

1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定

基础达标

一、选择题

1.命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, |x|+x^2 \geq 0$ ”的否定是(C)

A. $\forall x \in \mathbf{R}, |x|+x^2 < 0$

B. $\forall x \in \mathbf{R}, |x|+x^2 \leq 0$

C. $\exists x \in \mathbf{R}, |x|+x^2 < 0$

D. $\exists x \in \mathbf{R}, |x|+x^2 \geq 0$

2.下列命题中,为真命题的全称量词命题是(D)

A.对任意的 $a, b \in \mathbf{R}$, 都有 $a^2+b^2-2a-2b+2 < 0$

B.菱形的两条对角线相等

C. $\exists x \in \mathbf{R}, \sqrt{x^2} = x$

D.一次函数 $y=kx+b(k>0)$, y 随 x 的增大而增大

3.已知命题 p : 实数的平方是非负数,则下列结论正确的是(C)

A.命题非 p 是真命题

B.命题 p 是存在量词命题

C.命题 p 是全称量词命题

D.命题 p 既不是全称量词命题也不是存在量词命题

4.下列存在量词命题是假命题的是(D)

A.存在实数 a, b , 使 $ab=0$

B.有些实数 x , 使得 $|x+1| < 1$

C.有些直角三角形, 其中一条直角边长度是斜边长度的一半

D.有些实数 x , 使得 $x^2 < 0$

5.下列命题中的假命题是(B)

A. $\forall x \in \mathbf{R}, |x|+1 > 0$

B. $\forall x \in \mathbf{N}^*, (x-1)^2 > 0$

C. $\exists x \in \mathbf{R}, |x| < 1$

D. $\exists x \in \mathbf{R}, \frac{1}{|x|} + 1 = 2$

6.命题“任意 $x \in \mathbf{R}, 3x \geq 0$ ”的否定是 存在 $x \in \mathbf{R}, 3x < 0$

7.命题“对任意 $x \in \mathbf{R}, |x-2|+|x-4| > 3$ ”的否定是 存在 $x \in \mathbf{R}, |x-2|+|x-4| \leq 3$

8.命题“每个函数都有最大值”的否定是 存在函数有最小值

三、解答题

9. 写出下列命题的否定，并判断其真假.

(1) $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} \geq 0$; 存在 $x \in \mathbf{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} < 0$ 假

(2) q : 所有的正方形都是矩形; 存在正方形不是矩形 假

(3) $r: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$. 任意 $x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$ 真

10. 写出下列命题的否定，并判断真假:

(1) 不论 m 取何实数，方程 $x^2 + x - m = 0$ 必有实数根; 存在 $m \in \mathbf{R}, x^2 + x - m = 0$ 没有实数根 真

(2) 所有末位数字是 0 或 5 的整数都能被 5 整除; 存在末尾数字是 0 或 5 的整数不能被 5 整除 假

(3) 某些梯形的对角线互相平分; 所有梯形的对角线不能互相平分 真

(4) 被 8 整除的数能被 4 整除. 存在被 8 整除的数不能被 4 整除 假

能力提升

11. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + m = 0$ ，若 $\neg p$ 为假命题，则实数 m 的取值范围为 $(1, +\infty)$.

12. 已知命题 $p: \forall 1 \leq x \leq 3$ ，都有 $m \geq x$ ，命题 $q: \exists 1 \leq x \leq 3$ ，使 $m \geq x$ ，若命题 p 为真命题， $\neg q$ 为假命题，求实数 m 的取值范围.

$$\neg q = p \quad x = m \quad m \in [1, 3]$$