Белоусов Алексей Иванович
кандидат физико-математических наук, доцент ФБГОУ МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва
al_belous@bk.ru

О некоторых методических вопросах преподавания математической логики студентам-программистам: основы исчисления предикатов

Аннотация.

Актуальность рассматриваемой методической задачи обусловлена тем, что в учебных планах студентов-программистов существенное место занимает математическая логика, и требуется отработка методики строгого и в то же время доступного указанному контингенту изложения основ математической логики.

В статье рассматривается методика изложения основных понятий исчисления предикатов 1-го порядка. На основе понятия состояния (присваивания значений предметным переменным) рассматривается аксиоматика исчисления предикатов и предлагается доказательство логической общезначимости аксиом, альтернативное по отношению к известным источникам. Методика ориентирована на аудиторию студентов-программистов.

Ключевые слова: *математическая логика, формальная теория, исчисление предикатов, интерпретация, логическая общезначимость, методические проблемы*

Введение

Данная статья является продолжением публикаций автора по методике изложения разделов курса логики и теории алгоритмов [1-3] и посвящена изложению основ исчисления предикатов 1-го порядка: самому определению теории, ее аксиоматики, доказательству логической общезначимости аксиом и непротиворечивости теории.

Основная методическая инновация – использование понятия состояния как некоторого отображения множества предметных переменных в предметную область и новое доказательство логической общезначимости аксиом на основе этого понятия. С содержательной точки зрения задать состояние означает присвоить значения предметным переменным, инициализировать их, как говорят программисты. При этом множество предметных переменных можно уподобить пустой памяти. Это важно именно в программистской аудитории с учетом того, что языки высокого уровня устроены подобно исчислению предикатов. Это важно также с точки зрения приложения исчисления предикатов к теории схем программ [4, 5], к проблемам искусственного интеллекта [6]. Такой подход альтернативен к классическому изложению теории, как например в [7-10], но в целом, как и при изложении исчисления высказываний [11], мы следуем идеям книги Э. Мендельсона [12, 13].

Методология и результаты исследования

Рассматриваемая в статье методика основана на известных из перечисленных источников концепциях изложения математической логики с учетом особенностей аудитории, в которой читается курс.

Далее рассматриваются основные рубрики, по которым раскладывается теоретический материал. Следует заметить, что к моменту изложения исчисления предикатов аудитория имеет представление о необходимых для понимания материала результатах теории множеств и общей алгебры, в частности, наиболее важного для дальнейшего понятия алгебраической системы, так, как это представлено в базовом учебнике [14].

Язык исчисления предикатов. Термы и формулы

Для полноты изложения необходимо сначала определить теорию (исчисление предикатов 1-го порядка, далее ИП1) во всех ее компонентах. Заметим сразу, что рассматривается бестиповое исчисление в отличие, например, от [15].

Алфавит теории ИП1 включает следующие множества символов:

1) множество X индивидных переменных;
2) множество C индивидных констант;
3) множество F функциональных символов;
4) множество P предикатных символов;
5) множество логических символов, содержащее оба квантора и обозначения логических связок и обе логические константы (И («истина» и Л («ложь»);
6) множество вспомогательных символов: скобки и т. п.

Множества X, C, F, P предполагаются счетными, причем множество F есть дизъюнктное объединение множеств $F^{(k)}$ функциональных символов арности $k, k \geq 0$. При этом все символы из $F^{(0)}$ отождествляются с индивидными константами, т.е. $C = F^{(0)}$. Аналогично $P = \bigcup_{k \geq 1} P^{(k)}$, где $P^{(k)}$ - множество предикатных символов арности k.

Замечание. Строго говоря, указанные множества нельзя считать алфавитами, так как алфавит должен быть конечным. Однако можно их элементы закодировать в виде слов в конечном алфавите. Конкретные способы такой кодировки мы не обсуждаем. Мы предполагаем также, что элементы множеств X, C, F, P пронумерованы. Записывая x_i, мы имеем в виду переменную с номером i и т.д.

Чтобы определить понятие ***формулы*** в ИП1, введем сначала понятие ***терма***.

1) Каждая переменная из X и каждая константа из C есть терм.
2) Если слова $t_1, ..., t_n$ суть термы, а $f^{(n)} \in F^{(n)}$, то слово $f^{(n)}(t_1, ..., t_n)$ есть терм.
3) Никаких других термов не существует.

Терм называют ***замкнутым***, если он не содержит переменных, в частности, является константой.

Замечание. Часто используют упрощенные формы записи термов $f^{(n)}(t_1, ..., t_n)$ при $n = 1$ или $n = 2$. В последнем случае как правило используют так называемую *инфиксную форму записи*: вместо $f(t_1, t_2)$ пишут $(t_1 f t_2)$.

Формула ИП1 определяется так.

1) Всякое слово вида $p^{(n)}(t_1,...,t_n)$, где $p^{(n)} \in P^{(n)}$, а $t_1,...,t_n$ - термы, есть формула.
2) Если слово Φ есть формула, то слова $\neg\Phi, (\forall x)\Phi$, где $x \in X$, суть формулы.
3) Если слова Φ и Ψ суть формулы, то слово $(\Phi \to \Psi)$ есть формула.
4) Никаких других формул не существует.

Формулы, определенные согласно п. (1), называются ***атомарными***.

Связки дизъюнкции и конъюнкции вводятся так же, как и в исчислении высказываний. Кроме этого, вводится квантор существования, формально в виде сокращения записи некоторой формулы, а именно, полагаем

$(\exists x)\Phi = \neg(\forall x)\neg\Phi$.

Разберем подробнее структуру формул с кванторами.

В формуле $(\forall x)\Phi$ формула Φ называется областью действия квантора $(\forall x)$ (то же и для квантора существования). Каждое вхождение переменной x в область действия квантора по этой переменной называется ***связанным***, а если вхождение этой переменной не входит в область действия квантора по ней, то оно называется ***свободным***. Принято обозначение $FV(\Phi)$ для множества всех свободных вхождений переменных в формулу Φ. Одна и та же переменная в данную формулу может иметь и свободные, и связанные вхождения. Например, в формуле $(\forall x_1)(x_1 > x_2) \wedge (\exists x_2)(x_1 = x_2)$ первое вхождение переменной x_1 связанное, а второе свободное; первое вхождение переменной x_2 - свободное, а второе связанное. В формуле же $(\forall x_1)(\exists x_2)((x_1 > x_2) \vee (x_1 \le x_2))$ все вхождения переменных связанные. Формулу, в которой нет свободных вхождений переменных, называют ***замкнутой***. Примем также обозначение $\Phi(x_i)$ при условии, что переменная x_i имеет свободные вхождения в формулу Φ.

Введем теперь понятие терма, свободного для переменной формуле. Говорят, что ***терм t свободен для переменной x_i в формуле*** $\Phi(x_i)$, если никакое свободное вхождение переменной x_i в формулу $\Phi(x_i)$ не находится в области действия квантора по переменной, входящей в терм. Обозначим это как $Free(t, x_i, \Phi)$ (заметим, что это тернарный предикат в метаязыке).

Рассмотрим пример.

Пусть терм $t = x_1x_2 + x_3$, а формула
$\Phi = (\forall x_1)((x \le x_3) \vee (x_2 + x_3 < x_1)) \to (\forall x_2)(x_3 > x_2)$.

Анализируем по очереди все переменные.

Свободных вхождений переменной x_1 в нашей формуле нет, и поэтому условие для нее тривиально выполняется.

Свободное вхождение переменной x_2 находится в посылке импликации, но оно попадает в область действия квантора по переменной x_1, которая входит в терм. Следовательно,

$\neg Free(t, x_2, \Phi)$.

Все вхождения переменной x_3 в формулу свободны, но все они находятся в области действия квантора по переменной, входящей в терм, и, следовательно, условие не выполняется и для этой переменной.

В частности, условие свободности выполняется для замкнутого терма и для терма, совпадающего с переменной.

Обозначим через $\Phi(t)$ формулу, полученную в результате замены в формуле $\Phi(x_i)$ каждого свободного вхождения переменной x_i термом t. Иногда такую замену необходимо уточнить, и тогда пишут $\Phi(t \mid x_i)$

Интерпретации. Выполнимость, истинность, логическая общезначимость

Интерпретация I считается заданной, если фиксирована алгебраическая система $\Im = (A, \Omega, \Pi)$ и пара отображений $i_F : F \to \Omega$ и $i_P : P \to \Pi$, сопоставляющие каждому функциональному и предикатному символу операцию и предикат системы $\Im$ соответственно, причем каждому функциональному (предикатному) символу арности n сопоставляется операция (предикат) *той же* арности n. Множество A называется ***областью интерпретации***.

При заданной интерпретации $I = (\Im = (A, \Omega, \Pi), i_F, i_P)$ ***состояние*** – это отображение $\sigma : X \to A$ множества переменных в область интерпретации. Попросту, это присваивание значений переменным. Для простоты мы считаем, что значение присваивается каждой переменной, но, как правило, нас интересуют значения только некоторых переменных. Состояние может быть определено только, если задана интерпретация. Этот подход отличается от предложенного в [16], когда значения предметных переменных рассматриваются как последовательности в области интерпретации. На наш взгляд изложение дальнейших понятий, связанных с интерпретацией, выполнимостью, истинностью (в некоторой интерпретации) и логической общезначимостью, на основе понятия состояния делает определения и доказательства более прозрачными и согласуется с программистской интуицией.

Значение t^σ ***терма*** t ***в состоянии*** σ определяется следующим образом.

Если $t = x \in X$, то, то $t^\sigma = \sigma(x)$ (значение переменной); если $t = f^{(0)} \in F^{(0)} = C$, то $t^\sigma = i_F(f^{(0)})$ (значение константы); если

$t = \varphi(\theta_1,...,\theta_n)$ для некоторого $\varphi \in F^{(n)}$ и некоторых термов $\theta_1,...,\theta_n$, то $t^\sigma = i_F(\varphi)(\theta_1^{\sigma},...,\theta_n^{\sigma})$.

Истинностное значение Φ^σ ***формулы*** Φ ***в состоянии*** σ определяется аналогично понятию истинностного значения формулы Φ в интерпретации I на последовательности σ.

Удобно ввести такое отношение на множестве состояний: $\sigma \underset{x}{=} \tau$ означает, что для каждой переменной $y \neq x$ выполняется $\sigma(y) = \tau(y)$, т.е. состояние τ отличается от состояния σ, может быть, только значением переменной x. Если $x = x_i$ (переменная с номером i), то будем писать $\sigma \underset{i}{=} \tau$ вместо $\sigma \underset{x_i}{=} \tau$.

В этих обозначениях $((\forall x_i)\Phi)^\sigma = И$ тогда и только тогда, когда для каждого состояния $\tau \underset{i}{=} \sigma$ имеет место $\Phi^\tau = И$.

Выполнимость формулы Φ в интерпретации означает, что для *некоторого* состояния σ имеет место $\Phi^\sigma = И$; истинность формулы Φ в интерпретации означает, что для *каждого* состояния σ имеет место $\Phi^\sigma = И$. Наконец, формула называется ***логически общезначимой***, если она истинна в каждой интерпретации.

Аксиомы и правила вывода

Исчисление предикатов первого порядка (сокращенно ИП1) является формальной теорией, теоремы которой суть логически общезначимые формулы.

ИП1 имеет пять схем аксиом, из которых первые три схемы совпадают со схемами аксиом исчисления высказываний (ИВ), то есть:

(1) $(A \to (B \to A))$,

(2) $((A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C)))$,

(3) $((\neg B \to \neg A) \to ((\neg B \to A) \to B))$,

а еще две схемы имеют вид:

(4) $(\forall x_i)A(x_i) \to A(t)$, где $Free(t, x_i, A)$

(5) $(\forall x_i)(A \to B) \to (A \to (\forall x_i)B)$ при условии $x_i \notin FV(A)$.

Здесь важно отметить следующее.

По форме, но именно только по форме, три первые схемы идентичны трем схемам аксиом исчисления высказываний в форме теории L [17]. Отличие состоит в том, что теперь, в новой теории, буквы означают формулы уже в смысле исчисления предикатов. В этой связи и понятие тавтологии приобретает другой смысл, о чем подробнее будет сказано ниже после определения правил вывода новой теории.

Полезно рассмотреть контрпримеры, показывающие важность условий логической общезначимости формул схем аксиом (4) и (5).

Пусть формула A в схеме (4) есть $\neg(\forall x_2)p^{(2)}(x_1,x_2)$, где $p^{(2)}$ - какой-нибудь предикатный символ арности 2, а терм $t = x_2$. Очевидно, этот терм не свободен для переменной x_1 в формуле A. Согласно схеме (4), получим формулу $(\forall x_1)(\neg(\forall x_2)p^{(2)}(x_1,x_2)) \rightarrow \neg(\forall x_2)p^{(2)}(x_2,x_2)$. Возьмем интерпретацию, в которой символу $p^{(2)}$ сопоставляется предикат тождества (совпадения элементов области интерпретации), а область интерпретации содержит не менее двух различных элементов. Тогда посылка записанной выше импликации истинна в выбранной интерпретации, а заключение ложно. Стало быть, и вся импликация ложна, и формула, полученная из схемы (4), не является логически общезначимой.

Из этого примера видно, что нарушение условия свободности для терма приводит, после замены на него свободного вхождения соответствующей переменной, к появлению новых связанных вхождений этой переменной, что существенно влияет на истинностное значение формулы.

Пусть в схеме (5) формула A совпадает с формулой B и совпадает с атомарной формулой $p^{(1)}(x_1)$ для какого-то предикатного символа $p^{(1)}$ арности 1.

Тогда формула $(\forall x_1)(p^{(1)}(x_1) \rightarrow p^{(1)}(x_1)) \rightarrow (p^{(1)}(x_1) \rightarrow (\forall x_1)p^{(1)}(x_1))$, полученная из схемы (5), не является логически общезначимой, так как ее посылка истинна в любой интерпретации, а для заключения можно найти интерпретацию, в которой оно ложно. Например, для области интерпретации, совпадающей с множеством целых чисел, и при сопоставлении предикатному символу $p^{(1)}$ предиката «быть четным». Возникает ситуация ложной индукции.

ИП1 имеет два правила (точнее, две схемы правил) вывода, из которых первое есть известное по исчислению высказываний правило MP (modus ponens)

$$\frac{A, A \rightarrow B}{B},$$

а второе, называемое правилом обобщения (сокращенное обозначение – Gen), есть однопосылочное правило вида:

$$\frac{A}{(\forall x_i)A}.$$

Логическая общезнчимость аксиом

Начнем с того, что обсудим подробнее понятие тавтологии в рамках новой теории. Можно принять по определению, что тавтологией в ИП1 является каждая формула, выведенная из аксиом, получаемых исключительно из первых трех схем посредством применения только правила MP.

В схемах аксиом буквы, как было отмечено в [18], следует понимать как переменные метаязыка, принимающие значения на множестве формул. Но каждая формула, как в исчислении высказываний, так и в исчислении предикатов, может принимать только одно из двух истинностных значений – «ложь» или «истина», то легко понять, что буквы в первых трех схемах с точки зрения вырабатываемого значения ведут себя точно так же, как обычные логические переменные и что любая формула, полученная из первых трех схем, будет логически общезначимой, в вместе с ними и все выведенные с помощью правила MP формулы. Можно представить себе, что все выводы исчисления высказываний переписываются соответственно новому пониманию формулы.

Таким образом, можно констатировать, что ***любая тавтология логически общезначима***.

Можно сказать, что исчисление высказываний является своего рода оболочкой в исчислении предикатов.

Поэтому неверно полагать, будто логически общезначимая формула не может иметь свободных вхождений переменных. Любая тавтология, составленная из произвольных атомарных формул, содержащих какие угодно переменные (свободные или связанные), будет логически общезначимой.

Например, для произвольного предикатного символа $p^{(1)}$ арности 1 формула $p^{(1)}(x_1) \to p^{(1)}(x_1)$ будет логически общезначимой, так как является тавтологией вида $A \to A$.

Но схемы (4) и (5) показывают, что не всякая логически общезначимая формула будет тавтологией. Наличие внешних кванторов существенно меняет ситуацию и усложняет доказательство логической общезначимости.

Рассмотрим это доказательство подробно.

Докажем, что любая формула, получаемая из схемы (4), логически общезначима.

Доказательство проведем в два этапа: сначала индукцией по числу связок докажем, что это верно для любой бескванторной формулы, а потом разберем общий случай, проведя индукцию по числу кванторов.

Базис: формула A является атомарной: $A = p(t_1,...,t_n)(x_i)$ и содержит вхождение переменной x_i.

Тогда, если формула $(\forall x_i)\, p(t_1,...,t_n)(x_i)$ истинна в некотором состоянии σ, то это значит (по определению), что для любого состояния τ, отличного от σ, может быть, только значением переменной x_i (то есть $\tau =_i \sigma$) формула $p(t_1,...,t_n)(x_i)$ будет истинна. Следовательно, если заменить везде переменную x_i термом t, то значение переменной x_i станет равным значению терма t в состоянии σ. Это значит, что оценка формулы $p(t_1,...,t_n)(t)$ в состоянии σ даст тот же результат, что и оценка формулы $p(t_1,...,t_n)(x_i)$ в каком-то состоянии $\tau =_i \sigma$. Но значение последней формулы в любом таком состоянии τ равно «истине», т.е. и формула $p(t_1,...,t_n)(t)$ в состоянии σ будет истинна. Тем самым формула $(\forall x_i)\, p(t_1,...,t_n)(x_i) \to p(t_1,...,t_n)(t)$ будет истинна в состоянии σ.

Переход. Пусть формула $A = B \to C$, где формулы $(\forall x_i) B(x_i) \to B(t)$ и

$(\forall x_i)C(x_i) \to C(t)$ логически общезначимы, причем $D(t)^\sigma = D(x_i)^\tau$, где $\tau =_i \sigma$, а $D \in \{B, C\}$. Пусть формула $(\forall x_i)(B \to C)(x_i)$ истинна в некотором состоянии σ, т.е. для любого состояния $\tau =_i \sigma$ формула $(B \to C)(x_i)$ истинна. Значит, если формула B в состоянии τ истинна, то и формула C в этом состоянии также будет истинна. Но истинность формулы B в любом указанном выше состоянии τ означает, по предположению индукции, что и формула $B(t)$ будет истинна в исходном состоянии σ. Точно также заключаем к истинности формулы $C(t)$. Следовательно, импликация $(B \to C)(t)$ будет истинна.

Теперь пусть формула $A = \neg B$, где для формулы B справедливо предположение индукции, т.е. формула $(\forall x_i)B(x_i) \to B(t)$ логически общезначима, причем $B(t)^\sigma = B(x_i)^\tau$ для некоторого $\tau =_i \sigma$ (а следовательно, и $\neg B(t)^\sigma = \neg B(x_i)^\tau$).

Пусть тогда формула $(\forall x_i)\neg B(x_i)$ истинна в некотором состоянии σ. Тогда в любом состоянии $\tau =_i \sigma$ формула $\neg B(x_i)$ будет истинна, а формула $B(x_i)$ в любом таком состоянии будет ложна. Аналогично предыдущему заключаем, что и формула $B(t)$ в состоянии σ будет ложна (по предположению индукции оценка последней формулы в состоянии σ даст тот же результат, что и оценка формулы $B(x_i)$ в некотором состоянии $\tau =_i \sigma$, но в любом таком состоянии эта формула ложна) а, стало быть, формула $A(t) = \neg B(t)$ будет истинна в состоянии σ, и формула $(\forall x_i)A(x_i) \to A(t)$ логически общезначима.

Итак, для любой бескванторной формулы, получаемой из схемы (4) ее логическая общезначимость доказана. Проведем теперь индукцию по числу кванторов в формуле A в схеме (4).

Пусть $A = (\forall x_j)B$, где для формулы B справедливо индукционное предположение, т.е. из того, что B истинна в любом состоянии, отличающимся от σ, может быть, значением i-ой переменной, следует истинность формулы $B(t)$, полученной подстановкой терма t вместо свободных вхождений переменной x_i. При этом понятно, что переменная x_j не входит в терм t, так как иначе любое свободное вхождение переменной x_i в формулу B окажется в области действия квантора по переменной терма t (по условию этот терм свободен для переменной x_i в формуле A).

Пусть теперь посылка $(\forall x_i)(\forall x_j)B$ истинна в некотором состоянии σ. Это значит, что формула B истинна в любом состоянии τ, отличающимся от σ разве лишь значениями i-ой и j-ой переменной, в том числе в любом состоянии ρ, отличающимся от σ только, может быть, значением i-ой переменной. Тогда, по предположению индукции, формула $B(t)$ также будет истинна (в рассматриваемой произвольно фиксированной интерпретации), а так как сама формула B (до подстановки терма t) истинна в любом упомянутом выше состоянии τ, а терм t не содержит переменной x_j (и в силу этого подстановка терма сохранит независимость значения формулы B от значения переменной x_j), то и формула $A(t)=(\forall x_j)B(t)$ будет истинна в состоянии σ, что и требовалось доказать.

Докажем теперь логическую общезначимость формулы, получаемой из схемы (5).

Пусть нашлась интерпретация *I* и состояние σ такие, что $(\forall x_i)(A \to B)^\sigma = И$, но $(A \to (\forall x_i)B)^\sigma = Л$, т.е. $A^\sigma = И, (\forall x_i)B^\sigma = Л$. Тогда для любого состояния $\sigma' \underset{i}{=} \sigma$ имеем $(A \to B)^{\sigma'} = И$. Так как в *A* нет свободных вхождений x_i, то $A^{\sigma'} = И$, но в силу предположения $((\forall x_i)B)^\sigma = Л$, откуда для некоторого состояния $\sigma' \underset{i}{=} \sigma$ будет $B^{\sigma'} = Л$. Но это невозможно ввиду истинности $A \to B$ в *любом* состоянии $\sigma' \underset{i}{=} \sigma$.

Итак, доказана

Теорема 1. Аксиомы ИП1 логически общезначимы.

Непротиворечивость исчисления предикатов

Теорема 2. Всякая теорема ИП1 логически общезначима.

Доказательство. В силу теоремы 1 достаточно доказать, что применение правил MP и Gen сохраняет свойство логической общезначимости.

Пусть формулы A и $A \to B$ логически общезначимы, но формула B не является логически общезначимой. Это значит, что в некоторой интерпретации и в некотором состоянии эта формула ложна. Но тогда, поскольку формула A истинна в этом состоянии, то импликация $A \to B$ будет ложна в противоречии с ее логической общезначимостью.

Итак, применение правила MP к двум логически общезначимым формулам дает логически общезначимую формулу.

Пусть теперь к логически общезначимой формуле A применяется правило Gen, что дает формулу $(\forall x_i)A$. Если предположить, что эта формула не является логически общезначимой, то придется признать, что в некотором состоянии формула A ложна. Но это противоречит ее логической общезначимости.

Теорема 3. Теория ИП1 непротиворечива.

Доказательство. В силу доказанного выше достаточно доказать, что отрицание логически общезначимой формулы не является логически общезначимой формулой. Но это легко видеть: если некоторая формула А логически общезначима, а также логически общезначимо ее отрицание, то существует (при некоторой интерпретации) состояние, в котором истинна формула вместе с ее отрицанием, что невозможно.

Заключение

Основной результат статьи – доказательство логической общезначимости аксиом исчисления предикатов 1-го порядка на основе понятия состояния как отображения множества предметных переменных в предметную область (область интерпретации). Такой подход позволяет сделать основные определения и доказательства более прозрачными и лучше понимаемыми в программистской аудитории. Статья может быть полезна как студентам, изучающим курс математической логики, так и преподавателям, ведущим этот курс.

В следующих публикациях предполагается рассмотреть технику построения доказательств в исчисления предикатов 1-го порядка, особенности методики изложения метода резолюций как в исчислении высказываний, так и в исчислении предикатов.

Ссылки на источники

1.Белоусов А.И. О некоторых методических вопросах преподавания математической логики студентам-программистам // Modern European Researches

2021 .- № 2-1 .- С. 42 - 58

2. Белоусов А.И. О методике изложения некоторых разделов теории алгоритмов: проблема применимости для нормальных алгорифмов Маркова // Modern European Researches. – 2019. - №5. – С. 17-36.

3. Белоусов А.И. О методике изложения некоторых разделов теории алгоритмов: некоторые приемы разработки схем нормальных алгорифмов Маркова// Modern European Researches. – 2020. - №2 (Т.1). – С. 38-49.

4. Котов В.Е. Введение в теорию схем программ. – Новосибирск: Наука, 1978.- 258 с.

5. Котов В.Е., Сабельфельд В.К. Теория схем программ. – М.: Наука, 1991.- 248 с.

6. Косовская Т.М. Некоторые задачи искусственного интеллекта при их формализации на языке исчисления предикатов //Информационные технологии в управлении (ИТУ-2016): Материалы 9-й конференции по проблемам управления. – С. 67-70.

7. Mendelson E. Introduction to Mathematical Logic. – 6 ed. – N.Y., CRC Perss.- 2015. – 499 pp.

8. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. - М.: Наука, 1971. – 320 с.

9. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика.- М.: КомКнига, 2006.- 240 с.

10. Ершов С.С. Исчисление предикатов. – Учебное пособие.- Изд. Центр ЮУрГУ, Челяюинск, 2016. – 31 с.

11. Белоусов, 2021. Указ. соч.

12. Mendelson E. Указ. соч.

13. Мендельсон Э. Указ. соч.

14. Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика// Учеб. для вузов. – 7-е изд. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. – 703 с.

15. Задорин В.В. Исчисление предикатов с многосортными переменными как инструмент логического исследования социально-политических теорий // Парадигмы управления, экономики и права.- 2021. -№2(4).- С. 55-60.

16. Мендельсон Э. Указ. соч.

17. Белоусов, 2021. Указ. соч.

18. Там же.

Alexey I. Belousov,
Candidate of Physical-Mathematical Sciences, Associate Professor,
Bauman Moscow State Technical University, Moscow
al_belous@bk.ru

On some methodological issues of teaching mathematical logic to students-programmers: foundations of the first order predicate calculus

Abstract.
The relevance of the considered methodological problem is due to the fact that mathematical logic occupies a significant place in the curricula of student programmers, and it is required to develop a methodology for a rigorous presentation of the foundations of mathematical logic, which is at the same time accessible to the indicated contingent.

The article discusses the method of presenting the basic concepts of the 1st order predicate calculus. On the basis of the concept of state (assignment of values to object variables), the axiomatics of predicate calculus is considered and a proof of the logical validity of the axioms is proposed, alternative to known sources. The technique is focused on the audience of students-programmers.

Keywords*: mathematical logic, formal theory, predicate calculus, interpretation, logical validity, methodological problems*