

第五章习题

5. 如果 $f(z)$ 和 $g(z)$ 是以 z_0 为零点的两个不恒等于零的解析函数, 那么

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z)}{g(z)} = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f'(z)}{g'(z)} \quad (\text{或两端均为}\infty).$$

9. 计算下列各积分(利用留数; 圆周均取正向):

3)

$$\oint_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{1 - \cos z}{z^m} dz \quad (\text{其中} m \text{为整数})$$

6)

$$\oint_{|z|=1} \frac{1}{(z-a)^n(z-b)^n} dz,$$

其中 n 为正整数, 且 $|a| \neq 1$, $|b| \neq 1$, $|a| < |b|$. (提示: 分别讨论以下几种情况: (1), $|a| < |b| < 1$; (2), $|a| < 1 < |b|$; (3), $1 < |a| < |b|$.)

12. 计算下列各积分, C 为正向圆周:

2)

$$\oint_C \frac{z^3}{1+z} e^{\frac{1}{z}} dz, \quad C: |z| = 3;$$

3)

$$\oint_C \frac{z^{2n}}{1+z^n} dz, \quad (n \text{为一正整数}), \quad C: |z| = r > 1.$$

13. 计算下列积分:

4)

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx;$$

6)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin x}{1+x^2} dx.$$