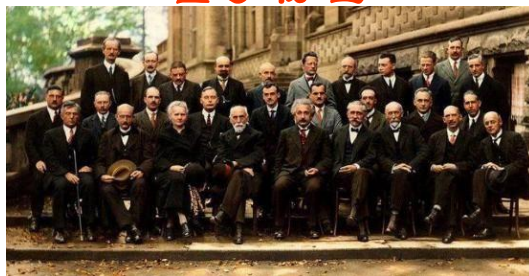


量子物理

(Quantum Physics)

- 第二十六章 波粒二象性
- 第二十七章 薛定谔方程
- 第二十八章 原子中的电子
- 第二十九章 固体中的电子
- *第三十章 粒子物理简介

量子物理



第五次索尔维会议与会者合影(1927年)

N.玻尔、M.玻恩、W.L.布拉格、L.V.德布罗意、A.H.康普顿、
M.居里、P.A.M.狄拉克、A.爱因斯坦、W.K.海森堡、
郎之万、W.泡利、普朗克、薛定谔等

2



1927年的第五届索尔维会议可能是一场
前无古人后无来者的物理学界群英会，
与会的29人中有17人获得诺贝尔奖！

3



4

引言

经典物理 (18—19 世纪)

牛顿力学 热力学 经典统计力学 经典电磁理论
19世纪末趋于完善

- 海王星的发现 (Leverrier, 1846)

“不必向天空看一眼就发现了这颗新行星”

“是在Leverrier的笔尖下看到的，……”

根据牛顿力学计算出太阳系海王星的存在位置，戈勒只搜寻了
半个小时就发现了它，实际位置只与理论预计差1°。

- 电磁理论解释了波动光学

5

人们认为

At that time!

对物理现象本质的认识已经完成

使人感到经典物理似乎可以解决所有问题

英国物理学家开尔文 (1824—1907) :

“未来物理学真理将不得不在小数点后第六位去寻找”

1900年为瞻望20世纪物理学而写


“在已经基本建成的科学大厦中，后辈物理学家只要做一些
零碎的修补就行了。”

“但是，在物理学晴朗天空的远处，还有两朵
小小的令人不安的乌云。”

——1900年4月27日在英国皇家学会作题为《在热和光的动力理论的
上空的19世纪乌云》的讲演


6

乌云1-迈克尔孙-莫雷实验  相对论

乌云2-黑体辐射
Black-body radiation  量子论 量子力学

 正反两种观点：

 这两朵乌云开出近代物理的鲜花。

 相对论和量子论的诞生使得这两朵乌云消散了，而不是这两朵乌云催生了相对论和量子论。

7

人类跨入20世纪的时候，物理学也开始了新的纪元——从经典物理走向了近代物理。

近代物理（20世纪）包括：

▲ 相对论

1905 狭义相对论

1916 广义相对论——引力、天体

▲ 量子力学

◆ 旧量子论的形成：

1900 Planck 振子能量量子化

1905 Einstein 电磁辐射能量量子化

1913 N.Bohr 原子能量量子化

8

在历史上，量子力学的诞生来自三个方面的思想。

波粒二象性

- 普朗克(Planck)的光量子假说
- 玻尔(Bohr)的原子结构模型
- 德布罗意(de Broglie)的物质波假说。

9

◆ 量子力学的建立：

1924 de Broglie 电子具有波动性

1925 Heisenberg 矩阵力学

1926 Schroedinger 波动力学

1927 Davisson, G.P.Thomson 电子衍射实验

1928 Dirac 相对论波动方程

◆ 量子力学的进一步发展：

量子力学 → 原子、分子、原子核、固体

量子电动力学(QED) → 电磁场

量子场论 → 原子核和粒子

量子色动力学 → 夸克

10

薛定谔证明矩阵力学和波动力学是同一种力学规律的两种不同的表述，二者其实完全等价。但当时的物理学家对于矩阵代数很陌生，接受矩阵并不容易。而薛定谔的波动力学方程是一个二阶偏微分方程，很容易为人们所接受。

矩阵力学和波动力学都属于非相对论性的量子力学。

11

正如杨振宁在《爱因斯坦对理论物理学的影响》一文（1979）所说：

“在本世纪初，发生了三次概念上的革命，它们深刻地改变了人们对物理世界的了解，这就是狭义相对论（1905）、广义相对论（1916）和量子力学（1925）。”

12

混沌在现代科学中的重要性

施莱辛格(M.Schlesinger)说,“20世纪科学将永远铭记的只有三件事,那就是相对论、量子力学与混沌”。

福特(J.Ford)认为,混沌是20世纪物理学的第三次革命。与前两次革命相似,混沌也与相对论及量子力学一样冲破了牛顿力学的教规。

“相对论消除了关于绝对空间与时间的幻想;量子力学则消除了关于可控测量过程的牛顿式的梦;而混沌则消除了拉普拉斯关于决定论是可预测性的幻想”。

13

在量子物理的学习中要处理好三个关系:

▲ 形象和抽象

—— 注意培养抽象思维能力

▲ 演绎和归纳

—— 注意学习归纳法培养创造性思维

▲ 物理和技术

—— 学习应用物理原理在技术上创新

物理学是高新技术的基础和先导:

信息技术的物理基础

—— 量子力学、固体物理和近代光学

14

量子世界同我们的日常感受格格不入。对于熟悉经典力学的人们来说,学习量子物理确有一定难度。

初学者往往试图用经典概念去理解量子物理,这很可能使学习陷入困境。

量子力学有不少原理、假定,其正确性只能用实验来检验。相信这些基本假定,并自觉应用它们去分析和解决问题,是学习和理解量子物理的第一步。

强烈建议预习,否则你会觉得被动。

15

第二十六章 波粒二象性

(Wave-particle duality)

本章目录

§ 26.1 黑体辐射

△ § 26.2 光电效应 (自学)

§ 26.3 光子、光的二象性

§ 26.4 康普顿效应

§ 26.5 实物粒子的波动性

§ 26.6 概率波与概率幅

§ 26.7 不确定关系

17

§ 26.1 黑体辐射 (Black-body radiation)

一、热辐射的基本概念

1、热辐射 (thermal radiation)

物体由大量原子(带电粒子)组成,热运动引起原子碰撞使原子激发而辐射电磁波。原子的动能越大,通过碰撞引起原子激发的能量就越高,从而辐射电磁波的波长就越短。

热运动是混乱的,原子的动能与温度有关,因而辐射电磁波的能量也与温度有关。

例如:加热铁块,温度 \uparrow ,铁块颜色由看不出发光 \rightarrow 暗红 \rightarrow 橙色 \rightarrow 黄白色 \rightarrow 蓝白色

18

这种与温度有关的电磁辐射，称为**热辐射**。

并不是所有发光现象都是热辐射，例如：

激光、日光灯发光就不是热辐射。

任何物体在任何温度下都有热辐射，波长自远红外区**连续**延伸到紫外区（**连续谱**）。

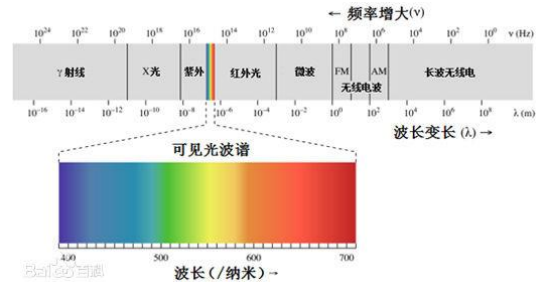
温度↑→辐射中短波长的电磁波的比例↑

几种温度下辐射最强的电磁波颜色



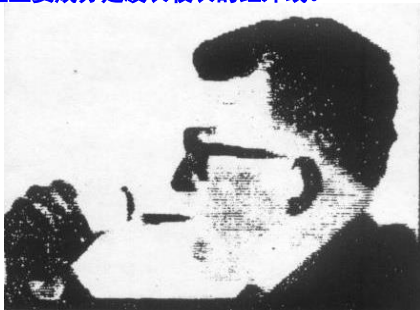
800K 1000K 1200K 1400K

19



20

低温物体（例如人体）也有热辐射，但辐射较弱，并且主要成分是波长较长的红外线。



红外照相机拍摄的人的头部**的热图** 红外摄影.MPG
热的地方显白色，冷的地方显黑色

21



鸟的羽毛的颜色是不是热辐射？

22

2、平衡热辐射

加热一物体，若物体所吸收的能量等于在同一时间内辐射的能量，则物体的温度恒定。这种**温度不变**的热辐射称为**平衡热辐射**。

3、单色辐射本领（单色辐出度） M_ν

monochromatic energy density of radiation

M_ν —单位时间内，从物体单位表面发出的频率在 **ν 附近单位频率间隔内**的电磁波的能量。

T $dE_\nu (\nu \rightarrow \nu + d\nu)$ (单位时间内)

单位面积 $M_\nu = \frac{dE_\nu(T)}{d\nu}$ M_ν 取决于 T 、 ν 和材料种类和表面情况

M_ν 单位: $J s^{-1} m^{-2} Hz^{-1} = W / (m^2 Hz)$

23

4. (总) 辐出度 (总发射本领) $M(T)$ (radiant exitance)

$$M(T) = \int_0^\infty M_\nu(T) d\nu \quad \text{单位: } W/m^2$$

5. 单色吸收比 (率) $\alpha_\nu(T)$ (monochromatic absorptance)

$$\alpha_\nu(T) = \frac{dE_{\nu(\text{吸收})}}{dE_{\nu(\text{入射})}}$$

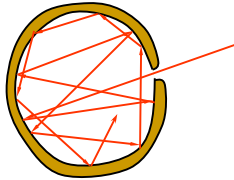
24

二、黑体 (black body)

1、**黑体**:能完全吸收各种波长电磁波而无反射的物体, 即 $\alpha_\nu = 1$ 的物体。黑体是理想化模型, 即使是煤黑, 对太阳光的 α 也小于 99%。

维恩设计的黑体:

不透明介质空腔开一小孔, 电磁波射入小孔后, 很难再从小孔中射出。**小孔表面是黑体。**

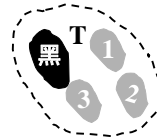


【演示】黑体模型

25

2、基尔霍夫(Kirchhoff)辐射定律(1895年)

(封闭容器内的几个物体)在平衡热辐射时



$$\frac{M_{\nu 1}}{\alpha_{\nu 1}} = \frac{M_{\nu 2}}{\alpha_{\nu 2}} = \dots = I(T, \nu)$$

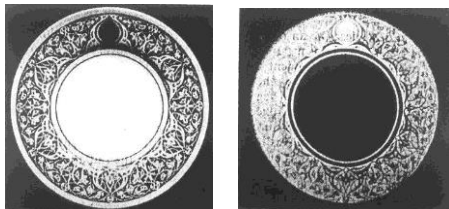
$I(T, \nu)$ —与材料无关的普适函数

$$\because \alpha_{\nu \text{黑体}} = 1 \quad \therefore \frac{M_{\nu 1}}{\alpha_{\nu 1}} = \frac{M_{\nu 2}}{\alpha_{\nu 2}} = \dots = M_{\nu \text{黑体}} = I(T, \nu)$$

●黑体的单色辐射本领最大, 与构成黑体的材料无关。利用黑体可撇开材料的具体性质, 普遍研究热辐射本身的规律。

26

一个黑白花盘子的两张照片

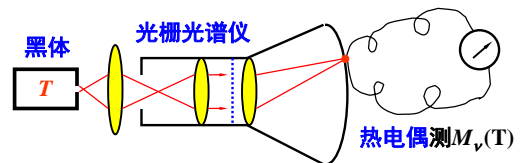


室温下, 反射光 1100K, 自身辐射光

【演示】好的辐射体也是好的吸收体

27

三、黑体辐射谱 ($M_\nu \sim \nu$ 关系)



测量黑体辐射谱的实验装置

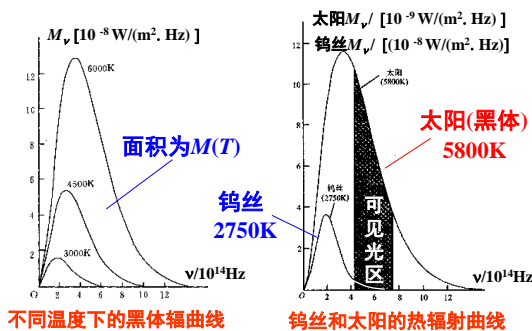
对黑体加热, 产生热辐射。

用光栅分光把辐射按频段分开。

用热电偶测各频段辐射强度, 得 $M_\nu(T)$ 。

28

黑体辐射和热辐射实验曲线:



不同温度下的黑体辐射曲线

钨丝和太阳的热辐射曲线

29

黑体辐射的实验定律:

1、维恩位移定律(某特定点—峰值) **Wien displacement law**

1893年由理论推导而得

$$\nu_m = C_\nu T$$

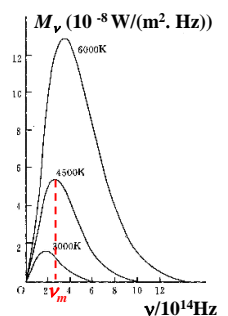
$$C_\nu = 5.880 \times 10^{10} \text{ Hz/K}$$

$$\text{或} \quad \lambda_m = \frac{b}{T}$$

$$b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

设太阳为黑体, 测 $\lambda_m = 510 \text{ nm}$, 得 $T_{\text{表面}} = 5700 \text{ K}$

思考 $\lambda_m = c / \nu_m$ 吗?



30

2、斯特藩—玻耳兹曼定律(积分)

Stefan (德) Boltzman (奥)

$$M(T) = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

—— 斯特藩—玻耳兹曼常量

1879年斯特藩从实验上总结而得

1884年玻耳兹曼从理论上证明

斯特藩—玻耳兹曼定律和维恩位移定律是测量高温、遥感和红外追踪等的物理基础。

31

斯特藩—玻耳兹曼定律的应用

$$M_B(T) = \sigma T^4$$

测定了物体热辐射总能量，就可由上式确定物体的温度。

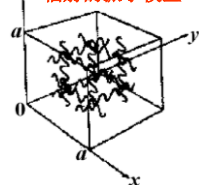


红外测温仪

32

四、经典物理遇到的困难

辐射的振子模型



空腔壁产生的热辐射，可想象成是以壁为节点的许多驻波(简正模式)。

$$\lambda_n = \frac{2a}{n}, n = 1, 2, 3, \dots$$

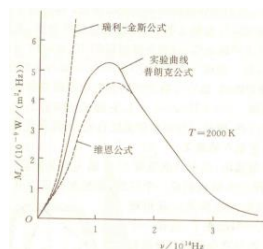
有没有描述整条曲线(规律)的理论表达式?

如何从理论上找到符合实验的 $M_\nu(T)$ 函数式?

33

▲ 著名公式之一： 维恩公式(半经验式)

1896年,维恩假设分子辐射的频率只与其速率有关,根据麦克斯韦速率分布律和热力学



$$M_\nu(T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu/T}$$

其中 α, β 为常量

求导求极值得到维恩位移定律; 对频率 ν 做积分得到 Stefan-Boltzman 定律。

高频段与实验符合很好, 低频段明显偏离实验曲线。

34



因发现热辐射定律于1911年诺贝尔物理学奖获得者

普朗克不太信服维恩公式的推导过程, 认为维恩提出的假设没什么道理。

Wilhelm Wien

1864-1928 德国人

35

▲ 著名公式之二:

瑞利(Rayleigh) — 金斯(Jeans)公式



1900年6月, 瑞利按经典的能量均分定理, 把空腔中简谐振子平均能量取与温度成正比的连续值, 得到一个黑体辐射公式。

1905年金斯依据光的两个偏振自由度, 修正了一个数值因子。

1904年诺贝尔物理学奖获得者 L. Rayleigh(1842-1919)(惰性气体氩的发现)——瑞利

36

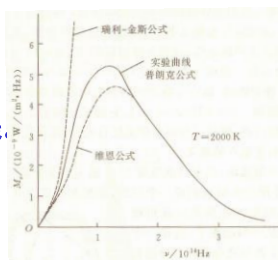
$$M_{\nu}(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

低频段与实验符合很好，
高频段明显偏离实验曲线

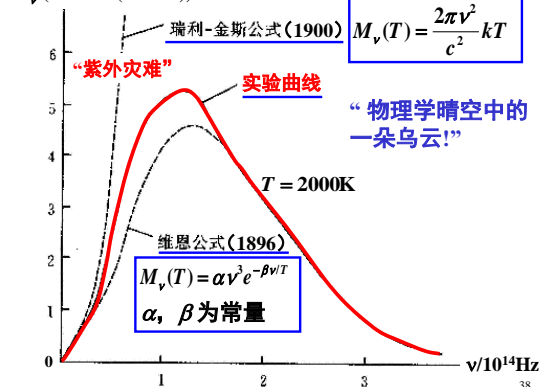
$$\nu \rightarrow \infty, M_{\nu} \rightarrow \infty$$

“紫外灾难”！



37

$$M_{\nu} (10^{-9} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{Hz}))$$



38

五、普朗克的能量量子假说和黑体辐射公式

1900年10月，普朗克利用数学上的内插法，把适用于高频的维恩公式和适用于低频的瑞利-金斯公式衔接起来，得到一个半经验公式，即**普朗克黑体辐射公式**：

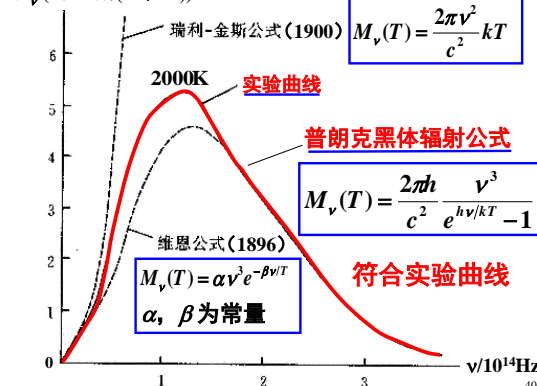
$$M_{\nu}(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

普朗克常量： $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
 $= 4.136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$

在全波段与实验曲线惊人地符合！

39

$$M_{\nu} (10^{-9} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{Hz}))$$



40

普朗克不满足“侥幸猜到”的半经验公式，要“不惜任何代价”地去揭示真正的物理意义。

普朗克认为：空腔内壁的分子、原子的振动可以看成是许多带电的简谐振子，这些简谐振子可以辐射和吸收能量，并与空腔内的辐射达到平衡。从空腔小孔辐射出的电磁波，就是由这些空腔内壁的简谐振子辐射出的。

普朗克大胆地假设：频率为 ν 的简谐振子的能量值，只能取 $\varepsilon = h\nu$ 的整数倍。即，简谐振子的能量是量子化的（quantization），只能取下面的一系列特定的分立值

$$\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots$$

41

能量 $\varepsilon = h\nu$ 称为**量子(quantum of energy)**，空腔内的辐射由各种频率的量子组成。上述假设称为**普朗克量子假设**。

经过近两个月的努力(1900.10.07—1900.12.14)，在这一假设基础上，再运用经典的统计物理方法就可推出普朗克黑体辐射公式。

量子(量子化—不连续)的假设，对于经典物理来说，是离经叛道的，普朗克的这一工作并未引起人们的普遍重视，就连普朗克本人当时都觉得难以置信。为了回到经典的理论体系，在一段时间内他总想用能量的连续性来解决黑体辐射问题，但都没有成功。普朗克本人很困惑，思想斗争了整整15年！

简正模式(Normal Mode)的经典理论，频率(或波长)的分布不连续，有基频、高次谐波，但并没有说能量不连续。

量子概念的提出标志着量子力学的诞生，普朗克为此获得1918年诺贝尔物理学奖。

42

由普朗克公式可导出其他所有热辐射公式：

$$M_{\nu}(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{积分} \rightarrow M = \sigma T^4 \\ \text{求导} \rightarrow \nu_m = C_{\nu} T \\ \text{低频} \rightarrow M_{\nu}(T) = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT \\ \text{高频} \rightarrow M_{\nu}(T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu/T} \end{array} \right.$$

1921年**叶企孙**，**W.Duane**，**H.H.Palmer** 测得：

$$h = (6.556 \pm 0.009) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

1986年推荐值： $h = 6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

1998年推荐值： $h = 6.62606876 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

一般取： $h \approx 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

43

▲ 1900.12.14. **Planck**把“关于正常谱中能量分布的理论”的论交到了德国自然科学会，这一天后来被定为“量子论的诞生日”。

▲ 普朗克公式的得出，是理论和实验结合的典范。

1922年**Planck**写到：“没有**Rubens**的介入，辐射定律的形式，以至于量子理论的基础，也许会以别的形式出现，或者不会在德国发展。”

▲ 量子论是不附属于经典物理的**全新的理论**，它的发展在此后又经过了十几年的曲折和反复。

▲ 1918年**Planck** 60岁时获得了**诺贝尔物理奖**。

44

▲ **玻尔**对普朗克量子论的评价：

“在科学史上很难找到其它发现能象普朗克的基本作用量子一样在仅仅一代人的短时间里产生如此非凡的结果...”

这个发现将人类的观念——不仅是有关经典科学的观念，而且是有关通常思维方式的观念——的基础砸得粉碎，上一代人能取得有关自然知识的如此的神奇进展，应归功于人们从传统的思想束缚下获得的这一解放。”

45

▲ **爱因斯坦**在1918年4月普朗克六十岁生日庆祝会上的一段讲话：

“在科学的殿堂里有各种各样的人：有人爱科学是为了满足智力上的快感；有的人是为了纯粹功利的目的。

而**普朗克**热爱科学是为了得到**现象世界那些普遍的基本规律**，这是他无穷的毅力和耐心的源泉。... ..他成了一个**以伟大的创造性观念造福于世界的人**。”

46



1918年诺贝尔物理学奖获得者——

普朗克 (Max Karl Ernst Ludwig Planck)

德国人 1858 — 1947 发现量子

47



叶企孙
(1898 — 1977)

中国科学院学部委员
(常务) (1955)

清华大学首任物理系主任 (1926)、首任理学院院长 (1929)

用X射线方法测定普朗克常量，在国际上沿用了16年。

48

辐射本领也可以用波长表示

$$M_\nu(T, \nu) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$M(T) = \int_0^\infty M_\nu(T, \nu) d\nu$$

$$M_\nu(T, \nu) d\nu = M_\nu(T, \nu) d\left(\frac{c}{\lambda}\right) = -M_\nu(T, \nu) \frac{c}{\lambda^2} d\lambda = -M_\lambda(T, \lambda) d\lambda$$

$$M_\lambda(T, \lambda) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} \frac{c}{\lambda^2} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

$$dM_\lambda(T, \lambda) / d\lambda = 0 \rightarrow \lambda_m = b / T$$

$$\nu_m = C_\nu T$$

$$C_\nu = 5.880 \times 10^{10} \text{ Hz/K}$$

$$\nu_m \cdot \lambda_m = C_\nu b \neq c \quad b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

49

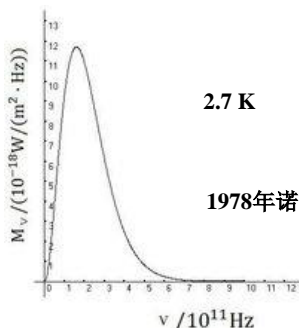
宇宙的背景辐射

1964年，美国贝尔实验室的工程师阿诺·彭齐亚斯和罗伯特·威尔逊架设了一台喇叭形状的天线，用以接受“回声”卫星的信号。为了检测这台天线的噪音性能，他们将天线对准天空方向进行测量。他们发现，在波长为7.35cm的地方一直有一个各向同性的讯号存在，这个信号既没有周日的变化，也没有季节的变化，因而可以判定与地球的公转和自转无关。起初他们怀疑这个信号来源于天线系统本身。

普林斯顿大学，由罗伯特·迪克(Robert Dicke)领导的一个科学家小组正在研究宇宙大爆炸留下的残留辐射

50

宇宙的背景辐射



51

§ 26.2 光电效应 (photoelectric effect)

光电效应：光照射某些金属时，能从表面释放出电子的效应。

光电效应中产生的电子称为“**光电子**”。

光电效应引起的现象是**赫兹**在1887年发现的，当1896年**汤姆孙**发现了电子之后，**勒纳德**才在1900年证明了所发出的带电粒子是电子。

要求自学光电效应的实验规律和经典波动理论的困难。自学中要搞清以下几点：

52

1. 实验规律 (特点)：

① 光强 I 对饱和光电流 i_m 的影响：

在 ν 一定时， $i_m \propto I$ 。

② 频率的影响：

截止电压 $U_c = K\nu - U_0$ 与 I 无关；

存在红限频率 $\nu_0 = \frac{U_0}{K}$ 。

③ 光电转换时间极短 $< 10^{-9} \text{ s}$ 。

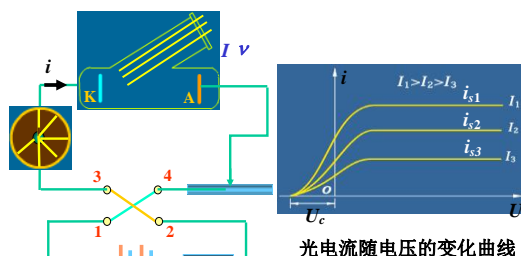
2. 波动理论的困难在于不能解释以上②、③

演示 光电效应 (紫外灯)

53

光电效应——光子

光电效应的实验



54

光合作用的秘密

光合作用的核心，即由光驱动将水分子裂解为氧气、氢离子和电子，同时二氧化碳中的碳元素通过反应转变成有机物。即“光”与“合”的作用。

从光能吸收到氢离子和电子分离，如此复杂的反应仅仅在不到万分之一秒内就能瞬间完成。

染料敏化太阳能电池 (DSC)

DSC借助类似叶绿素的染料来吸收太阳光，产生电子，电子再被电极收集，然后再通过外电路，回到反电极，产生光电流。

向一片树叶学习，模拟植物叶绿体高效获取太阳能。

55

§ 26.3 光子、光的波粒二象性

一、爱因斯坦的光子理论

当普朗克还在寻找他的能量子的经典理论时，爱因斯坦却大大发展了能量子的概念。

爱因斯坦光子假设（1905）：

- 电磁辐射由以光速 c 运动的局限于空间某一小范围的光的能量子单元——光子所组成，

$$\text{光子能量 } \varepsilon = h\nu$$

- 光子具有“整体性”

光的发射、传播、吸收都是量子化的。

现在所用的光子(photon)一词是1926年由刘易斯(G. N. Lewis)提出来的：光子→光子，21年时间！

56

一束光就是以速率 c 运动的一束光子流。

光强 $I = N \cdot h\nu$ N ：光子数通量

二、光子理论对光电效应的解释

一个光子将全部能量交给一个电子，电子克服金属对它的束缚，从金属中逃出。

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = eU_c \quad \begin{array}{l} A: \text{逸出功} \\ U_c: \text{截止电压} \end{array}$$

➤ $h\nu > A$ 时才能产生光电效应

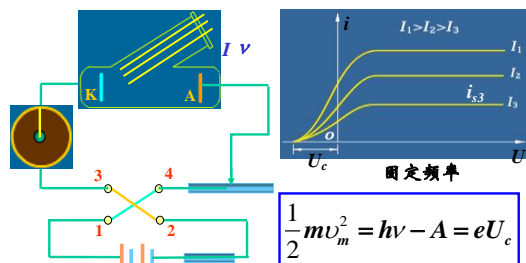
红限频率

$$\nu_0 = \frac{A}{h}$$

57

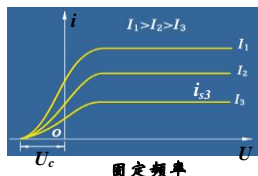
➤ 光子打出光电子是瞬时发生的 (10^{-9} s)

➤ 光电流随电压的关系



58

➤ 饱和光电流随光强的关系



$I \uparrow \rightarrow N \uparrow \rightarrow$ 单位时间
打出光电子多 $\rightarrow i_m \uparrow$

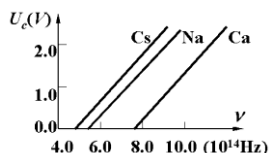
光子假设解释了光电效应的全部实验规律！

但是光子理论在当时并未被物理学界接受，普朗克在推荐爱因斯坦为柏林科学院院士时说“光子假设可能是走得太远了。”

1906年爱因斯坦还进一步把能量不连续的概念应用于固体中原子的振动，成功地解决了当温度趋近绝对零度时，固体比热趋于零的现象。

59

1916年密立根(R.A.Milikan)做了精确的光电效应实验，利用 $U_c - \nu$ 的直线斜率 K ，定出 $h = 6.56 \times 10^{-34}$ J.s。



$$\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = eU_c$$

$$U_c = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e}$$

这和当时用其他方法定出的 h 符合得很好。从而进一步证实了爱因斯坦的光子理论。尽管如此，密立根还是认为光子理论是完全站不住脚的。可见，一个新思想要被人们接受是相当困难的。

60

问题：多光子吸收问题

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = nh\nu - A$$

61



1879—1955
爱因斯坦由于对光电效应的理论解释和对理论物理学的贡献，获得1921年诺贝尔物理学奖



1868—1953
密立根由于研究基本电荷和光电效应，特别是通过著名的油滴实验，证明电荷有最小单位，获得1923年诺贝尔物理学奖



普朗克是该杂志的主编，他对爱因斯坦的工作给予了高度的评价

在普朗克获博士学位五十周年纪念会上普朗克向爱因斯坦颁发普朗克奖章

63

三. 光的波粒二象性 (dualism)

Planck—Einstein公式

波动性特征: ν, λ

粒子性特征: E, m, p

$$\left\{ \begin{array}{l} E = h\nu \\ m = \frac{h\nu}{c^2} \end{array} \right\} \text{1905年}$$

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \text{1916年}$$

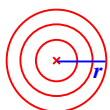
波长或障碍物小→波动性突出

波长或障碍物大→粒子性突出

光作为电磁波是弥散在空间而连续的 } 统一于
光作为粒子在空间中是集中而分立的 } 概率波理论

64

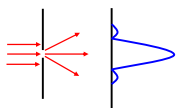
光子在某处出现的概率由光在该处的强度决定，光子是分立的，光强分布可以是连续的。



点光源

$$I \propto \frac{1}{r^2}$$

光子各向辐射等概率

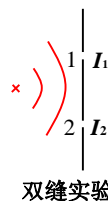


单缝衍射

I 大，光子出现概率大；

I 小，光子出现概率小。

65



双缝实验

波面被分割，不表示光子被分割，

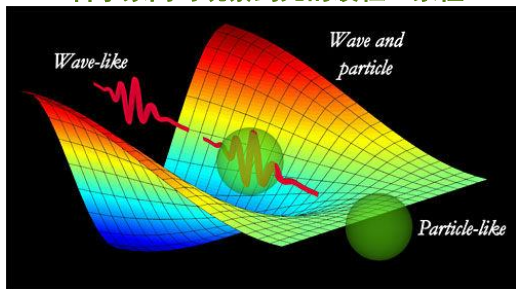
光子通过1缝的概率正比于 I_1 ，

光子通过2缝的概率正比于 I_2 。

光子在某处出现的概率和该处光振幅的平方成正比。

66

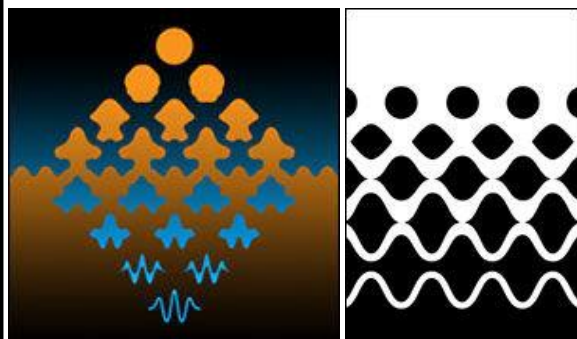
科学家同时观察到光的波粒二象性



上面的想象图演示的是单光子穿过干涉仪时的情景，干涉仪的输出端装有量子分光镜。图中远处可以看到正弦振荡的波形，表示的是单光子干涉，是一种波动现象。而在图片近处，观察不到振荡，说明只表现出粒子的特性。在两种极端之间，单光子的行为连续不断地从波的形式向粒子形式转变，图中显示了这两种状态的重叠。

Alberto Peruzzo: 《科学》2012-11-8 15:28:04

67



受艺术家毛里茨·科内利斯·埃舍尔作品的启发绘制的艺术图，显示了光在粒子态和波形态之间的连续变化。

68

Particle and Wave-Like Behavior of Light Measured Simultaneously

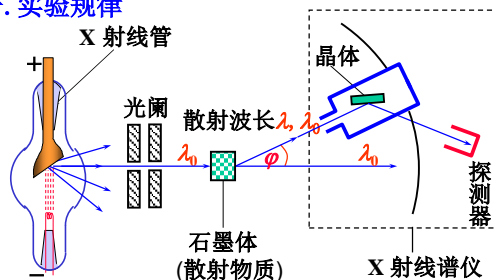
ScienceDaily (Nov. 1, 2012) — What is light made of: waves or particles? This basic question has fascinated physicists since the early days of science. Quantum mechanics predicts that photons, particles of light, are both particles and waves simultaneously. Reporting in *Science*, physicists from the University of Bristol give a new demonstration of this wave-particle duality of photons, dubbed the 'one real mystery of quantum mechanics' by Nobel Prize laureate Richard Feynman.

69

§ 26.4 康普顿效应 (Compton effect)

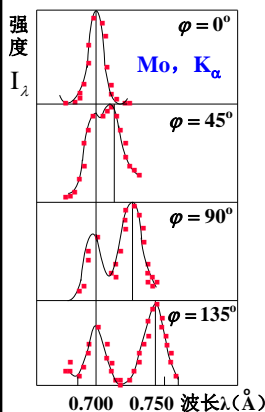
1922–23年康普顿研究了X射线在石墨上的散射

一. 实验规律



钨靶X射线管，K系标识谱线(Kα, Kβ; Kα1, Kα2)

70



散射出现了 $\lambda \neq \lambda_0$ 的现象，称为康普顿散射。

散射曲线的三个特点：

1. 除原波长 λ_0 外，出现了移向长波方面的新的散射波长 λ 。
2. 新波长 λ 随散射角 φ 的增大而增大。
3. 当散射角增大时，原波长的谱线强度降低，而新波长的谱线强度升高。

71

实验表明：新散射波长 $\lambda > \lambda_0$ ，波长的偏移 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 只与散射角 φ 有关，和散射物质无关。实验规律是：

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\varphi) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$\lambda_c = 0.0241 \text{ \AA} = 2.41 \times 10^{-3} \text{ nm}$ (实验值) ■

λ_c 称为电子的康普顿波长

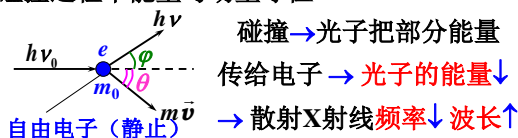
只有当入射波长 λ_0 与 λ_c 可比拟时，康普顿效应才显著，因此要用X射线才能观察到。

72

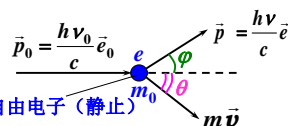
二. 康普顿效应的理论解释

经典电磁理论难解释为什么有 $\lambda \neq \lambda_0$ 的散射，
康普顿用光子理论做了成功的解释：

- ▲ X射线光子与“静止”的“自由电子”弹性碰撞
(波长 1\AA 的X射线，其光子能量 $\varepsilon \sim 10^4\text{eV}$ ，
外层电子束缚能 $\sim \text{eV}$ ，室温下动能 $kT \sim 10^{-2}\text{eV}$)
- ▲ 碰撞过程中能量与动量守恒



73



$$\begin{cases} \text{能量守恒} & h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \\ \text{动量守恒} & \frac{h\nu_0}{c}\vec{e}_0 = \frac{h\nu}{c}\vec{e} + m\vec{v} \\ \text{反冲电子质量} & m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2} \end{cases}$$

$$\text{解得: } \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{c}{v} - \frac{c}{v_0} = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\phi) = \lambda_c (1 - \cos\phi)$$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0c} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} \text{m} = 2.43 \times 10^{-3} \text{nm} \quad \text{(理论值等于实验值)}$$

74

为什么在任何角度康普顿散射中还有原波长 λ_0 呢？

这是因为光子还可与石墨中被原子核束缚得很紧的电子发生碰撞。

内层电子束缚能很大($10^3 \sim 10^4\text{eV}$),不能视为自由电子而应视为与原子是一个整体。所以这相当于光子和整个原子碰撞。 $\because m_{\text{原子}} \gg m_{\text{光子}}$
 \therefore 在弹性碰撞中，入射光子几乎不损失能量，即散射光子波长不变，散射线中还有与原波长相同的射线。

75

三、讨论几个问题

- 1、为什么康普顿效应中的电子不能像光电效应那样吸收光子，而是散射光子？

假设自由电子能吸收光子，则有

$$\left. \begin{aligned} h\nu_0 + m_0c^2 &= mc^2 \\ \frac{h\nu_0}{c}\vec{e}_0 &= m\vec{v}\vec{e}_0 \\ m &= m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 1 - \frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow v = c \\ &\text{违反相对论!} \end{aligned}$$

上述过程不能同时满足能量、动量守恒。

因此：自由电子不能吸收光子，只能散射光子。

76

2. 为什么在光电效应中不考虑动量守恒？

在光电效应中，入射的是可见光和紫外线，光子能量低，电子与整个原子的联系不能忽略，原子也要参与动量交换，光子-电子系统动量不守恒。又因原子质量较大，能量交换可忽略， \therefore 光子-电子系统能量仍可认为是守恒的。

3. 为什么可见光观察不到康普顿效应？

因可见光光子能量不够大，原子内的电子不能视为自由，所以可见光不能产生康普顿效应。

77

四. 康普顿散射实验的意义

- ▲ 支持了“光子”概念，进一步证实了 $\varepsilon = h\nu$

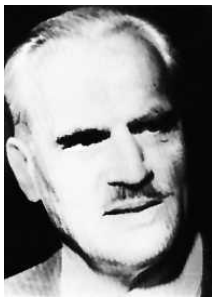
- ▲ 首次实验证实了爱因斯坦提出的“光子具有动量”的假设(1916年)

$$p = \varepsilon/c = h\nu/c = h/\lambda$$

- ▲ 证实了在微观领域的单个碰撞事件中，动量和能量守恒定律仍然是成立的。

康普顿获得1927年诺贝尔物理学奖。

78



康普顿
(A. H. Compton)
美国人(1892-1962)



79

五. 吴有训对康普顿效应研究的贡献

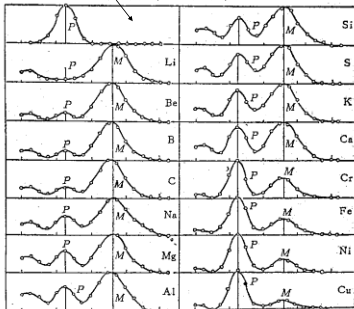
吴有训1923年参加了发现康普顿效应的研究工作, 1925-26年他用银的X射线 ($\lambda_0 = 5.62\text{nm}$) 为入射线, 以15种轻重不同的元素为散射物质, 在同一散射角 ($\varphi=120^\circ$) 测量各种波长的散射光强度, 作了大量 X 射线散射实验。这**对证实康普顿效应作出了重要贡献。**

80

吴有训 的康普 顿效应 散射实 验曲线

散射角
 $\varphi = 120^\circ$

注意: 此处没有峰值(银对阴极)



曲线表明: 1. $\Delta\lambda$ 与散射物质无关, 仅与散射角有关。

2. 轻元素 $I_\lambda > I_{\lambda_0}$, 重元素 $I_\lambda < I_{\lambda_0}$ 。

81

吴有训工作的意义:

▲ 证实了康普顿效应的普遍性

▲ 证实了两种散射线的产生机制:

λ — 外层电子(自由电子)散射

λ_0 — 内层电子(整个原子)散射(Li中没有)

在康普顿的一本著作 “X - Rays in theory and experiment” (1935) 中, 有19处引用了吴有训的工作。书中两图并列作为康普顿效应的证据。

82



20世纪50年代的吴有训

吴有训 (1897—1977)

物理学家、教育家、
中国科学院副院长,
1928年被叶企孙聘为
清华大学物理系教授,
曾任清华大学物理系
主任、理学院院长。

**对证实康普顿效应
作出了重要贡献**

83

§ 26.5 实物粒子的波动性

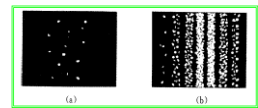
光的波粒二象性

波动性: 干涉、衍射

粒子性: 光电效应、康普顿散射



用白光作为光源时, 杨氏双缝干涉的彩色条纹



光子逐个通过双缝撞击胶片形成的图样 (a) 14个光子, (b) 数百个光子



光是波: 为什么一份一份的传递能量?

光是粒子: 为什么会有波长和频率?

84

光(波)具有粒子性,那么实物粒子具有波动性吗?

一. 德布罗意假设

L.V. de Broglie (法国人, 1892 – 1986)

从自然界的对称性出发,认为既然光(波)具有粒子性,那么实物粒子也应具有波动性。

1924.11.29德布罗意把题为“量子理论的研究”的博士论文提交给了巴黎大学。

85

德布罗意假设(1924年)

德布罗意受爱因斯坦光子量子假说的启发,认为在物质和辐射之间,应该存在着某种对称性。

	波动性 (λ, ν)	粒子性 (m, p)
光	+	+
实物粒子	?	+

假设: 实物粒子(原子、电子)具有波粒二象性。

$$p = m v = \frac{h}{\lambda} \quad \text{波长} \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{h}{m_0 v \sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$E = m c^2 = h \nu \quad \text{频率} \quad \nu = \frac{E}{h} = \frac{m c^2}{h} = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1-v^2/c^2}}$$

电子的波粒二象性

研究光: 忽略了粒子性
研究实物粒子: 是否忽略了波动性?

86

他在论文中指出:

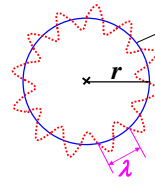
一个能量为 E 、动量为 p 的实物粒子,同时也具有波动性,它的波长 λ 、频率 ν 和 E 、 p 的关系与光子一样:

$$\left. \begin{array}{l} E = h \nu \\ p = \frac{h}{\lambda} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \nu = \frac{E}{h} \\ \lambda = \frac{h}{p} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{爱因斯坦} \\ \text{德布罗意关系式} \end{array}$$

与粒子相联系的波称为物质波或德布罗意波,
 λ — 德布罗意波长 (de Broglie wavelength)

87

物质波的概念可以成功地解释原子中令人困惑的轨道量子化条件。



$$\left. \begin{array}{l} \text{稳定轨道 } 2\pi r = n\lambda \\ \text{波长 } \lambda = \frac{h}{p} \end{array} \right\} \rightarrow 2\pi m v r = n h$$

$$l = r m v = \frac{h}{2\pi} \cdot n = n \hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

— 轨道角动量量子化

论文获得了评委会高度评价。

德布罗意的导师朗之万把论文寄给了爱因斯坦,后者称赞道:

“揭开了自然界巨大帷幕的一角”
“看来疯狂,可真是站得住脚呢”

88

经爱因斯坦的推荐,物质波理论受到了关注。

在论文答辩会上,佩林问:

“这种波怎样用实验来证实呢?”

德布罗意答道:

“用电子在晶体上的衍射实验可以做到。”

算算电子的波长: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E}}$ (电子 $v \ll c$)

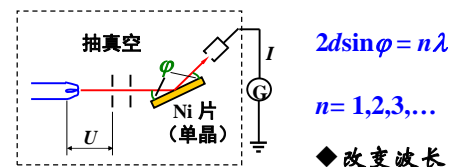
设加速电压为 U (单位为伏特) $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 e U}} \approx \frac{12.25}{\sqrt{U}} (\text{\AA})$

$U=100\text{V}$ 时, $\lambda=1.225\text{\AA}$ — X射线波段

89

二、电子衍射实验

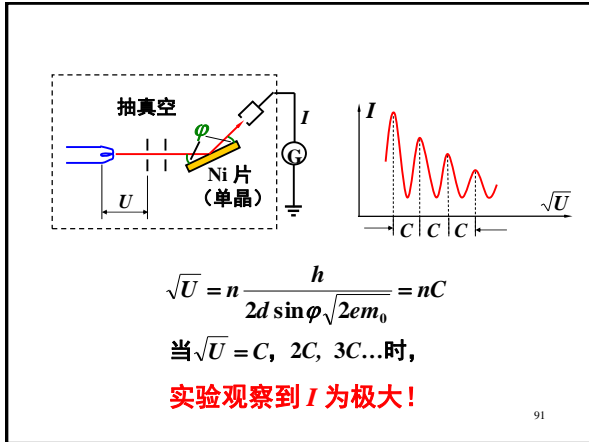
●戴维孙(Davission)革末(Germer)实验(1927)



$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 e U}} \quad 2d \sin \varphi = \frac{nh}{\sqrt{2m_0 e U}}$$

$$eU = \frac{p^2}{2m_0} \quad \sqrt{U} = \frac{nh}{2d \sin \varphi \sqrt{2m_0 e}}$$

90



91

● G.P.汤姆孙 (G.P.Thomson) 实验 (1927)

$2d \sin \phi = n\lambda$

◆ 角度或间距

电子通过金多晶薄膜衍射

金多晶薄膜

电子束

衍射图样

1929年德布罗意获诺贝尔物理学奖

1937年戴维孙、G.P.汤姆孙共获诺贝尔物理学奖

【演示】电子衍射 (电子通过镍多晶)

92

物质波实验验证:

戴维孙-革末电子散射实验(1927年), 观测到电子衍射现象。

电子束

X射线

Al粉末晶体上的衍射图样 (波长相同)

电子双缝干涉图样

杨氏双缝干涉图样

93

路易·德布罗意

Louis.V.de Broglie

法国人

1892 — 1986

1929年获诺贝尔物理学奖

提出电子的波动性

94

▲ 约恩孙 (Jonsson) 实验 (1961)

大量电子的单、双、三、四缝衍射实验:

单缝 双缝 三缝 四缝

质子、中子、原子、分子...也有波动性。

$\lambda = \frac{h}{mv} \propto \frac{1}{m}$, $m \uparrow \rightarrow \lambda \downarrow$

宏观粒子 m 大, $\lambda \rightarrow 0$, 表现不出波动性。

95

【例】 $m = 0.01\text{kg}$, $v = 300\text{ m/s}$ 的子弹

波长 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.01 \times 300} = 2.21 \times 10^{-34}\text{ m}$

h 极小 \rightarrow 宏观物体的波长小得实验难以测量

\rightarrow “宏观物体只表现出粒子性”

▲ 两把自然尺度: c 和 h

$c \rightarrow \infty$: 相对论 \rightarrow 牛顿力学

$h \rightarrow 0$: 量子物理 \rightarrow 经典物理

($\lambda \rightarrow 0$: 波动光学 \rightarrow 几何光学)

96

§ 26.6 概率波与概率幅

一、对物质波的理解，概率波的概念

德布罗意：物质波是引导粒子运动的“导波”。

— 本质是什么，不明确。

薛定谔：波是基本的，电子是“物质波包”。

— 夸大了波动性，抹煞了粒子性。

●通过电子衍射可以在空间不同方向上观测到波包的一部分，如果波代表实体，那就意味着能观测到电子的一部分，这与显示电子具有整体性的实验结果矛盾。

●波包总要扩散，而电子是稳定的。

97

另一种理解：粒子是基本的，电子的波动性是大量电子之间相互作用的结果。

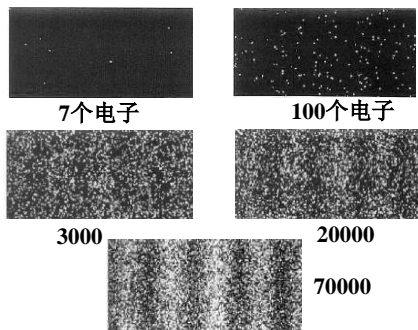
为防止电子间发生作用，让电子一个一个地入射，发现时间足够长后的干涉图样和大量电子同时入射时完全相同。

这说明，电子的波动性并不是很多电子在空间聚集在一起时相互作用的结果，而是单个电子就具有波动性。换言之，干涉是电子“自己和自己”的干涉。

无论是大量电子同时入射，还是电子一个一个地长时间地入射，都只是让单个电子干涉的效果在底片上积累并显现出来而已。

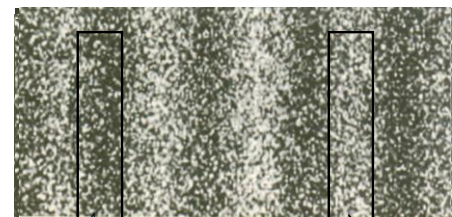
98

一个一个电子依次入射双缝的衍射实验：



99

电子双缝衍射（干涉）图样



出现概率小

电子数 $N=70000$

出现概率大

实验中单个电子撞击屏幕位置具有随机性，但大量电子撞击的统计结果，衍射（干涉）图样是可以预期的。

100

底片上出现一个个的点子 → 电子具有粒子性。
随着电子增多，逐渐形成衍射图样 → 来源于“一个电子”所具有的波动性，而不是电子间相互作用的结果。

尽管单个电子的去向是概率性的，但其概率在一定条件下（如双缝），还是有确定的规律的。

玻恩 (M.Born)：德布罗意波并不像经典波那样是代表实在物理量的波动，而是描述粒子在空间的概率分布的“概率波”。

101

二、波函数及其统计解释

1、波函数 (wave function)

量子力学假定：微观粒子的状态用波函数表示。

平面简谐波函数： $y = A \cos(\omega t - kx)$

复数表示： $y = A e^{-i(\omega t - kx)}$

概率波波函数：一维 $\Psi(x, t)$ ，三维 $\Psi(\vec{r}, t)$

2、波函数的统计解释

物质波是“概率波”，它是怎样描述粒子在空间各处出现的概率呢？

102

先回忆一下光的波粒二象性:

波动性: 某处明亮, 则某处光强大, 即 I 大。

粒子性: 某处明亮, 则某处光子多, 即 N 大。

$$\text{光子数 } N \propto I \propto E_0^2$$

I 大, 光子出现概率大;

I 小, 光子出现概率小。

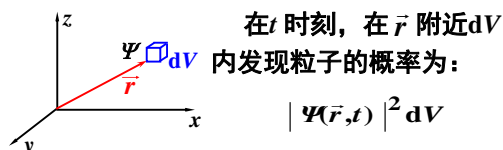
光子在某处出现的概率和该处光波振幅的平方成正比。

103

玻恩对 Ψ 的统计解释(1926): 波函数 Ψ 是描述粒子在空间概率分布的“概率振幅”。其模方

$$|\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \Psi(\vec{r}, t)^* \Psi(\vec{r}, t)$$

代表 t 时刻, 在坐标 \vec{r} 附近单位体积中发现一个粒子的概率, 称为“概率密度”。



在 t 时刻, 在 \vec{r} 附近 dV 内发现粒子的概率为:

$$|\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV$$

在空间 Ω 发现粒子的概率为: $\int_{\Omega} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV$

104

$\Psi(\vec{r}, t)$ 不同于经典波的波函数, 它无直接的物理意义, 有意义的是 $|\Psi|^2$ 和波函数的位相。

对单个粒子: $|\Psi|^2$ 给出粒子概率密度分布;

对大量粒子: $N |\Psi|^2$ 给出粒子数的分布;

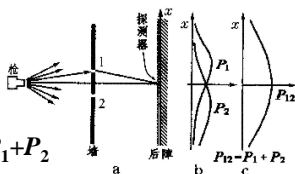
3、用电子双缝衍射实验说明概率波的含义

(1) 子弹穿过双缝

只开上缝 $\rightarrow P_1$

只开下缝 $\rightarrow P_2$

双缝齐开 $\rightarrow P_{12} = P_1 + P_2$



105

(2) 光波

只开上缝 \rightarrow 光强 I_1

只开下缝 \rightarrow 光强 I_2

双缝齐开 $\rightarrow I_{12} \neq I_1 + I_2$

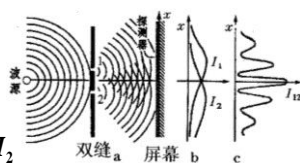
通过上缝的光波用 $A_1(x)e^{i\omega t}$ 描述

通过下缝的光波用 $A_2(x)e^{i\omega t}$ 描述

双缝齐开时的光波为 $(A_1 + A_2)e^{i\omega t}$

$$\begin{aligned} \text{光强为 } I_{12} &= |A_1 + A_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + \underbrace{|A_1^* A_2 + A_1 A_2^*|}_{\text{干涉项}} \\ &= I_1 + I_2 + \text{干涉项} \end{aligned}$$

106



(3) 电子

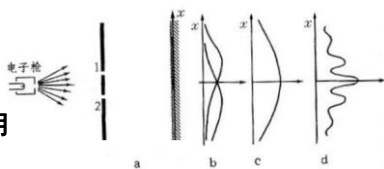
通过双缝后, 分布是d不是c。

电子的状态用波函数 Ψ 描述。

只开上缝时, 电子有一定的概率通过上缝, 其状态用 $\psi_1(x)$ 描述, 电子的概率分布为 $P_1 = |\psi_1|^2$

只开下缝时, 电子有一定的概率通过下缝, 其状态用 $\psi_2(x)$ 描述, 电子的概率分布为 $P_2 = |\psi_2|^2$

双缝齐开时, 电子可通过上缝也可通过下缝, 通过上、下缝各有一定的概率, ψ_1 、 ψ_2 都有。



107

总的概率幅为 $\Psi_{12} = \psi_1 + \psi_2$

$$P_{12} = |\Psi_{12}|^2 = |\psi_1 + \psi_2|^2 \neq |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 = P_1 + P_2$$

出现了干涉。可见, 干涉是概率波的干涉, 是由于概率幅的线性叠加产生的。

即使只有一个电子, 当双缝齐开时, 它的状态也要用 $\Psi_{12} = \psi_1 + \psi_2$ 来描述。

两部分概率幅的叠加就会产生干涉。

微观粒子的波动性, 实质上就是概率幅的相干叠加性。衍射图样是概率波的干涉结果。

108

关于概率波的说明：

在非相对论的情况下，没有粒子的产生和湮没现象，概率波概念正确地把物质粒子的波动性和粒子性统一了起来，已为大量的实验事实所证实。

109

4、统计解释对波函数提出的要求

根据波函数的统计解释，它应有以下性质：

1) **有限性**：在空间任何有限体积元 ΔV 中找到粒子的概率 $(\iiint_{\Delta V} |\Psi|^2 dV)$ 必须为有限值。

归一化：在空间各点的概率总和必须为1。

归一化条件： $\int_{\Omega} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV = 1$, (Ω —全空间)

若 $\int_{\Omega} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV = A$, 则 $\int_{\Omega} \left| \frac{1}{\sqrt{A}} \Psi(\vec{r}, t) \right|^2 dV = 1$
 $\frac{1}{\sqrt{A}}$ — 归一化因子

110

2) **单值性**：波函数应单值，从而保证概率密度在任意时刻、任意位置都是确定的。

3) **连续性**：

● **波函数连续**，保证概率密度连续。

● 对于势场连续点，或势场不是无限大的间断点，**波函数的一阶导数连续**。

玻恩 (M.Born, 英籍德国人, 1882 – 1970)

由于进行了量子力学的基本研究，特别是对波函数作出的统计解释，获得了1954年诺贝尔物理学奖。

111

波函数本身“测不到，看不见”，是一个很抽象的概念，但是它的模方给我们展示了粒子在空间分布的图像，即粒子坐标的取值情况。当测量粒子的某一力学量的取值时，只要给定描述粒子状态的波函数，按照量子力学给出的一套方法就可以预言一次测量可能测到哪个值，以及测到这个值的概率是多少。

对波恩的统计诠释是有争论的，爱因斯坦就反对统计诠释。他不相信“上帝玩掷骰子游戏”，认为用波函数对物理实在的描述是不完备的，还有一个我们尚不了解的“隐参数”。虽然至今所有实验都证实统计诠释是正确的，但是这种关于量子力学根本问题的争论不但推动了量子力学的发展，而且还为量子信息论等新兴学科的诞生奠定了基础。

112

5、自由粒子的波函数

与自由粒子相联系的德布罗意波，是一个单色平面波。

沿+x传播的单色平面波，波函数：

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

复数形式可写成

$$y(x, t) = A e^{-i(\omega t - kx)}$$

微观粒子波函数一般是坐标和时间的复函数，因此采用复数形式的平面波表达式，只要把其中描述波动性的参量 ω 、 k 换成描述粒子性的参量 E 、 p 就可以了。

113

由德布罗意关系 $\nu = \frac{E}{h}, \lambda = \frac{h}{p}$ 得

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi E}{h} = \frac{E}{\hbar}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{p}{\hbar}$$

其中 $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 6.58 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}$

单色平面波 $y(x, t) = A e^{-i(\omega t - kx)}$

自由粒子波函数： $\Psi(x, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}$

$\Psi(x, t) = \Phi(x) e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$, $\Phi(x) = A e^{\frac{i}{\hbar}px}$ (**空间因子**)

114

自由粒子波函数：

$$\Phi(x) = A e^{\frac{i}{\hbar} p x}$$

三维：

$$\Phi(\vec{r}) = A e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r}}$$

概率密度： $|\Phi|^2 = |A|^2 = \text{const.}$

空间位置完全不确定，动量取确定值

$$\vec{p} = \text{const.}$$

【思考】自由粒子波函数能归一化吗？

115

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 dx \rightarrow \infty$$

原因： $\Phi(x)$ 代表全空间理想平面波，而实际的自由粒子，例如由加速器引出的粒子束，只能分布在有限的空间内。若限定粒子只能出现在某一区间，则自由粒子波函数变成

$$\Phi(x) = \begin{cases} A e^{\frac{i}{\hbar} p x}, & |x| \leq L/2 \\ 0, & |x| > L/2 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(x)|^2 dx = A^2 \int_{-L/2}^{L/2} dx = 1$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{L}}$$

116

“归一化”的自由粒子波函数：

$$\Psi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L}} e^{\frac{i}{\hbar} p x}, & |x| \leq L/2 \\ 0, & |x| > L/2 \end{cases}$$

这称为“箱归一化”，上式表示的就是自由粒子的“箱归一化”波函数。

为回到原来理想平面波的情况，只要在用箱归一化波函数所得结果中，令 $L \rightarrow \infty$ 就可以了。

117

三、状态叠加原理

量子力学要求：若体系具有一系列互异的可能状态 $\{\Psi_1, \Psi_2 \dots\}$ ，则它们的线性组合

$$\Psi = \sum_n C_n \Psi_n$$

也是该体系的一个可能的状态。展开系数 C_n 为任意复常数。

若叠加中各状态间的差异无穷小，则应该用

$$\text{积分代替求和：} \Psi = \int C_\lambda \Psi_\lambda d\lambda$$

118

四、对波粒二象性的理解

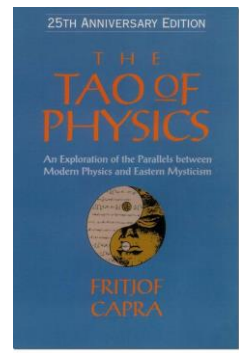
- | | |
|-----|--|
| 粒子性 | ●“原子性”或“整体性”：
只在空间和时间的很小区域内，作为一个整体产生效果。 |
| | ●具有集中的能量 E 和动量 p |
| | ●不是经典粒子！抛弃了“轨道”概念！
轨道：粒子在任意时刻都具有确定的位置和速度，从而下一时刻的位置和速度完全确定。但这和粒子性本身是完全不同的两个概念。 |
| 波动性 | ●“相干叠加”、干涉、衍射、偏振 |
| | ●具有波长 λ 和波矢 $\vec{k} (= \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e})$ |
| | ●不是经典波！不代表实在物理量的波动。 |

119

玻尔互补原理与太极图的邂逅



“对立即统一”



《物理之道》封面

120

The Tao of Physics Chapter 11 Beyond the World of Opposites

.....Niels Bohr was well aware of the parallel between his concept of complementarity and Chinese thought. When he visited China in 1937, at a time when his interpretation of quantum theory had already been fully elaborated, he was deeply impressed by the ancient Chinese notion of polar opposites, and from that time he maintained an interest in Eastern culture. Ten years later, Bohr was knighted as an acknowledgment of his outstanding achievements in science and important contributions to Danish cultural life; and when he had to choose a suitable motif for his coat-of-arms, his choice fell on the Chinese symbol of tai-chi representing the complementary relationship of the archetypal opposites yin and yang. In choosing this symbol for his coat-of-arms together with the inscription *Contraria sunt complementa* (Opposites are complementary), Niels Bohr acknowledged the profound harmony between ancient Eastern wisdom and modern Western science.

121



微观粒子在某些条件下表现出粒子性，在另一些条件下表现出波动性，而两种性质虽寓于同一客体中，却不能同时表现出来。

少女？老妇？

两种图象不会同时出现在你的视觉中。

122

花非花

白居易（唐）

花非花，雾非雾。
夜半来，天明去。
来如春梦不多时，去似朝云无觅处。

你的“三观”怎么样？

- 科学观（自然观点）
- 文学观（人文观点）
- 哲学观（佛教观点）

123

§ 26.7 不确定度关系(uncertainty relation)

经典粒子的轨道概念在多大程度上适用于微观世界？1927年，海森伯分析了一些理想实验并考虑到德布罗意关系，得出不确定度关系（测不准关系）：粒子在同一方向上的坐标和动量不能同时确定。

如果用 Δx 代表位置的测量不确定度（不确定范围），用 Δp_x 代表沿 x 方向的动量的测量不确定度，那么它们的乘积有一个下限，即

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad \Delta A = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i (A_i - \bar{A})^2}$$

124

【例】原子的线度按 10^{-10}m 估算，原子中电子的动能按 10eV 估算，论证原子中电子的运动不存在轨道。

解 $v = \sqrt{2E_k/m} = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.11 \times 10^{-31}}} = 2 \times 10^6 (\text{m/s})$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$$

$$\Delta v \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34}}{2 \times 9.11 \times 10^{-31} \times 10^{-10}} = 0.6 \times 10^6 (\text{m/s})$$

速度不确定度 Δv 和速度本身 v 数量级相同，电子速度完全不确定。从而下一时刻电子位置完全不能确定，轨道的概念失去意义。

125

不确定度关系：

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

能量和时间之间的不确定度关系：

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Δt ：测量能量经历的时间范围， ΔE ：测量误差。

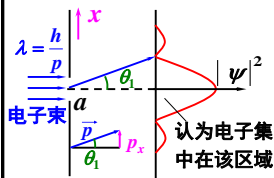
$$\tau \Gamma \sim \hbar$$

τ ：寿命， Γ ：能级宽度。

126

不确定度关系是微观体系具有波粒二象性的必然结果，本质上不是由测量仪器对体系干扰造成。以电子单缝衍射为例来分析。

电子通过狭缝时， x 方向位置不确定度 $\Delta x = a$



$$\Delta x \cdot \sin \theta_1 = \lambda$$

$$0 \leq p_x \leq p \sin \theta_1$$

x 方向动量不确定度：

$$\Delta p_x = p \sin \theta_1 = \frac{h}{\lambda} \cdot \sin \theta_1$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = \frac{\lambda}{\sin \theta_1} \cdot \frac{h}{\lambda} \sin \theta_1 = h$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = h$$

127

在宏观现象中，不确定度关系可以忽略。

【例】设子弹质量为0.01kg，枪口直径为0.5cm，试分析波粒二象性对射击瞄准的影响。

解 横向速度的不确定度为

$$\Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34}}{2 \times 10^{-2} \times 0.5 \times 10^{-2}} = 1.1 \times 10^{-30} (\text{m/s})$$

这可以看成是横向速度的最大值，它远远小于子弹从枪口射出时每秒几百米的速度，因此对射击瞄准没有任何实际的影响。

子弹的运动几乎显现不出波粒二象性。

128

【例】动能 $E_k \sim 10^8 \text{ eV}$ 的电子射入威尔逊云室，径迹的线度 $\sim 10^{-4} \text{ cm}$ ，问“轨道”概念适用否？

解 电子横向位置的不确定度 $\Delta x \approx 10^{-4} \text{ cm}$ 。
横向动量的不确定度

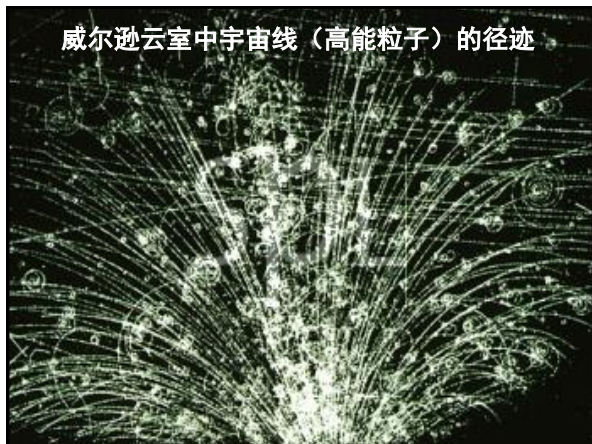
$$\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2\Delta x} \approx 10^{-28} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

电子动量为 $p = \sqrt{2mE_k} \approx 1.8 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

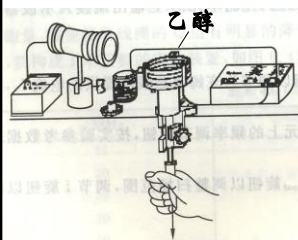
显然 $\Delta p_x \ll p$ ， Δp_x 对电子运动几乎没影响，轨道概念仍适用。实验上正是通过粒子在云室中留下的径迹（轨道）来探测高能粒子。

129

威尔逊云室中宇宙线（高能粒子）的径迹



【演示】 α 粒子通过威尔逊云室



Ra 衰变— α 粒子

131

利用不确定关系进行数量级估算

例1 能量尺度估算

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = h \quad \Delta p_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p_{xi} - \bar{p}_x)^2}$$

$$\text{对于束缚态} \quad \bar{p}_x = 0 \quad (\Delta p_x)^2 = \overline{p_x^2}$$

$$E \approx \frac{\overline{p_x^2}}{2m} \approx \frac{(\Delta p_x)^2}{2m} \approx \frac{h^2}{2m(\Delta x)^2}$$

氢原子中的电子 $\Delta x \sim 0.1 \text{ nm} \Rightarrow E \sim 4 \text{ eV}$

核内核子 $\Delta x \sim 10 \times 10^{-15} \text{ m} \Rightarrow E \sim 1 \text{ MeV}$

132

例2 平面波

$$\Psi(\vec{r}, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)}$$

动量确定，一定弥散整个空间

$$\Delta p_x = \Delta p_y = \Delta p_z = 0 \Rightarrow \Delta x = \Delta y = \Delta z = \infty$$

133

例3 估算光子的坐标不确定度

设光子沿x方向传播，波长为 λ ，波长不确定量为 $\Delta\lambda$ ，动量不确定量为 Δp_x ，位置不确定量为 Δx 。

$$\because p_x = p = \frac{h}{\lambda}, \Delta p_x = \frac{h}{\lambda^2} \Delta \lambda, \Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$$

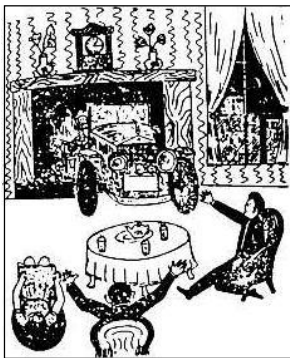
$$\therefore \Delta x \approx \frac{h}{\Delta p_x} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}, \text{ 此即相干长度 (波列长度)}$$

光子的坐标不确定量即为相应的波列的长度。

$$\text{单色光 } \Delta \lambda \rightarrow 0, \Delta x \approx \frac{h}{\Delta p_x} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} \rightarrow \infty, (\text{波列})$$

即，若光子能量完全确定，则坐标完全不确定。

134



隔壁车库内的汽车突然闯入了客厅

该图出自伽莫夫的《物理世界奇遇记》

这在微观世界里是可能发生的图象。该图包含着两个物理内容：

1. 由不确定关系，汽车在车库中永远不会静止
2. 物体在有限势阱内（车库的壁）有一定透出的概率（见下一章）

135



1932年诺贝尔物理学奖获得者

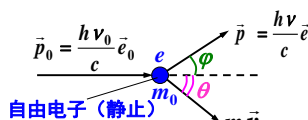
—— 海森伯

- 德国人
- **Werner Karl Heisenberg**
- 1901-1976
- 量子力学的创立



第二十六章结束

136



$$\begin{cases} \text{能量守恒} & h\nu_0 + m_0 c^2 = h\nu + m c^2 & (1) \\ \text{动量守恒} & \frac{h\nu_0}{c} \vec{e}_0 = \frac{h\nu}{c} \vec{e} + m\vec{v} & (2) \\ \text{反冲电子质量} & m = m_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2} & (3) \end{cases}$$

由(2)得：

$$\frac{h\nu_0}{c} \vec{e}_0 = \frac{h\nu}{c} \vec{e} + m\vec{v} \Rightarrow \left(\frac{h\nu_0}{c} \vec{e}_0 - \frac{h\nu}{c} \vec{e} \right)^2 = (m\vec{v})^2 \quad (5)$$

$$\text{由(3)得：} m^2 c^2 - m^2 v^2 = m_0^2 c^2 \quad (4)$$

137

$$\frac{h\nu_0}{c} \vec{e}_0 = \frac{h\nu}{c} \vec{e} + m\vec{v} \Rightarrow \left(\frac{h\nu_0}{c} \vec{e}_0 - \frac{h\nu}{c} \vec{e} \right)^2 = (m\vec{v})^2 \quad (5)$$

$$\text{由(3)得：} m^2 c^2 - m^2 v^2 = m_0^2 c^2 \quad (4)$$

$$h\nu_0 + m_0 c^2 = h\nu + m c^2 \quad (1)$$

$$(4) \text{代入}(5) \text{消去 } m^2 v^2$$

联合(1)消去 m

$$\text{解得：} \Delta \lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) = \lambda_c (1 - \cos \varphi)$$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} \text{ m} = 2.43 \times 10^{-3} \text{ nm}$$

等于实验值

138