力学（Mechanics）

力学：研究物体的机械运动规律

力学
- 运动学　描述物体的运动
- 动力学　物体运动变化的原因

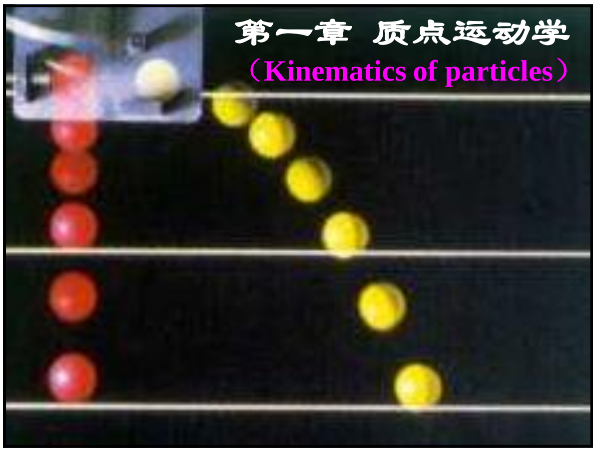
力学（Mechanics）

▲质点力学：复习、提高

1.使知识系统化，条理化；
2.注意定理、定律的条件（不要乱套公式）；
3.提高分析能力（量纲分析，判断结果的合理性等）；
4.数学方法上要有提高（矢量运算，微积分）。

▲刚体、相对论、流体运动以及振动与波动：
新内容

要认真体会其思想、观点，掌握其处理问题的方法。



第一章 质点运动学
（Kinematics of particles）

§ 1.1 参考系 、坐标系

一.参考系（frame of reference, reference system）

运动是相对的，具有相对性

匀速运动的火车上，一小球自由下落，小球的轨迹如何？

参考系：用来描述物体运动而选作参考的物体或物体系。

运动学中参考系可任选，不同参考系中物体的运动形式（如轨迹、速度等）可以不同。

二. 坐标系（coordinate system）

匀速运动的火车上，一小球自由下落，小球的位置如何？

为定量描述运动，需在参考系上固结坐标系。

坐标系：固结在参考系上的一组有刻度的射线、曲线或角度。

参考系选定后，坐标系还可任选。

不同坐标系中，运动的数学表述可以不同。

常用的参考系：

▲太阳参考系（太阳 — 恒星参考系）

以太阳中心为原点，以指向空间固定方向为坐标轴

▲地心参考系（地球 — 恒星参考系）

以地心为坐标原点，以指向空间固定方向为坐标轴

▲地面参考系或实验室参考系

▲质心参考系

物体系的质心在其中静止的平动参考系

常用的坐标系：

（任何一点的位置用3个独立的参数表示）

▲直角坐标系（ x, y, z ）

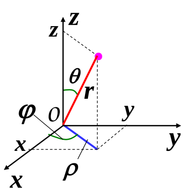
▲球极坐标系（ r, θ, φ ）

$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ $\cos\theta = z/r$ $tg\varphi = y/x$

▲柱坐标系（ ρ, φ, z ）

$\rho=\sqrt{x^2+y^2}$ $tg\varphi = y/x$

▲自然“坐标系”



直线的方向

(1) 方向角

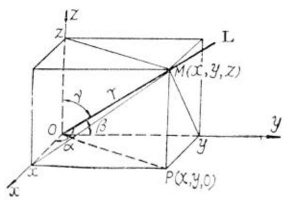
$\alpha=(Ox,\ OM)$，$\beta=(Oy,\ OM)$，$\gamma=(Oz,\ OM)$.

(2) 方向余弦

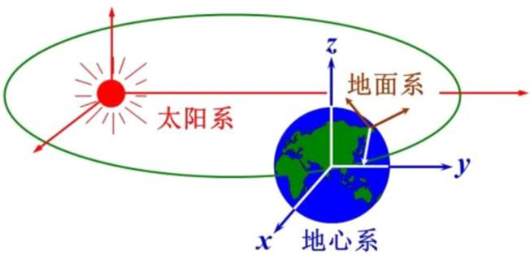
1) $\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$，$\cos\beta=\dfrac{y}{r}$，$\cos\gamma=\dfrac{z}{r}$，

式中 $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

2) $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$.

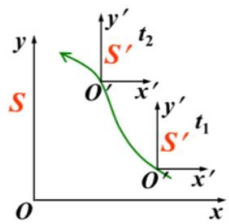


通常用一个直角坐标框架代表参考系

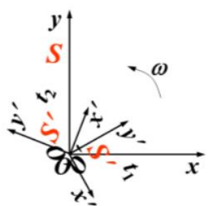


三. 平动与转动参考系

平动参考系 S'

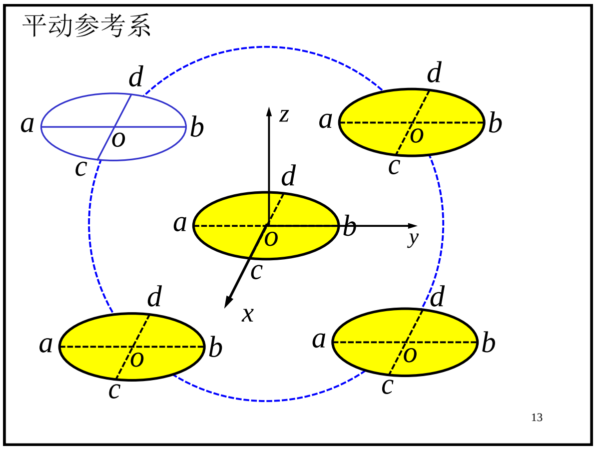


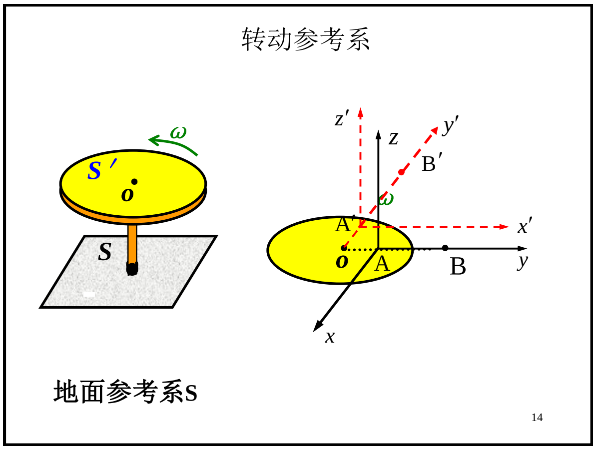
转动参考系 S'

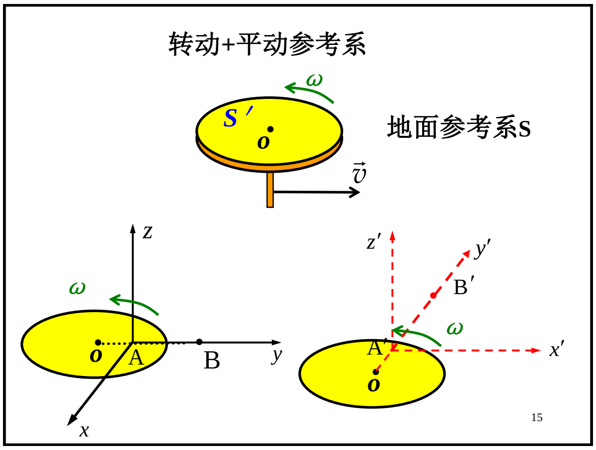


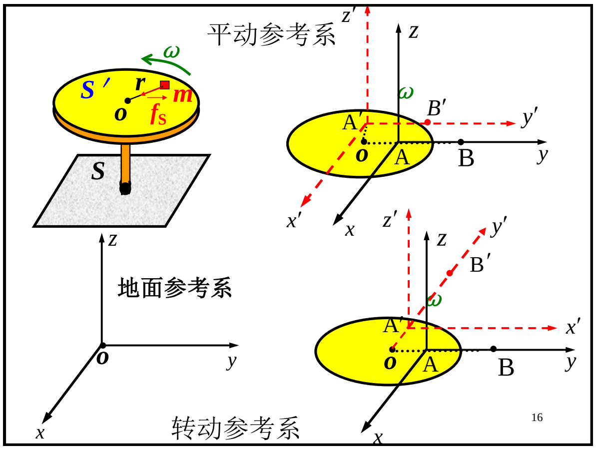
做曲线运动的质点可选作平动参考系。

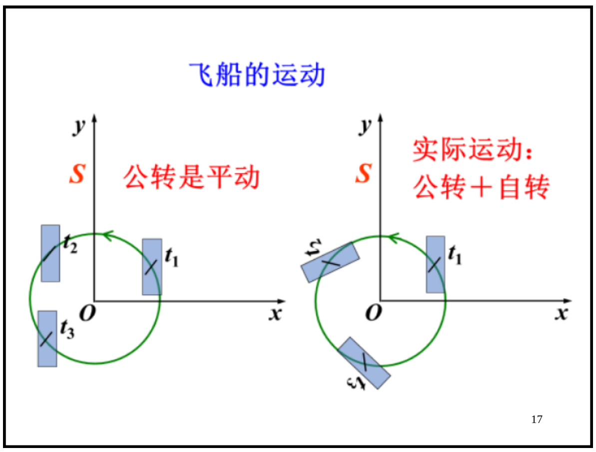
固联于平动参考系的坐标框架方位不变。

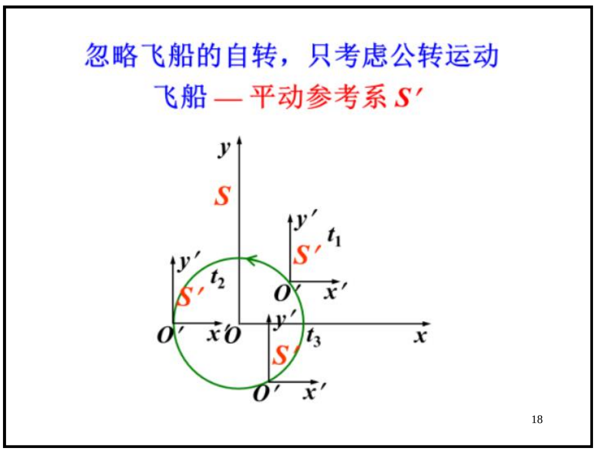

平动参考系
13


转动参考系
地面参考系s
14


转动+平动参考系
地面参考系s
15

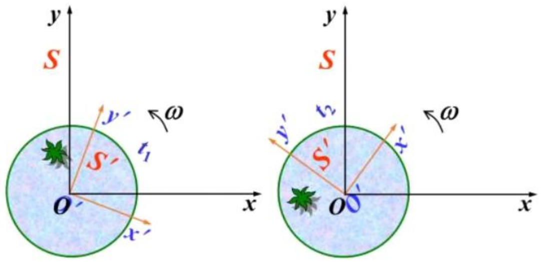

平动参考系
地面参考系
转动参考系
16

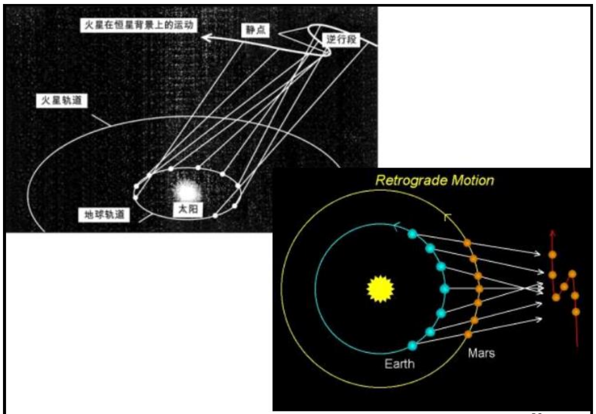

飞船的运动
公转是平动
实际运动：
公转＋自转
17


忽略飞船的自转，只考虑公转运动
飞船 — 平动参考系 S′
18

转动的圆盘，考虑其整体的转动

圆盘 — 转动参考系 S'





《荧惑守心》火星逆行问题--古人的观察与思考

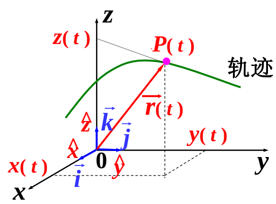
（《吕氏春秋·第六卷季夏纪·制乐》）

宋景公之时，荧惑在心，公惧，召子韦而问焉，曰：“荧惑在心，何也？”子韦曰：“荧惑者，天罚也；心者，宋之分野也。祸当于君。虽然，可移于宰相。”公曰：“宰相，所与治国家也，而移死焉，不祥。”子韦曰：“可移于民。”公曰：“民死，寡人将谁为君乎？宁独死。”子韦曰：“可移于岁。”公曰：“岁害则民饥，谷不熟为饥也。民饥必死。为人君而杀其民以自活也，其谁以我为君乎？是寡人之命固尽已，子无复言矣。”子韦还走，北面载拜曰：“臣敢贺君。天之处高而听卑。君有至德之言三，天必三赏君。今昔荧惑其徙三舍，君延年二十一岁。”公曰：“子何以知之？”对曰：“有三善言，必有三赏，荧惑必三徙舍。舍行七星，星一徙当一年，三七二十一，臣故曰‘君延年二十一岁’矣。臣请伏于陛下以伺候之。荧惑不徙，臣请死。”公曰：“可。”是夕荧惑果徙三舍。

§ 1.2 质点的位置矢量、运动函数

一.质点位置矢量（position vector of a particle）

位置矢量（位矢、矢径）：用来确定某时刻质点位置（用矢端表示）的矢量。



位置矢量：

$$\vec{r} = \vec{r}(x,y,z)$$
$$= x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

或 $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

二. 运动函数（function of motion）

机械运动是物体（质点）位置随时间的改变。

在坐标系中配上一套同步时钟，可以给出质点位置坐标和时间的函数关系 —— 运动函数。

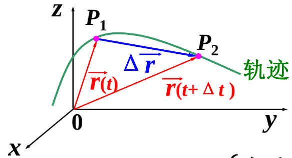
$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

或 $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{消去}t}$ 运动轨迹 $f(x,y,z) = 0$

§ 1.3 位移，速度，加速度

一. 位移（displacement）

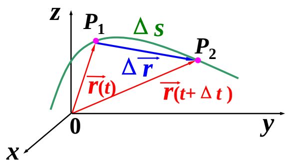
位移 —— 质点在一段时间内位矢的改变。

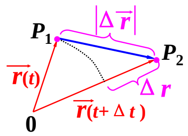


位移：$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$ $\begin{cases} \text{大小：} |\Delta\vec{r}| = \overline{P_1P_2} \\ \text{方向：} P_1 \to P_2 \end{cases}$

二. 路程（path）

质点实际运动轨迹的长度Δs叫路程。





注意：$\Delta s \neq |\Delta\vec{r}|$，但 $\mathrm{d}s = |\mathrm{d}\vec{r}|$；

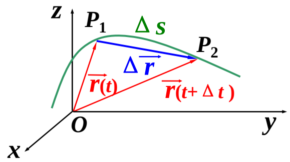
$|\Delta\vec{r}| \neq \Delta r$，$|\mathrm{d}\vec{r}| \neq \mathrm{d}r$

要分清 $\Delta\vec{r}$、Δr、$|\Delta\vec{r}|$ 等的几何意义。

三. 速度（velocity）与速率（speed）：

质点位矢对时间的变化率叫速度。

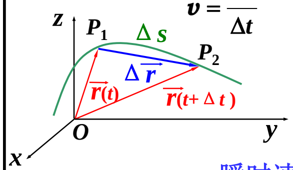
1.平均速度（average velocity）：$\bar{\vec{v}} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$



平均速率 $\bar{S} = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$

2.（瞬时）速度（instantaneous velocity）：

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \qquad \vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{r}}$$



速度方向：轨迹切线方向

瞬时速率 $S = \lim_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$

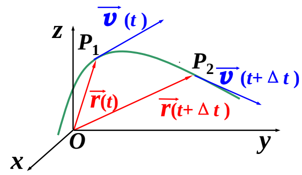
$$|\vec{v}| = s$$

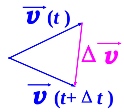
速度大小（速率）（speed）：

$$v = |\vec{v}| = \frac{|\mathrm{d}\vec{r}|}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

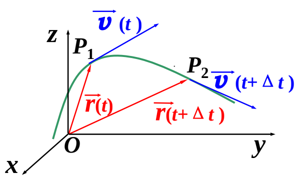
四. 加速度（acceleration）

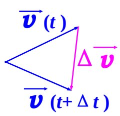
质点速度对时间的变化率叫加速度。





平均加速度 $\bar{\vec{a}} = \dfrac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$





瞬时加速度简称加速度：$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{\vec{r}}$

加速度的方向：$\vec{v}$ 变化的方向

加速度的大小：$a = |\vec{a}| = \left|\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \left|\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right|$

Δ § 1.4 匀加速运动与抛体运动（uniformly acceleration motion）

（自学书第一章 § 1. 4和 § 1. 5 ）

直线运动：（rectilinear motion）

抛体运动：（projectile motion）

运动学的两类问题：$\vec{r}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftarrows}} \vec{v}, \vec{a}$

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2}$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t}$$

匀加速运动的一般的矢量表达式

运动学的两类问题：

$\vec{r}(t) \rightarrow \vec{v}(t) \rightarrow \vec{a}(t)$　微分

$\overleftarrow{\vec{r}_0}$　$\overleftarrow{\vec{v}_0}$　积分

- 矢量描述便于一般性陈述，普遍、简练。
- 定量计算需选用坐标系

直角坐标系 — 适合 $\vec{a}$ 为常量时，如抛体；

平面极坐标系 — 适合 $\vec{a}$ 指向定点时，如有心力场中的行星运动；

自然坐标系 — 适合轨迹确定，如圆周运动。

31

直角坐标系中运动的描述

特征：坐标架单位矢量 $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 不随时间变，各分量运动的描述具有独立性。

$$\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$$

$$\mathrm{d}\vec{r}=\mathrm{d}x\vec{i}+\mathrm{d}y\vec{j}+\mathrm{d}z\vec{k}$$

$$|\mathrm{d}\vec{r}|=\sqrt{(\mathrm{d}x)^2+(\mathrm{d}y)^2+(\mathrm{d}z)^2}$$

$$\mathrm{d}s=\sqrt{(\mathrm{d}x)^2+(\mathrm{d}y)^2+(\mathrm{d}z)^2}$$

$$\vec{v}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}$$

32

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$$

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

$$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$$

$$a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$$

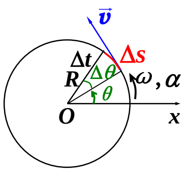
33

§ 1.5 圆周运动（circular motion）

34

一. 描述圆周运动的物理量

1.角位移（angular displacement） $\Delta\theta$



2.角速度（angular velocity）

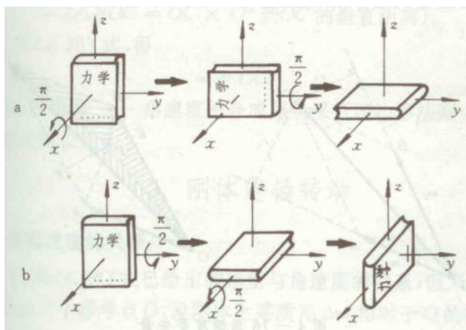
$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\dot{\theta}$$

3.角加速度（angular acceleration） $\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\ddot{\theta}$

4.线速度（linear velocity） $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{R\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=R\omega$

35

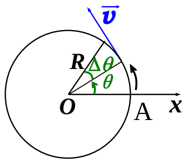
有限大角位移不是矢量，因为不满足矢量加法。



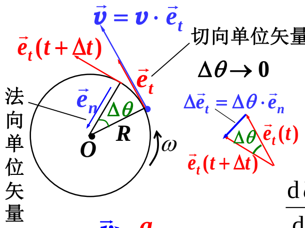
36

定义角速度矢量

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

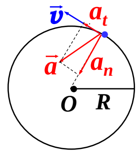


5.线加速度（linear acceleration）：



$$\vec a = \frac{d\vec v}{dt} = \frac{d}{dt}(v\cdot\vec e_t)$$

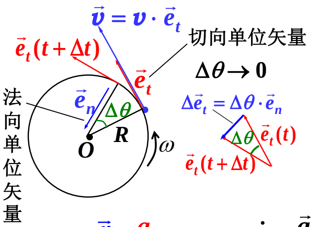
$$= \frac{dv}{dt}\vec e_t + v\frac{d\vec e_t}{dt}$$



$$\frac{d\vec e_t}{dt} = \frac{\Delta\vec e_t}{\Delta t}(\Delta t\to 0)$$

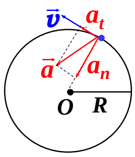
$$= \frac{\Delta\theta}{\Delta t}\vec e_n(\Delta t\to 0) = \frac{d\theta}{dt}\vec e_n$$

$$= \omega\,\vec e_n = \frac{v}{R}\vec e_n$$



$$\vec a = \frac{d\vec v}{dt} = \frac{d}{dt}(v\cdot\vec e_t)$$

$$= \frac{dv}{dt}\vec e_t + v\frac{d\vec e_t}{dt}$$



$$\therefore\quad \vec a = \frac{dv}{dt}\vec e_t + \frac{v^2}{R}\vec e_n$$

$$= a_t\cdot\vec e_t + a_n\cdot\vec e_n$$

$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt}}$$ — 切向加速度（tangential acceleration）

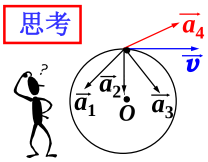
a_t是引起速度大小改变的加速度。

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$$ — 法向加速度（normal acceleration）

或 向心加速度（centripetal acceleration）

a_n是引起速度方向改变的加速度。

思考



左图中分别是什么情形？

$\vec a_4$情形是否存在？

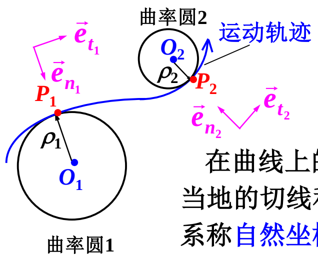
二. 角量与线量的关系

$$\text{线量}\left\{\begin{array}{l} v = R\omega \\ a_t = \dfrac{dv}{dt} = R\alpha \\ a_n = \dfrac{v^2}{R} = R\omega^2 \end{array}\right\}\text{角量}$$

§ 1.6 平面曲线运动

（plane curvilinear motion）

一个任意的平面曲线运动，可以视为由一系列小段圆周运动所组成。 加速度：



$$\boxed{\vec a = \frac{dv}{dt}\cdot\vec e_t + \frac{v^2}{\rho}\cdot\vec e_n}$$

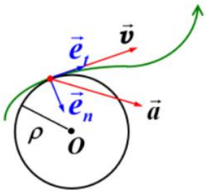
ρ—曲率半径

在曲线上的各点固结一系列由当地的切线和法线所组成的坐标系称自然坐标系。

速度： $\vec{v}=v\vec{e}_t$， $v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$

加速度：

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t+v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}$$



可证明 $\dfrac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}=\dfrac{v}{\rho}\vec{e}_n$

$$\boxed{\vec{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n}$$

ρ— 曲率半径

切向加速度

$$\boxed{\vec{a}_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t}$$

描述速率的变化

$\vec{a}_t$ 与 $\vec{v}$ 同向加快，反向减慢。

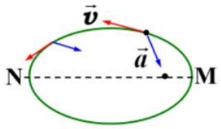
法向加速度

$$\boxed{\vec{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n}$$

描述速度方向的变化

自然坐标系最能反映所描述运动的特征，物理图像清晰。在轨迹已知的情况下用自然坐标系是方便的。

【例1】行星沿椭圆轨道运动，加速度指向一焦点，定性分析由 M 到 N 速率的变化。



解：由 M 到 N 中 $\vec{a}_t$ 与 $\vec{v}$ 反向，故速率减小。

【例2】抛体运动的轨道最高点处的曲率半径。

解：最高点只有水平速度，此时重力加速度沿轨迹法向，

$$a_n=\frac{v^2}{\rho}=g \quad\Rightarrow\quad \rho=\frac{(v_0\cos\theta)^2}{g}$$

§1.7 相对运动（relative motion）

在不同参考系中观察同一物体运动。

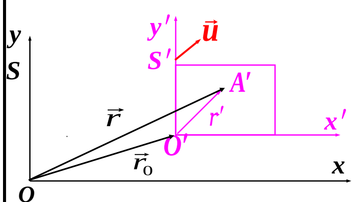
匀速运动的火车上，一小球自由下落，小球的轨迹如何？

运动是绝对的, 运动的描述是相对的!

诗词: "坐地日行八万里"

歌曲: "*山不转来水在转,水不转来云在转,…*"

仅讨论一参考系 S' 相对另一参考系 S 以速度 $\vec{u}$ 平动时的情形：

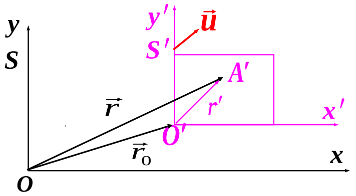


位矢关系：

$$\boxed{\vec{r}=\vec{r}'+\vec{r}_0}$$

位移关系：

$$\boxed{\Delta\vec{r}=\Delta\vec{r}'+\Delta\vec{r}_0}$$



位移关系：

$$\boxed{\Delta\vec r=\Delta\vec r'+\Delta\vec r_0}$$

速度关系：

$$\boxed{\vec v=\vec v'+\vec u}$$

$\vec v$ 称为绝对速度（absolute velocity）

$\vec v'$ 称为相对速度（relative velocity）

$\vec u$ 称为牵连速度（convected velocity）

$\boxed{\vec v=\vec v'+\vec u}$ 称为伽利略速度变换

（Galilean velocity transformation）

加速度关系：在S'相对于S平动的条件下

$$\boxed{\vec a=\vec a'+\vec a_0}$$

若 $\vec u=\text{const}$. 则$\vec a_0=\dfrac{\mathrm d\vec u}{\mathrm dt}=0$，有$\vec a=\vec a'$

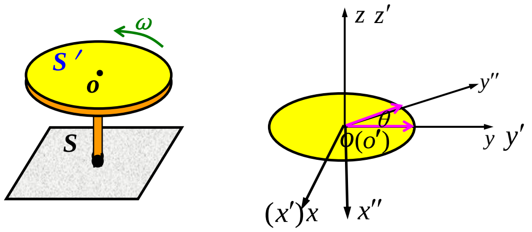
位移关系：

$$\boxed{\Delta\vec r=\Delta\vec r'+\Delta\vec r_0}$$

速度关系：

$$\boxed{\vec v=\vec v'+\vec u}$$

伽利略变换只适用于平动参考系，不适用转动参考系

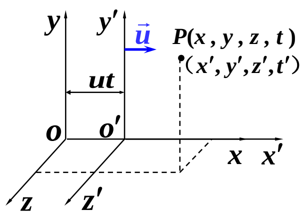


$t=0,\ \vec r(0)=R\vec j,\ \ \vec r'(0)=R\vec j'$

$t=t,\ \vec r(t)=R\cos\theta\vec j-R\sin\theta\vec i,\ \ \vec r'(t)=R\vec j'$

$\Delta\vec r\neq\Delta\vec r'+\Delta\vec R_0$

在以下两个特殊坐标系中

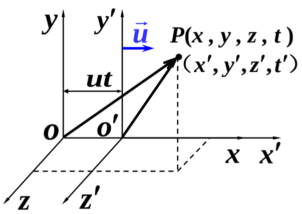


$x'\parallel x,\ y'\parallel y,\ z'\parallel z,$

$\vec u=u\vec i=\text{const}.$

且 O'与 O 重合时，

$t=0$， $t'=0$ 。



$$\begin{cases}x'=x-ut\\y'=y\\z'=z\\t'=t\end{cases}$$

伽里略变换

位矢关系：

$$\boxed{\vec r=\vec r'+\vec r_0}$$

位移关系：

$$\boxed{\Delta\vec r=\Delta\vec r'+\Delta\vec r_0}$$

速度关系：

$$\boxed{\vec v=\vec v'+\vec u}$$

$$\boxed{\Delta\vec r=\Delta\vec r'+\Delta\vec r_0}\qquad\begin{cases}x'=x-ut\\y'=y\\z'=z\\t'=t\end{cases}$$

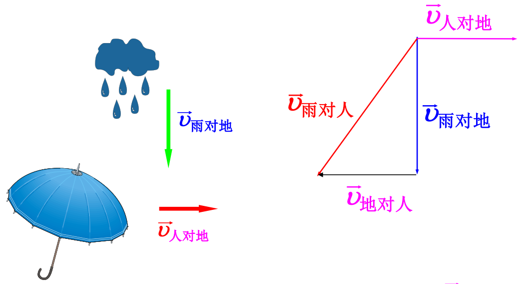
对时间求导，得伽里略速度变换

$$\vec v=\vec v'+\vec u\qquad\begin{cases}v'_x=v-u\\v'_y=v_y\\v'_z=v_z\end{cases}$$

$$\because\ \vec u=\text{const}.\quad\therefore\ \frac{\mathrm d\vec v'}{\mathrm dt}=\frac{\mathrm d\vec v}{\mathrm dt}\Rightarrow\vec a'=\vec a$$

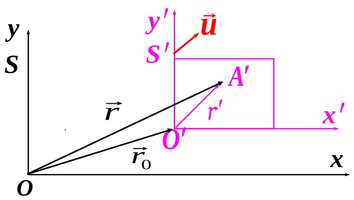
[例] 雨中漫步(Walking in rain)

[例] 雨中漫步(Walking in rain)



$$\vec{v}_{雨对人} = \vec{v}_{雨对地} + \vec{v}_{地对人}$$

几点说明：



$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0}$$

1.以上结论是在绝对时空观下得出的：

只有假定"长度的测量不依赖于参考系"（空间的绝对性），才能给出位移关系式：

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0}$$

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0}$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}} \qquad \boxed{\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{a}_0}$$

只有假定"时间的测量不依赖于参考系"（时间的绝对性），才能给出以上关系式。

绝对时空观只在 $u \ll c$ 时才成立。

2.不可将速度的合成与分解和伽利略速度变换关系相混。

速度的合成是在一个参考系中，总能成立；伽利略速度变换则应用于两个参考系之间，只在$u \ll c$时才成立。

3.上述位移、速度和加速度之间的关系只有在两个平动参考系中成立

若S'系相对于S有平动和转动

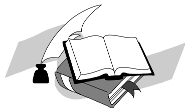
$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{r}_0} \qquad \boxed{\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{\omega}\times\vec{r}\,' + \vec{v}_{O'}}$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}\,' + \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\,' + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,') + \vec{a}_{O'}\right] + 2\vec{\omega}\times\vec{v}\,'}$$

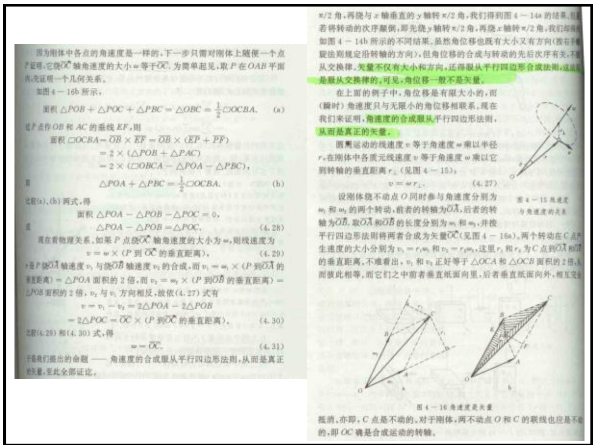
李复，力学教程(上)，清华大学出版社

▲ 小结速度和加速度的性质：

- 相对性：必须指明参考系
- 矢量性：有大小和方向，遵守平行四边形法则
- 瞬时性：大小和方向可以随时间改变
- 在 $u << c$时，有伽利略速度变换和加速度变换



第一章结束

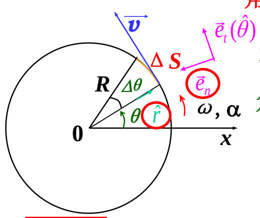


角量

角位移（标量）： $\Delta\theta$

角速度：$\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt}(\hat{r}\times\vec{e}_t) = \dot{\theta}\,(\hat{r}\times\vec{e}_t)$

角加速度：$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \ddot{\theta}\,(\hat{r}\times\vec{e}_t)$

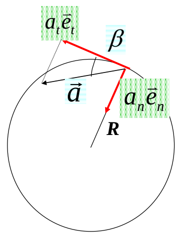


线量

速度：$\vec{v} = v\,\hat{v} = \frac{ds}{dt}\hat{v} = \frac{R\,d\theta}{dt}\hat{v} = \vec{\omega}\times\vec{R}$

其中，$\vec{R}=R\hat{r}$

加速度：



$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{R}\vec{e}_n = a_t\vec{e}_t + a_n\vec{e}_n$$

$\vec{a}_t$: 切向加速度,引起速度大小改变

$\vec{a}_n$: 法向(向心)加速度,引起速度方向改变

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{a_n}{a_t}$$

加速度

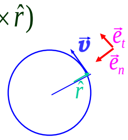
$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}(\vec{A}\cdot\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}\cdot\vec{B})$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega}\times\vec{R}) = R\frac{d}{dt}(\omega(\hat{r}\times\vec{e}_t)\times\hat{r})$$

$$= R\left\{\frac{d\omega}{dt}((\hat{r}\times\vec{e}_t)\times\hat{r}) + \omega(\hat{r}\times\vec{e}_t)\times\frac{d\hat{r}}{dt}\right\}$$

$$= R\left(\frac{d\omega}{dt}\vec{e}_t + \omega(\hat{r}\times\vec{e}_t)\times\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_t\right) = R\left(\frac{d\omega}{dt}\vec{e}_t + \omega^2(\hat{r}\times\vec{e}_t)\times\vec{e}_t\right)$$

$$= R\left(\frac{d\omega}{dt}\vec{e}_t - \omega^2\hat{r}\right) = \left(\frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{R}\vec{e}_n\right) = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

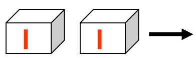


平面运动：$(\hat{r}\times\vec{e}_t)$是常矢量

- 机械运动的基本运动形式

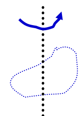
平动　转动　振动

平动 translational motion



任一直线是一组平行线

转动 rotation



振动 vibration