PMSM在两相旋转坐标系上的电磁转矩方程：

式中：

、为直、交轴上定子电流分量；

、为直、交轴上定子磁链分量；

、为直、交轴上定子电感分量；

为转子永磁体磁链；

为电磁转矩；

为电机极对数。

PMSM在交直轴坐标系上的电压方程：

式中：

、为直、交轴上定子电压分量；

为定子电阻。

当PMSM高速运行时可以忽略电压方程中的电阻压降，此时电压方程为：

（1）

（2）

推得：

大致推导过程：（为电机定子三相功率）

将式（1）和（2）代入得：

又有

得

则=

# 一、Clarke变换（等幅值）

得

得

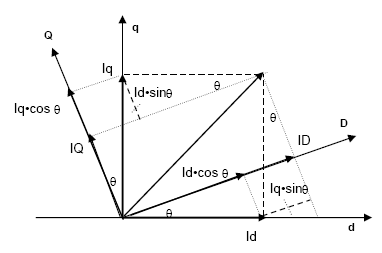
于是

又三相平衡状态下有

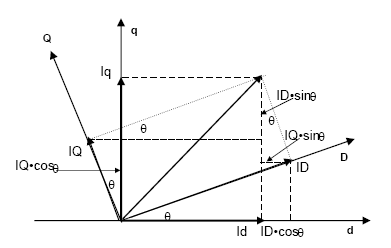
所以有；

可得

# 二、Park变换



# 三、反Park变换

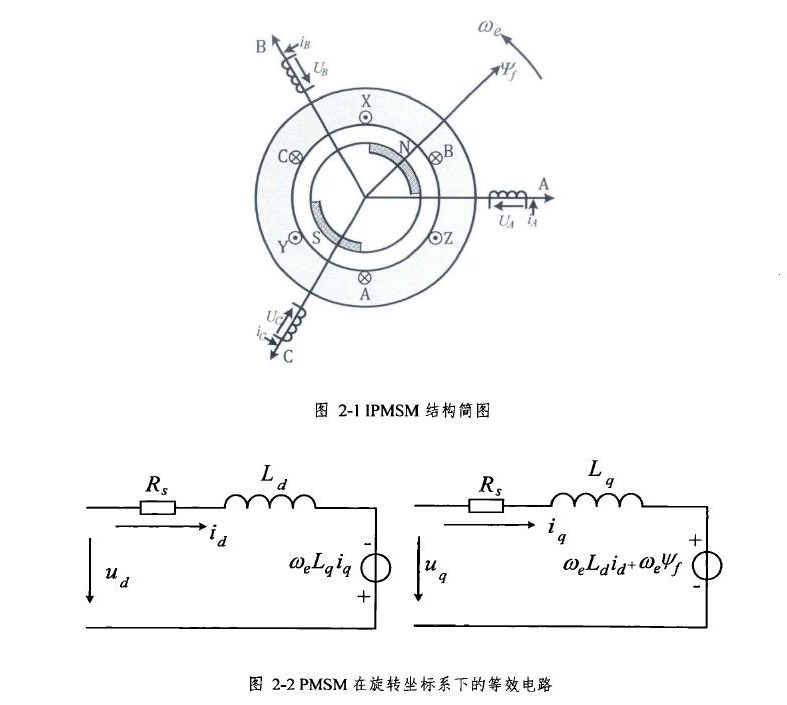


推导过程：

所以

永磁同步电机矢量控制系统

\*永磁同步电机数学模型



由坐标变换可得，电压瞬态方程为：

(2-1)

定子磁链方程：

(2-1)

电磁转矩方程：

(2-3)

电机的机械运动方程：

(2-4)

由机械运动方程，可以将转速看成是转矩经过低通滤波环节得到，该低通滤波器的截止角频率为。如果关注的是电机的转速，即使电机的转矩有些瞬间波动，如果波动频率相比此截止频足够高，就能获得满意的调速性能。

电磁功率方程：

(2-5)

其他相关方程：

(2-6)

\*标幺值系统

标幺值时有名值和同量纲物理量的基值之比，其实无量纲的物理量。采用标幺值表示电机矢量控制系统中各物理量，既保留了电磁能量转换关系，又体现了不同容量和电压等级同类电机所固有的共性特点，方便同类电机之间的对比。此外，对系统计算及控制的数字化实现也有着很大的实用意义，可以简化运算，使实际系统计算得到的变量值都限值在一定范围内，不仅不必进行繁琐的进制转换，也不用担心变量溢出带来的系统崩溃问题。

电机中的物理量不是互相独立的，因此需要确立一些基本物理量，其余物理量基值由基本物理量基值通过约束关系得到。

根据电机铭牌一般所标定的参数，这里选定电机的额定输出功率、额定相电压的幅值和额定转速为基本物理量，即：

(2-7)

电流、电抗基值可由功率和电压基值根据功率公式推导：

(2-8)

机械角频率、电角频率的基值由转速基值得到：

(2-9)

电感和磁链的基值由电磁关系：

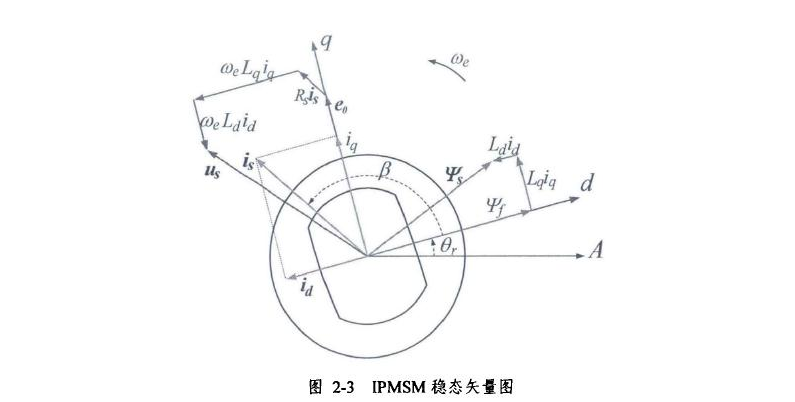
(2-10)

转矩的基值由电磁功率公式：

(2-11)

各物理量的标幺值若用变量上加“^”表示，其值为实际值与基值之比，即：

(2-12)



\*最大转矩电流比控制(MTPA)

由转矩公式（2-3）可知，在电动机结构确定后电磁转矩的大小决定于定子电流的两个分量，但对于每一个，都有无数组和组合与之对应。这就需要确定对两个电流分量的匹配原则。

当PMSM工作在基速以下时，铜耗比重比较大。铜耗可以近似认为定子电流在定子电阻上产生的损耗，在输出转矩一定时，如果控制和电流分量使定子电流矢量的幅值最小，就可以使铜耗最小，同时还可以减小逆变器和整流器(如果有)的损耗，这种控制策略成为最大转矩电流比(MATPA)控制。

对于SPMSM，由=，磁阻转矩为零，此时直轴电流分量对增加转矩无用反而增加定子电流矢量的幅值，因此采用控制即可实现MPTA。而对于IPMSM，有<，为了充分利用磁阻转矩，实现MTPA控制，需要在定子电流幅值的约束条件下求解转矩极值，假设定子电流幅值为，即：

(2-14)

为了求极值关系，利用拉格朗日极值定理，定义λ为拉格朗日乘子，构造辅助函数：

(2-15)

满足MTPA的条件为在电流约束条件下，求转矩的极值，则辅助函数应满足：

(2-16)

由公式（2-16）的前两项可得：

(2-17)

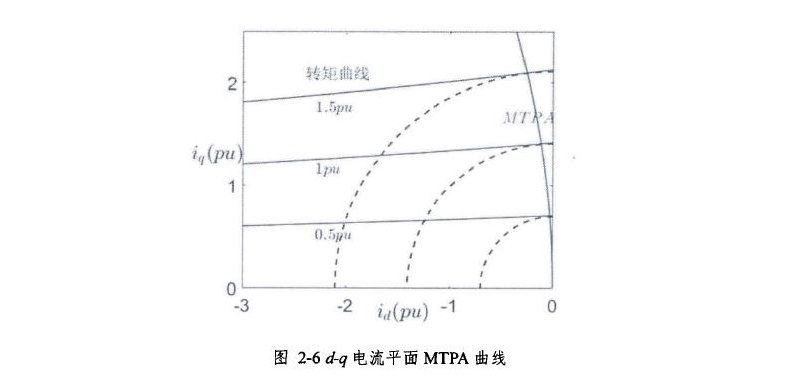
化简有：

(2-18)

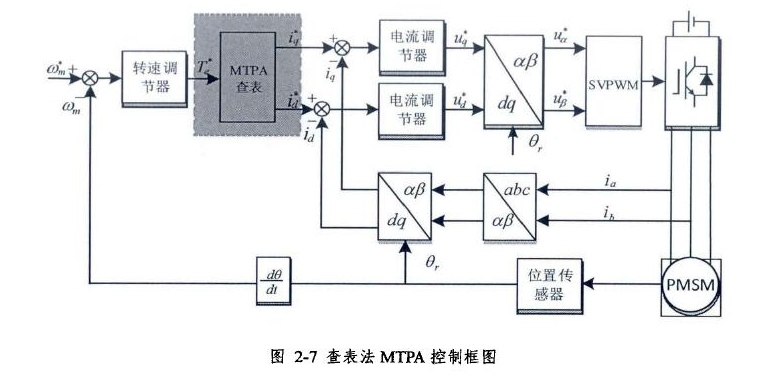
若控制系统中转速调节器的输出为，则将公式（2-18）代入公式（2-16），即可求出定子电流分量与定子电流幅值之间相关公式：

(2-19)

由以上公式可知，其计算较为复杂，为了便于理解MTPA，根据公式（2-18）在图2-6中划出了d-q电流平面下的MTPA曲线，其中曲线上的每一点都是其所在转矩曲线上距离原点最近的点，也是所在电流矢量圆上输出转矩最大的点，满足转矩给定一定时所期望的定子电流矢量幅值最小。



若电机参数已知，根据给定转矩或电流幅值和相关公式可直接计算满足MTPA状态的d-q轴电流分量，实现电动机的MTPA控制。但公式计算复杂，且电机参数受温度、磁饱和等因素的影响而变化，因此直接公式法在实际的工程中难以直接利用。针对MTPA控制的实现，相关学者提出了参数辨识、定步长搜索、外加辅助信号注入等方法，但为了简化系统，提升响应速度，目前工程商还是多采用较易实现的查表法，其基本框图如图2-7所示。查表法的弊端在于需要大量的离线实验制作数据表格，移植性也较差。



\*弱磁控制

电压极限椭圆和电流极限圆

逆变器向电动机所能提供的最大电压受到直流母线电压的限制，最大电流受到逆变器本身元器件耐流、散热等级的限制。此外，即使逆变器由足够大的电压和电流等级，电机本身因为绝缘材料、磁路饱和以及温度的限制，在电流和电压等级等方面也被限制。交流电机的热时间常数远大于逆变器的热时间常数，所以短时间内电机一般可以通过几倍于额定幅值的电流。因此通畅情况下，逆变器的电压等级即为交流电机的额定电压，但是为了获得更高的转矩加速度或减速度，逆变器的电流等级一般被设为几倍于电机的额定电流。

在正弦稳态情况下或者电流变化足够慢，d-q轴系中的电压分量方程可近似化简为：

(2-20)

定子电压幅值公式：

(2-21)

当电动机在高速运行时，公式（2-20）中的电阻压降也可忽略不计，公式（2-21）可写为：

（2-22）

设定子电压矢量幅值允许的最大值为等于最大基波相电压峰值。而对于Y型连接的电动机，最大基波相电压峰值又取决于PWM逆变器的直流母线电压以及PWM调制方法，目前多采用空间矢量调制（SVPWM），不考虑死去效应，在线性控制范围内理论上。

结合公式（2-22）和（2-23）得：

（2-24）

将公式（2-24）标示的约束条件描绘在电流平面上。对于IPMSM，，公式（2-24）在电流平面上表示的区域为一个椭圆，称该椭圆为电压极限值椭圆。随着电动机转速的提高，电压极限值椭圆的长轴和短轴与转速成反比的相应缩小，其边界线形成一簇椭圆曲线。

对于SPMSM，，不同转速下电压约束边界形成一簇直径不同的圆。电压极限椭圆或电压极限圆的中心取决于电机参数，与电机转速无关，其坐标为。

对于定子电流极限，其值由逆变器的电流等级来定，设为，则d-q电流分量满足公式：

(2-25)

公式（2-25）在电流平面上构成了电流极限圆，其中心是电流平面的原点，电流极限圆与转速无关，但是会影响最大输出转矩。

图2-8为供一个电流平面下的电压极限椭圆和电流极限圆，电动机稳态运行时，定子电流空间矢量既不能超出电动机的电压极限椭圆，也不能超过电流极限圆。

