

1.4.2 充要条件

一、选择题

1. 设 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的三条边, 且 $a \leq b \leq c$, 则 “ $a^2 + b^2 = c^2$ ” 是 “ $\triangle ABC$ 为直角三角形” 的(C)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

2. 已知 $p: -2 < x < 2$, $q: -1 < x < 2$, 则 p 是 q 的(B)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

3. 如果 A 是 B 的必要不充分条件, B 是 C 的充要条件, D 是 C 的充分不必要条件, 那么 A 是 D 的(A)

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

4. 使 “ $x \in \{x | x \geq 3 \text{ 或 } x \leq -\frac{1}{2}\}$ ” 成立的一个充分不必要条件是(C)

A. $x \geq 0$

B. $x < 0$ 或 $x > 2$

C. $x \in \{-1, 3, 5\}$

D. $x \leq -\frac{1}{2}$ 或 $x \geq 3$

5. “ $x=1$ ” 是 “ $x \in \{x | x \leq a\}$ ” 的充分条件, 则实数 a 的取值范围为(D)

A. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

B. $\left\{a \mid a < \frac{1}{2}\right\}$

C. $\{a | a < 1\}$

D. $\{a | a \geq 1\}$

二、填空题

6. p : 两个三角形的三条边对应相等, q : 两个三角形全等, 则 p 是 q 的 充要 条件.

7. 一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象不过第三象限的充要条件是 $k < 0, b \geq 0$.

8. 若 “ $x \leq -1$ 或 $x \geq 1$ ” 是 “ $x < a$ ” 的必要不充分条件, 则实数 a 的最大值为 -1.

三、解答题

9. 指出下列各题中 p 是 q 的什么条件(在 “充分不必要条件” “必要不充分条件” “充要条件” “既不充分又不必要条件” 中选一个作答).

(1) $p: x-3=0$, $q: (x-2)(x-3)=0$; 充分不必要条件

(2) p : 两个三角形相似, q : 两个三角形全等; 必要不充分条件

(3) $p: a>b$, $q: a+c>b+c$. 充要条件

10. 不等式 $3x+a \geq 0$ 成立的充要条件为 $x \geq 2$, 求 a 的值.

$$x \geq -a/3 = 2 \quad a = -6$$

1.5.1 全称量词与存在量词

一、选择题

1. 下列命题:

- ①中国公民都有受教育的权利;
- ②每一个中学生都要接受爱国主义教育;
- ③有人既能写小说, 也能搞发明创造;
- ④任何正方形都是平行四边形.

其中全称量词命题的个数是(B) C

- A.1
- B.2
- C.3
- D.4

2. 下列命题中存在量词命题的个数是(D) B

- ①有些自然数是偶数; ②正方形是菱形; ③能被 6 整除的数也能被 3 整除; ④对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 总有 $|x| \geq 0$.

- A.0
- B.1
- C.2
- D.3

3. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2+4x+a=0$, 若命题 p 是假命题, 则实数 a 的取值范围是(B)

- A. $0 < a < 4$
- B. $a > 4$
- C. $a < 0$
- D. $a \geq 4$

4. 下列四个命题:

- ①一切实数均有相反数; ② $\exists a \in \mathbf{N}$, 使得方程 $ax+1=0$ 无实数根; ③梯形的对

角线相等；④有些三角形不是等腰三角形.

其中，真命题的个数为(A) C

A.1

B.2

C.3

D.4

5.下列全称量词命题中真命题的个数为(B) C

①对于任意实数 x ，都有 $x+2>x$ ；

②对任意的实数 a, b ，都有若 $|a|>|b|$ ，则 $a^2>b^2$ 成立；

③二次函数 $y=x^2-ax-1$ 与 x 轴恒有交点；

④ $\forall x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$ ，都有 $x^2+|y|>0$.

A.1

B.2

C.3

D.4

二、填空题

6.给出下列三个命题：

① $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+1 \neq 0$ ；②矩形都不是梯形；

③ $\exists x, y \in \mathbf{R}, x^2+y^2 \leq 1$.

其中全称量词命题是 1 2 3 (填序号).

7.命题“有些负数满足不等式 $(1+x)(1-9x)^2>0$ ”用“ \exists ”写成存在量词命题为 $\exists x < 0, (x+1)(1-9x)^2 > 0$.

8.下列全称量词命题中真命题的个数为 1.

① $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+2>0$ ；

② $\forall x \in \mathbf{N}, x^4 \geq 1$ ；

③对任意 x, y ，都有 $x^2+y^2 \neq 0$.

三、解答题

9.试判断下列全称量词命题的真假：

(1) $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+1 \geq 2$ ； 假

(2)直角坐标系内任何一条直线都与 x 轴有交点； 假

(3)每个二次函数都有最小值. 假

10.判断下列存在量词命题的真假：

(1) $\exists x \in \mathbf{Z}, x^3 < 1$ ； 假 真

(2)存在一个四边形不是平行四边形； 真

(3)存在一对整数 x, y ，使得 $2x+4y=6$. 真