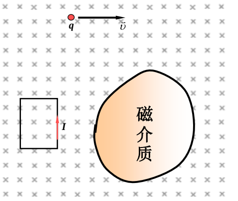
△ 第十七、十八章　磁力与磁场

目　录

磁学

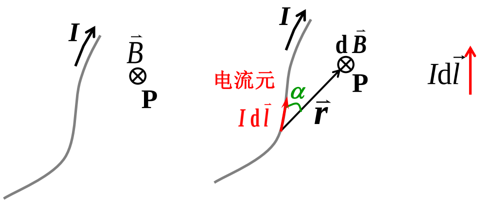


- 磁场的产生和分布；
- 磁场的性质；
- 磁场和物质的相互作用

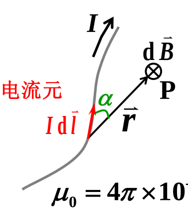
一、 磁场的产生和规律

1.基本定律

（1）毕奥 — 萨伐尔定律



（1）毕奥 — 萨伐尔定律



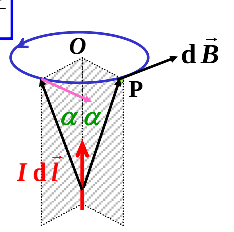
$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0 I\, d\vec{l}\times\vec{e}_r}{4\pi r^2}}$$

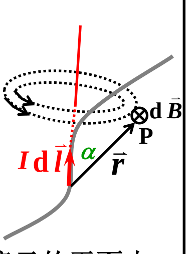
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, dl\sin\alpha}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A}$ ——真空的磁导率

电流元不在自身方向上激发磁场。

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0 I\, d\vec{l}\times\vec{e}_r}{4\pi r^2}}$$





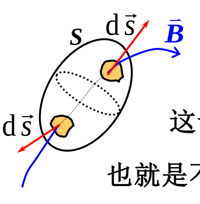
电流元的磁感应线在垂直于电流元的平面内，是圆心在电流元轴线上的一系列同心圆。

磁感应线绕向与电流流向成右手螺旋关系。

（2）叠加原理 $\boxed{\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i\ ,\ \vec{B} = \int d\vec{B}}$

2.基本性质（基本定理）

（1）磁通连续原理 （$\vec{B}$的高斯定理）



$\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0}$　$\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}}$

这说明 $\vec{B}$ 线闭合，无头无尾，

也就是不存在单独磁荷（磁单极子）。

因此，磁场是不发散的（无源场）：

$$\mathrm{div}\,\vec{B} \equiv \nabla\cdot\vec{B} = 0$$

***磁单极（magnetic monopole）：**

根据电和磁的对称性：

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = q_0 \longrightarrow \oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = q_m \qquad q_m \text{ — 磁荷}$$

1931，Dirac预言了磁单极子的存在。

量子理论给出电荷q和磁荷q_m存在关系：

$$q\cdot q_m = nh, \quad (n=1,2,3\cdots)$$

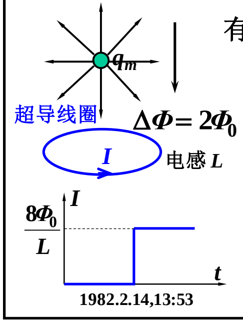
∴只要存在磁单极子就能证明电荷的量子化。

磁单极子质量：$m = 2\times10^{-11}\,\mathrm{g} \approx 10^{16} m_p$。

这么大质量的粒子尚无法在加速器中产生。

人们希望从宇宙射线中捕捉到磁单极子。

斯坦福大学Cabrera等人的研究组利用超导线圈中磁通的变化测量来自宇宙的磁单极子。



有磁单极子穿过时，感应电流

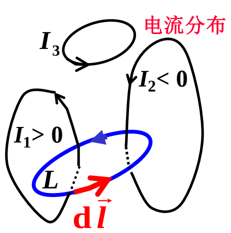
$$I = 2\Phi_0 / L$$

实验中采用了直径5cm的铌线圈4匝。经过151天的连续等待，1982.2.14自动记录仪记录到了预期电流的跃变。

以后再未观察到此现象。

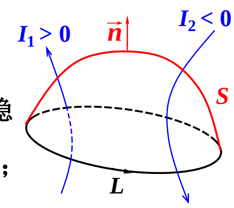
目前仍然不能在实验中确认磁单极子存在。

（2）安培环路定理



$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_o \sum I_{内}}$$

说明：——



1）安培环路定理只适用于稳恒电流（闭合或伸展到∞）；

2）$I_{内}$ 流向与L绕向成右手关系时$I_{内}$为正，

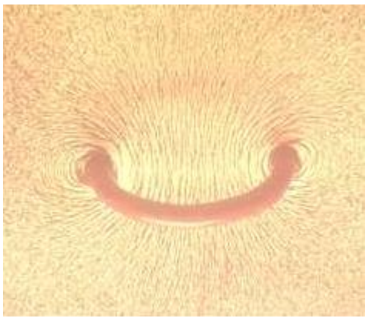
$I_{内}$ 流向与L绕向成左手关系时为负；

3）$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 中的$\vec{B}$ 是全空间电流的贡献；

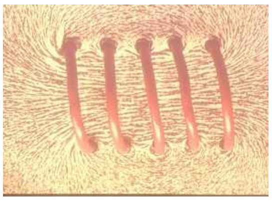
4）$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$ 说明磁场为非保守场（涡旋场）。

各种典型的磁感应线的分布：

直线电流的磁感线



圆形电流的磁感线



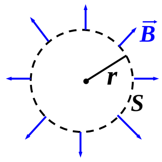
直螺线管电流的磁感线

环形螺线管电流的磁感线

3. 应用基本定理分析磁场举例

[例1] 证明不存在球对称辐射状磁场:$\vec{B}=f(r)\vec{e}_r$

证:选半径为 r 的球面为高斯面 S,由题设有:



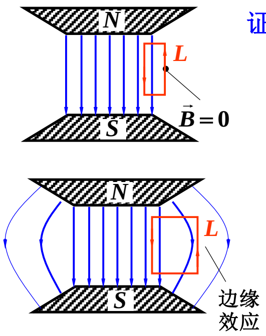
$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=f(r)\cdot 4\pi r^2\neq 0$$

这与 $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=0$ 矛盾。

∴ 不存在 $\vec{B}=f(r)\vec{e}_r$ 形式的磁场。

13

[例2] 证明不存在突然降到零的磁场。



证:选图示的闭合回路 L,

应有:$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I_{内}=0$。

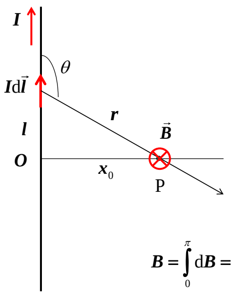
但图示情况 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}\neq 0$

所以不存在这样的磁场。

实际情况应有边缘效应。

14

[例3] 求无限长直导线产生的磁场



对称性分析

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

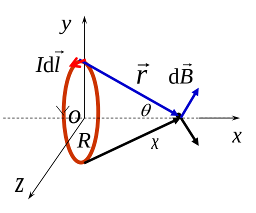
$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

$$l=-x_0 ctg\theta, r=x_0/\sin\theta$$

$$B=\int_0^\pi dB=\int_0^\pi\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^\pi\frac{d\theta\sin\theta}{x_0}=\frac{\mu_0 I}{2\pi x_0}$$

15

[例4] 求圆电流在轴线上产生的磁场



$$B_x=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\frac{R}{r}$$

$$=\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{r^3}$$

$$B=\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

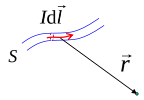
圆心处:

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$$

方向:沿轴线右手螺旋

16

[例5] 匀速运动点电荷的磁场



$$d\vec{B}=\frac{\mu_0 Id\vec{l}\times\hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$\frac{d\vec{B}}{dN}$$

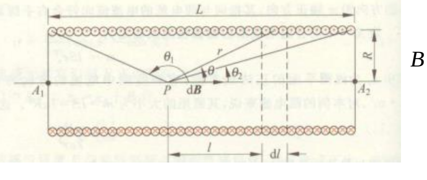
$$Id\vec{l}=S\vec{j}dl$$
$$=nq\vec{v}dV$$
$$=q\vec{v}dN$$

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0 q\vec{v}\times\hat{r}}{4\pi r^2}}$$

17

[例6] 无限长直密绕载流螺线管 n、I,

求轴线上的磁场



圆电流在轴线上产生的磁场

$$B=\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$dB=\frac{\mu_0}{2}\frac{(Indl)R^2}{(R^2+l^2)^{3/2}}$$

$$dB=\frac{\mu_0}{2}\frac{(Indl)R^2}{(R^2+l^2)^{3/2}}=-\frac{\mu_0 nI}{2}\sin\theta d\theta$$

$$l=\frac{R}{tg\theta}\qquad dl=-\frac{Rd\theta}{\sin^2\theta}\qquad B=\mu_0 nI$$

18

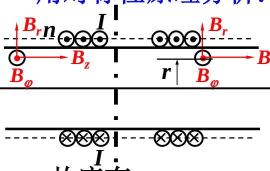
[例7]已知：无限长直密绕载流螺线管 n、I。

求：管内、外磁感强度。

解：∵n大（密绕），∴螺距小，螺线管可简化为由一匝匝平面圆电流圈并排排列所组成。

由无限长条件和轴对称，有：$\vec{B}=\vec{B}_{(r)}$

用对称性原理分析：该电流系统对图示反射面镜像对称，$\vec{B}$ 是轴矢量。

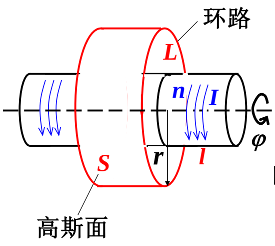


B_z 经镜像反射不变，

B_r和B_φ经空间反演变号，

故应有 $B_r=B_\varphi=0$， $\therefore\ \vec{B}=B_z\cdot\vec{k}$

$\vec{B}=B_z\cdot\vec{k}$ 的结论也可以由 $\vec{B}$ 的高斯定理和安培环路定理导出。



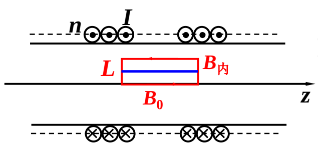
由 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=0$ ，

有： $B_{\varphi(r)}=0$

由 $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=B_{r(r)}\cdot 2\pi rl=0$，

（上下底面通量互相抵消）

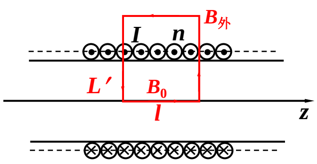
有： $B_{r(r)}=0$



由 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=0$ ， 有：

$B_内=B_0=\mu_0\ n\ I$

$\boxed{\vec{B}_内=\mu_0\ n\ I\cdot\vec{k}}$ z与I的流向成右手螺旋关系。



由 $\int_{L'} \vec{B}\cdot d\vec{l}$

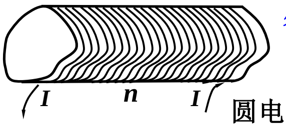
$=B_0\cdot l-B_外\cdot l$

$=\mu_0 nI\cdot l$

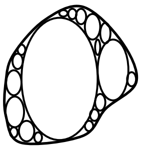
（安）

有： $B_外=B_0-\mu_0\ n\ I=0$

思考：截面形状任意的密绕长直螺线管内外的磁场如何？（书中思考题17.11）

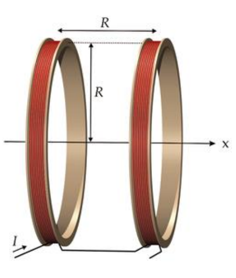


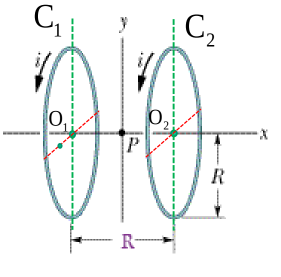
答：螺线管的每圈电流都可看成是无数大大小小的圆电流叠加而成。故从电流分布来看，截面形状任意的密绕长直螺线管可看成无数大大小小的圆截面螺线管叠加而成。管内仍是均匀场 $B=\mu_0 nI$，管外磁感应强度仍为零。



问：对截面任意的短粗螺线管能否这样处理？

[例8] 亥姆霍兹线圈磁场的空间分布





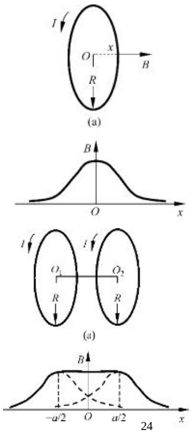
毕奥 — 萨伐尔定律计算结果

载流圆线圈轴线上的磁场

$$B_{轴线}=\frac{\mu_0 N_0 R^2 I}{2\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$

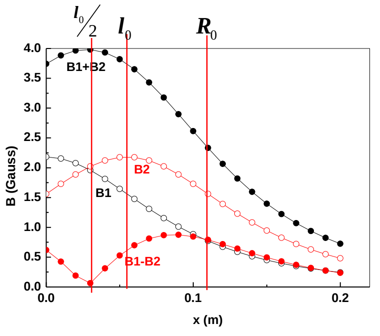
亥姆霍兹线圈的磁场

$$B_{轴线}=B_I+B_{II}$$



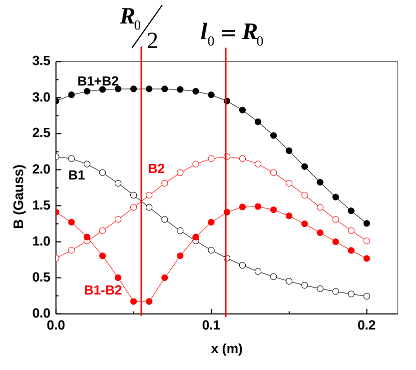
$R_0 = 11\text{cm}, N = 500, I = 7.64\text{mA}$

线圈1和线圈2相距 l_0 时，线圈1和线圈2独自产生的磁场 B_1 和 B_2，以及电流同向和反向合磁场 BT_S, BT_A

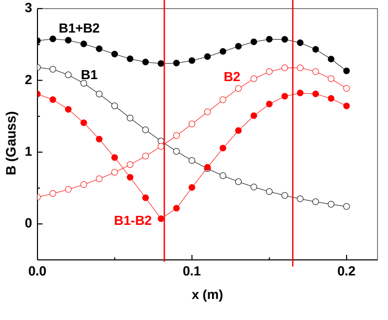


$l_0 = R_0/2$

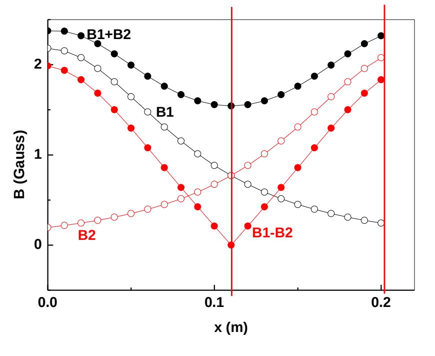
$l_0 = R_0$



$l_0 = 1.5R_0$

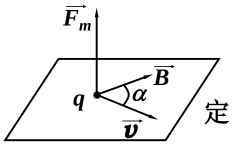


$l_0 = 2R_0$



二、带电粒子在磁场中的运动----洛仑兹力

$$\boxed{\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}}$$



$$F_m = qv\sin\alpha \cdot B$$

定义 $B = \dfrac{F_m}{qv\sin\alpha} \underset{(\alpha=90°)}{=\!=\!=} \dfrac{(F_m)_{最大}}{qv}$

演示 洛仑兹力

$$\vec{B} = \frac{(\vec{F}_m)_{最大}}{qv} \times \vec{e}_v$$

- 单位：特斯拉(T)

  常用单位：高斯(G)

  $1T = 10^4G$

- 实验室能得到的磁场：10^{-1}至几个T，
- 目前获得强磁场的办法：超导磁体

  (静磁场:10T左右, 脉冲(瞬时)磁场: 50T)
- 地磁场：10^{-5}T 左右

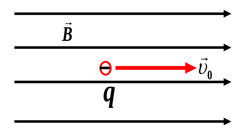
洛伦兹力 $\vec{F}_m = q\vec{\upsilon}\times\vec{B}$

- 速度是相对于观察者所在参考系；
- 洛伦兹力不做功；
- 相对论条件下，牛顿第二定律形式不变

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} - \frac{\vec{\upsilon}(\vec{\upsilon}\cdot\vec{F})}{mc^2} \qquad m = \frac{m_0}{(1-\frac{\upsilon^2}{c^2})^{1/2}}$$

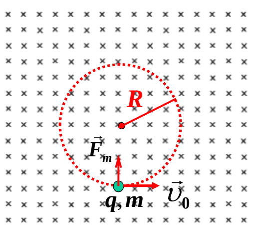
1、均匀磁场

$\vec{\upsilon}_0 // \vec{B}$



沿磁场方向做匀速直线运动

$\vec{\upsilon}_0 \perp \vec{B}$



对称性原理　在垂直于磁场的平面内运动

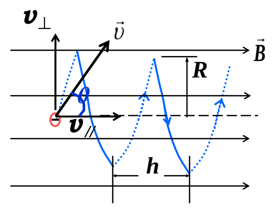
$\vec{\upsilon}_0 \perp \vec{F}$　匀速率的圆周运动

$q\upsilon B = m\upsilon^2 / R$

半径　$R = m\upsilon / qB$

周期　$T = 2\pi R/\upsilon = 2\pi m/qB$　与速率无关

$\vec{\upsilon}_0$ 和 $\vec{B}$ 既不平行也不垂直



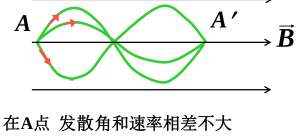
$\upsilon_{//} = \upsilon\cos\theta$　　$\upsilon_\perp = \upsilon\sin\theta$

轴线沿磁场方向的螺旋运动

$R = m\upsilon_\perp / qB$　　$T = 2\pi m / qB$

螺距　$h = \upsilon_{//}T = \frac{2\pi m}{qB}\upsilon_{//} = \frac{2\pi m}{qB}\upsilon\cos\theta$

磁聚焦



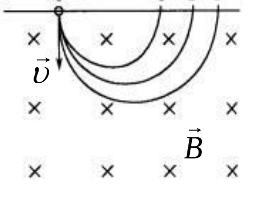
在A点 发散角和速率相差不大

$\upsilon_{//} = \upsilon\cos\theta$　　$\upsilon_\perp = \upsilon\sin\theta$

$h = \upsilon_{//}T = \frac{2\pi m}{qB}\upsilon_{//}$

经过螺距的整数倍后相遇

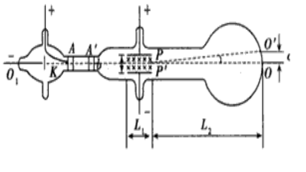
质谱仪和动量谱仪



$R = m\upsilon / qB$

$q/m = \upsilon / RB$

$R = p/qB$

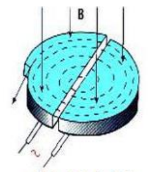


汤姆孙电子荷质比实验装置　$qE = q\upsilon B$

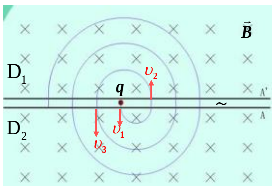
回旋加速器

$T = 2\pi m / qB$

周期与速率无关
（非相对论条件下）



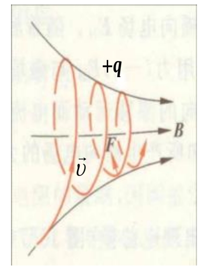
回旋加速器的D型盒



2、不均匀磁场

➤磁镜

强度逐渐增加的磁场能使粒子反射



定性分析

洛伦兹力有与前进方向相反的分量

理论分析 $M = \dfrac{1}{2} m\upsilon_\perp^2 / B = E_{k\perp} / B$

M 磁矩 $\upsilon_\perp$ 横向速率 $E_{k\perp}$ 横向动能

带电粒子做圆周运动，半径为R，周期为T，它等效于载流小线圈，等效电流I，线圈半径R，具有等效磁矩M。

$I = q/T \quad R = m\upsilon_\perp / qB$

$M = IS = \pi R^2 q / T$

$= \dfrac{1}{2} m\upsilon_\perp^2 / B = E_{k\perp} / B$

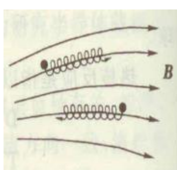
理论证明，M是一个不变量

➤带电粒子的束缚

横向

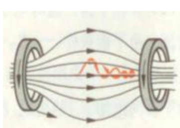
$R = m\upsilon / qB$

磁场越大，回旋半径越小



磁瓶

横向和纵向



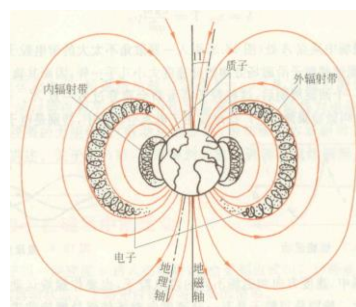
地球的范艾仑辐射带

内带

主要质子

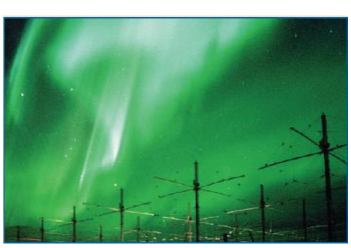
外带

主要电子



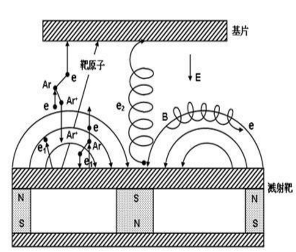
地磁场内的范艾仑辐射带

极光现象



Nature 433 (2005) 471

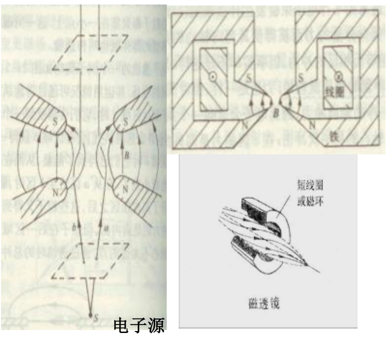
磁控溅射镀膜



电子在磁场中做螺旋运动

增加了与气体碰撞的机会

➢磁聚焦　磁透镜

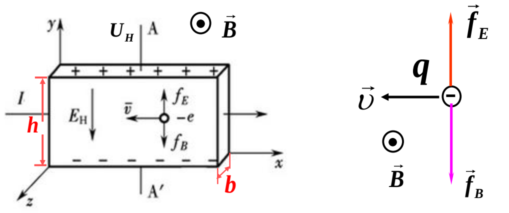


电子源

广泛用在电子显微镜中

三、霍耳效应

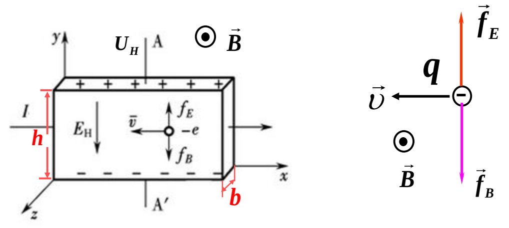
载流子为负电荷-电子



n　载流子浓度　　$\vec{v}$　载流子漂移速度

q　载流子电荷　　U_H　霍尔电压

Edwin H. Hall 在1879年发现的-霍耳效应



$$q\vec{E}_H + q\vec{v}\times\vec{B} = 0$$

$$\vec{E}_H = -\vec{v}\times\vec{B} = -\frac{\vec{j}}{nq}\times\vec{B} = \frac{1}{nq}\vec{B}\times\vec{j}$$

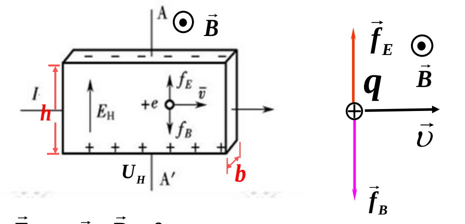
$$K_H = \frac{1}{nq} < 0$$

霍耳系数

$$\vec{E}_H = K_H\vec{B}\times\vec{j}$$

霍尔电场

载流子为正电荷-空穴



$$q\vec{E}_H + q\vec{v}\times\vec{B} = 0$$

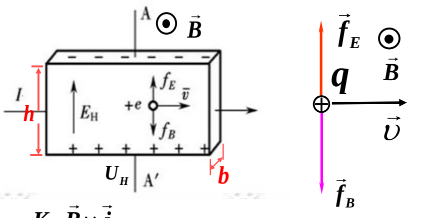
$$\vec{E}_H = -\vec{v}\times\vec{B} = \frac{1}{nq}\vec{B}\times\vec{j}$$

$$\vec{E}_H = K_H\vec{B}\times\vec{j}$$

$$K_H = \frac{1}{nq} > 0$$

可以根据霍尔系数的正负确定载流子的正负

霍尔电压和霍尔电阻



$$\vec{E}_H = K_H\vec{B}\times\vec{j}$$

实际测量时，往往 $\vec{B}$、$\vec{j}$、$\vec{E}_H$ 互相垂直

$$\frac{U_H}{h} = K_H B\times j = K_H B\frac{I}{bh}$$

$$R_H = \left|\frac{U_H}{I}\right| = \left|\frac{1}{nqb}\right| B \propto B$$

$$U_H = K_H\frac{IB}{b}$$

霍尔电压　　霍尔电阻

霍耳效应的应用

$$U_H = \frac{IB}{nbq} = K_H\frac{IB}{b} \qquad K_H = \frac{1}{nq}$$

➢判断半导体载流子种类

➢测量半导体载流子浓度

➢测磁场等　霍耳元件　与AFM结合

➢存在复杂情形，如多种载流子　多带等

【例题】

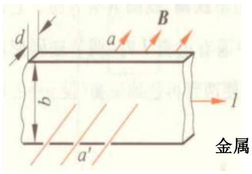
如图所示，一铜片厚为 $d = 1.0mm$

$B = 1.5T$ 磁场方向与样品表面垂直。

自由电子浓度 $n = 8.4\times10^{28}\ /\ m^3$

电流 $I = 10mA$

求霍耳电压 U_H 解



$$U_H = \frac{IB}{nqd}$$

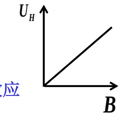
$$= \frac{10\times10^{-3}\times1.5}{8.4\times10^{28}\times1.6\times10^{-19}\times1.0\times10^{-3}}$$

$$= 1.1\times10^{-9}(V) = 1.1(nV)$$

金属的霍耳效应弱

* 量子霍耳效应

经典霍耳效应 $U_H = IB/nqb \propto B$



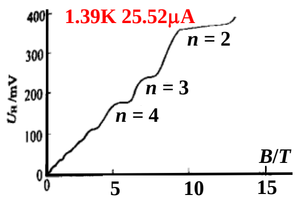
整数量子霍耳效应

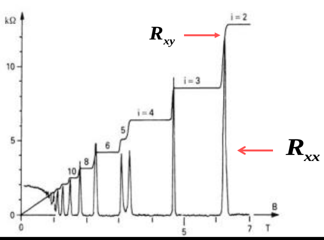
1980年克里青（德国，Klaus von Klitzing)

极低温、强磁场 二维电子气

$R_H \not\propto B$ $\quad R_H = \frac{R_K}{n}$， $n = 1,2,3,\cdots$

$R_K = \frac{h}{e^2} = 25812.80\Omega$ 1985年诺贝尔奖



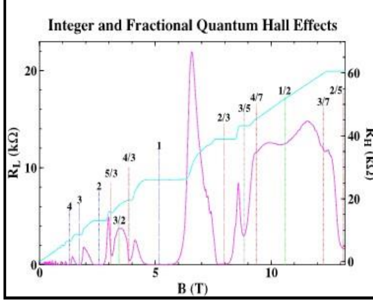


* 分数量子霍耳效应 (1982年)

更强磁场 如20T，更低温度 如0.1K 纯净样品

崔琦 (D. C. Tsui) 施特默 (H. L. Stomer)

劳克林 (R. B. Laughlin) 1998年诺贝尔奖

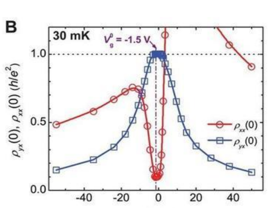


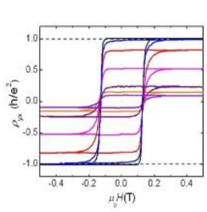
* 反常霍耳效应 (1880年)

铁磁材料即使不加外磁场也会出现霍耳电压

*量子反常霍耳效应 (2013年)

Cr-doped (Bi，Sb)$_2$Te$_3$拓扑绝缘体磁性薄膜



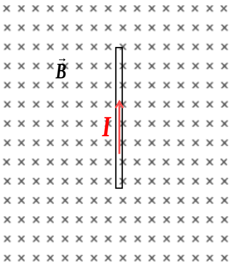


Experimental Observation of the Quantum Anomalous Hall Effect in a Magnetic Topological Insulator

Science 340 (2013) 167

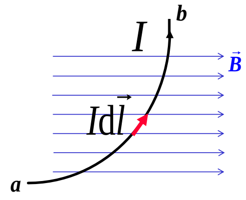
清华物理系 中科院物理所 斯坦福大学

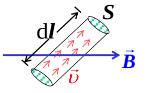
四、安培力



安培力　载流导线受到的磁场的作用力

电流元受到的力

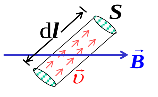




电流元　$Id\vec{l}$　方向是电流的方向

载流子获得的动量增量传递给导线本体

载流子　q　$\vec{\upsilon}$



一个载流子受到的洛伦兹力　$q\vec{\upsilon}\times\vec{B}$

电流元中的载流子数　$nSdl$

电流元受到的力　$d\vec{F}=nSdl\times q\vec{\upsilon}\times\vec{B}$

$$d\vec{F}=nSq\times dl\times\vec{\upsilon}\times\vec{B}=S\times dl\times nq\vec{\upsilon}\times\vec{B}=(\vec{j}\times\vec{B})\times dV$$

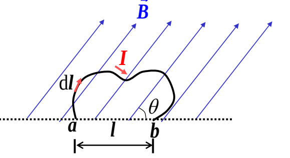
$$d\vec{F}=nSq\times dl\times\vec{\upsilon}\times\vec{B}=nSq\upsilon\times d\vec{l}\times\vec{B}=Id\vec{l}\times\vec{B}$$

$$\vec{F}=\int_L d\vec{F}=\int_L Id\vec{l}\times\vec{B}$$

$\vec{B}$　电流元所在处的磁感应强度

【例题】

在均匀磁场$\vec{B}$　中有一段弯曲导线 ab
通有电流 I　求此段导线受到的磁力



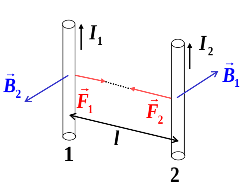
解　$\vec{F}=\int_a^b Id\vec{l}\times\vec{B}=I(\int_a^b d\vec{l})\times\vec{B}=I\vec{l}\times\vec{B}$

$F=IlB\sin\theta$　方向垂直纸面向外

推论

在 均匀磁场中的闭合载流回路整体上不受安培力

平行导线间的相互作用力



设导线直径远小于导线间距离？

导线1在导线2处产生的磁场　$B_1=\dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi l}$

导线2单位长度上受到的力　$F_2=I_2B_1=\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi l}$

同理，导线1单位长度上受到的力　$F_1=\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi l}$

电流方向相同，相吸；电流方向相反，相斥。

电流强度的单位　安培 A

设在真空中两根无限长的平行直导线相距1m，通以大小相同的恒定电流，如果导线每米长度受到的作用力为2×10^{-7}N，则每根导线中的电流强度就规定为1A 。

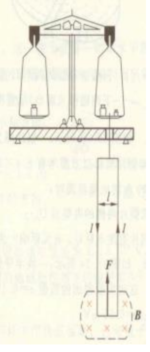
$$F=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi l}\Rightarrow\mu_0=\frac{2\pi lF}{I_1 I_2}=\frac{2\pi\times1\times2\times10^{-7}}{1\times1}$$

$$=4\pi\times10^{-7}(N/A^2)$$

电量的单位　库仑 C

在通有1A电流的导线中，每秒钟流过导线任一横截面上的电量

安培天平



五、 载流线圈在均匀磁场中的磁力矩

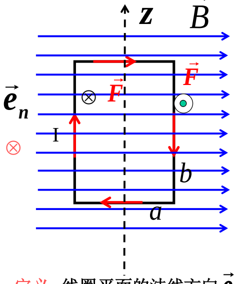
闭合的载流线圈在均匀磁场中

合磁力为零　　磁力矩可不为零

载流矩形线圈
载流圆形线圈
载流任意线圈

$\left.\begin{array}{l}\text{载流矩形线圈}\\ \text{载流圆形线圈}\\ \text{载流任意线圈}\end{array}\right\}$ 的磁力矩

1、载流矩形线圈



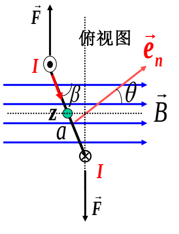
$$F = IbB$$

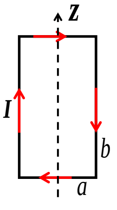
$$M = aIbB = ISB$$

$$\vec{M} = IS\vec{e}_n \times \vec{B}$$

定义　线圈平面的法线方向 $\vec{e}_n$

垂直于线圈平面与电流的方向符合右手螺旋关系





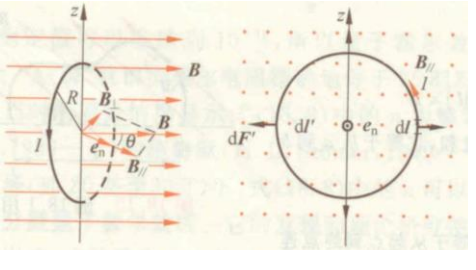
每条长边受到的力　IbB

力矩大小

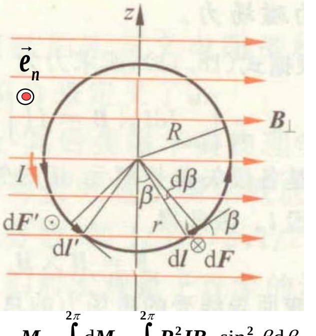
$$M = a\cos\beta IbB = IS\cos\beta B = IS\sin\theta B$$

$$\vec{M} = IS\vec{e}_n \times \vec{B}$$

2、载流圆线圈



磁场的平行分量对合力矩的贡献为零



电流元　$I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$

$$\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB_{\perp}\sin\beta$$

对 z 轴的力矩

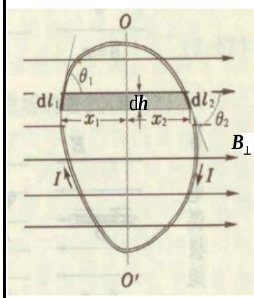
$$\begin{aligned}\mathrm{d}M &= r\mathrm{d}F \\ &= R\sin\beta IR\mathrm{d}\beta B_{\perp}\sin\beta \\ &= R^2 IB_{\perp}\sin^2\beta\mathrm{d}\beta\end{aligned}$$

对 z 轴的总力矩

$$M = \int_0^{2\pi}\mathrm{d}M = \int_0^{2\pi}R^2 IB_{\perp}\sin^2\beta\mathrm{d}\beta = \pi R^2 IB_{\perp} = \pi R^2 IB\sin\theta$$

$$\vec{M} = SI\vec{e}_n \times \vec{B}$$

3、任意形状载流线圈



$\vec{B} = \vec{B}_{//} + \vec{B}_{\perp}$

$Id\boldsymbol{l}_1$ 受到的作用力

$dF_1 = Idl_1 B_{\perp} \sin\theta_1$

$Id\boldsymbol{l}_2$ 受到的作用力

$dF_2 = Idl_2 B_{\perp} \sin\theta_2$

$dl_2 \sin\theta_2 = dl_1 \sin\theta_1 = dh$

$dF_1 = dF_2 = IB_{\perp} dh$

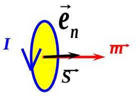
合力为零,但有力矩

$dM = x_1 dF_1 + x_2 dF_2 = IB_{\perp} dh(x_1 + x_2) = IB\sin\theta dS$

$M = IB\sin\theta S \qquad \vec{M} = IS\vec{e}_n \times \vec{B}$

67

4、载流线圈的磁矩



$\vec{m} = IS\vec{e}_n$

载流线圈 ⇄ 磁矩

载流线圈在均匀磁场中的磁力矩

$\vec{M} = IS\vec{e}_n \times \vec{B} \qquad \vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

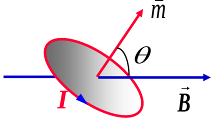
补充说明

考虑磁场的均匀性

一般情况下，小载流线圈等效于磁矩

68

5、磁矩在磁场中的势能



$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

$M = mB\sin\theta$

当 θ 从θ_1 增大到 θ_2磁力做的负功为

$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} mB\sin\theta d\theta = -mB\cos\theta\Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = mB(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

磁力的功，与转动的路径没有关系。势能W_m

$\Delta W_m = W_{m2} - W_{m1} = mB(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

如将 $\theta_1 = \pi/2$ 的位置当成势能零点，则

$W_m = -mB\cos\theta = -\vec{m}\cdot\vec{B}$

69

	电偶极矩$\vec{p}$	磁矩 $\vec{m}$
力矩	$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$	$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$
势能	$W = -\vec{p}\cdot\vec{E}$	$W = -\vec{m}\cdot\vec{B}$

70

6、磁矩在磁场中的受力

磁矩在磁场中的势能

$W = -\vec{m}\cdot\vec{B}$

磁矩在磁场中的受力

$\vec{F} = -\nabla W = \nabla(\vec{m}\cdot\vec{B})$

$= \nabla(m_x B_x + m_y B_y + m_z B_z)$

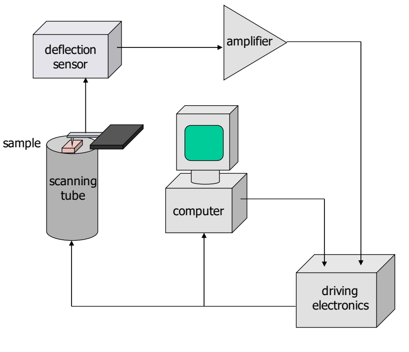
$= m_x \nabla B_x + m_y \nabla B_y + m_z \nabla B_z$

如果磁场只有x 方向分量B_x

$\vec{F} = m_x \nabla B_x = m_x (\frac{\partial B_x}{\partial x}, \frac{\partial B_x}{\partial y}, \frac{\partial B_x}{\partial z})$

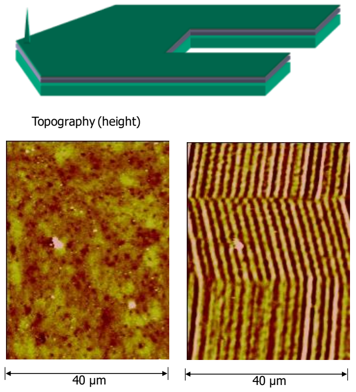
71

7、磁力显微镜原理



72

Videotape

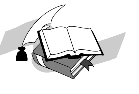


[附] 第十七、十八章中有关名词的英文名称

磁学 — **magnetism**
磁体 — **magnet**
磁场 — **magnetic field**
磁感（应）强度 — **magnetic induction**
磁感（应）线 — **magnetic induction line**
磁通量 — **magnetic flux**
磁荷 — **magnetic charge**
磁单极子 — **magnetic monopole**
线圈 — **coil**
螺线管 — **solenoid**

螺绕环 — **torus**
磁力 — **magnetic force**
洛仑兹力 — **Lorentz force**
电流元 — **current element**
安培力 — **Ampere force**
右手螺旋定则 — **right-hand screw rule**
毕—萨定律 — **Biot-Savart law**
磁通连续原理 — **principle of the continuity of magnetic flux**
磁场的高斯定理 — **Gauss′ law for magnetism**
安培环路定理 — **Ampere circuital theorem**

霍尔效应 — **Hall effect**
磁聚焦 — **magnetic focusing**
磁透镜 — **magnetic lens**
磁镜 — **magnetic mirror**
真空磁导率 — **permeability of vacuum**
相对磁导率 — **relative permeability**
磁矩 — **magnetic moment**



第十七、十八章结束