平均差の NonParametric 推定

異質性分析

川田恵介

Table of contents

Nonprametric 推定

条件付き平均差の近似モデル

- Estimand:
$$\tau_P(X) = E_P[Y|D=1,X] - E_P[Y|D=0,X]$$
  -
$$\tau_P(X) \sim g_\tau(X)$$
    を推定
  - 近似性質は" 大目にみる"

応用: 個人因果効果の予測

- 潜在結果の枠組み (Imbens 2022) を用いると、個人因果効果を定義できる
  - $D=0$ の世界線における結果 $Y_i(0)$ と $D=1$ の結果 $Y_i(1)$ の差 $\tau_i = Y_i(1) - Y_i(0)$
- 異なる世界線は原理的に観察不可能なので、τ_i を推定することは" 不可能"
  - 因果推論の根本問題

因果効果の予測

- 因果効果の予測であれば、通常の枠組みに収められる
-
$$E_P[(\tau_i - g_\tau(X_i))^2]$$
  を最小にする関数 g_τ を推定する
  - 理想の予測モデル:
$$g_\tau(X_i) = E_P[\tau_i|X_i]$$

分解

$$\tau_i - g_\tau(X_i)$$

$$= \underbrace{\tau_i - E_P[\tau|X]}_{IrreducibleError}$$

$$+\underbrace{E_P[\tau|X] - g_{\tau,\infty}(X)}_{ApproximationError}$$

$$+\underbrace{g_{\tau,\infty}(X) - g_\tau(X)}_{EstimationError}$$

分解: BLP

$$\tau_i - g_\tau(X_i)$$

$$= \underbrace{\tau_i - E_P[\tau|X]}_{IrreducibleError}$$

$$+\underbrace{E_P[\tau|X] - g_{\tau,\infty}(X)}_{ApproximationError \neq 0}$$

$$+\underbrace{g_{\tau,\infty}(X) - g_\tau(X)}_{EstimationError \sim \mathbb{N}}$$

分解: **ここからの手法**

$$\tau_i - g_\tau(X_i)$$

$$= \underbrace{\tau_i - E_P[\tau|X]}_{IrreducibleError}$$

$$+\underbrace{E_P[\tau|X] - g_{\tau,\infty}(X)}_{ApproximationError \to 0}$$

$$+\underbrace{g_{\tau,\infty}(X) - g_\tau(X)}_{EstimationError \sim ?}$$

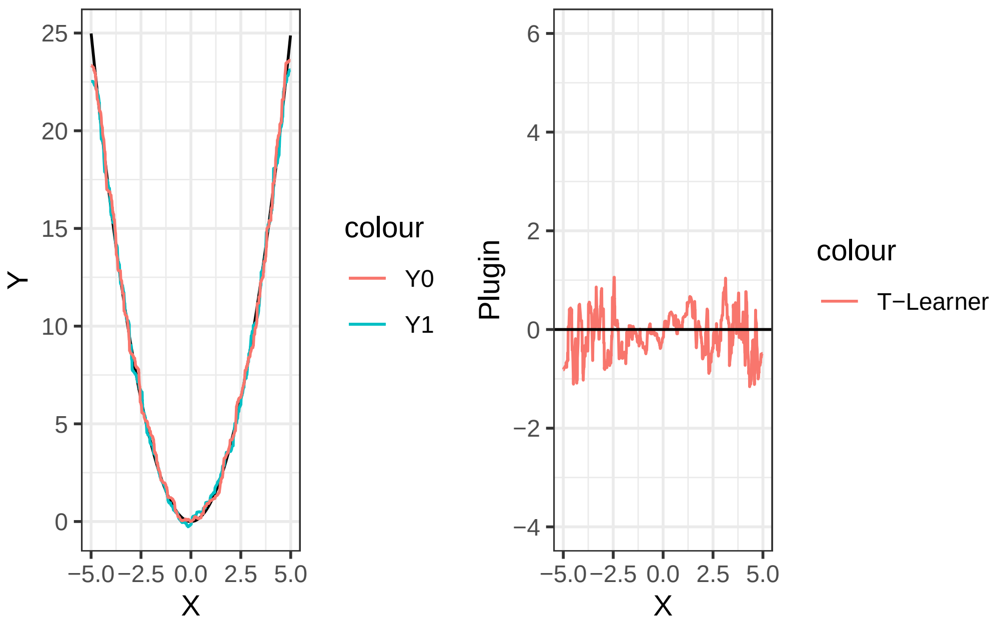
S/D Learner (Künzel et al. 2019)

1. S-Learner: $E[Y|D,X] \sim g_Y(D,X)$ を教師付き学習で推定, D-Learner: $E[Y|1,X] \sim g_{Y(1)}(X), E[Y|0,X] \sim g_{Y(0)}(X)$
2. S-Learner: $g_\tau(X) = g_Y(1,X) - g_Y(0,X)$, D-Learner: $g_\tau(X) = g_{Y(1)}(X) - g_{Y(0)}(X)$

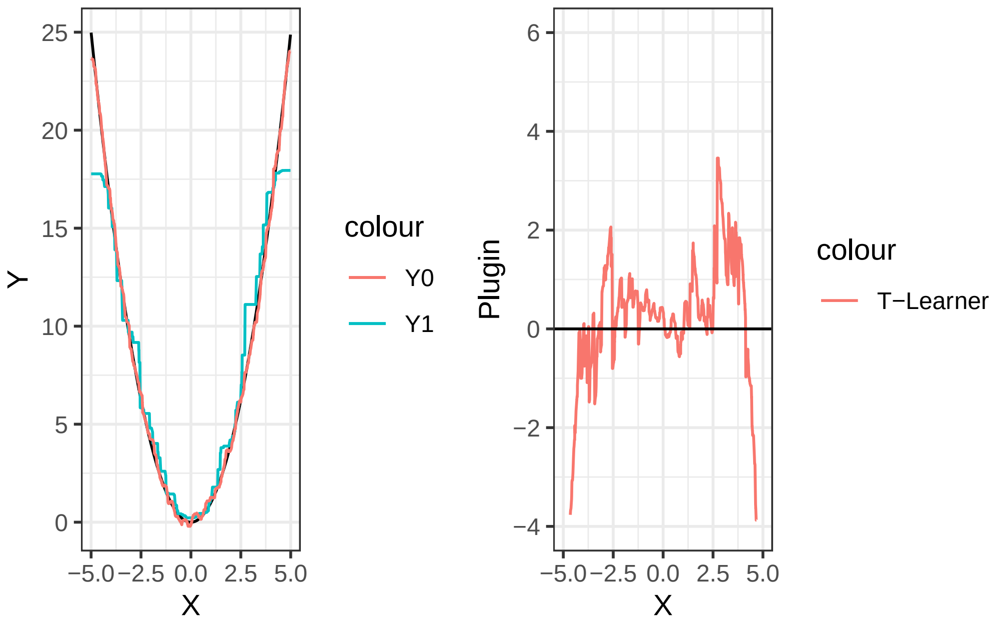
数値例

- $$E[Y|D=1,X] = E[Y|D=0,X] = X^2$$
  - 差なし
- $$\Pr[D=1] = a$$
- サンプルサイズは 1000

数値例: バランス $(a = 0.5)$



数値例: アンバランス $(a = 0.1)$



Regulization bias

- 教師付き学習は、“適切に単純化する” はずだが、過剰に複雑化させている
  - D の分布が偏っているケースにおいて、非常に深刻
- 問題点: 最適化問題の設定ミス
  - $\min E_P[(\tau_i - g_\tau)^2]$ ではなく、$\min E_P[(Y_i - g_\tau)^2|D_i = d]$ を目指して単純化が行われる
  - $a = 0.1$ のケースでは、$g_{Y(1)}(X)$ に対して入念な単純化が行われてしまう

R-learner (Nie and Wager 2021)

- Partialling Out の一般化: Robinson Learner

$$\tau_P(X) \in \arg\min E_P[(Y - E_P[Y|X] - \tau_P(X) \times [D - E_P[D|X]])^2]$$

- PartialingOut した Y と D について、 母集団における誤差を最小化するように $\tau_P(X)$ を定義
  - 最も母集団に適合する $\tau_P(X)$ 関数を推定

R-learner (Nie and Wager 2021)

1. $g_Y(X) \sim E_P[Y|X], g_D(X) \sim E_P[D|X]$ を交差推定
2. $E_P[(Y - g_Y(X) - \tau(X) \times [D - f_D(X)])^2]$ を近似的に最小化するよう τ を推定

- 2 段階目にも、教師付き学習も活用可能
  - 前回は OLS

Causal Forest

- 2 段階目を RandomForest で実装
- $$E[(Y - g_Y(X) - \tau(X) \times [D - f_D(X)])^2]$$
- $$= E[\underbrace{(D - f_D(X))^2}_{Weight} \times (\underbrace{\frac{Y - g_Y(X)}{D - g_D(X)}}_{Outcome} - \tau(X))^2]$$
- 様々な工夫: Athey, Tibshirani, and Wager (2019), Wager and Athey (2018)

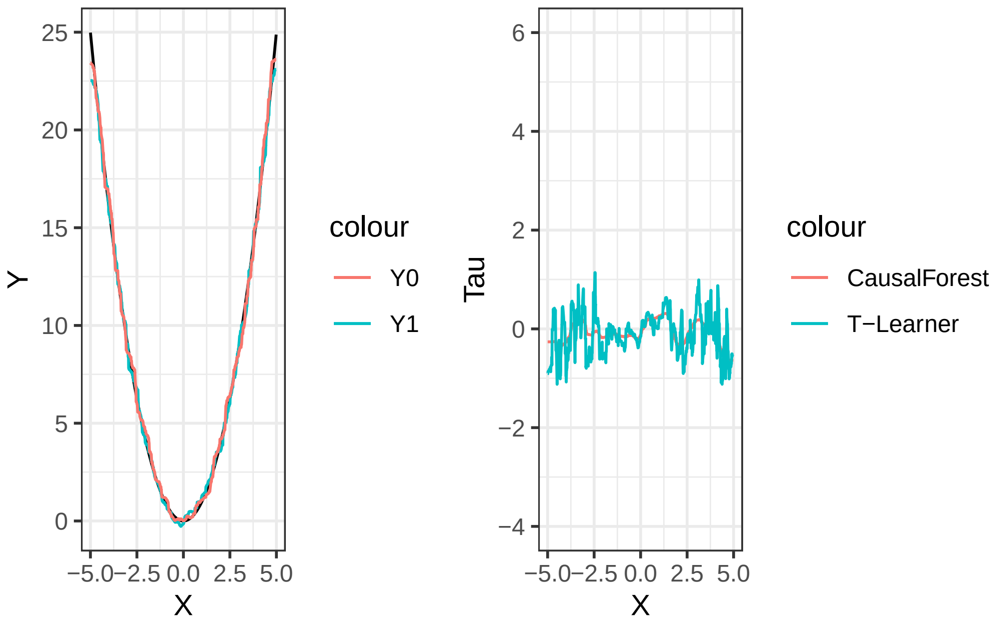
DR-learner (Kennedy 2020)

- AIPW の一般化

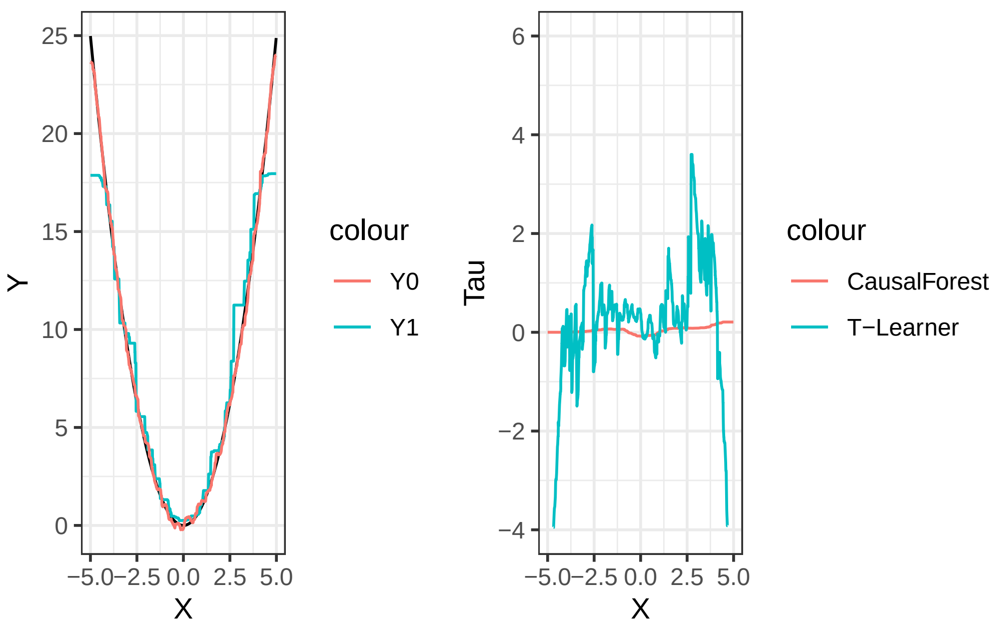
1. $g_{Y(d)}(X) \sim E_P[Y|d, X], g_D(X) \sim E_P[D|X]$ を交差推定
2. $E_P[m_{AIPW}|X] \sim \tau(X)$ を推定

- 2 段階目にも、教師付き学習も活用可能
  - 前回は平均

数値例: バランス $(a = 0.5)$



数値例: アンバランス $(a = 0.1)$



推定誤差

- 教師付き学習と同様に、一般に推定誤差 (母平均との乖離リスク) を推定することは困難
- HonestTree (Athey and Imbens 2016) をベースにした Random Forest は例外的に可能
  - ただし X の数は少ない必要がある
  - (川田の経験上)、信頼区間がかなり大きくなる
- (後日) 平均差の予測モデルを Nuisance 関数として活用

補論: 予測性能

- 予測モデル性能をどのように評価
- $$E_P[(\underbrace{\tau_i}_{\text{観察不可能}} - g_\tau(X_i))^2]$$

  は推定可能?
  - 標準的な予測問題では、$\tau_i = Y_i$ なので、サンプル分割を行えば OK
- 色々な提案
  - Rank Average Treatment Effect (Yadlowsky et al. 2021) は grf に実装ずみ

まとめ

- 非常に Hot(だった?) 研究課題であり、多くのアイディアが提案
- ここでは PartiallingOut,AIPW の拡張である R/DR Learner を紹介
  - Morzywolek, Decruyenaere, and Vansteelandt (2023) で統合的に理解できる枠組みを提案

Reference

Athey, Susan, and Guido Imbens. 2016. "Recursive Partitioning for Heterogeneous Causal Effects." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 113 (27): 7353–60.

Athey, Susan, Julie Tibshirani, and Stefan Wager. 2019. "Generalized Random Forest." *The Annals of Statistics* 47 (2): 1148–78.

Imbens, Guido W. 2022. "Causality in Econometrics: Choice Vs Chance." *Econometrica* 90 (6): 2541–66.

Kennedy, Edward H. 2020. "Towards Optimal Doubly Robust Estimation of Heterogeneous Causal Effects." *arXiv Preprint arXiv:2004.14497*.

Künzel, Sören R, Jasjeet S Sekhon, Peter J Bickel, and Bin Yu. 2019. "Metalearners for Estimating Heterogeneous Treatment Effects Using Machine Learning." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 116 (10): 4156–65.

Morzywolek, Pawel, Johan Decruyenaere, and Stijn Vansteelandt. 2023. "On a General Class of Orthogonal Learners for the Estimation of Heterogeneous Treatment Effects." *arXiv Preprint arXiv:2303.12687*.

Nie, Xinkun, and Stefan Wager. 2021. "Quasi-Oracle Estimation of Heterogeneous Treatment Effects." *Biometrika* 108 (2): 299–319.

Wager, Stefan, and Susan Athey. 2018. "Estimation and Inference of Heterogeneous Treatment Effects Using Random Forests." *Journal of the American Statistical Association* 113 (523): 1228–42.

Yadlowsky, Steve, Scott D. Fleming, Nigam Haresh Shah, Emma Brunskill, and Stefan Wager. 2021. "Evaluating Treatment Prioritization Rules via Rank-Weighted Average Treatment Effects." In.