

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого
Физико-Механический институт

Лабораторная 4 – Циклы и раскраска

«Вариант 4 – Хроматическое число графа»

Выполнил студент гр. 5030102/20101:

Преподаватель:

Работа принята:

Бугайцев М.В.

Новиков Ф. А.

Дата

Содержание

1	Введение	2
1.1	Цели и задачи лабораторной работы:	2
2	Теоретическая часть	3
2.1	Основные понятия графов:	3
2.2	Описание алгоритма:	3
2.3	Сферы применения:	3
3	Практическая часть	4
3.1	Реализация графа	4
3.1.1	Список смежности	4
3.2	Структура JSON файла	4
4	Сложности операций в классе Graph	5
4.1	Инициализация графа (<code>__init__</code>)	5
4.2	Добавление ребра (<code>add_edge</code>)	5
4.3	Добавление узла (<code>add_node</code>)	5
4.4	Удаление ребра (<code>remove_edge</code>)	5
4.5	Загрузка графа из JSON (<code>load_tree_from_json</code>)	5
4.6	Жадная раскраска графа (<code>greedy_coloring</code>)	6
4.7	Основной метод раскраски графа (<code>graph_coloring</code>)	6
4.7.1	Проверка возможность раскраски (<code>_is_safe</code>)	6
4.7.2	Алгоритм раскраски графа (<code>_graph_coloring</code>)	7
5	Примеры использования	8
5.1	Неоптимальный результат жадной раскраски	8
5.2	Работа алгоритма на полном графе	9
5.3	Работа алгоритма на изоморфном графе	10
6	Интерфейс приложения	13
6.1	Пример запуска	13
6.1.1	Задание рёбер графа	13
6.1.2	Задание узлов и рёбер графа	13
6.1.3	Загрузка графа из JSON файла	13
7	Заключение	14
8	Приложение	15

1 Введение

1.1 Цели и задачи лабораторной работы:

На вход программе подаётся граф. Требуется найти, используя приближённый алгоритм, и вывести хроматическое число данного графа. Хроматическое число — это минимальное количество цветов, необходимое для раскраски вершин графа так, чтобы никакие две смежные вершины не имели одинакового цвета.

Цель данной лабораторной работы заключается в изучении методов приближённого решения задачи раскраски графов и оценке их эффективности. В частности, мы будем использовать жадный алгоритм для нахождения хроматического числа и анализировать его точность.

Важной задачей является выяснение, всегда ли выбранный алгоритм будет давать точный ответ. Если да, то необходимо объяснить, почему это так. Если нет, то следует привести контр-пример, демонстрирующий случаи, когда алгоритм может ошибаться.

В рамках работы будут рассмотрены следующие задачи:

1. Изучение основных понятий, связанных с графами и их раскраской.
2. Описание алгоритма, используемого для нахождения хроматического числа.
3. Реализация графа и его методов в программном обеспечении.
4. Проведение экспериментов для проверки работы алгоритма на различных типах графов.
5. Анализ результатов и выводы о точности приближённого алгоритма.

2 Теоретическая часть

2.1 Основные понятия графов:

Графом называется пара $G = (V, E)$, где V — множество вершин, а E — множество рёбер, соединяющих пары вершин. Важным понятием является хроматическое число графа, которое обозначается как $\chi(G)$ и представляет собой минимальное количество цветов, необходимых для раскраски вершин графа так, чтобы никакие две смежные вершины не имели одинакового цвета.

2.2 Описание алгоритма:

Для нахождения хроматического числа графа можно использовать приближённый алгоритм, основанный на жадном методе. Алгоритм работает следующим образом:

1. Инициализируем пустое множество цветов.
2. Для каждой вершины графа:
 - Находим все цвета, которые уже используются соседними вершинами.
 - Присваиваем текущей вершине наименьший доступный цвет, который не используется её соседями.
3. После обработки всех вершин, количество использованных цветов будет являться приближённым значением хроматического числа графа.

Этот алгоритм не гарантирует нахождение точного хроматического числа, так как он может не учитывать оптимальные раскраски.

2.3 Сферы применения:

Хроматическое число графа и алгоритмы его нахождения имеют широкий спектр применения в различных областях, включая:

- **Теория графов:** Используется для изучения свойств графов и их структур.
- **Компьютерные науки:** Применяется в задачах, связанных с распределением ресурсов, например, в задачах о раскраске графов, оптимизации сетей и планировании.
- **Операционные исследования:** Используется для решения задач, связанных с оптимизацией, таких как задачи о назначениях и маршрутизации.
- **Социальные сети:** Применяется для анализа взаимодействий между участниками, где вершины представляют пользователей, а рёбра — связи между ними.
- **Биология:** Используется для моделирования взаимодействий между различными биологическими системами, такими как экосистемы или сети метаболизма.
- **Телекоммуникации:** Применяется для оптимизации частотного спектра и управления сетями связи.

3 Практическая часть

3.1 Реализация графа

В данной секции рассматривается реализация не ориентированного графа, основанная на концепции списка смежности. Список смежности представляет собой эффективный способ хранения графа, который позволяет организовать данные о вершинах и их связях в удобной и компактной форме.

3.1.1 Список смежности

Список смежности - это структура данных, в которой каждый узел графа содержит информацию о своих соседях, то есть о других узлах, соединенных с ним ребрами.

В отличие от матрицы смежности, список смежности более экономичен, так как хранит только существующие связи.

Существует также концепция списка рёбер, которая описывает граф в виде набора рёбер, где каждое ребро представлено парой вершин (или тройкой, если граф взвешенный). Список смежности более удобен для алгоритмов обхода графа, таких как поиск в глубину (DFS) и поиск в ширину (BFS), так как позволяет быстро находить всех соседей конкретного узла.

3.2 Структура JSON файла

Структура JSON файла, используемого для задания графа, включает два основных элемента: nodes и edges.

- nodes: Список узлов графа. Каждый узел представлен уникальным идентификатором. Например, в следующем примере узлы представлены числами от 1 до 5:

```
"nodes": [1, 2, 3, 4, 5]
```

- edges: Список рёбер графа. Каждое ребро представлено в виде массива, содержащего два узла, которые оно соединяет. Например, в следующем примере рёбра соединяют узлы следующим образом:

```
"edges": [[1, 2], [1, 3], [2, 4], [1, 5]]
```

Таким образом, полный пример JSON файла, описывающего граф, выглядит следующим образом:

```
{  
  "nodes": [1, 2, 3, 4, 5],  
  "edges": [[1, 2], [1, 3], [2, 4], [1, 5]]  
}
```

4 Сложности операций в классе Graph

4.1 Инициализация графа (`__init__`)

Метод `__init__` отвечает за создание нового экземпляра класса `Graph`. При его вызове инициализируется пустой граф, представленный в виде словаря, где ключами являются узлы, а значениями — списки смежных узлов.

- **Временная сложность:** $O(n + m)$, где n — количество узлов, а m — количество рёбер.
- **Описание:** Метод принимает два необязательных параметра: `nodes` и `edges`. Если `nodes` не равен `None`, то для каждого узла в списке вызывается метод `add_node`, который добавляет узел в граф. Если `edges` также не равен `None`, то для каждой пары узлов (u, v) в списке рёбер вызывается метод `add_edge`, который добавляет рёбра между узлами u и v . Таким образом, граф может быть инициализирован сразу с набором узлов и рёбер, что упрощает его создание и позволяет избежать дополнительных вызовов методов после инициализации.

4.2 Добавление ребра (`add_edge`)

Метод `add_edge` отвечает за добавление ребра между двумя узлами графа. При вызове этого метода узлы u и v становятся соседями, и ребро добавляется в обе стороны, так как граф является неориентированным.

- **Временная сложность:** $O(1)$
- **Описание:** Добавление ребра занимает постоянное время, так как операция добавления элемента в список (в данном случае, список смежных узлов) выполняется за $O(1)$. В худшем случае, если узел не существует в графе, он будет создан с пустым списком, что также не влияет на временную сложность.

4.3 Добавление узла (`add_node`)

Метод `add_node` отвечает за добавление нового узла в граф. При вызове этого метода, если узел `node` еще не существует в графе, он добавляется в словарь `self.graph` с пустым списком смежных узлов.

- **Временная сложность:** $O(1)$
- **Описание:** Добавление узла занимает постоянное время, так как проверка наличия узла в словаре и добавление нового ключа выполняются за $O(1)$. Если узел уже существует, метод просто завершает выполнение без изменений.

4.4 Удаление ребра (`remove_edge`)

Метод `remove_edge` отвечает за удаление ребра между двумя узлами графа. При вызове этого метода, если узлы u и v существуют в графе и между ними есть ребро, оно удаляется в обе стороны, так как граф является неориентированным.

- **Временная сложность:** $O(1)$
- **Описание:** Данный метод использует метод `discard`, который безопасно удаляет элемент из множества за $O(1)$, не вызывая ошибки, если элемент отсутствует. Это позволяет избежать дополнительных проверок на наличие ребра перед его удалением.

4.5 Загрузка графа из JSON (`load_tree_from_json`)

Метод `load_tree_from_json` отвечает за загрузку графа из файла в формате JSON. При его вызове происходит чтение данных из указанного файла, после чего граф инициализируется узлами и рёбрами, описанными в загруженных данных.

- **Временная сложность:** $O(n + m)$, где n — количество узлов, а m — количество рёбер.
- **Описание:** Метод принимает один параметр `filename`, который представляет собой путь к файлу JSON. Внутри метода открывается файл для чтения, и данные загружаются с помощью функции `json.load`. Ожидается, что загруженные данные содержат два ключа: `nodes` и `edges`. Если ключ `nodes` присутствует, то для каждого узла в списке вызывается метод `add_node`, который добавляет узел в граф. Аналогично, если ключ `edges` присутствует, то для каждой пары узлов (u, v) в списке рёбер вызывается метод `add_edge`, который добавляет рёбра между узлами u и v . Таким образом, метод позволяет легко и быстро загружать граф из внешнего источника, что упрощает работу с графовыми структурами данных.

4.6 Жадная раскраска графа (`greedy_coloring`)

Метод `greedy_coloring` отвечает за раскраску графа с использованием жадного алгоритма. При вызове этого метода для каждого узла графа назначается цвет, так что никакие два соседних узла не имеют одинакового цвета.

- **Временная сложность:** $O(n \cdot d)$, где n — количество узлов в графе, а d — максимальная степень узла. В худшем случае для каждого узла необходимо проверить цвета его соседей, что требует линейного времени относительно количества соседей.
- **Сложность по памяти:** $O(n)$, так как необходимо хранить отображение `color_map`, в котором каждому узлу соответствует его цвет. В дополнение, для хранения цветов соседей используется множество, что также требует линейного пространства в зависимости от количества соседей.
- **Описание:** Метод итерируется по всем узлам графа. Для каждого узла он собирает цвета, уже назначенные его соседям, и находит первый доступный цвет, который не используется соседями. Этот цвет затем назначается текущему узлу. Если узел не имеет соседей или все соседи уже раскрашены, метод завершает выполнение, назначая цвет узлу. В результате получается отображение, где каждому узлу соответствует его цвет.

4.7 Основной метод раскраски графа (`graph_coloring`)

Метод `graph_coloring` отвечает за поиск раскраски графа с использованием жадного подхода, пробуя различные количества цветов, начиная с одного и увеличивая их до тех пор, пока не будет найдена допустимая раскраска.

- **Временная сложность:** $O(n^n)$, где n — количество узлов в графе. В худшем случае метод вызывает `_graph_coloring` для каждого количества цветов от 1 до n , что приводит к экспоненциальной сложности.
- **Сложность по памяти:** $O(n)$, так как необходимо хранить отображение `color_map` для хранения цветов узлов, а также стек и другие переменные, что требует линейного пространства в зависимости от количества узлов.
- **Описание:** Метод итерируется по количеству цветов от 1 до количества узлов в графе. Для каждого количества цветов `_graph_coloring` итерируется, чтобы попытаться раскрасить граф. Если раскраска успешна (т.е. метод возвращает `color_map`), то этот результат возвращается.

4.7.1 Проверка возможность раскраски (`_is_safe`)

Метод `_is_safe` отвечает за проверку, возможность ли назначить определённый цвет узлу графа. Этот метод используется в контексте алгоритмов раскраски, чтобы убедиться, что назначаемый цвет не совпадает с цветами соседних узлов.

- **Временная сложность:** $O(d)$, где d — максимальная степень узла. В худшем случае метод проверяет всех соседей узла, чтобы убедиться, что ни один из них не имеет того же цвета.

- **Сложность по памяти:** $O(1)$, так как метод использует только фиксированное количество переменных для хранения состояния и не требует дополнительной памяти, зависящей от размера графа.
- **Описание:** Метод принимает узел, цвет и отображение `color_map` в качестве аргументов. Он итерируется по всем соседям данного узла и проверяет, есть ли среди них узлы, уже раскрашенные в тот же цвет. Если такой сосед найден, метод возвращает `False`, указывая на то, что назначение цвета не безопасно. Если же все соседи имеют разные цвета, метод возвращает `True`, подтверждая, что цвет можно безопасно назначить узлу.

4.7.2 Алгоритм раскраски графа (`_graph_coloring`)

Метод `_graph_coloring` реализует алгоритм раскраски графа с использованием DFS. Он пытается назначить цвета узлам графа, соблюдая ограничения на количество доступных цветов.

- **Временная сложность:** $O(m^n)$, где n — количество узлов в графе, а m — максимальное количество доступных цветов. В худшем случае алгоритм может проверить все возможные комбинации раскраски, что приводит к экспоненциальной сложности.
- **Сложность по памяти:** $O(n)$, так как необходимо хранить отображение `color_map` для хранения цветов узлов, а также стек для хранения состояния узлов и цветов, что требует линейного пространства в зависимости от количества узлов.
- **Описание:** Метод принимает максимальное количество цветов `max_colors` в качестве аргумента. Он инициализирует пустое отображение `color_map` и список узлов графа. Затем используется стек для хранения индексов узлов и количества обработанных цветов. В цикле метод извлекает узел из стека и проверяет, был ли он уже раскрашен. Если нет, он пытается назначить узлу цвет, начиная с `color_processed`. Если цвет может быть присвоен (это проверяется с помощью метода `_is_safe`), цвет назначается узлу, и в стек добавляются следующие узлы для обработки. Если все узлы успешно раскрашены, метод возвращает `color_map`. Если раскраска невозможна, возвращается `None`.

5 Примеры использования

5.1 Неоптимальный результат жадной раскраски

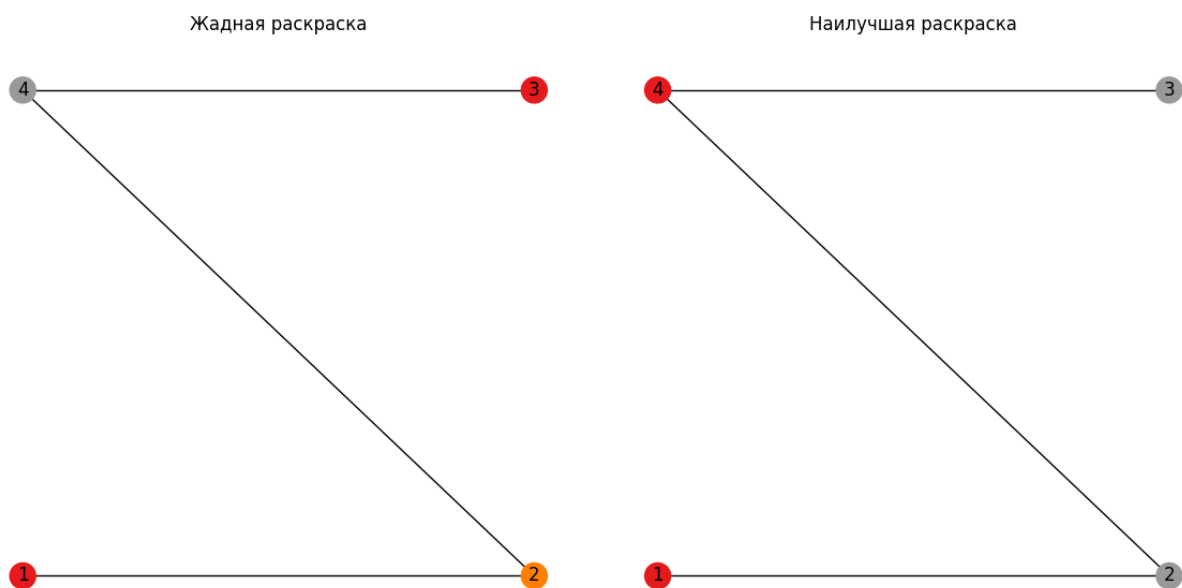


Рис. 1: Пример неоптимального результата жадной раскраски

Как видно на рисунке 1, алгоритм не справляется с задачей в определенных условиях.

Выполнение жадной раскраски

- Обрабатываем узел 1. Соседи: [2]. Нет окрашенных соседей.
- Узел 1 окрашен в цвет 0
- Обрабатываем узел 2. Соседи: [1, 4]. Цвета соседей: 0
- Узел 2 окрашен в цвет 1
- Обрабатываем узел 3. Соседи: [4]. Нет окрашенных соседей.
- Узел 3 окрашен в цвет 0
- Обрабатываем узел 4. Соседи: [2, 3]. Цвета соседей: 0, 1
- Узел 4 окрашен в цвет 2

Раскраска (жадная): "1": 0, "2": 1, "3": 0, "4": 2

Выполнение оптимальной раскраски

Раскраска (оптимальная): "1": 0, "2": 1, "3": 1, "4": 0

Результаты: Хроматическое число (жадная раскраска): 3

Хроматическое число (оптимальная раскраска): 2

5.2 Работа алгоритма на полном графе

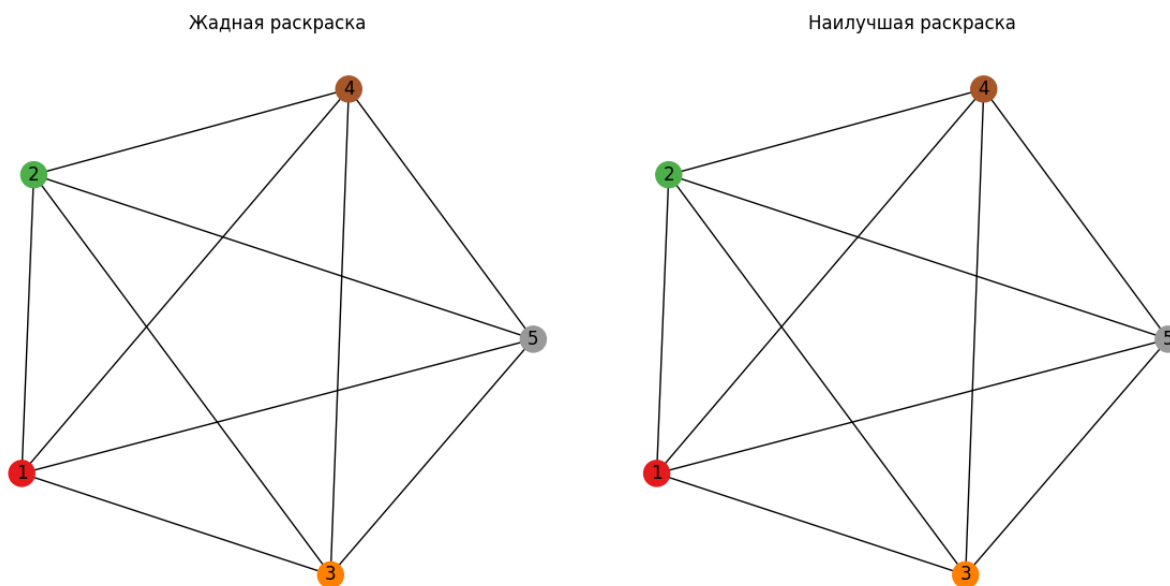


Рис. 2: Результаты работы алгоритма на полном графе

Выполнение жадной раскраски

- Обрабатываем узел 1. Соседи: [2, 3, 4, 5]. Нет окрашенных соседей.
- Узел 1 окрашен в цвет 0
- Обрабатываем узел 2. Соседи: [1, 3, 4, 5]. Цвета соседей: 0
- Узел 2 окрашен в цвет 1
- Обрабатываем узел 3. Соседи: [1, 2, 4, 5]. Цвета соседей: 0, 1
- Узел 3 окрашен в цвет 2
- Обрабатываем узел 4. Соседи: [1, 2, 3, 5]. Цвета соседей: 0, 1, 2
- Узел 4 окрашен в цвет 3
- Обрабатываем узел 5. Соседи: [1, 2, 3, 4]. Цвета соседей: 0, 1, 2, 3
- Узел 5 окрашен в цвет 4

Раскраска (жадная): "1": 0, "2": 1, "3": 2, "4": 3, "5": 4

Выполнение оптимальной раскраски

Раскраска (оптимальная): "1": 0, "2": 1, "3": 2, "4": 3, "5": 4

Результаты: Хроматическое число (жадная раскраска): 5

Хроматическое число (оптимальная раскраска): 5

5.3 Работа алгоритма на изоморфном графе

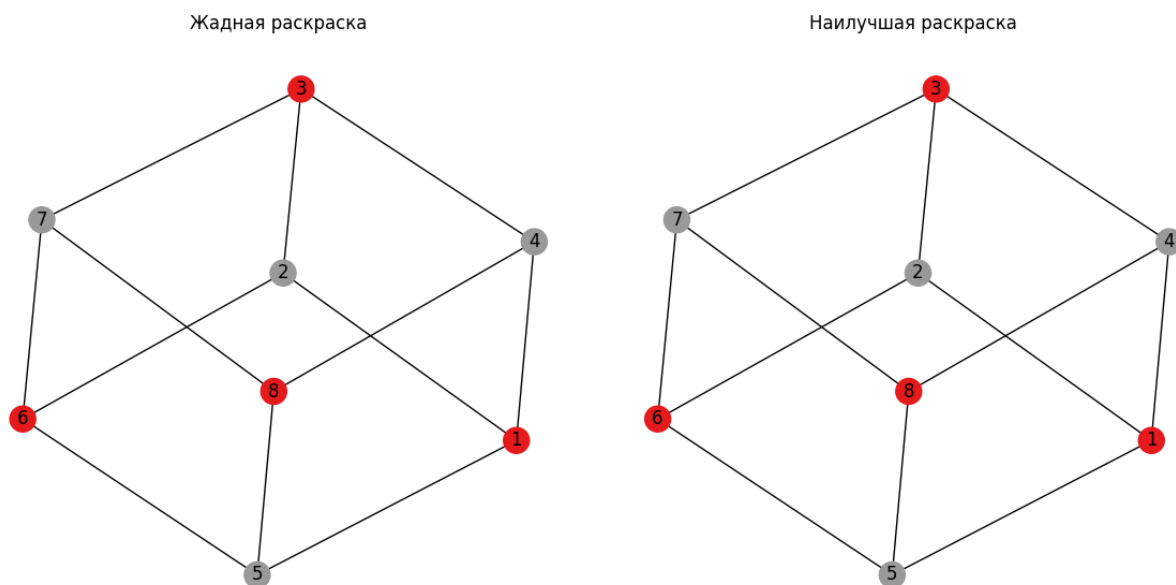


Рис. 3: Результаты работы алгоритма на изоморфном графе

Выполнение жадной раскраски

- Обрабатываем узел 1. Соседи: [2, 4, 5]. Нет окрашенных соседей.
- Узел 1 окрашен в цвет 0
- Обрабатываем узел 2. Соседи: [1, 3, 6]. Цвета соседей: 0
- Узел 2 окрашен в цвет 1
- Обрабатываем узел 3. Соседи: [2, 4, 7]. Цвета соседей: 1
- Узел 3 окрашен в цвет 0
- Обрабатываем узел 4. Соседи: [8, 1, 3]. Цвета соседей: 0
- Узел 4 окрашен в цвет 1
- Обрабатываем узел 5. Соседи: [8, 1, 6]. Цвета соседей: 0
- Узел 5 окрашен в цвет 1
- Обрабатываем узел 6. Соседи: [2, 5, 7]. Цвета соседей: 1
- Узел 6 окрашен в цвет 0
- Обрабатываем узел 7. Соседи: [8, 3, 6]. Цвета соседей: 0
- Узел 7 окрашен в цвет 1
- Обрабатываем узел 8. Соседи: [4, 5, 7]. Цвета соседей: 1
- Узел 8 окрашен в цвет 0

Раскраска (жадная): "1": 0, "2": 1, "3": 0, "4": 1, "5": 1, "6": 0, "7": 1, "8": 0

Выполнение оптимальной раскраски

Раскраска (оптимальная): "1": 0, "2": 1, "3": 0, "4": 1, "5": 1, "6": 0, "7": 1, "8": 0

Результаты: Хроматическое число (жадная раскраска): 2
Хроматическое число (оптимальная раскраска): 2

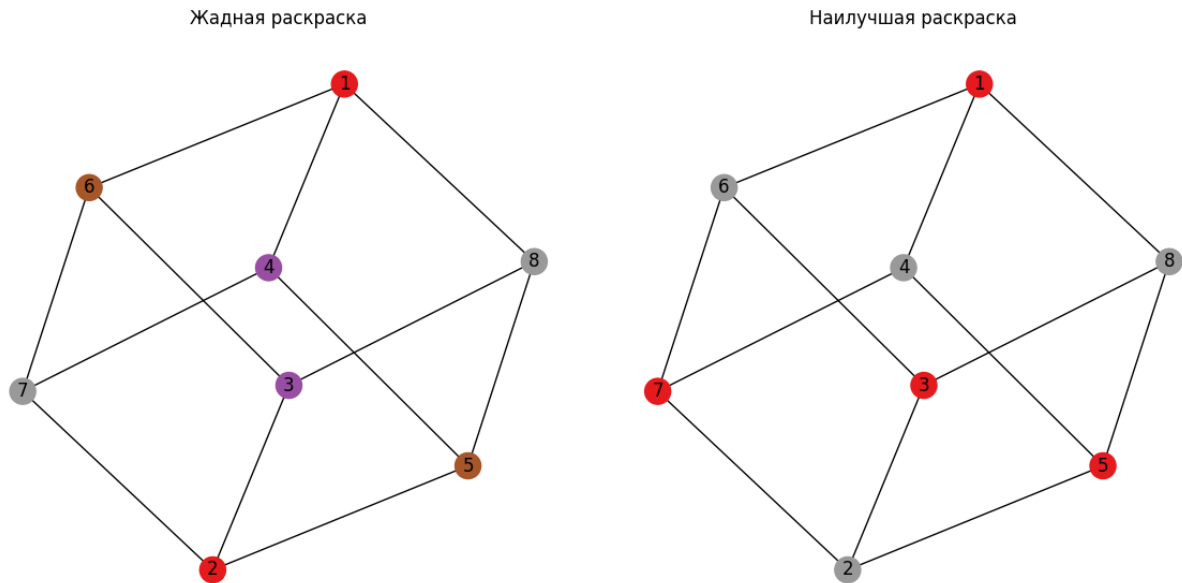


Рис. 4: Результаты работы алгоритма на изоморфном графе

Выполнение жадной раскраски

- Обрабатываем узел 1. Соседи: [8, 4, 6]. Нет окрашенных соседей.
- Узел 1 окрашен в цвет 0
- Обрабатываем узел 2. Соседи: [3, 5, 7]. Нет окрашенных соседей.
- Узел 2 окрашен в цвет 0
- Обрабатываем узел 3. Соседи: [8, 2, 6]. Цвета соседей: 0
- Узел 3 окрашен в цвет 1
- Обрабатываем узел 4. Соседи: [1, 5, 7]. Цвета соседей: 0
- Узел 4 окрашен в цвет 1
- Обрабатываем узел 5. Соседи: [8, 2, 4]. Цвета соседей: 0, 1
- Узел 5 окрашен в цвет 2
- Обрабатываем узел 6. Соседи: [1, 3, 7]. Цвета соседей: 0, 1
- Узел 6 окрашен в цвет 2
- Обрабатываем узел 7. Соседи: [2, 4, 6]. Цвета соседей: 0, 1, 2
- Узел 7 окрашен в цвет 3
- Обрабатываем узел 8. Соседи: [1, 3, 5]. Цвета соседей: 0, 1, 2
- Узел 8 окрашен в цвет 3

Раскраска (жадная): "1": 0, "2": 0, "3": 1, "4": 1, "5": 2, "6": 2, "7": 3, "8": 3

Выполнение оптимальной раскраски

Раскраска (оптимальная): "1": 0, "2": 1, "3": 0, "4": 1, "5": 0, "6": 1, "7": 0, "8": 1

Результаты: Хроматическое число (жадная раскраска): 4

Хроматическое число (оптимальная раскраска): 2

6 Интерфейс приложения

6.1 Пример запуска

Приложение можно запустить из командной строки с использованием следующих аргументов:

- `-nodes` - список узлов графа в формате: `узел1`.
- `-edges` - список рёбер графа в формате: `узел1 узел2`.
- `-json-load` - загрузка графа из указанного JSON файла.

6.1.1 Задание рёбер графа

В этом примере мы задаем граф, указывая его рёбра через параметр `-edges`. Узлы графа будут автоматически добавлены на основе указанных рёбер.

```
python main.py --edges A B C D E F
```

6.1.2 Задание узлов и рёбер графа

Если необходимо явно указать узлы графа, можно использовать параметр `-nodes` вместе с `-edges`.

```
python main.py --nodes A B C D --edges A B C D
```

В этом примере мы создаем граф с узлами A, B, C и D, а также рёбрами A-B и C-D.

6.1.3 Загрузка графа из JSON файла

Если граф уже сохранен в формате JSON, его можно загрузить с помощью параметра `-json-load`.

```
python main.py --json-load graph.json
```

7 Заключение

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены основные методы приближённого решения задачи раскраски графов, а также реализован жадный алгоритм для нахождения хроматического числа. Проведённые эксперименты показали, что выбранный алгоритм может давать приближённые результаты, которые, однако, не всегда являются точными.

Важно отметить, что жадный алгоритм может давать разные результаты для изоморфных графов. Это связано с тем, что выбор цвета для каждой вершины могут варьироваться в зависимости от порядка их обхода. Таким образом, несмотря на то, что изоморфные графы имеют одинаковую структуру, жадный алгоритм может присвоить им разные хроматические числа, что подчеркивает его приближённый характер и зависимость от порядка обработки вершин.

8 Приложение

В этом разделе приведен код программы.

```
1 from collections import defaultdict, deque
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import networkx as nx
4 import argparse
5 import json
6 import sys
7
8
9 class RedirectPrint:
10     def __init__(self, filename: str):
11         self.filename = filename
12         self.original_stdout = sys.stdout
13
14     def __enter__(self):
15         self.file = open(self.filename, 'w')
16         sys.stdout = self.file
17         return self
18
19     def __exit__(self, exc_type, exc_value, traceback):
20         sys.stdout = self.original_stdout
21         self.file.close()
22         with open(self.filename, 'r') as f:
23             print(f.read())
24
25
26 class Graph:
27     def __init__(self, nodes=None, edges=None) -> None:
28         self.graph = defaultdict(set)
29         if nodes is not None:
30             for node in nodes:
31                 self.add_node(node)
32         if edges is not None:
33             for u, v in edges:
34                 self.add_edge(u, v)
35
36     def add_edge(self, u, v) -> None:
37         self.graph[u].add(v)
38         self.graph[v].add(u)
39
40     def add_node(self, node) -> None:
41         if node not in self.graph:
42             self.graph[node] = set()
43
44     def remove_edge(self, u, v) -> None:
45         self.graph[u].discard(v)
46         self.graph[v].discard(u)
47
48     def greedy_coloring(self) -> dict:
49         color_map = {}
50
51         for node in self.graph:
52             neighbor_colors = {
53                 color_map[neighbor] for neighbor in self.graph[node]
54                 if neighbor in color_map}
55
56             color = 0
57             while color in neighbor_colors:
58                 color += 1
59
60             color_map[node] = color
61
62         return color_map
63
64     def _is_safe(self, node, color, color_map):
65         for neighbor in self.graph[node]:
```



```

66         if neighbor in color_map and color_map[neighbor] == color:
67             return False
68         return True
69
70     def _graph_coloring(self, max_colors):
71         color_map = {}
72         nodes = list(self.graph.keys())
73         stack = deque([(0, 0)])
74         while stack:
75             node_index, color_processed = stack.pop()
76             if node_index == 0 and color_processed == 1:
77                 return None
78
79             if node_index == len(nodes):
80                 return color_map
81
82             node_name = nodes[node_index]
83             if nodes[node_index] in color_map:
84                 del color_map[node_name]
85
86             for color in range(color_processed, max_colors):
87                 if self._is_safe(
88                     node_name, color, color_map):
89                     color_map[node_name] = color
90                     stack.append((node_index, color + 1))
91                     stack.append((node_index + 1, 0))
92                     break
93         return None
94
95     def graph_coloring(self):
96         for num_colors in range(1, len(self.graph) + 1):
97             color_map = self._graph_coloring(num_colors)
98             if color_map:
99                 return color_map
100         return None
101
102     def draw(self, *, greedy_coloring: dict, best_coloring: dict) -> None:
103         G = nx.Graph()
104         for n in self.graph.keys():
105             G.add_node(n)
106         for u in self.graph:
107             for v in self.graph[u]:
108                 G.add_edge(u, v)
109         fig, axs = plt.subplots(1, 2, figsize=(12, 6))
110
111         colors_greedy = [greedy_coloring[node] for node in G.nodes()]
112         pos = nx.spring_layout(G)
113         nx.draw(
114             G,
115             pos,
116             with_labels=True,
117             node_color=colors_greedy,
118             cmap=plt.get_cmap('Set1'),
119             ax=axs[0]
120         )
121         axs[0].set_title("Жадная раскраска")
122
123         colors_best = [best_coloring[node] for node in G.nodes()]
124         nx.draw(
125             G,
126             pos,
127             with_labels=True,
128             node_color=colors_best,
129             cmap=plt.get_cmap('Set1'),
130             ax=axs[1]
131         )
132         axs[1].set_title("Наилучшая раскраска")
133
134         plt.tight_layout()

```

```

135     plt.show()
136
137     def load_tree_from_json(self, filename: str):
138         with open(filename, 'r') as f:
139             graph_data = json.load(f)
140
141             nodes = graph_data.get('nodes', [])
142             edges = graph_data.get('edges', [])
143             for node in nodes:
144                 self.add_node(node)
145             for u, v in edges:
146                 self.add_edge(u, v)
147
148
149     def main():
150         parser = argparse.ArgumentParser(description="Хроматическое число графа")
151         graph_group = parser.add_argument_group('Граф', 'Способы задания графа')
152         graph_group.add_argument(
153             '--edges',
154             nargs='+',
155             help='Список рёбер графа в формате: узел1 узел2 например (: A B C D - для рёбер A-B и C-D)',
156             required=False)
157         graph_group.add_argument('--nodes', nargs='+',
158                                   help='Список узлов графа например (: A B C D)',
159                                   required=False)
160         graph_group.add_argument(
161             '--json-load',
162             help='Загрузить граф из JSON файла например (: graph.json)',
163             default='graph.json',
164             required=False)
165
166         args = parser.parse_args()
167         g = Graph()
168         with RedirectPrint('output.txt'):
169             if args.edges:
170                 print("Загрузка графа из рёбер.")
171                 for node in args.nodes:
172                     g.add_node(node)
173                 for i in range(0, len(args.edges), 2):
174                     g.add_edge(args.edges[i], args.edges[i + 1])
175                 print(
176                     f"Граф загружен с {len(args.nodes)} узлами и {len(args.edges) // 2} рёбрами.")
177             elif args.json_load:
178                 print(f"Загрузка графа из файла {args.json_load}.")
179                 g.load_tree_from_json(args.json_load)
180                 print("Граф успешно загружен из JSON.")
181             else:
182                 raise ValueError(
183                     "Неизвестный алгоритм. Укажите рёбра или файл JSON.")
184
185             print("Выполнение жадной раскраски.")
186             greedy_coloring = g.greedy_coloring()
187
188             print(
189                 "Раскраска жадная():",
190                 json.dumps(
191                     greedy_coloring,
192                     ensure_ascii=False,
193                     indent=4))
194
195             print("Выполнение оптимальной раскраски.")
196             best_coloring = g.graph_coloring()
197
198             print(
199                 "Раскраска оптимальная():",
200                 json.dumps(
201                     best_coloring,

```

```

202         ensure_ascii=False ,
203         indent=4))
204
205     print(
206         f"Хроматическое число жадная( раскраска): {max(greedy_coloring.values()) + 1}"
207     )
208     print(
209         f"Хроматическое число оптимальная( раскраска): {max(best_coloring.values()) +
210         1}")
211
212     g.draw(greedy_coloring=greedy_coloring , best_coloring=best_coloring)
213
214 if __name__ == "__main__":
215     main()

```

Листинг 1: Код программы на Python