同変 Schubert 計算における組合せ論

京都大学大学院理学研究科数学・数理解析専攻
学籍番号 0530-35-6268
赤松 輝海

はじめに

はじめに

目次

1　同変コホモロジー

1.1　Borel 構成

X を位相空間, G をコンパクト Lie 群とする.

事実 1.1.1. ある主 G 束 $\pi : EG \to BG$ が存在して、任意の主 G 束 $E \to X$ に対してある連続写像 $f : X \to BG$ があって $E = f^*(EG)$ がなりたつ。さらに EG は可縮であり、G は EG に自由に (右から) 作用する。

定義 1.1.2. G が X に左から作用しているとき、G の $X \times EG$ への左作用を

$$g(x, e) := (gx, eg^{-1}) \quad \text{for } g \in G, x \in X, e \in EG$$

によって定める。$X \times_G EG := (X \times EG)/G$ とし、これを X の homotopy quotient という。このとき $H_G^*(X) := H^*(X \times_G EG)$ を X の同変コホモロジーという。

写像 $p : X \times EG \to X \times_G EG$ と $p_X : X \times_G EG \to BG$ を

$$\begin{aligned} p(x, e) &:= [x, e] \\ p_X([x, e]) &:= \pi(e) \end{aligned}$$

によって定める。

命題 1.1.3.

(i) $p : X \times EG \to X \times_G EG$ は主 G 束である

(ii) $p_X : X \times_G EG \to BG$ は X をファイバーとするファイバー束である

1.2　Weil/Cartan モデル

1.3　localization theorem

2　GKM の定理

2.1　equivariantly formality

2.2　GKM の定理

3　同変 Schubert 計算

3.1　(同変/非同変)Schubert 計算

$\mathrm{Gr}(n,k) = \{\, V \subset \mathbb{C}^n \mid \dim V = k \,\}$ を Grassmann 多様体という。

3.2　GKM 条件による Schuber Class の特徴づけ

3.3　Schubert puzzle による方法

3.4　edge labeled tableu による方法

3.5　weight preserving bijection の構成

謝辞

参考文献

[1] Fulton,W. (1996). *Young tableaux:with applications to representation theory and geometry.* Cambridge University Press.

[2] Knuston, A., & Tao, T. (2001). *Puzzles and (equivariant) cohomology of grassmannians*