

Лабораторная работа № 4

Тема: Численные методы многомерной минимизации с использованием производных первого порядка.

Цель работы: Приобретение практических навыков для решения задач многомерной минимизации различными численными методами первого порядка.

Постановка задачи

Требуется найти безусловный минимум функции многих переменных $y = f(x_1, \dots, x_n)$, то есть такую точку $x^* \in \mathbb{R}^n$, что $f(x^*) = \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$.

Численные методы многомерной минимизации с использованием производных первого порядка

В данной лабораторной работе изучаются следующие методы многомерной минимизации первого порядка.

Многошаговые методы:

1. метод тяжёлого шарика
2. метод Флетчера-Ривза
3. метод Полака-Рибьера

Квазиньютоновские методы:

4. метод Давидона-Флетчера-Пауэлла
5. метод Бroyдена
6. метод с симметричной формулой ранга 1
7. метод Бroyдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно

Задание

1. Составить программы поиска минимума функции в соответствии с методами, указанными в таблице ниже (язык программирования выбрать самостоятельно).
2. Найти координаты и значение функции в точке минимума заданными методами.
3. Сравнить сходимость методов по числу итераций для различных начальных точек (не менее трёх).
4. Сравнить результаты с теми, что были получены в предыдущей лабораторной работе.
5. Проанализировать полученные результаты.

Содержание отчёта

1. Титульный лист, который должен включать:
 - название учреждения, где выполнена работа;

- номер лабораторной работы;
 - название лабораторной работы;
 - номер варианта;
 - Ф.И.О. студента, выполнившего работу;
 - изображение подписи рядом с фамилией;
 - номер учебной группы;
 - Ф.И.О. преподавателя;
 - год и место выполнения.
2. Цель работы.
 3. Формулировка задачи с указанием номера варианта.
 4. Листинги программ в виде текста (скриншоты программного кода вставлять не допускается).
 5. Результаты вычислений.
 6. Графическое представление траекторий движения к экстремуму, полученных соответствующим методом (выполнение этого пункта не обязательно, даёт дополнительные +2 балла).
 7. Выводы.

Варианты заданий

№	Методы	Функция
1.	1, 4	$f(x_1, x_2) = x_1^4 - x_1x_2 + x_2^4 + 3x_1 - 2x_2 + 1$
2.	2, 5	$f(x_1, x_2) = [(x_2 + 1)^2 + x_1^2] \times [x_1^2 + (x_2 - 1)^2]$
3.	3, 6	$f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 - 2x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_2^2 + 3$
4.	1, 7	$f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_1x_2 + 0.5x_2^2 + 5$
5.	2, 4	$f(x_1, x_2) = (x_1 - 5)^2(x_2 - 4)^2 + (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 4)^2 + 1$
6.	3, 5	$f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_1x_2 + x_2^4 - 3x_1 - 6x_2$
7.	1, 6	$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - \sin(x_1))^2 + x_2^2 + x_1^2$
8.	2, 7	$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + x_2^2 + x_1^2$
9.	3, 4	$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - \cos(x_1))^2 + (x_2 - 1)^2 + x_1^2$
10.	1, 5	$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^3)^2 + x_2^2 + x_1^2$
11.	2, 6	$f(x_1, x_2) = 10(1 - x_1^2 - x_2^2)^2 + x_2^2$
12.	3, 7	$f(x_1, x_2) = 10(1 - x_1^2 - x_2^2)^2 + x_1^2$
13.	1, 4	$f(x_1, x_2) = 100(1 - x_1^2 - x_2^2)^2 + (x_1 - 1)^2 + x_2^2$
14.	2, 5	$f(x_1, x_2) = 100(1 - x_1^2 - x_2^2)^2 + (x_2 - 1)^2 + x_1^2$
15.	3, 6	$f(x_1, x_2) = 100(1 + x_1^2 - 2x_2^2)^2 + (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$
16.	1, 7	$f(x_1, x_2) = 100(x_2^2 - 3x_1^2 - 1)^2 + (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2$
17.	2, 4	$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - \sin(x_1))^2 + (x_1 - x_2^2)^2 + x_2^2$
18.	3, 5	$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$
19.	1, 6	$f(x_1, x_2) = 100(x_1 - x_2^2)^2 + (1 - x_2)^2$
20.	2, 7	$f(x_1, x_2) = 100(x_1 - x_2^2)^2 + (2 - x_2 - x_1^2)^2$
21.	3, 4	$f(x_1, x_2) = 100(x_1 - x_2^2)^2 + (x_1^2 - x_2)^2$
22.	1, 5	$f(x_1, x_2) = 3x_1^4 + 2x_2^4 - 2x_1x_2$
23.	2, 6	$f(x_1, x_2) = 3x_1^4 - x_1x_2 + x_2^4 - 7x_1 - 8x_2 + 2$
24.	3, 7	$f(x_1, x_2) = 4x_1^4 + 3x_2^4 - 4x_1x_2 + x_1$
25.	1, 4	$f(x_1, x_2) = 3x_1^4 + x_1x_2 + 2x_2^4 - x_1 - 4x_2$
26.	2, 5	$f(x_1, x_2) = 4x_1^4 - 6x_1x_2 - 34x_1 + 5x_2^4 + 42x_2 + 7$
27.	3, 6	$f(x_1, x_2) = 4 - 3x_1 - 9x_2 + x_1^4 + x_1x_2 + x_2^4$
28.	1, 7	$f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2 + \sin^2(x_1 + 2) + x_2^2$
29.	2, 4	$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + x_2^2 + x_1^2$
30.	3, 5	$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - \cos(x_1))^2 + (x_2 - 1)^2 + x_1^2$
31.	1, 6	$f(x_1, x_2) = 100(1 - x_1^2 - x_2^2)^2 + (x_1 - 1)^2 + x_2^2$
32.	2, 7	$f(x_1, x_2) = 100(1 - x_1^2 - x_2^2)^2 + (x_2 - 1)^2 + x_1^2$