

## Задачи по математической логике

Доказать в исчислении высказываний (буквы обозначают произвольные формулы):

1.  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \vee (A \rightarrow C)) \vee B)$
2.  $(\neg(\neg X \rightarrow \neg Y) \vee (Y \rightarrow Z)) \vdash \neg((X \& Y) \& \neg Z)$
3.  $A \vee (B \& C) \equiv (A \vee B) \& (A \vee C)$
4.  $A \& (B \vee C) \equiv (A \& B) \vee (A \& C)$
5.  $((X \& \neg Y) \rightarrow (Y \vee \neg Z)) \equiv ((\neg X \vee (Y \vee \neg Z))$
6.  $\neg((X \& Y) \& \neg Z) \vdash (\neg(\neg X \rightarrow \neg Y) \vee (Y \rightarrow Z))$
7.  $\neg((\neg Z \rightarrow X) \& \neg(\neg X \rightarrow \neg Y)) \equiv ((X \vee \neg Y) \vee \neg Z)$
8.  $\neg((X \rightarrow Y) \vee (\neg Y \rightarrow Z)) \equiv ((X \& \neg Y) \& \neg Z)$
9.  $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$
10.  $(\neg(Z \rightarrow \neg X) \rightarrow \neg(Y \rightarrow \neg X)) \vdash (\neg X \vee (Y \vee \neg Z))$
11.  $(\neg X \vee (Y \vee \neg Z)) \vdash (\neg(Z \rightarrow \neg X) \rightarrow \neg(Y \rightarrow \neg X))$
12.  $\neg(\neg(\neg Z \rightarrow X) \rightarrow \neg Y) \equiv (\neg X \& Y \& \neg Z)$
13.  $\neg(A \& \neg B) \equiv ((A \& (B \rightarrow C)) \rightarrow B)$
14.  $(\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C) \equiv \neg A \vee (\neg B \vee C)$
15.  $(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$  – без использования свойств дизъюнкции и законов Де Моргана
16.  $(\neg(\neg X \vee Z) \rightarrow \neg(Y \& \neg Z)) \vdash ((\neg X \vee \neg Y) \vee Z)$
17.  $((\neg X \vee \neg Y) \vee Z) \vdash (\neg(\neg X \vee Z) \rightarrow \neg(Y \& \neg Z))$
18.  $((\neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)) \equiv A \vee (\neg B \vee C)$
19.  $\neg(\neg(\neg B \vee C) \rightarrow (\neg A \vee C)) \equiv (A \& (B \& \neg C))$
20.  $((\neg C \rightarrow \neg(\neg A \& \neg B)) \equiv A \vee (B \vee C)$
21.  $\neg((A \rightarrow B) \vee (\neg B \rightarrow C)) \equiv (A \& (\neg B \& \neg C))$
22.  $((A \& \neg B) \rightarrow (B \vee \neg C)) \equiv (\neg A \vee (B \vee \neg C))$
23.  $((A \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow C)) \equiv (A \vee (\neg B \vee C))$
24.  $(\neg B \rightarrow (\neg A \vee \neg(B \rightarrow C))) \equiv \neg A \vee B$
25.  $\neg(\neg(A \vee C) \rightarrow B) \equiv \neg A \& (\neg B \& \neg C)$

26.  $(B \vee (A \vee C)) \vee A \rightarrow B \vee (A \vee C)$  – без использования свойств дизъюнкции и законов де Моргана

27.  $((X \& Y) \rightarrow (Z \rightarrow \neg Y)) \equiv ((\neg X \vee \neg Y) \vee \neg Z)$

28.  $(\neg (Y \rightarrow \neg Z) \rightarrow (X \vee \neg Y)) \equiv ((X \vee \neg Y) \vee \neg Z)$

29.  $((\neg A \rightarrow B) \vee (\neg B \rightarrow \neg C)) \equiv (A \vee (B \vee \neg C))$

30.  $(\neg Y \rightarrow (\neg X \vee \neg (Y \rightarrow Z))) \equiv (\neg X \vee Y)$

31.  $(\neg (\neg X \rightarrow Y) \rightarrow (X \& (Y \vee Z))) \equiv (X \vee Y)$

32. Доказать эквивалентность  $A \& (B \& C) \equiv (A \& B) \& C$  без использования правил, основанных на свойствах конъюнкции.