# 1.4.1 充分条件与必要条件

#### 基础达标

_	选择题
`	心汗心

1.使 x>3 成立的一个充分条件是( )

A.x>4 B.x>0

C.x>2 D.x<2

解析 只有 x>4⇒x>3, 其他选项均不可推出 x>3.

### 答案 A

- 2.下列语句是命题的是( )
- A.今天天气真好啊!
- B.你怎么又没交作业?

C.x>2

D.方程  $x^2+2x+3=0$  无实根

解析 A 是一个感叹句,不能判断真假,所以不是命题;B 是问句,不能判断真假,不是命题;C 不知道 x 的值是多少,所以不能判断真假,不是命题;D 是真命题.

### 答案 D

3.设 x,  $y \in \mathbb{R}$ , 则 " $x \ge 2$  且  $y \ge 2$ " 是 " $x^2 + y^2 \ge 4$ " 的( )

- A.充分条件但不是必要条件
- B.必要条件但不是充分条件
- C.既是充分条件, 也是必要条件
- D.既不是充分条件, 也不是必要条件

解析  $x \ge 2$  且  $y \ge 2$  可以推出  $x^2 + y^2 \ge 4$ , 但 x = 1 且 y = 3 满足  $x^2 + y^2 \ge 4$  但不满足  $x \ge 2$  且  $y \ge 2$ , 故选 A.

#### 答案 A

4.设 x, y 是两个实数,命题: "x, y 中至少有一个数大于 1"成立的充分条件但不是必要条件是(

A.x+y=2 B.x+y>2  $C.x^2+y^2>2$  D.xy>1

解析 对于选项 A, 当 x = 1, y = 1 时,满足 x + y = 2,但命题不成立;对于选项 C, D, 当 x = -2, y = -3 时,满足  $x^2 + y^2 > 2$ , xy > 1,但命题不成立,也不符合 题意.

#### 答案 B

5.下列说法正确的是( )

A.命题"直角相等"的条件和结论分别是"直角"和"相等"

B.语句"当 a>4 时,方程  $x^2-4x+a=0$  有实根"不是命题

C.命题"对角线互相垂直的四边形是菱形"是真命题

D. "x=2 时,  $x^2-3x+2=0$ " 是真命题

解析 命题 "直角相等"写成 "若 p,则 q"的形式为:若两个角都是直角,则这两个角相等,所以选项 A 错误;语句 "当 a>4 时,方程  $x^2-4x+a=0$  有实根"是陈述句,而且可以判断真假,故该语句是命题,所以选项 B 错误;选项 C 错误,应为 "对角线互相垂直的平行四边形是菱形";选项 D 正确.

#### 答案 D

#### 二、填空题

6.设四边形 ABCD 的两条对角线为 AC, BD, 则"四边形 ABCD 为菱形"是 " $AC \perp BD$ "的 条件.

解析 若"四边形 ABCD 为菱形",则"对角线  $AC \perp BD$ "成立;而若"对角线  $AC \perp BD$ "成立,则"四边形 ABCD 不一定为菱形",所以"四边形 ABCD 为菱形"是" $AC \perp BD$ "的充分条件但不是必要条件。

#### 答案 充分条件但不是必要

- 7.下列说法不正确的是 (填序号).
- ①"x>5"是"x>4"的充分条件:
- ② "xy=0" 是 "x=0 且 y=0" 的充分条件;
- ③ "-2<x<2" 是"x<2"的充分条件.

解析 ②中由 xy = 0 不能推出 x = 0 且 y = 0,则②不正确;①③正确.

#### 答案 ②

- 8.下列不等式:
- (1)x<1; (2)0<x<1; (3)-1<x<0; (4)-1<x<1.

其中,可以作为lxl<1的一个充分条件的所有序号为

解析 由于|x|<1 即 - 1<x<1, ①显然不能使 - 1<x<1 一定成立, ②③④满足题意.

### 答案 234

### 三、解答题

- 9.判断下列语句中哪些是命题,是真命题还是假命题:
- (1)末位是0的整数能被5整除;
- (2)平行四边形的对角线相等且互相平分;
- (3)对顶角相等;
- (4)二次函数的图象一定开口向上吗?
- 解 (1)是命题, 真命题; (2)是命题, 假命题.因为平行四边形的对角线不一定相
- 等;(3)是命题,真命题;(4)不是命题,因为该语句不是陈述句.
- 10.下列各题中,  $p \neq q$  的什么条件?
- (1) $p: a+b=0, q: a^2+b^2=0;$
- (2)p: 四边形的对角线相等, q: 四边形是矩形;
- (3) $p: x=1 \ \text{id} \ x=2, \ q: \ x-1=\sqrt{x-1}.$

解 (1): 
$$a + b = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 = 0$$
,

$$a^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a + b = 0$$
.

- $\therefore p \neq q$  的必要条件但不是充分条件.
- (2):四边形的对角线相等⇒四边形是矩形,

四边形是矩形→四边形的对角线相等.

 $\therefore p \neq q$  的必要条件但不是充分条件.

(3): 
$$x = 1$$
 或  $x = 2 \Rightarrow x - 1 = \sqrt{x - 1}$ ,

$$x - 1 = \sqrt{x - 1} \Rightarrow x = 1 \text{ } \overrightarrow{\mathbf{x}} \text{ } x = 2,$$

 $\therefore p \neq q$  的充分条件, 也是必要条件.

## 能力提升

11.已知集合  $A = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 3\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x < m+1\}$ ,若  $x \in B$  成立的一个充分条件是  $x \in A$ ,则实数 m 的取值范围是( )

 $A.\{m|m \ge 2\}$ 

B. $\{m|m \leq 2\}$ 

 $C.\{m|m>2\}$ 

 $D.\{m|-2 < m < 2\}$ 

解析 因为 $x \in B$ 成立的一个充分条件是 $x \in A$ ,所以 $A \subseteq B$ ,所以 $3 \le m + 1$ ,即 $m \ge 2$ .

### 答案 A

12. 是否存在实数 p,使 4x+p<0 是 x>2 或 x<-1 的充分条件?如果存在,求出 p 的取值范围;否则,说明理由.

解 令  $A = \{x | x > 2$  或  $x < -1\}$ .

曲 
$$4x + p < 0$$
, 得  $B = \left\{ x | x < -\frac{p}{4} \right\}$ .

当  $B \subseteq A$  时,即  $-\frac{p}{4} \leqslant -1$ ,即  $p \geqslant 4$ ,

∴当  $p \ge 4$  时,4x + p < 0 是 x > 2 或 x < -1 的充分条件.