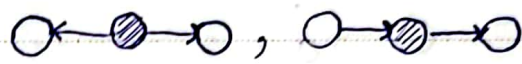


سوال ۱!

الف) با استفاده از الگوریتم D-separ بررسی کنید آیا متغیرهای زیر همبسته هستند:

neg \perp per | oveove \perp pro | neg, percpt: $p(\text{neg} | \text{ove}), p(\text{ove} | \text{per}), p(\text{per})$ (ب)

$$p(\text{neg} | \text{per} = T) = \sum_{\text{ove}} p(\text{neg}, \text{ove}, \text{per} = T) =$$

$$= \sum_{\text{ove}} p(\text{neg} | \text{ove}) \cdot p(\text{ove} | \text{per} = T) \rightarrow$$

$$\rightarrow \sum_{\text{ove}} p(\text{neg}, \text{ove} | \text{per} = T) \rightarrow p(\text{neg} | \text{per} = T)$$

→ normalize

سوال ۲، الف)

$$P(C | +a, +b, +d) = \frac{P(C, +a, +b, +d)}{P(+a, +b, +d)} =$$

$$= \frac{P(+a) P(+b | +a) P(C | +b) P(+d | C, +a)}{P(+a) P(+b | +a) \sum_c P(C | +b) P(+d | C, +a)}$$

$$= \frac{P(C | +b) P(+d | C, +a)}{\sum_c P(C | +b) P(+d | C, +a)}$$

$$= \frac{(0.1 \times 0.4) (0.1 \cdot 0.4 + 0.9 \cdot 0.1)}{(0.1 \cdot 0.4 + 0.9 \cdot 0.1)} = 0.4$$

ب) چون b و d دیده شده اند \Rightarrow نمونه های اول $(-a, -b)$ و سوم

$(+a, -b)$ حذف می شوند

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} -a + b - c + d &\rightarrow \\ +a + b - c + d &\rightarrow \\ +a + b - c + d &\rightarrow \\ -a + b + c + d &\rightarrow \\ +a + b + c + d &\rightarrow \end{aligned} \right\} w = \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} &= \frac{1}{8} \\ \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} &= \frac{1}{1} \\ \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} &= \frac{1}{1} \\ \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} &= \frac{1}{8} \\ \frac{1}{1} \times \frac{1}{4} &= \frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow p(+a/+b,+d) = \frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{1} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

سوال ۳) در حالت کلی برای هر گره ~~با فرض~~ با فرض باینری بودن به 2^n متغیر نیاز

داریم که n برابر با تعداد نودان آن گره است این 2^n متغیر احتمال مثبت بودن

گره به شرط تمام حالات بدانش را نگه می دارد و منفی بودن آن گره به همان

شرط مخالف آن متغیرها به دست می آید.

$$A: p(y) \rightarrow 1, p(x_1|y) \rightarrow 2, p(x_2|y) \rightarrow 2, p(x_3|y) \rightarrow 2 \\ \Rightarrow A \rightarrow \underline{y}$$

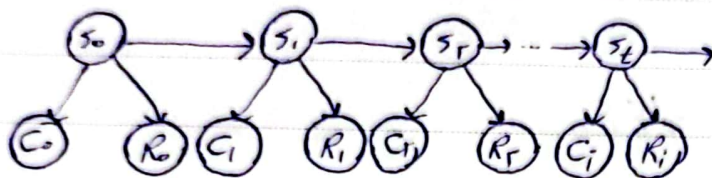
$$B: p(y|x_1, x_2, x_3) \rightarrow 8, p(x_1) \rightarrow 1, p(x_2) \rightarrow 1, p(x_3) \rightarrow 1 \\ \Rightarrow B \rightarrow \underline{11}$$

$$C: p(y) \rightarrow 1, p(x_1 | y) \rightarrow 2, p(x_2 | x_1, y) \rightarrow \epsilon, p(x_3 | x_2, y) \rightarrow \epsilon$$

$$\Rightarrow C \rightarrow 11$$

$$D: p(y) \rightarrow 1, p(x_1 | y) \rightarrow 2, p(x_2 | x_1, y) \rightarrow \epsilon, p(x_3 | y, x_2, x_1) \rightarrow 1$$

$$\Rightarrow D \rightarrow 12$$



سؤال ٤

s_0	$p(s_0)$	$1/4$	$1/4$	$1/4$	$1/4$
$+s_0$	$1/4$				
$-s_0$	$1/4$				

s_i	R_i	$p(R_i s_i)$	s_i	C_i	$p(C_i s_i)$	s_i	s_{i+1}	$p(s_{i+1} s_i)$
+	+	$1/4$	+	+	$1/2$	+	+	$1/4$
+	-	$1/4$	+	-	$1/4$	+	-	$1/4$
-	+	$1/4$	-	+	$1/4$	-	+	$1/4$
-	-	$1/4$	-	-	$1/4$	-	-	$1/4$

$$p(s_1) = 1/4 \times 1/4 \times 1/4 \times 1/4 = 1/64$$

$$p(+s_1 | -r_1, -c_1) = a(1/4 \times 1/4 \times 1/64) = b$$

$$(R_1 \perp C_1) | s_1 \Rightarrow p(-s_1 | -r_1, -c_1) = a(1/4 \times 1/4 \times 1/64) = c$$

$$\Rightarrow p(+s_1 | -r_1, -c_1) = \frac{b}{b+c} = 1/4$$

$$\Rightarrow p(-s_1 | -r_1, -c_1) = 1 - \frac{b}{b+c} = 3/4$$

بہ طور مساوی دار

$$p(+s_r | -r_1, -c_1) = 1/9 \times 1/19 + 1/5 \times 1/13 = 1/109 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p(-s_r | -r_1, -c_1) = 1 - 1/109 = 1/92$$

$$p(+s_r | r_{1:2}, c_{1:2}) = a(1/1 \times 1/1 \times 1/109) = b$$

$$p(-s_r | \text{"}, \text{"}) = a(1/1 \times 1/4 \times 1/92) = c$$

$$\Rightarrow p(+s_r | r_{1:2}, c_{1:2}) = \frac{b}{b+c} = 1/55$$

$$\Rightarrow p(-s_r | r_{1:2}, c_{1:2}) = 1 - \frac{b}{b+c} = 1/22$$

بہ طور مساوی دار

$$p(+s_r | r_{1:2}, c_{1:2}) = 1/9 \times 1/55 + 1/5 \times 1/22 = 1/59$$

$$\Rightarrow p(-s_r | \text{"}, \text{"}) = 1/209$$

$$p(+s_r | r_{1:2}, c_{1:2}) = a(1/1 \times 1/5 \times 1/209) = b$$

$$p(-s_r | r_{1:2}, c_{1:2}) = a(1/1 \times 1/5 \times 1/59) = c$$

$$\Rightarrow p(+s_r | r_{1:2}, c_{1:2}) = \frac{b}{b+c} = 1/49$$

$$\Rightarrow p(-s_r | r_{1:2}, c_{1:2}) = 1/92$$

بہ طور مساوی دار

$$p(r_1, c_1 | s_r) = p(r_1, c_1 | +s_r) = (1/9 \times 1/19 + 1/5 \times 1/13) = 1/59$$

$$p(\text{"}, \text{"} | -s_r) = (1/1 \times 1/5 \times 1/5 + 1/1 \times 1/5 \times 1/1) = 1/22$$

$$p(+s_r | r_{1:2}, c_{1:2}) = a(1/55 \times 1/59) = b$$

$$p(-s_r | \text{"}, \text{"}) = a(1/22 \times 1/22) = c$$

$$\Rightarrow p(+s_r | \text{"}, \text{"}) = \frac{b}{b+c} = 1/22$$

$$p(-s_r | \text{"}, \text{"}) = 1/92$$

PAPCO

$$p(s_k | r_{1:n}, c_{1:n}) = p(s_k | r_{1:k}, c_{1:k}, r_{k+1:n}, c_{k+1:n}) = (\text{ع}$$

$$= a p(s_k | r_{1:k}, c_{1:k}) p(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} | s_k, r_{1:k}, c_{1:k})$$

$$\Rightarrow p(s_k | r_{1:n}, c_{1:n}) = a p(s_k | r_{1:k}, c_{1:k}) p(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} | s_k)$$

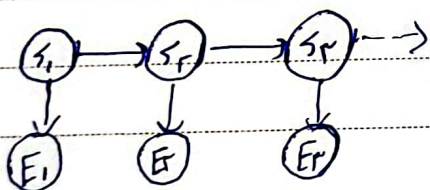
$$\Rightarrow p(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} | s_k) = \sum_{s_{k+1}} p(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} | s_{k+1}, s_k) p(s_{k+1} | s_k)$$

$$= \sum p(r_{k+1}, c_{k+1}, r_{k+2:n}, c_{k+2:n} | s_{k+1}, s_k) p(s_{k+1} | s_k)$$

$$= \sum p(r_{k+1} | s_{k+1}) p(c_{k+1} | s_{k+1}) p(r_{k+2:n}, c_{k+2:n} | s_{k+1}) p(s_{k+1} | s_k)$$

$$\Rightarrow p(s_k | r_{1:n}, c_{1:n}) = a p(s_k | r_{1:k}, c_{1:k}) \times$$

(د) برای تبدیل مسئله به HMM باید تغییر evidence را به این صورت انجام دهیم



در تغییر R و C را داریم پس آن ها را ترکیب می کنیم

s_t	$E_t(C, R)$	$p(E_t s_t)$
+	(+, +)	1/2
+	(+, -)	1/18
+	(-, +)	1/18
+	(-, -)	1/18
-	(+, +)	1/18
-	(+, -)	1/18
-	(-, +)	1/18
-	(-, -)	1/18

(ه) نا درستی

Subject :

Date

سؤال ٥

الف

$$w(1) = 1 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{32}$$

$$w(12) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 0 = 0$$

$$w(13) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{32}$$

ب

$$w(1) = 1 \times \frac{1}{4} \times 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$w(12) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 1 \times 0 = 0$$

$$w(13) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{32}$$

ج

$$100 \times \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{32}} = 33$$