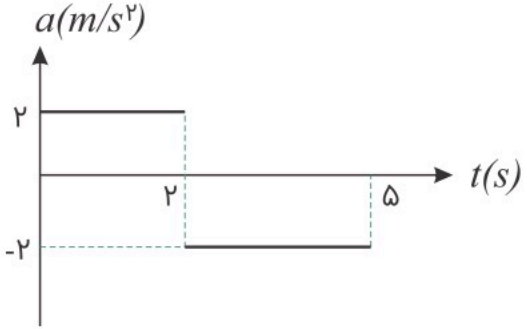
نمودار شتاب - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در این مدت $۶/۴\ \mathrm{m/s}$ باشد، سرعت اولیهٔ آن چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۵

گزینه ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۵

گام اول

الف) متحرک با سرعت متوسط ۶/۴ m/s $\leftarrow$ $v_{av} = ۶/۴\ m/s$

ب) سرعت اولیه چند متر بر ثانیه؟ $\leftarrow$ $v_0 = ?$

گام دوم

ابتدا جابجایی را با استفاده از معادلهٔ مکان و سرعت متوسط به دست می‌آوریم و بعد به کمک تغییرات سرعت، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

جابجایی در بازه زمانی ۰ تا۲s:

$$\begin{cases}\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 + v_0 t_1 \\ a_1 = 2\ m/s^2 \\ t_1 = 2s\end{cases} \Rightarrow \Delta x_1 = 4 + 2v_0$$

جابجایی در بازهٔ زمانی ۲s تا ۵s:

$$\begin{cases}\Delta x_2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2 + v_1 t_2 \\ a_2 = -2 m/s^2 \\ t_2 = 3s\end{cases} \Rightarrow \Delta x_2 = -9 + 3v_1$$

بنابراین جابجایی کل برابر است با:

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 4 + 2v_0 - 9 + 3v_1 = 3v_1 + 2v_0 - 5 \qquad (I)$$

از طرفی $v_{av} = ۶/۴ m/s$ است، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T} \Rightarrow \frac{64}{10} = \frac{\Delta x_T}{5} \Rightarrow \Delta x_T = 32m \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} 32 = 3v_1 + 2v_0 - 5 \Rightarrow 3v_1 + 2v_0 = 37$$

باتوجه‌به اینکه مساحت زیر نمودار $a - t$، برابر با Δv است، داریم:

$$\begin{cases}\Delta v = S \\ S = 2 \times 2 = 4\end{cases} \Rightarrow \Delta v = 4 \Rightarrow v_1 - v_0 = 4$$

درنهایت با حل دستگاه زیر، سرعت اولیه را می‌یابیم:

$$\begin{cases}v_1 - v_0 = 4 \\ 3v_1 + 2v_0 = 37\end{cases} \Rightarrow 3(4 + v_0) + 2v_0 = 37 \Rightarrow v_0 = 5m/s$$

متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت $۲\mathrm{m/s^۲}$ روی خط راست به راه می‌افتد. پس از ۲۰ ثانیه سرعتش با آهنگ ثابت $۴\mathrm{m/s}$ کاهش می‌یابد تا متوقف شود. از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ توقف، متحرک چند متر جابه‌جا می‌شود؟

۱) ۲۰۰
۲) ۴۰۰
۳) ۶۰۰
۴) ۸۰۰

آزمایشی سنجش علوم تجربی چهارم مرحله دوم ۱۳۹۴
آزمایشی سنجش ریاضی و فیزیک چهارم مرحله دوم ۱۳۹۴

گزینه ۳

جابه‌جایی و سرعت را پس از ۲۰ ثانیه حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 = (\frac{1}{2} \times 2 \times 20^2)\text{m} = 400\text{m}$$

$t = 20\text{s}$ سرعت در لحظهٔ $: \; v_1 = a_1t_1 = (2 \times 20)\text{m/s} = 40\text{m/s}$

شتاب کاهش سرعت در مرحلهٔ دوم -4m/s^2 است پس:

$$a_{av2} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -4 = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t_2} \Rightarrow -4 = \frac{0 - 40}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 10\text{s}$$

$$\Delta x_2 = v_{av2}.\Delta t_2 = \frac{0 + 40}{2} \times 10 = 200 \Rightarrow \Delta x_2 = 200\text{m}$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 400 + 200 = 600 \Rightarrow \Delta x = 600\text{m}$$

آزمایشی سنجش علوم تجربی چهارم مرحله دوم ۱۳۹۴

آزمایشی سنجش ریاضی و فیزیک چهارم مرحله دوم ۱۳۹۴

معادلهٔ حرکت جسمی در SI به‌صورت $x = ۲t^{۲} - ۱۲t + ۱۰/۵$ است. در بازهٔ زمانی $t_{۱} = ۲\,s$ تا $t_{۲} = ۴\,s$ چند ثانیه متحرک خلاف جهت محور x حرکت کرده است؟ (با اعمال تغییر در صورت سؤال)

۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

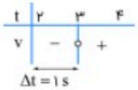
گزینه ۲

معادلهٔ حرکت جسم را با معادلهٔ مکان- زمان مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = ۲t^۲ - ۱۲t + ۱۰/۵t \\ x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۴\,m/s^۲ \\ x_۰ = ۱۰/۵\,m/s \\ v_۰ = -۱۲\,m/s \end{cases}$$

معادلهٔ سرعت- زمان متحرک را نوشته و در بازهٔ زمانی ۲s تا ۴s، مدت زمانی که سرعت متحرک منفی است را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۴t - ۱۲ \xrightarrow{v=۰} ۰ = ۴t - ۱۲ \Rightarrow t = ۳s$$



قسمت‌هایی که علامت سرعت منفی است، متحرک برخلاف جهت محور x حرکت کرده است.
بنابراین در بازهٔ زمانی ۲ تا ۴ ثانیه، متحرک ۱ ثانیه در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

گلوله‌ای به جرم 200g در شرایط خلأ از ارتفاع ۴۵ متری زمین رها می‌شود و پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۲۰ متری زمین برمی‌گردد. اگر زمان تماس گلوله با زمین $2\,\text{ms}$ باشد، بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر گلوله در مدت برخورد به زمین چند نیوتون است؟ $(g = 10\,\text{m/s}^2)$

۱) ۲۵۰

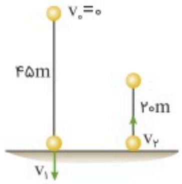
۲) ۵۰۰

۳) ۲۵۰۰

۴) ۵۰۰۰

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

گزینه ۴



$$v_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \times 10 \times 45} = 30\,m/s$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20\,m/s$$

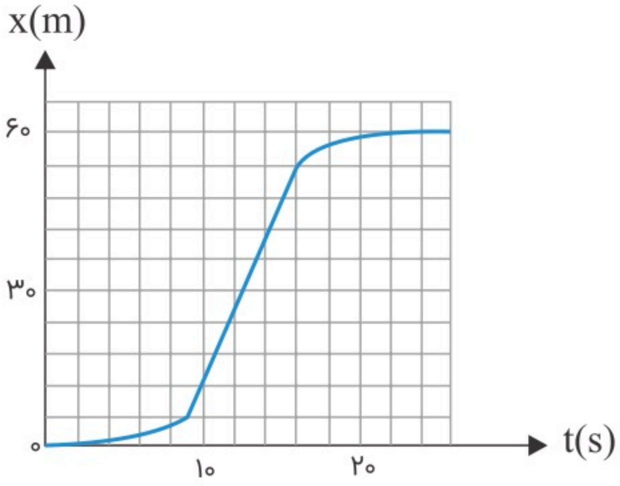
چون v_1 روبه پایین است با علامت منفی و v_2 با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود.
طبق قانون دوم نیوتون و رابطهٔ آن با تغییرات تکانهٔ جسم خواهیم داشت:

$$F = ma = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{200 \times 10^{-3}(20 - (-30))}{2 \times 10^{-3}} = 5000\,N$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت کرده است. بیشینهٔ سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳

۲) ۵

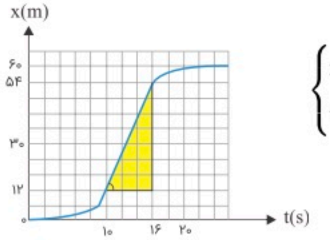
۳) ۷

۴) ۹

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گزینه ۳

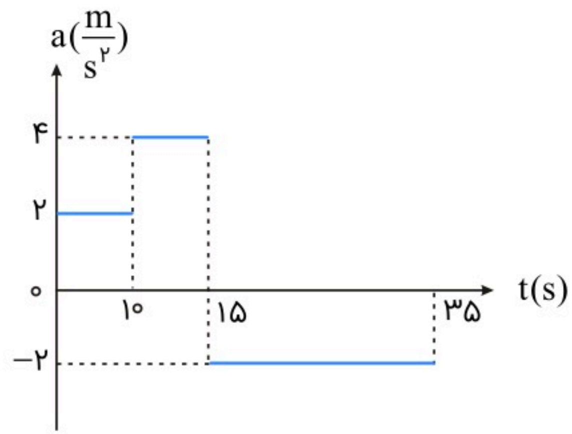
در نمودار مکان- زمان، شیب مماس بر نمودار بیانگر سرعت است. ازآنجاکه بیشینهٔ سرعت را می‌خواهیم، کافی است بیشترین شیب مماس بر نمودار را بیابیم. مطابق نمودار داریم:



$$\begin{cases} m_{max} = \dfrac{۵۴ - ۱۲}{۱۶ - ۱۰} = ۷ \\ v_{max} = m_{max} \end{cases} \Rightarrow v_{max} = ۷m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی محور x در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. اگر $v_۰ = -۱۰ m/s$ باشد، بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳۵ s$، چند متر است؟



۱) ۲۱۰

۲) ۲۲۵

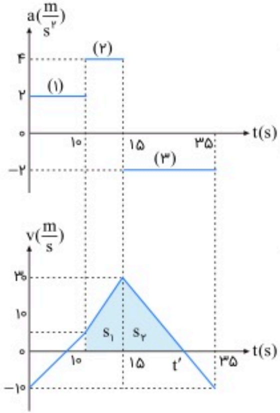
۳) ۳۲۵

۴) ۳۵۰

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

گزینه ۳

باتوجه‌به نمودار شتاب- زمان، نمودار سرعت- زمان را رسم کرده و از طریق مساحت زیر نمودار سرعت- زمان، بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ در بازهٔ زمانی داده‌شده را محاسبه می‌کنیم:



$$(۱) : \mathbf{v} = \mathbf{a}_۱\mathbf{t} + \mathbf{v}_۰ \Rightarrow \mathbf{v} = ۲\mathbf{t} - ۱۰$$

$$\xrightarrow{t=۱۰s} \mathbf{v}_۱ = ۲ \times ۱۰ - ۱۰ = ۱۰\mathrm{m/s}$$

$$(۲) : \mathbf{v} = \mathbf{a}_۲\mathbf{t} + \mathbf{v}_۱ \Rightarrow \mathbf{v} = ۴\mathbf{t} + ۱۰$$

$$\xrightarrow{t=۵s} \mathbf{v}_۲ = ۴ \times ۵ + ۱۰ = ۳۰\mathrm{m/s}$$

$$(۳) : \mathbf{v} = \mathbf{a}_۳\mathbf{t} + \mathbf{v}_۲ \Rightarrow \mathbf{v} = -۲\mathbf{t} + ۳۰$$

$$\xrightarrow{t=۲۰s} \mathbf{v}_۳ = -۲ \times ۲۰ + ۳۰ = -۱۰\mathrm{m/s}$$

باتوجه‌به نمودار سرعت- زمان، متحرک در بازهٔ زمانی ۰ تا ۱۰ ثانیه، از مبدأ مکان دور شده و دوباره به مبدأ مکان می‌رسد. برای محاسبهٔ بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ کافی است مساحت بالای محور زمان را از بازهٔ $t = ۱۰s$ تا t' به دست آوریم.

$$(۳) : \mathbf{v} = -۲\mathbf{t} + ۳۰ \Rightarrow ۰ = -۲\mathbf{t} + ۳۰ \Rightarrow \mathbf{t} = ۱۵\mathrm{s}$$

یعنی در لحظهٔ $t' = ۱۵ + ۱۵ = ۳۰s$ سرعت در مرحلهٔ سوم صفر می‌شود.

$$|\Delta \mathbf{x}| = \mathrm{S}_۱ + \mathrm{S}_۲ = \left[\frac{۱۰ + ۳۰}{۲} \times (۱۵ - ۱۰)\right] + \left[\frac{۳۰ \times (۳۰ - ۱۵)}{۲}\right] = (۲۰ \times ۵) + (۱۵ \times ۱۵) = ۳۲۵\mathrm{m}$$

اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت $۱۰\,\mathrm{m/s}$ در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ محور عبور می‌کند و پس از $۱۱\mathrm{s}$ حرکتش با شتاب ثابت $۲\,\mathrm{m/s^۲}$ کند می‌شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظهٔ $t = ۰$ با تندی اولیهٔ $۲\,\mathrm{m/s}$ از مبدأ محور عبور می‌کند و حرکتش با شتاب ثابت $۲\,\mathrm{m/s^۲}$ تند می‌شود و پس از ۵ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیشتر است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

گزینه ۳

ابتدا در مدت $۱۱\,\mathrm{s}$ جابه‌جایی دو متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_A = vt = ۱۰ \times ۱۱ = ۱۱۰\,\mathrm{m}$$

$$\begin{cases} \Delta x_{۱B} = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۵^{۲} + ۲ \times ۵ = ۳۵\,\mathrm{m} \\ \Delta x_{۲B} = vt_{۲} = (+at_{۱} + v_{۰})t_{۲} = (+۲ \times ۵ + ۲)(۱۱ - ۵) = ۷۲\,\mathrm{m} \end{cases}$$

$$\Delta x_B = \Delta x_{۱B} + \Delta x_{۲B} = ۱۰۷\,\mathrm{m}$$

حال می‌توانیم با مساوی قرار دادن مسافت‌های پیموده شده لحظهٔ رسیدن دو متحرک به یکدیگر و همچنین اندازهٔ سرعت آن‌ها را محاسبه کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} x_B = vt = ۱۲t \\ x_A = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t + x_{۰} \\ x_A = \frac{۱}{۲}(-۲)t^{۲} + ۱۰t + ۳ \end{array}\right\} \Rightarrow x_A = x_B$$

$$-t^{۲} + ۱۰t + ۳ = ۱۲t \Rightarrow t^{۲} + ۲t - ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱ \\ t = -۳ \end{cases}$$

$$v_B = ۱۲\,\mathrm{m/s}$$

$$v_A = -at + v_{۰} = -۲ \times ۱ + ۱۰ = ۸\,\mathrm{m/s}$$

$$v_B - v_A = ۱۲ - ۸ = ۴\,\mathrm{m/s}$$

متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می‌کند و در مدت ۵s، ۷۵m جابه‌جا می‌شود و بزرگی سرعتش به $۲۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد. در ۵ ثانیهٔ بعدی سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه می‌شود؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۵

۳) ۳۰ ۴) ۳۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گزینه ۲

ابتدا از فرمول مستقل از سرعت اولیه، شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^{۲} + vt \Rightarrow ۷۵ = -\frac{۱}{۲}a \times ۵^{۲} + ۲۰ \times ۵$$
$$\Rightarrow a = ۲ m/s^{۲}$$

طبق تصاعد عددی خواهیم داشت:

$$x_{۲} = x_{۱} + at^{۲}$$

$$\Delta x_{۲} = ۷۵ + ۲(۵)^{۲} = ۱۲۵\,m$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x_{۲}}{\Delta t} = \frac{۱۲۵}{۵} = ۲۵\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت $20\,m/s$ درحرکت است. از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ از حال سکون در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت اتومبیل‌ها دو بار از هم سبقت می‌گیرند. فاصلهٔ زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

۱) ۲
۲) ۱۰
۳) ۱۶
۴) ۱۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

گام اول

الف) اتومبیلی با سرعت $۲۰m/s$ ← سرعت ثابت و $v_۱ = ۲۰\ m/s$, $a_۱ = ۰$

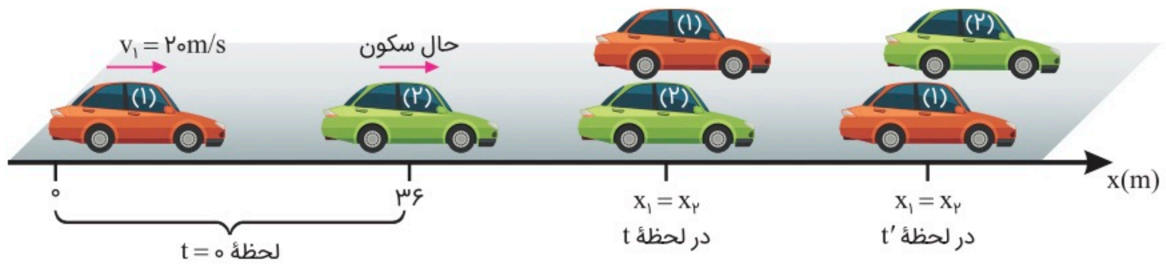
ب) از ۳۶ متر جلوتر اتومبیلی با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ از حال سکون در همان جهت ← $v_{۰۲} = ۰$, $a_۲ = ۲m/s^۲$, $x_{۰۲} = ۳۶\ m$

ج) دو بار از هم سبقت می‌گیرند ← دو بار مختصات مکانی آن‌ها برابر می‌شود.

د) فاصلهٔ زمانی این دو سبقت ؟ ← $t'' - t = ?$

گام دوم

معادلهٔ مکان هر اتومبیل را می‌نویسیم و مساوی هم قرار می‌دهیم تا زمان‌های سبقت گرفتن از هم به دست آید:



اتومبیل۱, سرعت ثابت : $x_۱ = v_۱t + x_۰ \xrightarrow{x_۰ = ۰} x_۱ = ۲۰t$

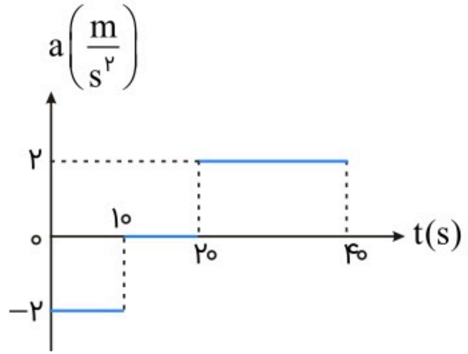
اتومبیل۲, شتاب ثابت : $x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t^۲ + v_{۰۲}t + x_۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t^۲ + ۳۶ \rightarrow x_۲ = t^۲ + ۳۶$

$$x_۱ = x_۲ \rightarrow ۲۰t = t^۲ + ۳۶ \rightarrow \begin{cases} t = ۲\ s \\ t'' = ۱۸\ s \end{cases}$$

پس فاصلهٔ زمانی بین این دو سبقت برابر است با:

فاصله زمانی دو سبقت : $t'' - t = ۱۸ - ۲ = ۱۶\ s$

نمودار شتاب- زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی $t_{۱} = ۲۰s$ تا $t_{۲} = ۳۵s$، کدام مورد درست است؟



۱) حرکت تندشونده است.

۲) حرکت کندشونده است.

۳) جهت حرکت یک بار تغییر می‌کند.

۴) متحرک درجهت محور x حرکت می‌کند.

گزینه ۳

باتوجه‌به نمودار، در ۲۰ ثانیهٔ اول حرکت، مقدار تغییرات سرعت برابر است با $20m/s = 10 \times 2$؛ یعنی سرعت در لحظهٔ $t_1 = 20s$، $-20m/s$ است (مساحت زیر نمودار $a - t$، برابر تغییرات سرعت است)

از لحظهٔ $t_1 = 20s$ به بعد، شتاب $+2m/s^2$ است؛ پس داریم:

ثانیهٔ ۲۰ به بعد : $v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 20$

متحرک در لحظه‌ای (لحظه‌هایی) تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر می‌شود، بنابراین:

$$v = 0 \Rightarrow 2t - 20 = 0 \Rightarrow t = 10s$$

پس متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد (در لحظهٔ $t = 10s$).

t		۱۰	
V	−	۰	+

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴