

A. $x+y=2$

B. $x+y>2$

C. $x^2+y^2>2$

D. $xy>1$

解析 对于选项 A, 当 $x=1, y=1$ 时, 满足 $x+y=2$, 但命题不成立; 对于选项 C, D, 当 $x=-2, y=-3$ 时, 满足 $x^2+y^2>2, xy>1$, 但命题不成立, 也不符合题意.

答案 B

5. 下列说法正确的是()

A. 命题“直角相等”的条件和结论分别是“直角”和“相等”

B. 语句“当 $a>4$ 时, 方程 $x^2-4x+a=0$ 有实根”不是命题

C. 命题“对角线互相垂直的四边形是菱形”是真命题

D. “ $x=2$ 时, $x^2-3x+2=0$ ”是真命题

解析 命题“直角相等”写成“若 p , 则 q ”的形式为: 若两个角都是直角, 则这两个角相等, 所以选项 A 错误; 语句“当 $a>4$ 时, 方程 $x^2-4x+a=0$ 有实根”是陈述句, 而且可以判断真假, 故该语句是命题, 所以选项 B 错误; 选项 C 错误, 应为“对角线互相垂直的平行四边形是菱形”; 选项 D 正确.

答案 D

二、填空题

6. 设四边形 $ABCD$ 的两条对角线为 AC, BD , 则“四边形 $ABCD$ 为菱形”是“ $AC \perp BD$ ”的_____条件.

解析 若“四边形 $ABCD$ 为菱形”, 则“对角线 $AC \perp BD$ ”成立; 而若“对角线 $AC \perp BD$ ”成立, 则“四边形 $ABCD$ 不一定为菱形”, 所以“四边形 $ABCD$ 为菱形”是“ $AC \perp BD$ ”的充分条件但不是必要条件.

答案 充分条件但不是必要

7. 下列说法不正确的是_____(填序号).

①“ $x>5$ ”是“ $x>4$ ”的充分条件;

②“ $xy=0$ ”是“ $x=0$ 且 $y=0$ ”的充分条件;

③“ $-2<x<2$ ”是“ $x<2$ ”的充分条件.

解析 ②中由 $xy=0$ 不能推出 $x=0$ 且 $y=0$, 则②不正确; ①③正确.

答案 ②

8. 下列不等式:

① $x < 1$; ② $0 < x < 1$; ③ $-1 < x < 0$; ④ $-1 < x < 1$.

其中, 可以作为 $|x| < 1$ 的一个充分条件的所有序号为_____.

解析 由于 $|x| < 1$ 即 $-1 < x < 1$, ①显然不能使 $-1 < x < 1$ 一定成立, ②③④满足题意.

答案 ②③④

三、解答题

9. 判断下列语句中哪些是命题, 是真命题还是假命题:

- (1) 末位是 0 的整数能被 5 整除;
- (2) 平行四边形的对角线相等且互相平分;
- (3) 对顶角相等;
- (4) 二次函数的图象一定开口向上吗?

解 (1) 是命题, 真命题; (2) 是命题, 假命题. 因为平行四边形的对角线不一定相等; (3) 是命题, 真命题; (4) 不是命题, 因为该语句不是陈述句.

10. 下列各题中, p 是 q 的什么条件?

- (1) $p: a+b=0, q: a^2+b^2=0$;
- (2) $p: \text{四边形的对角线相等}, q: \text{四边形是矩形}$;
- (3) $p: x=1 \text{ 或 } x=2, q: x-1=\sqrt{x-1}$.

解 (1) $\because a+b=0 \not\Rightarrow a^2+b^2=0$,

$$a^2+b^2=0 \Rightarrow a+b=0.$$

$\therefore p$ 是 q 的必要条件但不是充分条件.

(2) $\because \text{四边形的对角线相等} \not\Rightarrow \text{四边形是矩形}$,

$\text{四边形是矩形} \Rightarrow \text{四边形的对角线相等}$.

$\therefore p$ 是 q 的必要条件但不是充分条件.

(3) $\because x=1 \text{ 或 } x=2 \Rightarrow x-1=\sqrt{x-1}$,

$$x-1=\sqrt{x-1}\Rightarrow x=1 \text{ 或 } x=2,$$

$\therefore p$ 是 q 的充分条件, 也是必要条件.

能力提升

11. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|-1<x<3\}$, $B=\{x\in\mathbf{R}|-1<x<m+1\}$, 若 $x\in B$ 成立的一个充分条件是 $x\in A$, 则实数 m 的取值范围是()

A. $\{m|m\geq 2\}$

B. $\{m|m\leq 2\}$

C. $\{m|m>2\}$

D. $\{m|-2<m<2\}$

解析 因为 $x\in B$ 成立的一个充分条件是 $x\in A$, 所以 $A\subseteq B$, 所以 $3\leq m+1$, 即 $m\geq 2$.

答案 A

12. 是否存在实数 p , 使 $4x+p<0$ 是 $x>2$ 或 $x<-1$ 的充分条件? 如果存在, 求出 p 的取值范围; 否则, 说明理由.

解 令 $A=\{x|x>2 \text{ 或 } x<-1\}$.

由 $4x+p<0$, 得 $B=\left\{x|x<-\frac{p}{4}\right\}$.

当 $B\subseteq A$ 时, 即 $-\frac{p}{4}\leq -1$, 即 $p\geq 4$,

此时 $x<-\frac{p}{4}\leq -1\Rightarrow x>2 \text{ 或 } x<-1$,

\therefore 当 $p\geq 4$ 时, $4x+p<0$ 是 $x>2$ 或 $x<-1$ 的充分条件.