به نام خدا

محمدرضا احمدی تستیری
۹۸۱۷۰۴۴۶

سوال ۱

آ) خیر، زیرا ممکن است حتی با دانش درک درست از محیط تصمیمات غیر عقلانی بگیرد.

ب) خیر، مسائل در مورد عامل های فاقد حسگر، که تصمیم گیری عاملانه دارند وجود دارد. از طرفی دیگر ممکن است نیازی به دانش پیشین نباشد و اطلاعات را در هر لحظه گرفته و تصمیم عقلانی بگیرد.

ج) خیر، وابسته به نوع مسئله هرکدام می تواند بهتر از دیگری باشد.

د) درست، تابع UCS در این صورت optimal است.

ه) درست، به دلیل احتمال انجام کار رندوم می تواند از دام بهینه های محلی فرار کند و این مورد در الگوریتم ژنتیک نیز وجود دارد.

سوال ۲

تعریف حالات در فضای حالت

هر حالتی باید دارای مختصات n کاوشگر باشد به عبارتی فرض کنید $k1_x$ و $k1_y$ مختصات کاوشگر اول باشد و به همین صورت ki_x و ki_y مختصات کاوشگر i ام باشد. در این صورت خواهیم داشت:

$\{((k1_x, k1_y), (k2_x, k2_y), ..., (kn_x, kn_y)) \mid ki_x, ki_y \in \{1, 2, ..., n\}$

حالت اولیه

حالت اولیه حالتی است که کاوشگر های ۱ تا n در سطر اول باشند و هر دو در یک خانه نباشند.

$\{((k1_x, k1_y), ..., (kn_x, kn_y)) \mid ki_x \in \{1\}, ki_y \in \{1, ..., n\}$

به طوری که:

ki_y یا $k1_y \neq k2_y \neq ... \neq kn_y$ متمایز باشند

محمدرضا احمدی تشنیزی
۹۸۱۷۰۶۴۶

ادامه سوال ۲:

حالت هدف

عبارت است از قرار داشتن کاوشگران در سطر آخر به شکلی که در خانه متضاد شروع باشند:

$$\{ ((k1'_x, k2'_x), \dots, (kn'_x, kn'_y)) \mid ki'_x \in \{n\}, \; ki'_y = n - ki_y + 1 \}$$

که ki همان ی ه حالت شروع کاوشگر ki' است.

کنش ها

حرکت های ما می توانند شامل حرکت در ۴ جهت اگر مانعی نباشد یا ماندن در جای خود باشد

$$Action(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_n \text{ TO } x'_1, \dots, x'_n)$$

که x'_i همان حالت هایی است که x_i می تواند بدون مانع به آن ها حرکت کند و با شامل ماندن در جای خود نیز می شود که در آن $x'_1 \neq x'_2 \neq \dots \neq x'_n$

هزینه کنش

هزینه کنش برابر ۰ تا n خواهد بود که آن را با تابع $C(a, a', \dots)$ نشان می دهیم که رفتن از حالت a به a' را هزینه ی کنش نشان می دهد:

$$C(a, a', \dots) \in \{0, 1, \dots, n\}$$

ب) اندازه فضای مسئله اگر کاوشگرها متفاوت باشند چون در سطر اول چیده شده اند پس به صورت $n!$ خواهد بود $O(n!) = factorial$ ولی اگر یکی باشند به صورت ۱ حالت یا $O(1)$ که constant است خواهد بود ولی برداشت من از سوال مورد اول بوده است.

ج) ۵ خواهد بود که شامل ماندن در جای خود یا حرکت در ۴ جهت است.

محمدرضا احمدی تشنیزی

۹۸۱۷۰۶۴۶

ادامه سؤال ۲:

د) فاصله‌ی منهتن کاوشگر تا مقصد یک تابع اکتشافی قابل قبول است چراکه در هر حرکت که حرکت یا ایستادن در جای خود است فاصله نسبت از ۱ واحد جابه‌جا نمی‌شود یا به عبارتی هستیم کمتر یا مساوی مقدار واقعی خواهد بود

و در صورتی که کاوشگری دیگر نیز اضافه شود و فاصله منهتن هر کدام تا مقصد را با هم جمع کنیم و سعی کنیم آن را به صورت سابق بنیم بله، باز هم قابل قبول خواهد بود.

ه)

$\min(h_1,\dots,h_n)$ قابل قبول است زیرا

$$\min(h_1,\dots,h_n) \leq h_1, h_2, \dots, h_n \leq h^*$$

$\Sigma_i h_i$: اگر هر کدام از h_i^* ها را فاصله واقعی کاوشگر i تا مقصد بنامیم پس $h_i \leq h_i^*$ است پس اگر h^* را در واقع کل هزینه برای رسیدن همه کاوشگران به مقصد باشد پس $h^* = h_1^* + h_2^* + \dots + h_n^*$ که در هر کدام $h_i \leq h_i^*$ است پس:

$$h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n \leq h_1^* + h_2^* + \dots + h_n^* = h^*$$

$$\Rightarrow \Sigma_i h_i \leq h^*$$

پس در صورتی که منظور قابل قبول برای کل مسئله باشد هست ولی $\Sigma_i h_i$ برای هر کاوشگر تابع هیوریستیک قابل قبولی نیست.

$n \min(h_1 \dots h_n)$: اگر مانند بخش قبل با h^* کل مقایسه کنیم داریم

$$n \min(h_1,\dots,h_n) \leq h_1 + \dots + h_n \leq h^*$$

و برای کل مسئله قابل قبول است ولی برای یک کاوشگر تابع اکتشافی قابل قبولی نیست برای مثال فرض کنید ۴ کاوشگر که هر کدام تا مقصد ۲ خانه فاصله دارند داریم پس $h_1,\dots,h_4 = ۲$ و ولی $4 \times 2 = 8$ که برای هر کاوشگر تابع اکتشافی قابل قبولی نیست ولی برای کل مسئله قابل قبول است.

محمدرضا احمدی تشنیزی
۹۸۱۷۰۴۴۶

ادامه سؤال ۳:

ادامه بخش ۵:

$max(h_1, \dots, h_n)$: قابل قبول نیست برای مثال ۴ کارگر که ۳ تا از آن ها فاصله با مقصد و یکی فاصله با مقصد فاصله دارد را در نظر بگیرید که در آن شرط قابل قبولی باید به صورت روبرو باشد:

$h_1, h_2, h_3 \leq 1 \wedge h_4 \leq 3$

ولی:

$max(h_1, \dots, h_4) = 3$

که ۳ از یک بزرگتر است.

ولی اگر منظور را استفاده از $max(h_1, \dots, h_n)$ برای تابع اکتشافی قابل قبول برای کل کارگران باشد در این صورت بدیهی است:

$max(h_1, \dots, h_n) \leq h_1 + \dots + h_n \leq h^*$

$\frac{\sum_i h_i}{n}$: برای تابع اکتشافی کل مسئله قابل قبول است زیرا

$\frac{h_1 + \dots + h_n}{n} \leq h_1 + \dots + h_n \leq h^*$

ولی اگر این تابع را بخواهیم برای هر کارگر در نظر بگیریم مناسب نیست برای مثال ۳ کارگر با فاصله های ۲ و ۲ و ۱ از مقصد اگر داشته باشیم داریم:

$\frac{2+2+1}{3} = \frac{5}{3}$

که به وضوح بزرگتر از h^* که ۱ است می باشد.

$n\,max(h_1, \dots, h_n)$: قابل قبول نیست برای مثال ۴ کارگر با فاصله ۳ و ۱ و ۱ و ۱ تا مقصد خود در نظر بگیرید.

$n(max(h_1, \dots, h_n)) = 4 \times 3 = 12$

$h_1^* = 1 = h_2^* = h_3^*,\ h_4^* = 3 \Rightarrow h^* = 3+1+1+1 = 6$

$\} \ 12 \geq 6$ غیر قابل قبول

۱) افشاری: محمدرضا احمدی شیری ۹۸۱۷۰۴۴۴

الف)

تعریف حالات مانند قسمت الف حل است و تنها زمان های اضافه شد

$\{((k_{1x},k_{1y},t_1),\dots,(k_{nx},k_{ny},t_n)) \mid k_{ix}\in\{1,\dots,n\}, k_{iy}\in\{1,\dots,n\}, t_i \geq 0$

که t_i نشان دهنده زمانی است که کاوشگر به مقصد رسید. و قبل از آن صفر خواهد بود

حالت اولیه:

$\{((k_{1x},k_{1y},t_1),\dots,(k_{nx},k_{ny},t_n)) \mid k_{ix}=1, k_{iy}\in\{1,\dots,n\}, t_i=0$

به طوری که $k_{1y} \neq k_{2y} \neq \dots \neq k_{ny}$

حالت هدف

$\{((k'_{ix},k'_{iy},t'_1),\dots,(k'_{nx},k'_{ny},t'_n)) \mid k'_{ix}=n, k'_{iy}=n-k_{iy}+1$

که در آن k_{iy} مکان شروع کاوشگر i ام است. همچنین $t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_n$

کنش ها

$Action(x)=\{x \text{ To } x'\}$

که x' همان حالت هایی است که حالت فعلی x به آن ها می تواند تغییر کند.

هزینه کنش ها: هزینه هر کنش ۰ یا ۱ واحد خواهد بود یا با توجه به تعریف در مسئله قبلی

$C(a,a',s) = 0$ یا 1

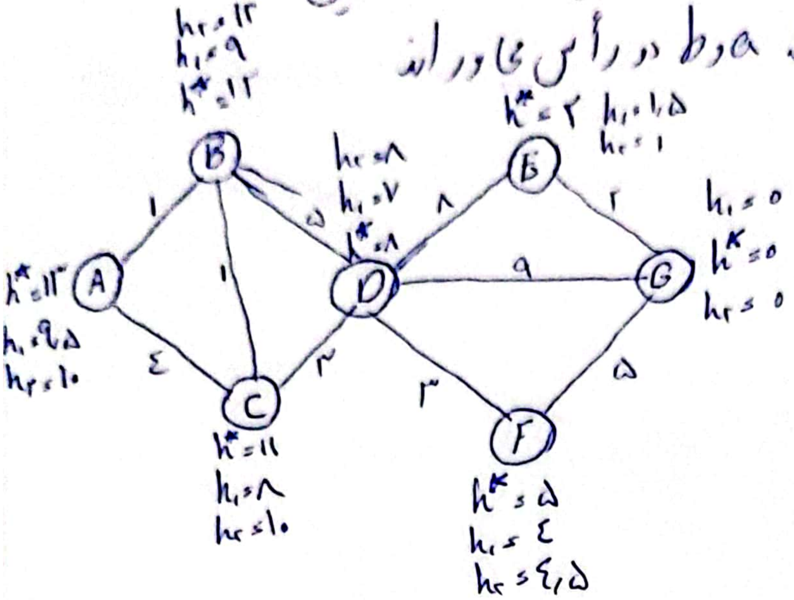
ب) اندازه فضای مسئله تغییری نخواهد کرد.

ج) چون صفحه $n\times n$ و n کاوشگر داریم پس چون حالتی وجود دارد که هر کاوشگری تواند یکی از ۵ حالت غرب، شرق، شمال، جنوب یا درجا ماندن را انتخاب کند ولی درجا ماندن برای همه یکی خواهد بود پس جواب برابر است با $4n+1$

محمد رضا احمدی شهنبدی
۹۸۱۷۰۴۴۶

سؤال ۳:

آ) برای قابل قبول بودن باید در هر حال مقدار h از h^* کمتر یا مساوی باشد که h^* کمترین فاصله تا هدف است
و برای یکنوا بودن $h(a)-h(b) \leq ab$ باشد که a و b دو رأس مجاور اند



با توجه به کمتر یا مساوی بودن h_1 و h_2 در همه نقاط نسبت به h^* پس هر دو قابل قبول اند.

	A-B	A-C	B-C	B-D	C-D	D-E	D-F	D-G	E-G	F-G
h_1	۰/۵	۱/۵	۱	۲	۱	۵/۵	۳	۷	۱/۵	۴
h_2	-۲	۰	۲	—	—	—	—	—	—	—
فاصله	۱	۴	۱	۵	۳	۸	۳	۹	۲	۵

پس با توجه به جدول h_1 یکنوا است ولی h_2 نیست.

ب)

	A-B-D-G	A-C-D-G	A-B-C-D-F-G
DFS	✓	✓	✓
BFS	✗	✗	✓
UCS	✗	✗	✓
h_1, A^*	✗	✗	✓
h_2, A^*	✗	✗	

محمد رضا احمدی تشنیزی

۹۸۱۷۰۶۴۶

جستجوی گرانی

ادامه سؤال ۱۳ (ب)

$F(n) = g(n) + h(n)$

h_1 , A^*

$A \to B : 1+9=10$

$A \to C : 4+8=12$

$A \to C : 12$

$A \to B \to D : 13$

$A \to B \to C : 10$

$A \to B \to D : 13$

$A \to B \to C \to D : 12$

$A \to B \to C \to D \to E : 14.5$

$A \to B \to C \to D \to G : 14$

$A \to B \to C \to D \to F : 12$

$A \to \text{---} E : 14.5$

$A \to \text{---} G : 14$

$A \to \dots \to F \to G : 13$

h_2 , A^*

$A \to B : 13$

$A \to C : 14$

$A \to C : 14$

$A \to B \to D : 14$

$A \to B \to C : 12$

$A \to B \to D : 14$

$A \to B \to C \to D : 13$

$A \to B \to C \to D \to E : 14$

〃 $\to F : 12.5$

〃 $\to G : 14$

〃 $\to E : 14$

〃 $\to G : 14$

〃 $\to F \to G : 13$

پس در هر دو مورد مسیر $A \to B \to C \to D \to F \to G$ به دست آمد

ج)

$$h_3(B) \leq h^*(B) = 12 \Rightarrow h_3(B) \leq 12$$

د)

$$|h_3(A) - h_3(B)| \leq AB \Rightarrow |10 - h_3(B)| \leq 1 \Rightarrow 9 \leq h_3(B) \leq 11$$

$$|h_3(C) - 〃| \leq BC \Rightarrow |9 - h_3(B)| \leq 1 \Rightarrow 8 \leq h_3(B) \leq 10$$

$$|h_3(D) - 〃| \leq BD \Rightarrow |7 - 〃| \leq 5 \Rightarrow 2 \leq h_3(B) \leq 12$$

$$\Rightarrow 9 \leq h_3(B) \leq 10$$

محمد رضا احمدی تشنیزی
۹۸۱۷۰۴۴۹

ادامه سوال ۳:

۵)

$A \to B: 1 + h(B)$
$A \to C: ۴ + ۹ = ۱۳$ $\Rightarrow h(B) \leq ۱۲$

$A \to B: 1 + h(B) \Rightarrow 1 + h(B) \leq ۱۴$ یا $\Rightarrow h(B) \leq ۱۳$ یا ~~$h(B) \leq ۹$~~ غیر ممکن

$A \to C \to B: ۵ + h(B) \Rightarrow ۵ + h(B) \leq ۱۴$

$A \to C \to D: ۱۴$

$A \to B \to D: ۱۳$
$A \to C \to D: ۱۴$
در هر صورت D باز می شود

$\Rightarrow ۱۲ \leq h(B) \leq ۱۳$

که در حالت های تساوی شانس دخیل شده و احتمال اینکه $A \to C \to B \to D$ شود ۱۰۰ درصد نیست.

سوال ۴:

آ) تعداد آرایش های کلمات $n!$

ب) حالت هایی که در آن ها دو کلمات مجاور را جابه جا کنیم برای مثال:

هر چه زودتر خواهش می کنم آزاد کنید من را ← زودتر هر چه " " " " "

← زودتر هر چه خواهش می کنم کنید آزاد من را

ج) چون در این روش در ماکزیمم های محلی ممکن است گیر کنیم پس حتماً به جواب اصلی نمی رسیم ولی با دخیل کردن عامل های Random این کار ممکن خواهد شد و باعث رهایی از این max های محلی می شود

~~در Crossover ما جمله را از وسط به دو بخش تقسیم کرده و سپس ۲ جمله را انتخاب کرده و ادامه بخش اول جمله دوم می گذاریم و بر عکس ... می زنیم یا در واقع می سنجیم~~

~~Mutation~~ نیز می تواند

محمدرضا احمدی نشتیفری

۹۸۱۷۰۴۴۶

ادامه سوال ۴ : ۴

ه) برای Crossover کلمه را از یک جا به ۲ قسمت تقسیم کرده و این ۲ قسمت را جابه‌جا می‌کنیم ۱

برای mutation نیز می‌توان ۲ کلمه کنار هم را با یکدیگر جابه‌جا کرد. ۲

سوال ۱۵

۲)

$f(x) = \|x\|_2^2$

$$\Rightarrow f(x) = \sum x_i^2 \Rightarrow \nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sum x_i^2}{\partial x_1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_1 \\ \vdots \end{bmatrix} = 2x$$

$f(x) = \|Ax\|_2^2$

$$f(x) = (Ax)^T(Ax) = x^T A^T A x = x^T(A^TA)x$$

اگر K ماتریس A^TA در نظر بگیریم داریم:

$$f(x) = x^T K x = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i k_{ij} x_j$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x_i} = 2x_i a_{ii} + \sum a_{ij} x_j + \sum a_{ji} x_j = \sum_{j=1}^n (a_{ij} + a_{ji}) x_j$$

$$\Rightarrow \nabla f = \nabla(x^T K x) = (A^TA + (A^TA)^T)x = 2A^TAx$$

$f: R^n \to R,\ f(x) = \|Ax - b\|_2^2 + \gamma \|x\|_2^2$

$$\|Ax-b\|_2^2 = (Ax-b)^T(Ax-b) = x^TA^TAx - 2b^TAx + b^Tb \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nabla(\quad) = \nabla(x^TA^TAx) - \nabla(2b^TAx) + \nabla(b^Tb) =$$

$$= 2A^TAx - \nabla(2(A^Tb)^Tx) = 2A^TAx - 2A^Tb = 2A^T(Ax-b)$$

از طرفی داریم: $\gamma\|x\|_2^2 = \gamma(x^Tx) \Rightarrow \nabla\gamma(x^Tx) = 2\gamma x$

$$\Rightarrow \nabla f(x) = 2A^T(Ax-b) + 2\gamma x$$

محمدرضا احمدی تشیری
۹۸۱۷۰۶۴۴۹
ادامه سؤال ۵:
ب)

1) $x - \alpha(2x) = (1-2\alpha)x$

2) $x - \alpha(2(A^TA)x) = x - 2\alpha(A^TA)x = (1-2\alpha(A^TA))x$

3) $x - \alpha(2A^T(Ax-b) + 2\gamma x) = x - 2\alpha(A^T(Ax-b) + \gamma x)$

ج)

$$f''(x) = \sum_{1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} = 2I$$

چون مقدار دو برابر I برابر است پس مشتق دوم این تابع بزرگتر از ۰ بوده و محدب است.

د)

f محدب $\Rightarrow$ به ازای $m, n \in R \wedge m, n \geq 0 \Rightarrow m = 1-n$

$\Rightarrow m f(x) + n f(y) \geq f(mx+ny) \Longrightarrow m g(x) + n g(y) =$

$= m f(Ax-b) + n f(Ay-b) \geq f(m(Ax+b) + n(Ay-b)) = f(A(mx+ny)-b) =$

$= g(mx+ny) \Rightarrow$ محدب g

ه) چون تابع $\|x\|_2^2$ و $f(Ax-b)$ محدب هستند اگر به جای x، $Ax-b$ را قرار دهیم داریم: $\|Ax-b\|_2^2$ محدب است.