

0.1 Grassmann 多様体と Schubert 多様体

0.1.1 Grassmann 多様体

前節の準備をもとに数え上げ問題を定式化しよう。以下では係数体はすべて \mathbb{C} で考えているとする。

定義 0.1.1.1. $n+1$ 次元ベクトル空間の d 次元部分空間全体のなす集合を $G(d, n)$ と書き、これを Grassmann 多様体という。

第 3 部冒頭で述べた数え上げ問題においては \mathbb{P}^3 中の直線全体を考えたいから、 $G(2, 4)$ を考察していくことになる。重要な考え方として、ある条件をみたす直線の集合を $G(2, 4)$ の部分多様体としてとらえることで、「複数の条件を満たす直線の数え上げ \Leftrightarrow いくつかの $G(2, 4)$ の部分多様体の交点を数える」という問題の変換を行う。