Slide03 必做题

Exercise 3.1.1 ***写出下列语言的正规表达式:***

b) ***从右端数第 10 个位置是 1 的所有 0, 1 字符串的集合.***

c) ***最多包含两个相继的 1 的所有 0, 1 字符串的集合.***

参考解答:

b) **(0+1)* 1 (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1)**

或 (0+1)* 1 $(0+1)^9$

c) **对不包含相继的 1 的所有 0, 1 字符串的集合，正规表达式可以为:**

（ε + 1）(0+01 ）*;

包含一对相继的 1，正规表达式可以为:

（0+10）*11（0+01）*;

所以，结果正规表达式可以为:

（ε + 1）(0+01 ）* + （0+10）*11（0+01）*

Exercise 3.1.2 ***写出下列语言的正规表达式:***

b) 0 ***的个数能够被 5 整除的所有 0, 1 字符串的集合.***

参考解答:

正规表达式可以为:

（1*01*01*01*01*01*）* + 1*,

或 （01*01*01*01*0 + 1）*

!! Exercise 3.1.3(a)

参考解答:

0*（11*000*）*1*0*　　或改写为　0*（1*000*）*1*0*

(设计思路容易想出来)

!! Exercise 3.1.3(b)

参考解答:

(01+10)*

（设计思路：可以从满足条件的 0, 1 串，如ε，01，10，…，归纳生成所有长度为 2k 的串，从归纳构造过程可联想到这个结果。）若严格证明的话，需要从两个方面进行归纳证明：一方面，归纳于满足条件的串的长度，证明这些串属于 (01+10)* 定义的语言；另一方面，归纳于 (01+10)* $=(01+10)^0 \cup (01+10)^1 \cup (01+10)^2 \cup \ldots \cup (01+10)^k \cup \ldots$ 中的 k，证明 L((01+10)*)中串都满足题目中的条件。

****!Exercise 3.1.5***

参考解答: 从"课程文件"中下载网页文件，从中找到参考解答

Exercise 3.4.1 验证下列包含正规表达式的等式

c) $(RS)T = R(ST)$

g) $(\varepsilon+R)^* = R^*$.

参考解答:

c) 将两个表达式具体化，将 R 替换为 a，将 S 替换为 b.

$(RS)T$ 具体化为 $(ab)a$, $R(ST)$ 具体化为 $a(ba)$, 而 $L((ab)a)=L(a(ba))=\{abc\}$，所以原等式成立;

g) 将两个表达式具体化，将 R 替换为 a.

$(\varepsilon+R)^*$ 具体化为 $(\varepsilon+a)^*$, R^* 具体化为 a^*, 而 $L((\varepsilon+a)^*)=L(a^*)=\{\varepsilon,a,aa,aaa,\ldots\}$，（注: 若严格证明 $L((\varepsilon+a)^*)=L(a^*)$, 可以在归纳证明: 对任意 $k>=0$, $\{\varepsilon, a\}^k=\{a\}^k$ 的基础上进行），所以原等式成立;

Exercise 3.4.2 证明或否证下列关于正规表达式的命题

b) $(RS+R)^*R = R(SR+R)^*$

d) $(R+S)^*S = (R^*S)^*$.

参考解答:

b) 将两个表达式具体化，将 R 替换为 a，将 S 替换为 b.

$(RS+R)^*R$ 具体化为 $(ab+a)^*a$，$R(SR+R)^*$ 具体化为 $a(ba+a)^*$，可以证明 $L((ab+a)^*a)=L(a(ba+a)^*)$

（注：同上，可以先归纳证明:

对任意 $k>=0$，$\{ab，a\}^k\{a\}=\{a\}\{ba，a\}^k$，而由连接运算对$\cup$运算的分配律，可知 $L((ab+a)^*a)=\cup_{k=0,1,2,\ldots}(\{ab，a\}^k\{a\})$, $L(a(ba+a)^*)=\cup_{k=0,1,2,\ldots}(\{a\}\{ba，a\}^k)$，由此证得 $L((ab+a)^*a)=L(a(ba+a)^*)$

），

所以原等式成立;

d) 将两个表达式具体化，将 R 替换为 a，将 S 替换为 b.

$(R+S)^*S$ 具体化为 $(a+b)^*b$，$(R^*S)^*$ 具体化为 $(a^*b)^*$，由于 $\varepsilon\in L((a^*b)^*)$，而 $\varepsilon\notin L((a^*b)^*)$，所以原等式不成立.

Slide04 必做题

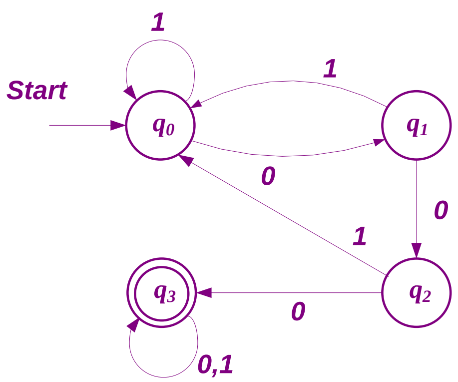
!Exercise 2.2.2

参考解答：从"课程文件"中下载网页文件，从中找到参考解答

Exercise 2.2.4 (b)

参考解答：取初态为 q_0，q_1 代表前一个输入字符为 *0*，q_2 代表前两个输入字符为子串 *00*，q_3 代表输入字符串中至少包含一个 *000* 字串，即 q_3 为终态。用转移表或转移图给出结果均可。

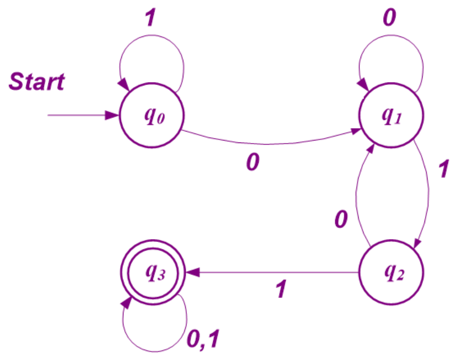
	0	1
→ q_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_0
q_2	q_3	q_0
* q_3	q_3	q_3



Exercise 2.2.4 (c)

参考解答：取初态为 q_0，q_1 代表前一个输入字符为 *0*，q_2 代表前两个输入字符为子串 *01*，q_3 代表输入字符串中至少包含一个 *011* 字串，即 q_3 为终态。用转移表或转移图给出结果均可。

	0	1
→ q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
q_2	q_1	q_3
* q_3	q_3	q_3



! Exercise 2.2.5(d)

参考解答：取每个状态为 $q_{i,j}$ 的形式，这里 i,j 满足：$0\le i\le 4$, $0\le j\le 2$。 $q_{i,j}$ 的含义：已扫描的输入串中 0 的个数被 5 除余 i，1 的个数被 3 除余 j。初态为 $q_{0,0}$，终态集只包含状态 $q_{0,0}$。

由于状态数目为 15，较多，所以只给出转移表：

	0	1
→ * $q_{0,0}$	$q_{1,0}$	$q_{0,1}$
$q_{0,1}$	$q_{1,1}$	$q_{0,2}$
$q_{0,2}$	$q_{1,2}$	$q_{0,0}$
$q_{1,0}$	$q_{2,0}$	$q_{1,1}$
$q_{1,1}$	$q_{2,1}$	$q_{1,2}$
$q_{1,2}$	$q_{2,2}$	$q_{1,0}$
$q_{2,0}$	$q_{3,0}$	$q_{2,1}$
$q_{2,1}$	$q_{3,1}$	$q_{2,2}$
$q_{2,2}$	$q_{3,2}$	$q_{2,3}$
$q_{3,0}$	$q_{4,0}$	$q_{3,1}$
$q_{3,1}$	$q_{4,1}$	$q_{3,2}$
$q_{3,2}$	$q_{4,2}$	$q_{3,0}$
$q_{4,0}$	$q_{0,0}$	$q_{4,1}$
$q_{4,1}$	$q_{0,1}$	$q_{4,2}$
$q_{4,2}$	$q_{0,2}$	$q_{4,0}$

Exercise 2.2.7 ***Let A be a DFA and q a particular state of A, such that $\delta(q,a) = q$ for all input symbols a. Show by induction on the length of***

the input that for all input strings w, $\delta'(q,w) = q$.

参考解答 归纳于 **w** 的长度.

1 设$|w| = 0$, 即 $w = \varepsilon$.
由定义， $\delta'(q,\varepsilon) = q$

2 设$|w| = n+1$, 且 $w = xa$, 其中 a 为一个输入符号. 显然，$|x| = n$.
由归纳假设，$\delta'(q,x) = q$.
所以， $\delta'(q,w) = \delta'(q,xa) = \delta(\delta'(q,x), a) = \delta(q,a) = q$.

***!Exercise 2.2.9**

参考解答：从"课程文件"中下载网页文件，从中找到参考解答

Exercise 2.3.2

参考解答：注意：对于该题目，不要遗漏了状态 Φ.

		0	1
→	{p}	{q,s}	{q }
*	{q}	{r}	{q,r}
*	{q,s}	{r}	{p,q,r}
*	{q,r}	{r,s}	{p,q,r}
	{r}	{s}	{p}
*	{p,q,r}	{q,r,s}	{p,q,r}
*	{r,s}	{s}	{p}
*	{s}	ϕ	{p}
*	{q,r,s}	{r,s}	{p,q,r}
	ϕ	ϕ	ϕ

Exercise 2.3.4 (b)

参考解答：大部分同学没有困难，注意不要遗漏单个字符的情形. 如下是一种解法：

$Q=\{q_s, q_0, q_1, \ldots, q_9, q_f\}$, $\Sigma=\{0,1, \ldots, 9\}$,
初态 q_s,
终态集 $\{q_f\}$,
$\delta(q_s,a)=\{q_k \mid k\neq a\}\cup\{q_f\}$;
$\delta(q_k,a)=\{q_k\}$, if $k\neq a$;

$\delta(q_k, a) = \{q_f\}$,   *if* k=a.

其中，$k = 0, 1, \ldots, 9$.

Exercise 2.3.4 (c)

参考解答：题目要求被接受的字符串中存在两个 *0*，它们之间的字符数目为 *0*，*4*，*8*，*12*，…，即 *4* 的倍数。，如下状态图代表一种解法