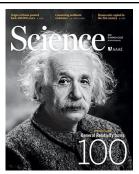
# 广义相对论——爱因斯坦的 引力理论





爱因斯坦的《广义相对论》 论文发表于1915年12月2日

# 爱因斯坦说:

- •狭义相对论如果我不发现, 五年之内就会有人发现。
- •广义相对论如果我不发现, 50年之内也不会有人发现!

惠勒用两句"诗"概括广义相对论:

# 物质告诉时空如何弯曲, 时空告诉物质如何运动。



物理学家约翰·阿奇博尔德·惠勒 (John Archibald Wheeler)

## 1 广义相对论的两条基本原理

1.1 狭义相对论的局限性

牛顿力学

(狭义相对论

进一步的思考

一切惯性系对

一切惯性系对所 力学规律平权 有物理规律平权

非惯性系与惯性系 会平权吗? 惯性系 更优越吗?

无法在引力场中写出满足相对论假设的运动方程

时空与运动 速度无关

时空与运动 速度有关

时空与物质有 什么关系?

关于惯性和引力的思考,是开启这一迷宫大门的钥匙,最 终导致广义相对论的建立。

## 1.2 等效原理

1. 惯性质量与引力质量

依据牛顿第二定律定义的质量叫惯性质量

 $F = m_i a$   $m_i$  ——惯性大小的量度

依据万有引力定律定义的质量叫引力质量

 $F = G \frac{M}{m_g^2} m_g = g m_g$   $m_g$  ——产生和接受引力的能力

比萨斜塔实验揭示出重力场中同一地点,任何自由下落的物 体都有相同的加速度。当物体在地球附近作自由落体时:

 $F = G\frac{M}{r^2}m_g = m_i a$   $a = \frac{GM}{r^2} \binom{m_g}{m_i}$  普适常量

爱因斯坦把两种质量等效提高到基本原理的高度

 $m_g = m_i$ 

- 称为惯性质量与引力质量相等定律



惯性质量与引力质量相等, 在引力场中自由飞行的物 体,其加速度 $\bar{a}$ 必等于当地的引力强度 $\bar{g}$ 。

2. 惯性力与引力

#### ◆ 问题

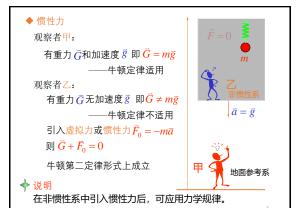
万有引力普遍存在 大量物理定律

包括狭义相对论

物质参考系总有加速度 都只适用于惯性参考系

真正的惯性参考系不存在 惯性系在自然界却不存在!

能否找到一个消除引力的真正的惯性参考系??



#### 牛顿与苹果落地



◆ 爱因斯坦两个假想实验(爱因斯坦电梯——局部惯性系)

比较

实验一 自由空间加速电梯 引力场中静止的电梯  $m_i g$  惯性力

封闭在电梯中的观察者观察小球的运动规律相同: 物体均以 g 的加速度竖直下落

惯性力与引力的效应相同, 无法判断小球加速下落的原因?

♦ 结论

惯性力等效于引力。

## 实验二

引力场中某一时空 点自由下降的电梯 (加速参考系)



两个参考系中 观察得到的物 体运动状态相 同——静止或 匀速运动



远离引力场的自由空间中

相对某一恒星静止的电梯

(惯性系)

## ★结论

- (1) 自由下落的参考系与惯性系等效。
- (2) 可以在引力场中的任何一个时空点(局部区域)找到一 个在该引力场中自由下落的惯性系——局部惯性系。

#### 3. 广义相对论的等效原理

局域内加速参照系形成的物理效应与引力场的一切物理 效应等效。即一个均匀的引力场与一个匀加速参照系完全等 价。

## → 说明

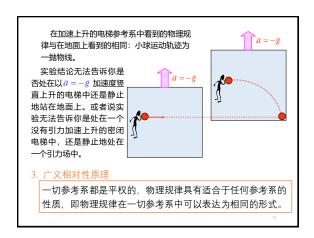
在局部惯性系内可以将引力消除,但其它力没有这样的 性质!例如:不能依靠选择参照系来消除电磁力, "引力 的本性就是没有引力"。

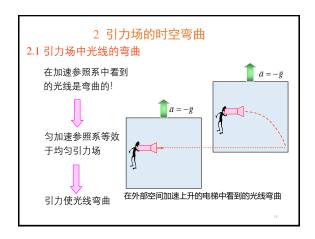
#### 1.3广义相对性原理

1. 问题

物理规律是否会受到加速参考系的影响? 即非惯性系 和惯性系是否平权?

2. 思想实验





任何质量都使它周围的空间区域产生向着它的"弯曲"。比喻:



绷紧的弹性薄膜向重物下 陷或弯曲,使小球滚向重物, 相当于重物"吸引"小球。

爱因斯坦提出:引力不同于其它种类的力,它只不过是时空不平坦的这一事实的后果。物体并非由于称为引力的力而沿弯曲轨道运动,而是沿着弯曲空间中最接近直线的称作测地线的轨迹运动。

爱因斯坦的引力场方程

$$G_{\mu\gamma} = R_{\mu\gamma} - \frac{1}{2} g_{\mu\gamma} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\gamma}$$

 $T_{\mu\gamma}$  是依赖于物质分布及运动的张量

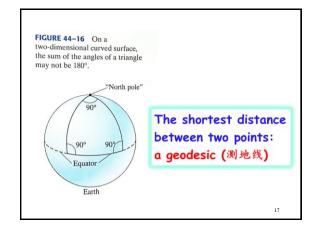
 $G_{cc}$  是描述时空弯曲性质的曲率所决定的张量

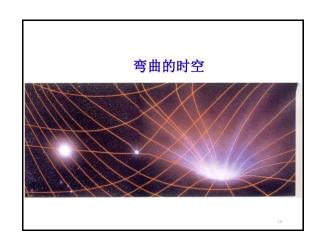
这个方程描述了处于时空中的物质是如何影响其周围的时空几何,并成为了爱因斯坦的广义相对论的核心。

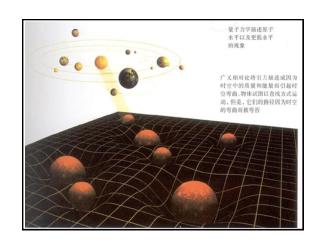
1916年施瓦西求得在特定条件下-静止球对称质量分布、在质量分布以外空间-爱因斯坦引力场方程的严格解

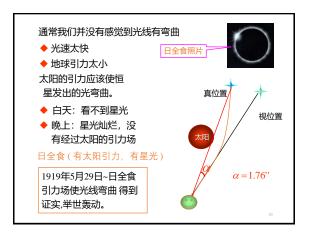


16









## 光线偏折

广义相对论: Δθ =1.75"

牛顿理论:  $\Delta\theta = 0.875$ "

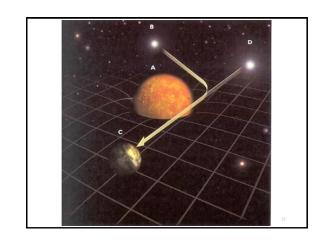
实验观测: (1918年: 爱丁顿

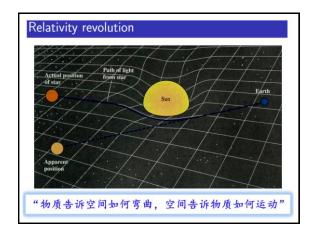
西非普林西比;

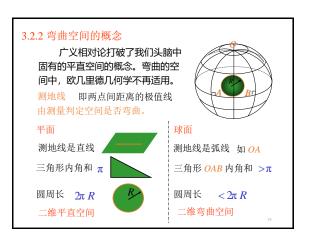
巴西,阴雨)

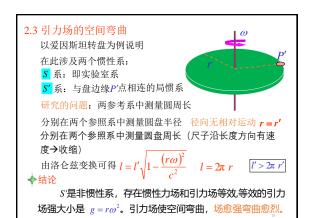
 $\Delta\theta = 1.98 \pm 0.12$ "

今天:  $\Delta\theta = 1.89$ "









## 2.4 史瓦西场中固有时与真实距离

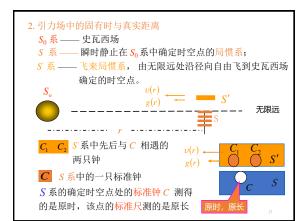
1. 基本概念

**史瓦西场** 在远离其它星球引力场的外部自由 太空中,一个星球的外场。

标准钟 在无引力的地方有一系列的走时完全一样 的钟,然后把它们分别放到引力场中的各 时空点——称各地的标准钟。

标准尺 在无引力的地方有一系列的完全一样的刚性微分尺,然后把它们分别放到引力场中的各时空点——称各地的标准尺。

某处的固有时 由静止在该处的标准钟测得的时间间隔。 某处真实距离 由静止在该处的标准尺测得的空间间隔。



设原时 $\mathrm{d}\tau$ 、原长 $\mathrm{d}\sigma$ , $\mathrm{d}t$ 、 $\mathrm{d}x$ 为飞来局惯系中测得的相应时间和长度  $\mathrm{d}\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{d}x$ 

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \qquad d\sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} dx$$

由机械能守恒,飞来局惯系S"到达r处的速度由下式定出

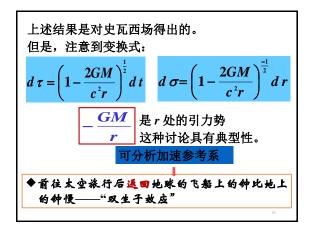
$$\frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GMm}{r}\right) = 0 \implies v^2 = \frac{2GM}{r}$$

$$d\tau = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{\frac{1}{2}} dt$$



二式充分反映和说明了引力场对时空的影响。可以看出:引力场愈强,钟愈慢,尺缩愈烈,空间弯曲愈烈。





#### 铯钟环球飞行实验(地球自西向东转)

•1971年,英国海军天文台,哈菲尔、吉丁等

5只铯钟: 1只放在地球赤道上(对照钟);

4只放在赤道上空的喷气飞机上向东飞行;

然后,再放在向西飞行的喷气飞机上, 环球一周。

	实验结果	向东飞行	向西飞行	
(4只飞行铯钟的平均值)		-59±10	273±7	
理论值	运动学效应	-184±18	96±10	
(ns)	引力效应	144±14	179±18	
	总效应	-40±23	275±21	

# 关河道中

韦庄【唐末五代】

槐陌蝉声柳市风,驿楼高倚夕阳东。 往来千里路长在,聚散十年人不同。 但见时光流似箭,岂知天道曲此弓。 平生志业匡尧舜,又拟沧浪学钓翁。

#### 3 宇宙的形状和命运

宇宙的三种模型及未来预言

星系光谱的红移现象

星系光谱的红移现象说明 星系在退行,宇宙在膨胀



宇宙的膨胀率)和平均质量密度与某一临界密度的比值② 决定了宇宙的几何形状、宇宙的未来和命运。

Ti ti

 $\Omega = \frac{\text{平均质量密度}}{\text{临界质量密度}}$ 

预言的三维宇宙的三种几何形状:

#### 闭合宇宙: 三维球形空间, 体 开放宇宙 $\Omega < 1$ 积有限火小、人 膨胀变慢 → 膨胀停止 集中于一点 — 向内收缩 开放宇宙:马鞍形的结构,体 闭合宇宙 积无限 /大、// $\Omega > 1$ 膨胀快 → 膨胀变慢 目前 永远膨胀下去 🗲 不能确定属于哪个模型 平坦宇宙: 无大规律的弯曲 因为,、广无法确定 $\gamma$ 、 $\rho$ 符合一定条件 膨胀变慢→膨胀停止 →星系永久分开

### 4 宇宙的起源——大爆炸与宇宙膨胀

## 4.1 宇宙膨胀——哈勃红移

## 1. 星系红移现象

星系的光谱线波长变长的现象叫<mark>星系红移。</mark> 用多普勒效应解释星系红移现象可知:星系在远离我们 运动——<mark>星系退行</mark>。退行速度由哈勃定律给出。

2. 哈勃定律

 $v = H_0 r \longrightarrow$ 星系与地球的距离

退行速度 哈勃常数15(km/s)/百万光年

哈勃定律描绘的是一幅宇宙正在膨胀的图像, 和爱因斯坦引力场方程的运动解完全一致, 所以, 宇宙膨胀是广义相对论的一个自然结果。它彻底改变了在大尺度上天体应处于静止的传统观念。

#### 4.2宇宙大爆炸

既然宇宙正在膨胀,那么宇宙的过去、现在和将来又如何呢? 1946年,美籍俄裔物理学家伽莫夫提出:宇宙是从一个爆炸的火球开始的,并预言了大爆炸的遗迹——微波背景辐射。

目前盛行的热大爆炸理论描绘的宇宙演化过程如下表

宇宙时间	时代	≇ 件	主要阶段	温度(k)	距今年限
	奇点	大爆炸	大爆炸开始		~140亿年
10-44s	普朗克时 代	时间、空间、真空场		1032	
10 <sup>-35</sup> s	大统一时 代	暴涨,粒子产生,强 力		10 <sup>27</sup>	
10 <sup>-6</sup> s	强子代	质子—反质子湮灭。 蜀力,电磁力	所有粒子处 于平衡	$10^{13}$	
	粒子代	电子—正电子温灭	平衡终止	1010	

宇宙时间	时代	事件	主要阶段	温度(K)	距今年
1分	辐射代	中子、质子聚变为氦核		109	
20分		無、化学元素形成			
30分		粒子间停止强相互作用		108	
70万年		复合			
100万年	退欄代	光子、粒子分离,字宙 透明,原子生成		3× 10 <sup>3</sup>	
50亿年		星系、恒星形成	星系形成		
100亿年		银河系、太阳、行星形 成			40亿年
101亿年	始生代	最老地球岩石			39亿年
120亿年	原生代	生命产生			20亿年
130亿年		今天宇宙			10亿年
138亿年	中生代	哺乳类			2亿年
140亿年	中生代	智人		36	10万年

#### 4.3 大爆炸理论预言的一些验证

#### 1. 氦丰度

根据大爆炸理论,在大爆炸之初的几分钟里,宇宙温度极高,质子聚变产生氦,可推算出反应后的氢和氦的丰度的质量比为3:1,并根据宇宙膨胀速度及热辐射温度的测量,计算出宇宙早期产生的氦丰度数值恰为30%,这种比值在半小时后就保持了下来。

宇宙大爆炸理论解释了氦丰度问题,提供了支持宇宙大爆炸理论的证据。

#### 2. 天体的年龄

按宇宙大爆炸理论,假定宇宙过去一直以现在的速度膨胀  $v = H_0 r$   $\longrightarrow$   $t = r/v = 1/H_0 = 140$ 亿年

约 100~200亿年

放射性年代法估算为70~150亿年 和宇宙大爆星系演化理论估算为90~150亿年 炸理论相符目前公认的宇宙年龄为150亿年

#### 3. 宇宙 (微波) 背景辐射

宇宙背景辐射是来自空间背景上的各向同性的微波辐射。

1946年,伽莫夫预言:  $100多亿年前宇宙大爆炸产生的 光子仍存在于太空之中,并推算出其光子的波长<math>\lambda = 1$ mm,温度T = 5K左右。

1964年,美国科学家彭齐亚斯、威尔逊在实验中发现消除不掉的"噪声"干扰,此背景辐射的等效黑体温度为3K,这就是大爆炸理论预言的宇宙辐射,二人获1978年诺贝尔物理学奖。

#### 宇宙背景探索卫星得到的微波背景辐射的另外两个特点

- (1) 微波背景辐射的频谱分布严格遵从平衡态黑体辐射的 普朗克公式。
- (2) 宇宙背景辐射具有高度的各向同性,微波背景辐射是早期宇宙留下的"化石"。

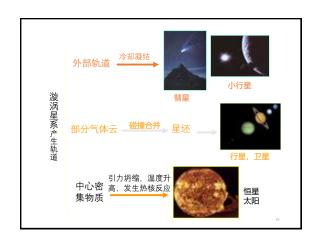
宇宙背景辐射的发现被认为是20世纪天文学的一次 重大成就,是对大爆炸宇宙学的有力支持。

#### 4. 太阳的年龄

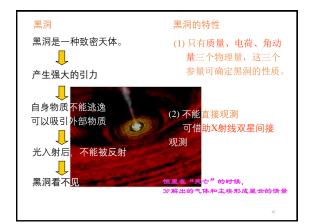
按宇宙大爆炸理论推算的目前公认值为50亿年左右。用 放射性同位素测定天体方法估算出太阳系的年龄约45亿年, 和宇宙大爆炸理论相符,又一次支持了大爆炸宇宙学。

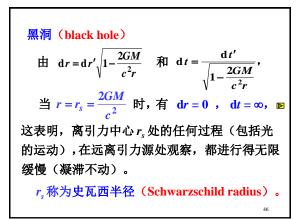




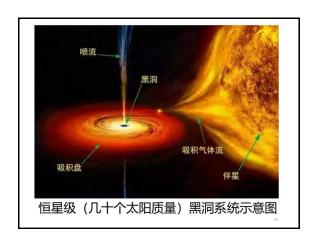


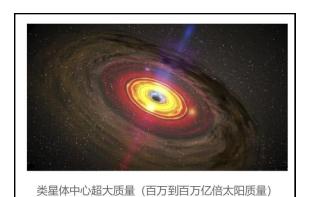




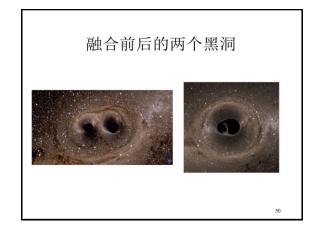


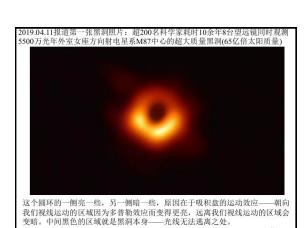
当  $r \le r_s$  时,逃逸速度:  $v_{35} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \ge \sqrt{\frac{2GM}{r_s}} = c$  任何物体都逃不出去。  $r = r_s$  的球面称为视界(horizon)。 地球的  $r_s = 8.8 \times 10^{-3} \, \mathrm{m} < 1 \, \mathrm{cm}$  ,太阳的  $r_s = 3.0 \times 10^{-3} \, \mathrm{m}$  。 质量  $M > (2 \sim 3) \, M_{\mathrm{太H}}$ 时,才可能形成黑洞,此时  $r_s \sim 10 \, \mathrm{km}$  。

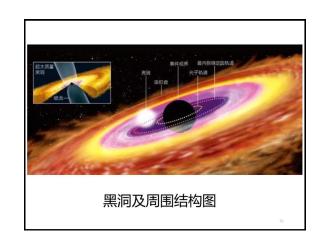


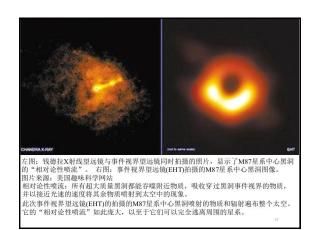


黑洞及吸积盘、喷流示意图











## 7 广义相对论的可观测效应

#### 7.1 水星近日点的进动

1895年发现,水星的运动轨迹并非严格椭圆。每转一 圈长轴也略有转动,称为<mark>进动</mark>。

#### 进动角速率:

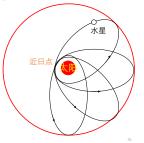
实测值: 1°33'20.73"/100年 牛顿值: 1°32'37.62"/100年 差 值: 43.11"/100年

原因是什么?

预言:太阳附近有尚未 发现的小行星

观测:没有找到

经典引力理论存在缺陷



#### 广义相对论的解释:

1916年,爱因斯坦广义相对论终于为行星近日点进动提供了解释。 太阳质量使它周围的时空发生弯曲,行星是在沿着弯曲时空的测地线运动,这个测地线并非是闭合的,也并不是严格的椭圆或双曲线,轨线的轴会随时间而缓慢进动,这样就有了水星近日点进动。

由此得出水星和其它行星进动的后牛顿修正值

行星	观测值	理论值
水星	43.11"±0.45"/100年	43.03"/100 <b>年</b>
金星	8.4"±4.8"/100 <b>年</b>	8.6"/100 <b>年</b>
地球	5.0"±1.2"/100年	3.8"/100年
伊卡鲁斯(小行星)		10.3"/100年

观察值和理论值符合得相当好,间接说明了广义相对论的正确性。

## 水星轨道近日点的进动

→ 5600.73 ± 0.41"/百年, (观测) 5557.62 ± 0.20"/百年, (计算)

★ 43.11"/百年的进动无法解释

→ 勒维叶的猜测,火神星 (勒维叶与亚当斯发现海王星)

→ 广义相对论的回答: 43"/百年

#### 7.2 引力波

由广义相对论,加速运动的物体将发射出引力辐射或引力波



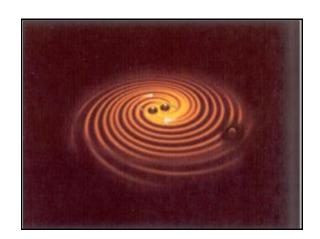
两个质量分别为m<sub>1</sub>和m<sub>2</sub>的物体构成的体系在振荡时,将发射引力波,到1978年,通过对双星辐射阻尼的检测证实了引力波的存在。

双星是由两颗沿椭圆轨道相互绕转的中子星组成,是一个典型的引力辐射源。引力辐射将双星的能量慢慢带走,使其能量减少,周期变慢,这个性质称为引力辐射阻尼。经长期观测,表明双星的运动周期在稳定变短,周期随时间的变化率为 dT/dr = -2.6×10<sup>-12</sup>, 这有力地提供了引力波存在的证据,再次证明了广义相对论的正确性。

## 引力波

- 广义相对论预言: 有引力波,以光速传播。
- · J.H.Taylar,R.A.Hulse发现脉冲双星(PSR1913+16)轨道 周期每年减少约万分之一秒,恰好可用引力辐射来解释。 由于对脉冲双星研究的贡献获1993年诺贝尔物理奖,但

由于对脉冲双星研究的页献获1993年诺贝尔物理奖, 未明确指明发现引力波。



## 引力波的探测

科普导读材料: Earth as Giant Gravitational Wave Detector

Upper Limit on a Stochastic Background of Gravitational Waves from Seismic Measurements in the Range 0.05-1 Hz

Michael Coughlin and Jan Harms

Published March 13, 2014

# 引力波成功探测——爱因斯坦百年预言证实



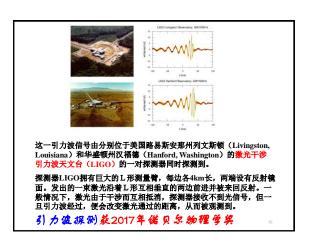
2016年2月11日,美国国家科学基金和欧洲引力天文台,正式宣布第一次直接观测到了来自13亿年前两个黑洞撞击合并瞬间产生的时空涟漪——引力波。

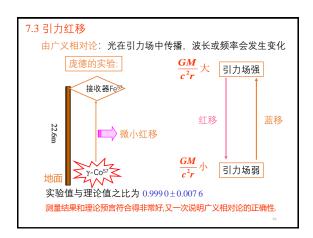


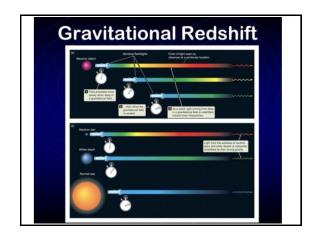
两个超大质量的物体互相旋转,周围被弯曲的空间就会发生持续的拉伸和收缩震荡。 扭曲时空的引力波也在这个过程中以光速 向外传播出去。

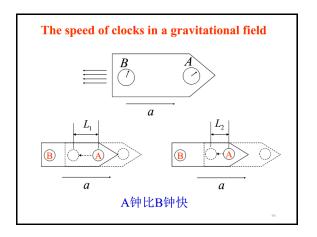


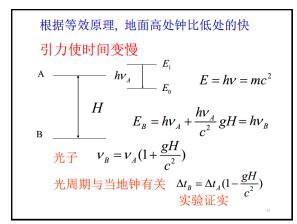
2015年9月14日,研究人员利用<mark>激光干涉引力波天文合(LIGO)</mark>探测器探测到两个黑洞合并的引力波。据估计,两个黑洞的质量分别相当于36个与29个太阳质量,合并过程中,有3个太阳质量的能量以引力波的形式释放。

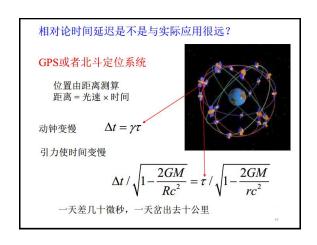


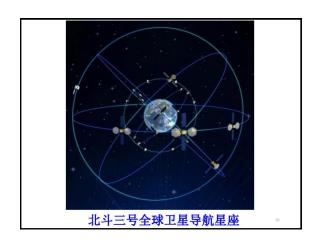


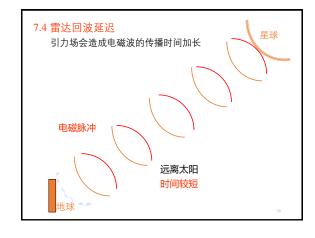


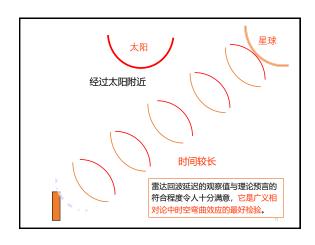












1993年5月8日,梵蒂冈教皇约翰•保罗二世 代表天主教为伽利略平反,并向全球的科学家 道歉。

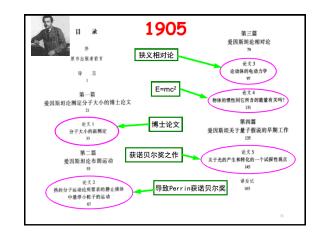
当时由李政道代表全球的科学家发言。

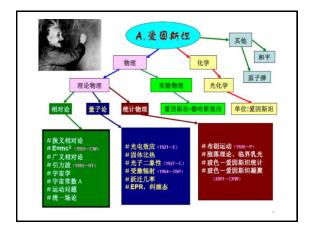
李政道面对教皇说: "是地球绕太阳转,还是太阳绕地球转,这两个说法都不错,因为这是相对的。在伽利略时代,人们还不明白这个原理。不对的是教皇强迫伽利略放弃自己的观点,强逼伽利略不能讲学并将他软禁。现在能为他平反,我感到很高兴。"



# 附录:

爱因斯坦学术成就与影响





爱因新但: 怎样获得诺贝尔奖?

# 提名Einstein的領域

- 相对论;量子论;引力论;布朗运动;光量子;统计力学;临界乳光;比热;数学物理; 光电效应;爱因斯坦一德哈斯效应等。
- 提名最多的领域是相对论,包括狭义和广义相对论。但是,获奖的却是光电效应。

# 1921 光电故应



- 得奖年: 1921
- · 得奖人: A. Einstein
- 得奖项目: for his services to theoretical physics, and especially for his discovery of the law of the photoelectric effect
- · 瑞典皇家科学院秘书的信: "...但是没有考虑您的相对论和引力理论一旦得到证实所应获得的评价"

检验爱因斯坦理论或 与爱因斯坦理论密切相关 的研究工作而 获诺贝尔奖的

# 1926 布朗运动



- 得奖年: 1926
- 得奖人: J.B. Perrin
- 得奖项目: for his work on the discontinuous structure of matter, and especially for his discovery of sedimentation equilibrium
- 说明: 首次实验证明Einstein的布朗运动理论

# 1927 康善顿故应



- 得奖年: 1927
- 得奖人: A.H. Compton
- 得奖项目: for his discovery of the effect named after him
- 说明: 首次证明光子同时具有能量、动量、频率、波长——"E=hν, p=h/λ"

## 1951 $E=mc^2$



- 得奖年: 1951
- 得奖人: Sir J.D. Cockcroft & E.T.S. Walton
- 得奖项目: for their pioneer work on the transmutation of atomic nuclei by artificially accelerated atomic particles
- 说明: "a verification was provided by this analysis for Einstein's law concerning the equivalence of mass and energy"

# 1964 爱滋辐射



- 得奖年: 1964
- 得奖人: C.H. Townes, N.G. Basov, A.M. Prochorov
- 得奖项目: for fundamental work in the field of quantum electronics, which has led to the construction of oscillators and amplifiers based on the maser-laser principle
- 说明: maser-laser based on 受激辐射

# 1993 引力彼



- 得奖年: 1993
- 得奖人: R.A. Hulse, J.H. Taylor, Jr
- 得奖项目: for the discovery of a new type of pulsar, a discovery that has opened up new possibilities for the study of gravitation
- 说明: 验证了引力波

#### 2001 Bose - Einstein凝聚



- 得奖年: 2001
- 得奖人: E.A. Cornell, W. Ketterle, C.E. Wieman
- 得奖项目: for the achievement of Bose-Einstein condensation in dilute gases of alkali atoms, and for early fundamental studies of the properties of the condensates

# 爱因斯坦的工作还会导致哪些诺贝尔奖?

# 量子信息学与量子纠缠

- EPR effect
- Entanglement
- 量子信息学
- 量子计算机

# 类星体与引力透镜效应

- 1979: Walsh, Carswell, Weymann 发现了首个类星体(0957+561)的引力透镜现象。
- 随后,一大批引力透镜现象(包括爱因 斯坦环、爱因斯坦弧等)被发现。

## 微波背景辐射各向异性的发视

- COBE卫星
- WMAP卫星 导致精确宇宙学、和谐宇宙学的建立

# 里洞粉理及其观测

- 黑洞物理以及黑洞天体物理
- 黑洞吸积及辐射
- 黑洞观测与证认

# 引力波的探测

- 间接检验引力波 已有Hulse—Taylor工作(已获奖) 双脉冲星观测
- 已有许多方案和卫星设计直接观测引力波 (很可能会导致新奖)

# 宇宙学与宇宙常数△

- 爱因斯坦宇宙
- 宇宙常数A-万有斥力
- 宇宙常数A-三起三落
- 宇宙年龄
- 减速因子一加速膨胀的发现
- 暗能量
- 精确宇宙学、和谐宇宙学
- 大突破的前夕

# 爱因斯坦的主要成就

- 1905 狭义相对论(受马赫思想启发) 光子说
- 1915 广义相对论(受马赫思想启发,得 到格罗思曼与希尔伯特的帮助)

#### 其他成就:

分子运动论,量子统计,激光原理,统一场论,与哥本哈根学派的论战

## 爱因斯坦是人而不是神

#### 他曾经:

- •不同意膨胀宇宙模型:
- •不同意白矮星存在质量上限:
- •不同意有黑洞存在:
- •不同意H.Weyl的规范场论;
- •始终不同意量子力学的统计解释

... ..

这些不同意见有对有错,他从正反两方面推动了 物理学的发展。 爱因斯坦作出划时代的成就是

在25岁-45岁之间

•26岁:狭义相对论,光量子论

•36岁: 广义相对论

我没有什么别的才能,只不过喜欢 刨根问底地追究问题罢了。

---爱因斯坦

时间、空间是什么,别人在很小的 时候就搞清楚了,我智力发展迟缓, 长大了还没有搞清楚,于是一直揣摩 这个问题,结果也就比别人钻研得更 深一些。

---爱因斯坦

爱因斯坦的成就,只有牛顿可以 与之比美。

(谁是第二伟大的物理学家?)

爱因斯坦领导了20世纪的科学革命, 奠定了现代物理学的基础。