke ravnoteže:

$$E = \frac{q}{C} + R_E \cdot i ; i(t) = \frac{dq}{dt} \quad (2.7)$$

$$E = \frac{q}{C} + R_E \cdot \frac{dq}{dt} \quad (2.8)$$

Jednačina (2.8) se u matematičkoj teoriji klasificira kao linearna diferencijalna jednačina I reda i ima rješenje u obliku:

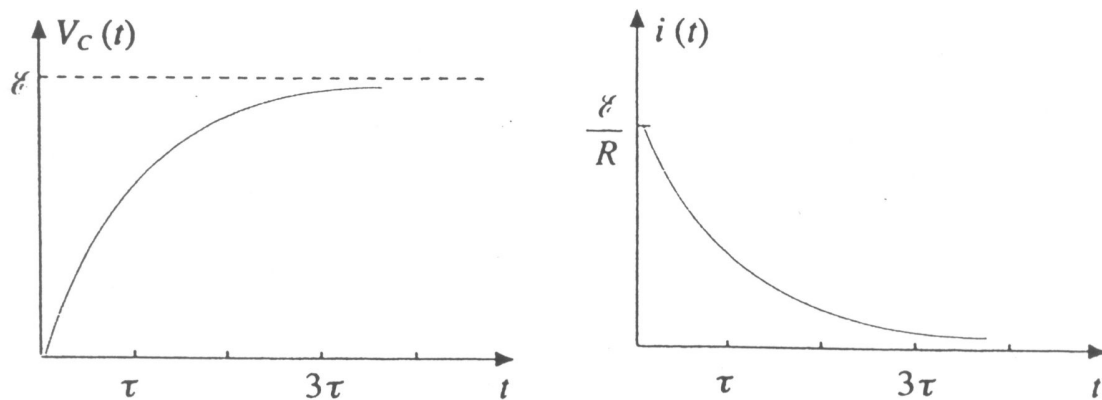
$$q(t) = EC \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad (2.9)$$

Simbol $\tau = R_E \cdot C$, označava vremensku konstantu analiziranog kola (U teoriji automatskog upravljanja relacija oblika (2.9), naziva se aperiodskim blokom I reda. Vremenska konstanta aperiodskog bloka prvog reda τ , određuje se kao vrijeme koje je potrebno da odskočni odziv analizirane koordinate – dakle u ovom slučaju električni naboj, dostigne 63% vrijednosti novog stacionarnog stanja – za predmetnu električnu šemu to je 63 % vrijednosti električnog naboja EC .

S obzirom da između električnog naboja $q(t)$, kojim se opterećuju elektrode razmatranog kondenzatora i napona između tih elektroda $v_C(t)$ važi relacija:

$$v_C(t) = \frac{q(t)}{C} = E \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad (2.10)$$

Na slici 2.9, dat je grafički prikaz toka uspostavljanja električnog napona između elektroda kondenzatora, kao i tok električne struje $i(t)$ u okolnostima prikazanim na električnoj šemi sa slike 2.8.



Slika 2.9 Grafički prikaz toka uspostavljanja električnog napona između elektroda kondenzatora, te toka električne struje $i(t)$ u električnoj šemi sa slike 2.8

Da bi se stekao osjećaj za vrijeme potrebno za opterećivanje idealnog, linearnog, vremenski nepromjenljivog kondenzatora (LVNC), može se uzeti primjer električnog kondenzatora sa parametrima $C = 2 \mu F$ i $R_E = 0,1 \Omega$, za koji je vremenska konstanta $\tau = 2 \cdot 10^{-7} s$.

Realni kondenzatori, zbog uvažavanja električnog otpora R_C imaju nešto veću vremensku konstantu, ali je ona još uvijek tako mala da se praktično napon uspostavlja trenutno.

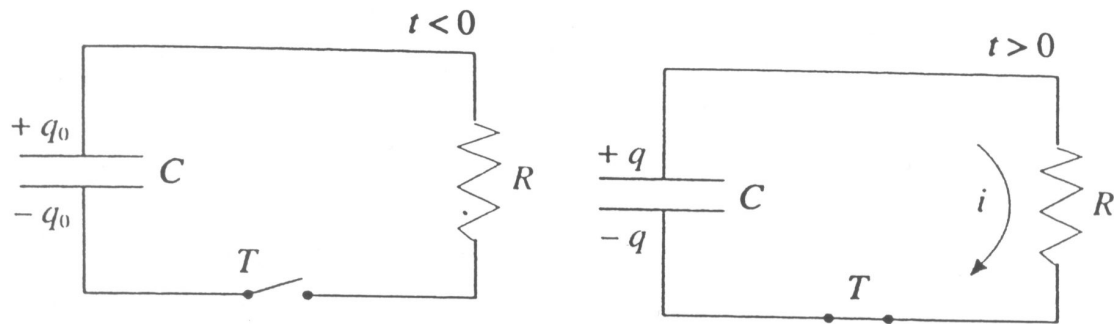
Sa energetskog stanovišta važno je naglasiti da u fazi uspostavljanja stalne jednosmjerne struje, upotrebljeni naponski izvor odaje električnu energiju koja se troši ne samo na savladavanje Jouleovih gubitaka na otporu R_E , već i na savladavanje elektromotorne sile kondenzatora, kojom se kondenzator protivi namjeri, čiji je cilj da se provede polarizacija dielektrika kondenzatora. Može se dokazati da je električni rad generatora utrošen na savladavanje elektromotorne sile kondenzatora, brojno jednak prirastu elektrostatske energije u analiziranom kondenzatoru.

Ako se u uslovima uspostavljene stacionarne vrijednosti električnog napona kondenzatora $v_C(t) = E$, naglo otvori prekidač T, napon $v_C(t)$ neće moći trenutno pasti na vrijednost nula, nego će se toj vrijednosti približavati kroz dinamički proces opisan jednačinama:

$$v_C(t) = \frac{q(t)}{C} = R \cdot i ; i(t) = - \frac{dq(t)}{dt} \quad (2.11)$$

$$0 = \frac{q(t)}{C} + R_C \frac{dq(t)}{dt} \quad (2.12)$$

Na slici 2.10 je prikazan ekvivalentni električni krug putem koga se provodi rasterećenje razmatranog kondenzatora



Slika 2.10 Ekvivalentni električni krug putem koga se provodi rasterećenje razmatranog kondenzatora

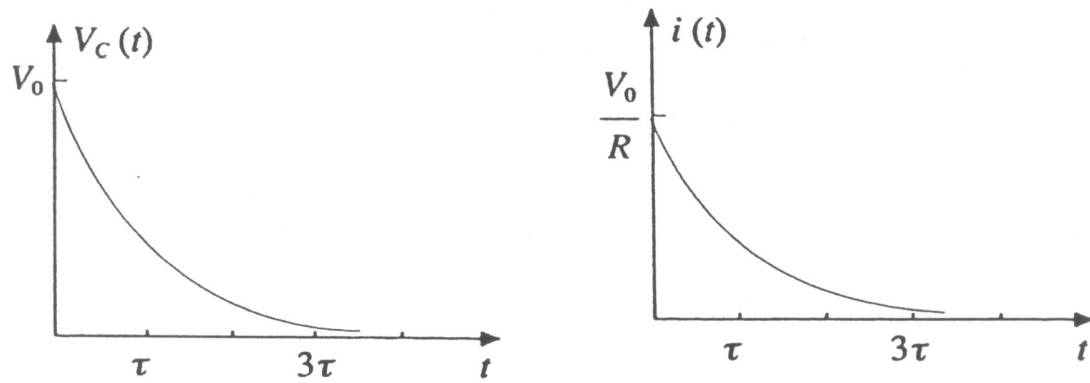
Treba naglasiti da je u posljednjoj jednačini aktivni električni otpor $R_C \gg R_E$, zbog čega je vremenska konstanta $\tau^* = C \cdot R_C$, koja karakteriše proces pražnjenja prethodno opterećenog kondenzatora, znatno veća od vremenske konstante τ koja karakteriše proces njegovog opterećavanja.

Na slici 2.11 su grafički prikazani procesi rasterećenja električnog kondenzatora, posredstvom električnog napona na kondenzatoru $v_C(t)$ i električne struje $i(t)$.

Tokom trajanja procesa iščezavanja električnog napona $v_C(t)$, u razmatranom električnom krugu sa slike 2.10, dolazi do depolarizaciji dielektrika kondenzatora, a energija koja se oslobađa tokom tog procesa (to je akumulirana elektrostatska energija kondenzatora) transformiše se u Jouleove gubitke na otporniku R_C .

Sama struja iščezavanja, može se odrediti na osnovu jednačine (2.12), pri čemu ona ima oblik:

$$i(t) = \frac{V_C}{R} e^{-t/\tau^*} \quad (2.13)$$



Slika 2.11 Grafički prikaz toka iščezavanja električnog napona između elektroda kondenzatora, te toka električne struje $i(t)$ u električnoj šemi sa slike 2.10