第九讲

- 确定下推自动机

确定下推自动机

- 确定下推自动机的概念
- 确定下推自动机与正规语言
- 前缀性质及空栈接受的确定下推自动机
- 确定下推自动机与上下文无关语言
- 确定下推自动机与无二义文法
- 几类语言模型的计算能力对比

确定下推自动机的概念

✧ 定义 一个PDA $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ 为确定的（*deterministic*）*PDA*，或称为*DPDA*，当且仅当满足下列条件:

(1) 对于 $a \in \Sigma$ 或 $a = \varepsilon$，$X \in \Gamma$，
$\delta(q, a, X)$ 最多包含一个元素.

(2) 对于 $a \in \Sigma$，若 $\delta(q, a, X) \neq \varphi$，则 $\delta(q, \varepsilon, X) = \varphi$.

确定下推自动机与正规语言

✧ 结论

若 L 为正规语言，则存在 DPDA P, $L(P) = L$.

证明思路 设 DFA $A = (Q, \Sigma, \delta_A, q_0, F)$,
且有$L(A)=L$. 构造

$$DPDA\ P = (Q, \Sigma, \{Z_0\}, \delta_P, q_0, Z_0, F),$$

其中定义

$$\delta_P(q,a,Z_0) = \{(p,Z_0)\} \text{ iff } \delta_A(q,a) = p .$$

可以证明(归纳于 w 的长度)，对任意 $w\in\Sigma^*$,

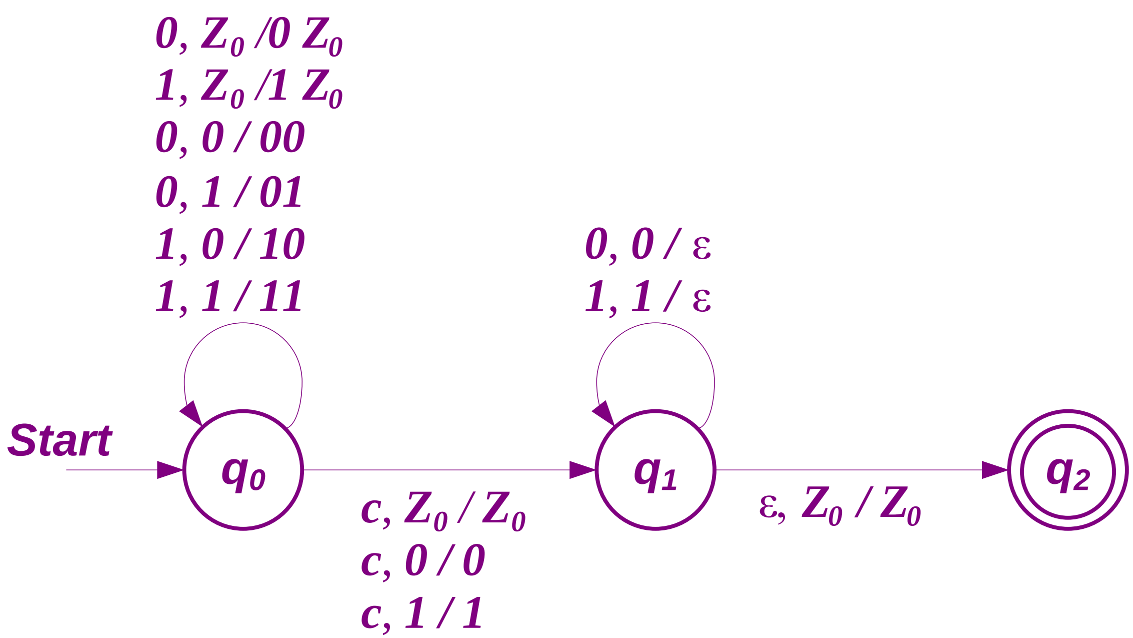
$$(q_0, w, Z_0) \vdash^* (p, \varepsilon, Z_0) \text{ iff } \delta'_A(q_0,w) = p .$$

所以 $L(A)=L(P)$.

确定下推自动机与正规语言

✧ 结论 **DPDA 的计算能力强于有限自动机.**

举例证明 语言 $L_{wcwr} = \{wcw^R \mid w \text{ 为 } 0,1 \text{ 字符串}\}$ 不是正规语言（可由 *Pumping* 引理证明），但它是如下 DPDA 的语言：



✧ 前缀性质

一个语言 L 具有前缀性质(*prefix property*)，当且仅当不存在 $x,y \in L$, $x \neq y$, 且 x 为 y 的前缀(*prefix*).

例 L 是 Σ 上的任一语言，$\$ \notin \Sigma$，记

$$L' = \{ w\$ \mid w \in L \},$$

则 L' 一定具有前缀性质.

前缀性质及空栈接受的确定下推自动机

✧ **结论** 一个语言 L 是某个空栈接受的 DPDA P 的语言,即 $L=N(P)$, 当且仅当 L 具有前缀性质，并且 L 是某个DPDA P' 的语言, 即 $L=L(P')$.

证明 留做练习.

✧ **举例** 语言 $L_{wcwr} = \{wcw^R \mid w$ 为 0,1 字符串$\}$具有前缀性质，并且 L 是某个 DPDA 的语言, 所以 L 是某个空栈接受的 DPDA 的语言；语言$\{0\}^*$不具有前缀性质，所以不存在空栈接受的 DPDA P, 使得 $N(P)= \{0\}^*$.

确定下推自动机与上下文无关语言

- 结论 某些上下文无关语言，不是任何 *DPDA* 的语言.

  举例 语言 $L_{wwr} = \{ww^R \mid w$ 为 0,1 字符串$\}$ 不是任何 *DPDA* 的语言. 证明较复杂.

- 定义 若上下文无关语言 *L* 是某个 *DPDA* 的语言，则称 *L* 为一个确定的上下文无关语言（*deterministic context-free language*）

确定下推自动机与无二义文法

✧ **结论**　一个语言 *L* 是某个空栈接受的 *DPDA P* 的语言, 即 *L=N(P)*, 则 *L* 存在一个无二义文法.

证明思路　由前述的从空栈接受的 *PDA* 构造等价 *CFG* 的方法构造相应 *DPDA* 的 *CFG*，可证对于任何所接受的串 *w*, 此 *CFG* 有唯一的最左推导，因而是无二义文法.

确定下推自动机与无二义文法

✧ 结论　一个语言 L 是某个 DPDA P 的语言,即 $L=L(P)$, 则 L 存在一个无二义文法.

证明思路　令 \$ 不出现在 L 的任何串中，记

$L' = \{w\$ \mid w \in L\}$, 则 L' 具有前缀性质.

因此存在某个 DPDA P'，使得 $L' = N(P')$，从而存在一个无二义文法 G'，使得 $L' = L(G')$.

从G'构造文法G，把 \$ 作为非终结符，并增加产生式 $\$ \rightarrow \varepsilon$．这样便得到 $L = L(G)$.

易证， G是一个无二义文法.

确定下推自动机与无二义文法

- 结论 固有二义的语言不是任何 *DPDA* 的语言.
  - 例 固有二义的上下文无关语言:

$$L_1 = \{a^n b^n c^m d^m \mid n \geq 1, m \geq 1\} \cup \{a^n b^m c^m d^n \mid n \geq 1, m \geq 1\}$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^l \mid i,j,l \geq 0,\ i = j \text{ 或 } j = l\}$$

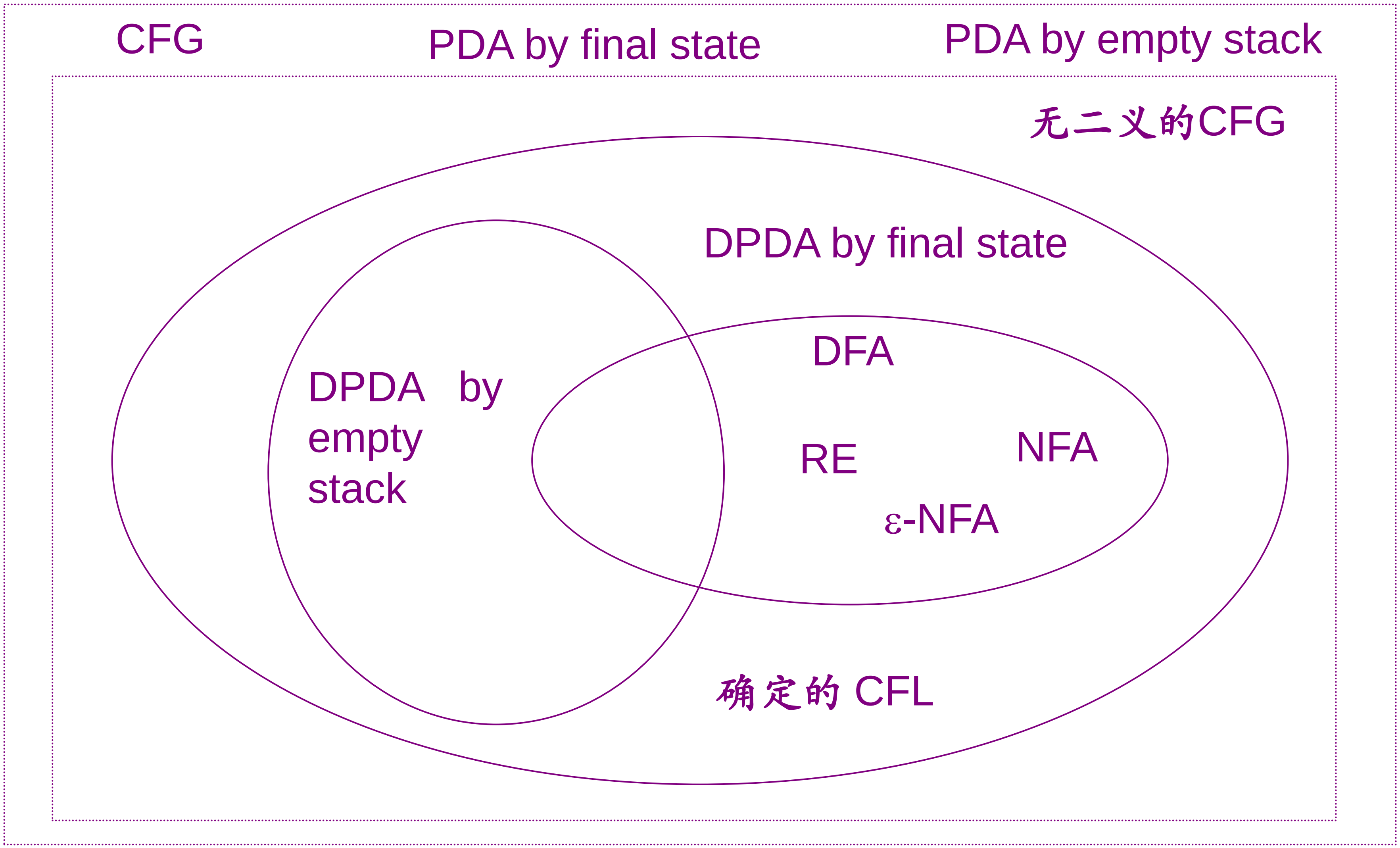
确定下推自动机与无二义文法

✧ 结论　存在非固有二义的语言 L，不是任何 DPDA P 的语言.

举例证明　语言 $L_{wwr} = \{ww^R \mid w$ 为 $0,1$ 字符串$\}$ 不是任何 DPDA 的语言，但 L_{wwr} 并非固有二义的，它存在如下无二义文法：

$$S \to 0S0 \mid 1S1 \mid \varepsilon\,.$$

几类语言模型的计算能力对比



课后练习

✧ 必做题:

- *Ex.6.4.2 (c)*
- *Ex.6.4.3 *(a),!(b),*!(c)*

That's all for today.

Thank You