



## 本章目录

### 前言

- △ § 15.1 电介质对电场的影响
- § 15.2 电介质的极化
- § 15.3 有介质时静电场的规律
- △ § 15.4 电容器及其电容
- △ § 15.5 电容器的能量、有介质时的电场能量
- \*△ § 15.6 铁电体、压电效应

2

### 前言

电介质就是电的绝缘体。

在概念上电介质与导体构成一对矛盾体。它们又对立、又依存；在实际应用中，它们的作用正相反，但又常常并用。

正如导体一样，研究电介质对电场的影响，也是电学中的一个十分重要的问题。

3

### △ § 15.1 电介质对电场的影响

极板电量不变时，在极板间充满各向同性均匀电介质前后的场强关系



4

#### Questions

- 1、电场强度的分布如何？
- 2、电荷分布如何？

对称性分析可确定电场强度的分布

电荷守恒定律:  $\sigma_1 + \sigma_2 = +\sigma$   
 $\sigma_3 + \sigma_4 = -\sigma$

高斯定理:  $\sigma_2 + \sigma_3 = 0$

导体静电平衡条件:

$$\frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_4}{2\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = \sigma_4 = 0 \quad \sigma_2 = \sigma = -\sigma_3$$

5

极板电量不变时，在极间充满各向同性均匀电介质时电场强度  $\vec{E}$  的分布与真空时一样

$$\vec{E} = \vec{E}_0 / \epsilon_r$$

$\epsilon_r$  —— 介质的相对介电常数  
 (相对电容率)  
 (relative permittivity)

6

$$\vec{E} = \vec{E}_0 / \epsilon_r$$

$\epsilon_r$ 与介质种类和状态有关。  $\epsilon_r \geq 1$

书中表15.1列出了某些电介质的 $\epsilon_r$ ,

其中: 空气 $\epsilon_r=1$ ,

水(20°C, 1atm)  $\epsilon_r=80$ ,

钛酸钡 $\epsilon_r=10^3-10^4$ 。

**演示** 极间电介质对电场的影响

7

## § 15.2 电介质的极化



分子的构成

单原子分子 He, Ne等

双原子分子 H<sub>2</sub>, Cl<sub>2</sub>, HCl

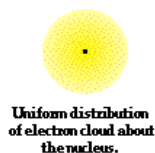
多原子分子 H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub>

8

一.电介质分子可分为有极和无极两类

1.无极分子 (nonpolar molecule):  $\pm$

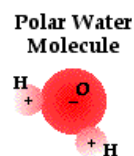
分子电荷的正、负“重心”重合,无固有电偶极矩。如: He, Ne, CH<sub>4</sub> ...



9

2.有极分子 (polar molecule):  $- +$

分子电荷的正、负“重心”分开,具有固有电偶极矩,  $p \sim 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$ 。如:水, HCl, NH<sub>3</sub> ...



10

二. 极化机制

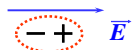
1.位移极化 (displacement polarization)

对无极分子  $\vec{E} = 0$



$\vec{p} = 0$

$\vec{E} \neq 0$

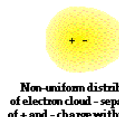


$\vec{p} \parallel \vec{E}, \vec{E} \uparrow \rightarrow \vec{p} \uparrow$

Electron Cloud Distribution



Uniform distribution of electron cloud about the nucleus.



Non-uniform distribution of electron cloud - separation of + and - charge within atom.

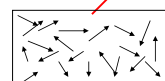
11

2.取向极化 (orientation polarization)

对有极分子  $\vec{E} = 0$



$\vec{E} \neq 0$   $W = -\vec{P} \cdot \vec{E}$



$\vec{E} \uparrow \rightarrow \theta \downarrow, \vec{P} \rightarrow \text{平行} \vec{E}$

**TV** 电介质的极化 [电介质的极化.mpg](#)

12

说明:

- ①由于热运动,  $\vec{p}$ 不是都平行于 $\vec{E}$ ;
- ②有极分子也有位移极化, 不过在静电场中主要是取向极化, 但在高频场中, 位移极化反倒是主要的了。

### 三. 极化强度 (electric polarization)

定义极化强度矢量: 
$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$$

这里 $\Delta V \rightarrow 0$ 是指宏观上够小, 但微观上够大。

13

$$\vec{P} = \lim \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$$

极化强度的单位

$$\frac{C \cdot m}{m^3} = \frac{C}{m^2}$$

$E$ 不太强时, 在各向同性介质内有:

线性极化  $\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E} = \epsilon_0\chi_e\vec{E}$

$\chi_e$ —电极化率 (polarizability)

$\chi_e = \epsilon_r - 1 \quad \chi_e \geq 0$

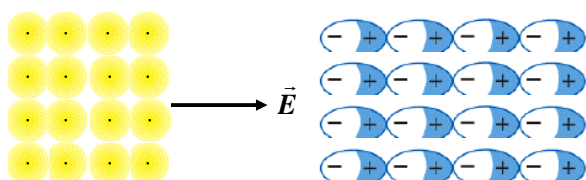
在各向异性介质内, 一般地说  $\vec{P} \nparallel \vec{E}$ 。

14

### 四. 极化电荷 (polarization charge)

#### 1. 极化面电荷

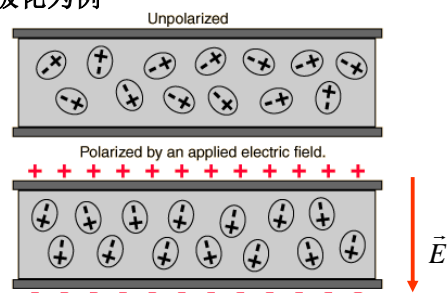
以位移极化为例



介质在电场中出现附加电荷称极化 (polarization)

15

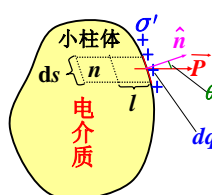
以转向极化为例



介质在电场中出现附加电荷称极化 (polarization)

16

设  $\vec{p}_{\text{分子}} = q\vec{l}$ , 单位体积分子数为  $n$ , 则  $\vec{P} = n\vec{p}_{\text{分子}}$



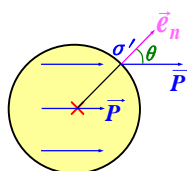
$$\begin{aligned} dq' &= n \cdot (ds \cdot l \cdot \cos\theta) q \\ &= nql \cos\theta \cdot ds \\ &= np_{\text{分子}} \cdot \cos\theta \cdot ds \\ &= P \cdot \cos\theta \cdot ds \\ &= P_n ds = \vec{P} \cdot d\vec{s} \end{aligned}$$

$$\sigma' = dq' / ds = P \cos\theta = P_n$$

17

[例]已知: 介质球均匀极化, 极化强度为 $\vec{P}$ 。

求:  $\sigma'$



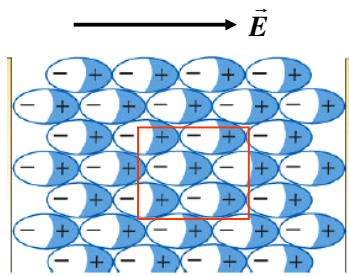
解:

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{e}_n = P_n = P \cdot \cos\theta$$

18

2.极化体电荷:

各向同性均匀极化介质:  $\rho' = 0$

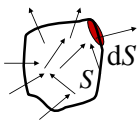


19

非均匀极化:

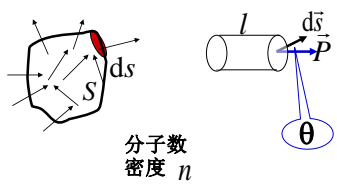
在已极化的介质内任意作一闭合面S  
S 将把位于S 附近的电介质分子分为两部分  
一部分在 S 内 一部分在 S 外

假定负电荷不动，正电荷移动  
电偶极矩穿过S 的分子对  
S内的极化电荷有贡献



20

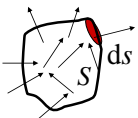
A. 小面元ds对面S内极化电荷的贡献



在ds附近薄层内认为介质均匀极化

$$dq' = -qn l \, ds \cos \theta = -P ds \cos \theta = -P_n ds$$
$$= -\vec{P} \cdot d\vec{s}$$

21



$$dq' = -P_n ds = -\vec{P} \cdot d\vec{s}$$

B.在S所围的体积内的极化电荷q'与 P 的关系

$$q' = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$$
$$\iiint_V \rho' dV = -\iiint_V \nabla \cdot \vec{P} dV$$
$$\rho' = -\nabla \cdot \vec{P}$$

在直角坐标中  $\rho' \equiv -\nabla \cdot \vec{P} = -\left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z}\right)$

22

$$\rho' \equiv -\nabla \cdot \vec{P} = -\left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z}\right)$$

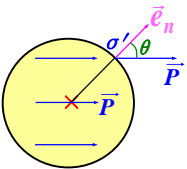
$$\vec{R} = x^2 \vec{i} + 2xy \vec{j} + z^2 \vec{k} = (x^2, 2xy, z^2)$$

$$\nabla \cdot \vec{R} = 2x + 2x + 2z = 4x + 2z$$

23

[例]已知: 介质球均匀极化, 极化强度为P。

求: 体电荷密度ρ'



解:

$$\rho' = -\nabla \cdot \vec{P} = 0$$

24

带静电的梳子为什么能吸引水柱？



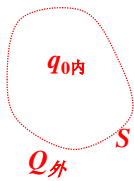


25

### § 15.3 有介质时静电场的规律

#### 一. $\vec{D}$ 的高斯定理

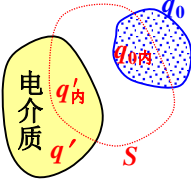
真空中电场强度的高斯定理和环路定理



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_{0内}}{\epsilon_0}$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

26



电介质

$q'_{内}$

$q'$

$$\left. \begin{matrix} q_0 \rightarrow \vec{E}_0 \\ q' \rightarrow \vec{E}' \end{matrix} \right\} \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} (\sum q_{0内} + \sum q'_{内})$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

又  $\sum q'_{内} = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$

有: 
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_{0内}}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$$

27

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q_{0内}}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$$

$$\therefore \oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{s} = \sum q_{0内}$$

令 
$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

**$\vec{D}$  电位移矢量 (electric displacement vector)**

于是有 
$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum q_{0内}$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s}$$
 电位移通量

28

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum q_{0内}$$

—  $\vec{D}$  的高斯定理

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

对各向同性介质  $\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \vec{E}$

$\therefore$  
$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  称介质的**介电常数 (电容率)** (permittivity)

29

**[例1] 已知:** 导体球  $R_1$ 、 $q_0$  和均匀介质球壳  $R_2$ 、 $\epsilon_r$

**求:**  $\vec{E}$ ,  $q'$  的分布。

**解:** 导体球内:  $\vec{E}_{内} = 0$

导体球外: 介质和电场球对称,

$$\vec{D} = D(r) \vec{e}_r$$

均匀介质壳 选高斯面  $S$ , 令其半径  $r > R_1$ ,

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = D \cdot 4\pi r^2 = q_0 \rightarrow \vec{D} = q_0 \vec{e}_r / 4\pi r^2$$

介质外:  $\vec{E}_{外} = \vec{D} / \epsilon_0 = q_0 \vec{e}_r / 4\pi \epsilon_0 r^2 = \vec{E}_0$

介质内:  $\vec{E}_{介} = \vec{D} / \epsilon_0 \epsilon_r = q_0 \vec{e}_r / 4\pi \epsilon_0 \epsilon_r r^2 = \vec{E}_0 / \epsilon_r$

30

下面求极化电荷 $q'$ 的分布：

介质内部： $\varepsilon_r = \text{常数}$   
 $\rho_0 = 0 \Rightarrow \rho' = 0$

$\vec{E}_{\text{介}} = \vec{D} / \varepsilon_0 \varepsilon_r = q_0 \vec{e}_r / 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r^2$

$\vec{P} = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) q_0 \vec{e}_r / 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r^2 = \frac{q_0 (\varepsilon_r - 1)}{4\pi \varepsilon_r r^2} \vec{e}_r$

$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 V_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta V_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi}$

$\nabla \cdot \vec{P} = 0$

31

极化电荷 $q'$ 的分布

介质内表面：

$\sigma'_{\text{内表}} = P_n|_{r=R_1} = \vec{P} \cdot \vec{e}_n|_{r=R_1}$

$= (1 - \frac{1}{\varepsilon_r}) \vec{D} \cdot (-\vec{e}_r)|_{r=R_1}$

$= -(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}) \frac{q_0}{4\pi R_1^2} = -(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}) \sigma_0$

$q'_{\text{内表}} = 4\pi R_1^2 \cdot \sigma'_{\text{内表}} = -(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}) q_0$

32

介质外表面：

$\sigma'_{\text{外表}} = P_n|_{r=R_2} = \vec{P} \cdot \vec{e}_r|_{r=R_2} = (1 - \frac{1}{\varepsilon_r}) \frac{q_0}{4\pi R_2^2}$

$q_{\text{外表}} = 4\pi R_2^2 \cdot \sigma'_{\text{外表}} = (1 - \frac{1}{\varepsilon_r}) \cdot q_0 = -q'_{\text{内表}}$

33

导体球内： $\vec{E}_{\text{内}} = 0$

介质外： $\vec{E}_{\text{外}} = \vec{D} / \varepsilon_0 = q_0 \vec{e}_r / 4\pi \varepsilon_0 r^2 = \vec{E}_0$

介质内： $\vec{E}_{\text{介}} = \vec{D} / \varepsilon_0 \varepsilon_r = q_0 \vec{e}_r / 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r^2 = \vec{E}_0 / \varepsilon_r$

$q_0 / 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r R_1^2$

$q_0 / 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r R_2^2$

$q_0 / 4\pi \varepsilon_0 R_2^2$

思考 为什么曲线不连续？

34

二. 静电场的界面关系

1. 界面的法向：

$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = \vec{D}_1 \cdot (\Delta S \vec{e}_n) + \vec{D}_2 \cdot [(\Delta S)(-\vec{e}_n)]$

$= (D_{1n} - D_{2n}) \Delta S = \sigma_0 \Delta S$

$D_{1n} - D_{2n} = \sigma_0 \quad \vec{n}: 2 \rightarrow 1$

$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \Rightarrow D_{1n} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} E_{1n} \quad D_{2n} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} E_{2n}$

$\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} E_{1n} - \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} E_{2n} = \sigma_0$

35

2. 界面的切向：

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \vec{E}_1 \cdot (\Delta l \vec{e}_t) + \vec{E}_2 \cdot (-\Delta l \vec{e}_t)$

$= (E_{1t} - E_{2t}) \Delta l = 0$

$E_{1t} = E_{2t}$

36

### 3. 对各向同性介质界面

若  $\sigma_0 = 0$ , 则  $D_{1n} = D_{2n} \rightarrow \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$  ①

②  $E_{1t} = E_{2t}$

②:  $\frac{1}{\epsilon_1} \cdot \frac{E_{1t}}{E_{1n}} = \frac{1}{\epsilon_2} \cdot \frac{E_{2t}}{E_{2n}}$

$\frac{1}{\epsilon_1} \tan \theta_1 = \frac{1}{\epsilon_2} \tan \theta_2 \rightarrow \frac{1}{\epsilon_{r1}} \tan \theta_1 = \frac{1}{\epsilon_{r2}} \tan \theta_2$

若  $\epsilon_{r1} > \epsilon_{r2}$ , 则  $\theta_1 > \theta_2$ 。

$E$  线的“折射”

37

### △ § 15.4 电容器及其电容 (capacitor and capacity)

$U = \varphi_+ - \varphi_-$

$C = \frac{Q}{U}$

$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}$

$V = \text{a constant}$

38

本节全部自学，要搞清以下几种电容器：

平板电容器:  $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}$

圆柱形电容器:  $C = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r L}{\ln(R_2 / R_1)}$

球形电容器:  $C = \frac{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

39

### Dielectric Strength

The maximum value of the electric field that a dielectric material can tolerate before breaking down.

→ Limits voltage on capacitor (breakdown potential)

Air 3kV/mm  
Paper 16kV/mm  
Pyrex 14kV/mm  
Strontium titanate 8kV/mm

(kV/mm = million volts/m)

- Dielectric breakdown of air is temporary but that of solid dielectric normally leaves permanent damage
- Most solid dielectric has higher dielectric strength than air, which raises the maximum operating voltage of the capacitor
- Solid dielectric may provide mechanical support

40

### Non-uniform Parallel-plate Capacitor 1

Equivalent to 2 capacitors in parallel

$C = C_1 + C_2 = \frac{\kappa_1 \epsilon_0 A/2}{d} + \frac{\kappa_2 \epsilon_0 A/2}{d}$

$= \frac{\epsilon_0 A}{d} \left( \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right)$

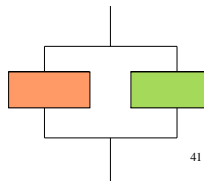
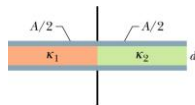
$V = \frac{Q}{C} = \frac{2d \cdot Q}{\epsilon_0 A (\kappa_1 + \kappa_2)}$

Potential drop in each  $V$  is the same.

$Q_1 = C_1 V = \frac{\kappa_1}{\kappa_1 + \kappa_2} Q$ ,  $Q_2 = C_2 V = \frac{\kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2} Q$

Note  $Q_1 \neq Q_2$  if  $\kappa_1 \neq \kappa_2$

even though  $V_1 = V_2$ ,  $E_1 = E_2$



41

### Non-uniform Parallel-plate Capacitor 2

Equivalent to 2 capacitors in series

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d/4}{\epsilon_0 A} + \frac{3d/4}{\kappa \epsilon_0 A}$

$= \frac{d}{\epsilon_0 A} \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{4\kappa} \right)$

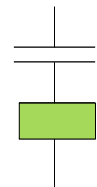
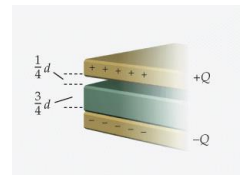
$V = \frac{Q}{C} = \frac{d \cdot Q}{\epsilon_0 A} \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{4\kappa} \right)$

(Free) charge in each  $Q$  is the same.

$V_1 = Q/C_1 = \frac{Q}{(\epsilon_0 A/d)} \cdot \frac{d}{C_1} = \frac{1}{4} V_0$ ,

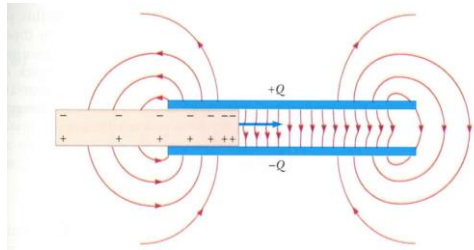
$V_2 = Q/C_2 = \frac{Q}{(\epsilon_0 A/d)} \cdot \frac{d}{C_2} = \frac{3}{4\kappa} V_0$ ,

Note  $V_1/V_2 \neq 1/3$  if  $\kappa \neq 1$



42

电容器的边缘效应。



43

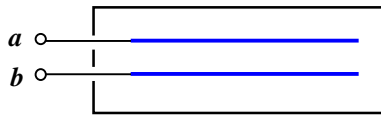
下面提出几个可供深入思考和调研的问题：

(可将其作为读书报告的内容)

- 1.什么是分布电容(杂散电容、寄生电容)?它在实际问题中有何影响?如何减少影响?
- 2.当电容器两极板带电量不是等量异号时,如何由定义 $C=Q/U$ 来计算电容量? $Q$ 取何值?
- 3.举出电容器的应用二、三例,说明应用原理。
- 4.电容器的边缘效应。

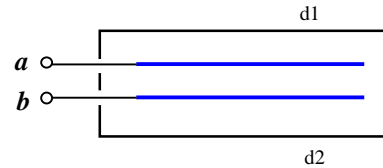
44

5.如图示的平板电容器,被一金属盒子包围,电容器与金属盒之间是绝缘的。

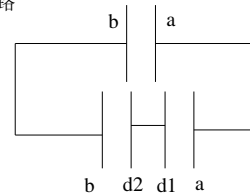


问:从 $a$ 、 $b$ 端看进去,该系统的电容量是否等于平板电容器的电容量?  
要求说明理由。(参看习题15.14)

45



等效电路

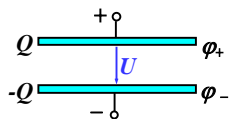


46

## △ § 15.5 电容器的能量、有介质时的电场能量

### 一. 电容器的能量 (电容器中无介质时)

$$\text{总电能 } W = \frac{1}{2}(q_+ \varphi_+ + q_- \varphi_-)$$



$$U = \varphi_+ - \varphi_- \text{ — 极间电压}$$

$$= \frac{1}{2}Q(\varphi_+ - \varphi_-)$$

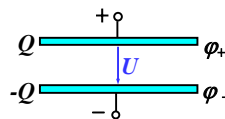
$$= \frac{1}{2}QU$$

$$= \frac{1}{2}CU^2$$

47

$$W = \int_q \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 dV$$

$$\text{总电能} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(\frac{U}{d}\right)^2 \int_q dV$$



$$U = \varphi_+ - \varphi_- \text{ — 极间电压}$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd$$

$$= \frac{1}{2} U^2 \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$= \frac{1}{2} CU^2$$

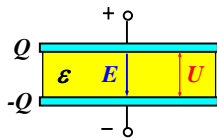
**演示** 电容器储能点亮闪光灯。

48



二. 有介质时静电场的能量密度

以平板电容器为例来分析:



$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon S}{d} \cdot (Ed)^2$$
$$= \frac{1}{2} \epsilon E^2 \cdot (S \cdot d)$$

电场能量密度:  $w_e = \frac{W}{Sd}$

$w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$

49

可以证明,  $w_e = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$  对所有线性极化介质 (包括各向异性的线性极化介质) 都成立。

在空间任意体积V内的电场能:

$$W = \int_V w_e dV = \int_V \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} dV$$

对各向同性介质:  $W = \int_V \frac{1}{2} \epsilon E^2 \cdot dV$

在真空中:  $W = \int_V \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \cdot dV$  (同第十三章结果)

50

\*△ § 15.6 铁电体 (ferroelectrics) 和  
压电效应 (piezoelectric effect)  
(自学)

演示 压电效应 (拾音法)

51

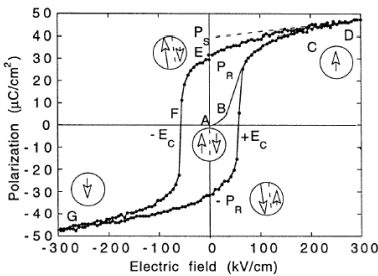


Figure 8. Ferroelectric (P-E) hysteresis loop. Circles with arrows represent the polarization state of the material at the indicated fields. The symbols are explained in the text. The actual loop is measured on a (111)-oriented 1.3 μm thick sol-gel Pb(Zn<sub>0.45</sub>Ti<sub>0.55</sub>)O<sub>3</sub> film. (Experimental data courtesy of D V Taylor.)

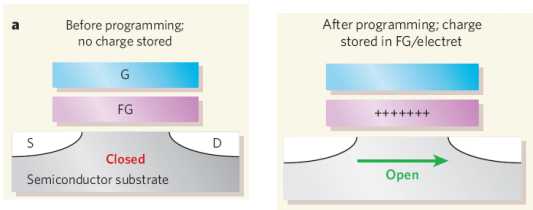
52



第十五章结束

53

静电的应用实例—Transistor and Flash memory



G-gate FG-floating gate electret-organic polymer

NATURE|Vol 445|18 January 2007

54

电介质 有抵消作用 不被抵消

等效

电介质

设  $\vec{p}_{\text{分子}} = q\vec{l}$ , 单位体积分子数为  $n$ , 则  $\vec{P} = n\vec{p}_{\text{分子}}$

小柱体  $ds$   $n$   $l$   $\vec{P}$   $\theta$   $dq'$

电介质

$dq' = n \cdot (ds \cdot l \cdot \cos\theta) q$   
 $= nql \cos\theta \cdot ds$   
 $= np_{\text{分子}} \cdot \cos\theta \cdot ds$   
 $= P \cdot \cos\theta \cdot ds$   
 $\sigma' = dq' / ds = P \cos\theta = P_n$

55

[例] 证明各向同性均匀介质内  $\rho_0 = 0$  处必  $\rho' = 0$ 。

证:  $\Delta q'_{\text{内}} = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$

电介质  $\epsilon_r = \text{const.}$  **均匀**

$\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E}$  (各向同性)

$= \epsilon_0(\epsilon_r - 1) \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon_r} = (1 - \frac{1}{\epsilon_r})\vec{D}$

$\therefore \Delta q'_{\text{内}} = -\oint_S (1 - \frac{1}{\epsilon_r})\vec{D} \cdot d\vec{s} = (\frac{1}{\epsilon_r} - 1) \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = (\frac{1}{\epsilon_r} - 1) \cdot \Delta q_{0\text{内}}$

$\rho' = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q'_{\text{内}}}{\Delta V} = (\frac{1}{\epsilon_r} - 1) \cdot \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q_{0\text{内}}}{\Delta V} = (\frac{1}{\epsilon_r} - 1) \rho_0$

$\therefore \rho_0 = 0 \rightarrow \rho' = 0$ 。

56