第 2 次计算题作业 – 答案

1、 天文学家观测到一个遥远星系中氢原子的一条谱线的波长为 502.3 纳米。这条谱线的静止波长为 486.1 纳米。这个星系的视向速度是多少？这个星系是靠近还是远离地球？（5-33）

多普勒位移:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \Leftrightarrow v = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \cdot c = \frac{502.3\ \mathrm{nm} - 486.1\ \mathrm{nm}}{486.1\ \mathrm{nm}} \times (2.998 \times 10^8)\ \mathrm{ms^{-1}} = 9.991 \times 10^6\ \mathrm{ms^{-1}}$$

由于观测者收到的辐射波长大于辐射源的波长，因此该多普勒位移为红移，即该星系以视向速度$(9.991 \times 10^6)\ \mathrm{ms^{-1}}$远离地球。

2、海王星距太阳 30 AU，正在冲出太阳系的旅行者 1 号飞船距太阳 130 AU。请把从海王星和旅行者 1 号飞船分别看到的太阳亮度与从地球上看到的太阳亮度做定量比较。（5-36）

由天体的观测亮度$= L/4\pi d^2$，光度L仅与太阳有关，本题中在海王星、旅行者 1 号飞船、地球上看太阳亮度的差异仅源于它们各自与太阳之间的距离。因此

$$\frac{\text{海王星的太阳亮度}}{\text{地球的太阳亮度}} = \frac{1/d^2_{\text{海王星}-\text{太阳}}}{1/d^2_{\text{地球}-\text{太阳}}} = \frac{1/(30\ \mathrm{AU})^2}{1/(1\ \mathrm{AU})^2} = \frac{1}{900} \simeq 1.11 \times 10^{-3}$$

$$\frac{\text{飞船的太阳亮度}}{\text{地球的太阳亮度}} = \frac{1/d^2_{\text{飞船}-\text{太阳}}}{1/d^2_{\text{地球}-\text{太阳}}} = \frac{1/(130\ \mathrm{AU})^2}{1/(1\ \mathrm{AU})^2} = \frac{1}{16900} \simeq 0.0592 \times 10^{-3}$$

3、两颗恒星的视亮度相同，但恒星 A 的距离是恒星 B 的 3 倍。恒星 A 的光度是恒星 B 的多少倍？（5-38）

$$\text{亮度}_A = \text{亮度}_B, \qquad d_A = 3d_B$$

$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{\text{亮度}_A \times 4\pi d_A^2}{\text{亮度}_B \times 4\pi d_B^2} = \frac{3d_B^2}{d_B^2} = 9$$

∴ 恒星 A 的光度恒星 B 的 9 倍。

4、 最热恒星的表面（黑体）温度高达 10 万 K。这类恒星辐射的峰值波长是多少？是哪个波段的辐射？（5-41）

由维恩位移定律，此恒星辐射的峰值波长为

$$\lambda_{peak} = \frac{2{,}900{,}000\ \mathrm{nm\ K}}{100{,}000\ \mathrm{K}} = 29\ \mathrm{nm}$$

此为紫外波段的辐射。

5、一位天文爱好者把它的光学望远镜由口（直）径 4 英寸升级为 16 英寸。升级后的望远镜的聚光能力增加了多少倍？这个更大的望远镜能看到暗弱多少的恒星？（6-33）

聚光能力$\propto A = \pi R^2 = \pi D^2/4$

$$\frac{A_{\text{after}}}{A_{\text{before}}} = \frac{D_{\text{after}}^2}{D_{\text{before}}^2} = \frac{(16\ \text{inch})^2}{(4\ \text{inch})^2} = 16$$

升级后的望远镜聚光能力增加了 16 倍，可看到暗弱 16 倍的恒星。

6、人眼的角分辨率约为 1.5 角分。一个在 21 厘米波段工作的射电望远镜要获得人眼所具有的角分辨率，需要多大的直（口）径？利用你的计算结果和逻辑推理，解释人眼看不到射电波的原因。(6-34)

$$\theta = 1.5\ \text{arcmin}, \qquad \lambda = 21\ \text{cm},$$

$$\theta = 1.22 \times 2.06 \times 10^5 \times \frac{\lambda}{D}\ \text{arcsec}$$

$$D = 1.22 \times 2.06 \times 10^5 \times \frac{21\ \text{cm}}{1.5 \times 60\ \text{arcsec}}\ \text{arcsec} \simeq 586.41\ \text{m}$$

需要约$586.41\ \text{m}$的直径。人眼瞳孔直径比要求直径小得多（$2\ \text{mm} \sim 9\ \text{mm}$）。射电波约为厘米量级，但应用相同公式可得出人眼仅能看见波长约 $300\ \text{nm} \sim 700\ \text{nm}$的光，即可见光范围，因此我们无法通过人眼看到射电波。

7、 a. VLBA 是一个射电望远镜阵列，横跨地球表面 8000 千米。计算 VLBA 在 1.35 厘米波长观测时的角分辨率。b. 两台光学望远镜相距 100 米，计算它们在 550 纳米波长做干涉观测时的角分辨率。c. 比较以上两个角分辨率。(6-40)

a. $\lambda = 1.35\ \text{cm} = 1.35 \times 10^{-2}\ \text{m},\ D = 8000\ \text{km} = 8 \times 10^6\ \text{m},$

$$\theta = 2.06 \times 10^5 \times \frac{1.35 \times 10^{-2}\ \text{m}}{8 \times 10^6\ \text{m}}\ \text{arcsec} = 3.48 \times 10^{-4}\ \text{arcsec}$$

b. $\lambda = 550\ \text{nm} = 550 \times 10^{-9}\ \text{m},\ D = 100\ \text{m},$

$$\theta = 2.06 \times 10^5 \times \frac{550 \times 10^{-9}\ \text{m}}{100\ \text{m}}\ \text{arcsec} = 1.13\ \times 10^{-3}\text{arcsec}$$

c. 后者的角分辨率比前者的大约$(1.13 \times 10^{-3})/(3.48 \times 10^{-4}) \simeq 3$倍，即前者可分辨的远处两个天体可形成的最小夹角比较小，这是因为 VLBA 的基线长度非常长，可以获得极高的角分辨率，而两台光学望远镜的基线长度相对较短，因此 VLBA 角分辨率更好。

8、一个均匀球状星际云的直径为 10^{13} km，自转周期为 10^6 年。计算它直接坍缩为直径为 1.4×10^6 km 的均匀球状太阳的自转周期，并与太阳实际的自转周期进行比较，如有显著差别需说明主要原因。(7-36)

球状物体的角动量：$L = 4\pi m R^2/5P$，由角动量守恒：$L_{\text{before}} = L_{\text{after}}$，前后质量不变：

$$\frac{R_{\mathrm{before}}^2}{P_{\mathrm{before}}} = \frac{R_{\mathrm{after}}^2}{P_{\mathrm{after}}}$$

$$P_{\mathrm{after}} = \frac{R_{\mathrm{after}}^2}{R_{\mathrm{before}}^2} \times P_{\mathrm{before}} = \frac{(1.4\times10^6\ \mathrm{km})^2}{(10^{13}\ \mathrm{km})^2} \times 10^6\ \mathrm{yr} = 1.96\times10^{-8}\ \mathrm{yr} \simeq 0.619\ \mathrm{sec}$$

实际太阳自转周期（取赤道处的）为24.47 天 $\simeq 2.12\times10^6$ sec

因此计算结果比实际太阳自转周期小很多，即自转角动量比实际的大很多，主要原因是星际云的初始角动量在演化为太阳系的过程中，通过吸积盘机制将大部分角动量转为行星系的轨道角动量。此外，星际云物质虽然大部分成为恒星的原材料，但一小部分会作为行星系的原材料，或者被抛回星际空间中，因此初始星际云质量必定大于太阳的。

9、目前最好的技术能测量到 0.3 米/秒的视（径）向速度。如果你观测一条波长为 575 纳米的谱线，那么这个视向速度需要的波长移动是多少？地球造成的太阳视向速度为 0.09 米/秒，由此判断外星天文学家利用 0.3 米/秒的视（径）向速度技术能否发现地球？（7-39）

$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$，由多普勒位移：$\Delta\lambda = \lambda_0 \cdot \frac{v}{c} = (\lambda - \Delta\lambda)\cdot\frac{v}{c}$

$$\Delta\lambda = \lambda \cdot \frac{v}{v+c} = 575\ \mathrm{nm}\ \times \frac{0.3\ \mathrm{ms}^{-1}}{(0.3 + 2.998\times10^8)\ \mathrm{ms}^{-1}} = 5.75\times10^{-7}\mathrm{nm}$$

地球造成的太阳视向速度$0.09\ \mathrm{ms}^{-1}$远小于可测的$0.3\ \mathrm{ms}^{-1}$视径向速度，因此该外形天文学家无法发现地球。

10、 如果一位外星天文学家观测到木星从太阳前面经过，那么在凌星过程中太阳的亮度会下降多少？（7-41）

$$\text{亮度下降} = \frac{\pi R_{\text{木星}}^2}{\pi R_{\text{太阳}}^2} = \frac{(69911\ \mathrm{km})^2}{(696{,}300\ \mathrm{km})^2} = 0.01008 = 1.008\%$$