# **Summary**

川田恵介

2025-07-15

# 1 "本講義"のキーワードのまとめ

#### 1.1 本講義のキーワードの整理

- ・ 研究目標を表す言葉: 予測/格差/効果
  - ▶ 定義する枠ぐみ: Potential outcome
- 推定対象を定義する言葉: Partial Linear Model、平均差、母平均
- Neyman's orthogonality を満たすように書き換えられた推定対象の名前: Residuals regression、AIPW
- ・ 推定方法の名前: 機械学習、Two-step estimations

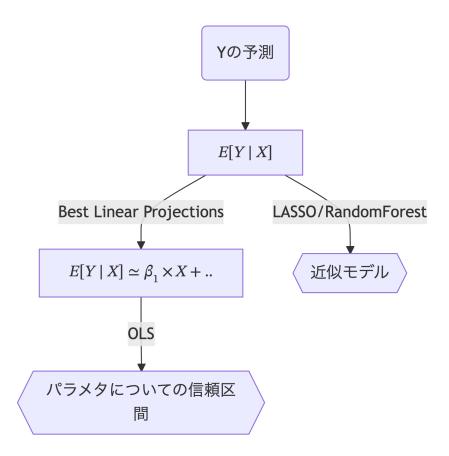
#### 1.2 本講義の対象

- $\{Y, D, X\}$  が観察できる複数の事例からなるデータを用いて、研究目標に関する推論を行う
  - ▶ 一切の仮定なしに、推論を行うことは不可能
    - 可能な限り現実的な仮定に基づいた、Valid な回答を行う

#### 1.3 Concept の整理

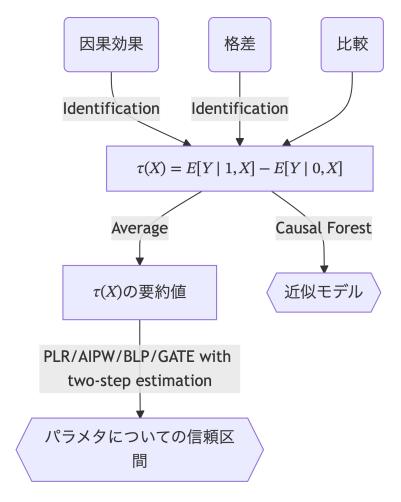
- ・ 研究目標: 市場や社会について、知りたいこと
  - ▶ {Y,D,X} + a で定義される
- 推定目標: {Y, D, X} の母分布を用いて定義される
  - ▶ Nonparametric な関数/値(Parameter)
- 推定方法: 限られたデータから算出された、推定目標の近似値

#### 1.4 Prediction



• 丸: 研究目標、四角: 推定対象、六角: 推定值

# 1.5 Comparison



• 丸: 研究目標、四角: 推定対象、六角: 推定值

# 1.6 $\tau(X)$ の要約値

- 平均:  $\int \tau(X) \times \omega(X) dX$ 
  - Partial Linear Model:

$$E[Y \mid D, X] = \underbrace{\beta}_{Target} \times D + f(X)$$

- BLP:  $\tau(X) \simeq \beta_0 + \beta_1 Z_1 + ...$
- GATE:  $E[\tau(X) \mid X \in G]$

# 2 本講義の推奨

#### 2.1 予測研究

• 研究目標: X から Y を予測する

▶ 何が予測できれば有益なのか、しっかり考える

#### 2.2 予測研究

- LASSO や Random Forest などからなる Stacking を使用して、近似モデルを Nonparametric に推定することが有益
- 少数のパラメタからなる近似モデルを推定すれば、パラメタについて信頼区間が推定 できるが、主たる関心ではない

#### 2.3 比較研究: 研究目標

- 社会のどのような特徴を知りたいのか、より慎重に議論する必要がある
  - ▶ 例: 研究目標 = 効果 = 母集団の背後にある社会の"仕組み"
    - 仕組みを議論する何らかの枠組み (潜在結果モデルや経済理論、Structural Equation Model) が必要
    - 母分布との接続 (識別; Identification)を議論する必要がある

#### 2.4 比較研究: 推定目標

・ 根本的には、

$$\tau(X) = E[Y \mid D = d', X] - E[Y \mid D = d, X]$$

- Identification の例: もし D が X 内でランダムに決まっている + 追加の仮定を満たす、ならば平均効果と解釈できる
- Positivity/Overlap:  $\tau(X)$  が母集団上に"存在"するためには、全ての X について、 D=d/d' がともに存在する必要がある

# 2.5 比較研究: Nonparametric approach

- Causal Forest 等を用いれば、  $\tau(X)$  の近似モデルを推定できる
  - ▶ 予測と同様、信頼区間形成は難しい

# 2.6 比較研究: Semiparameric approach

- $\tau(X)$  の特徴 (平均、BLP、GATE)などを推定目標とする
- ・ 近年のアイディア: 推定しやすい定義式に書き換える
  - 平均  $\int \tau(X) \times f(X) dX$  を対象とするのであれば、AIPW
  - Partial Linear Model であれば、Residuals regression
- 緩やかな仮定のもとで、Two-step estimation によって信頼区間の近似計算が可能

# 2.7 比較研究: Two-step estimation

1. Nuisance 関数  $(E[Y \mid D, X], E[D \mid X], E[Y \mid X])$  を Stacking などで交差推定する

- 2. 変換されたデータ上の定義式に代入し、βのデータ上での値を算出
- 3. β の母集団上での値を推論 (信頼区間を計算)
- •「"緩やかな"仮定が当てはまれば、信頼区間は概ね、本当の平均効果や格差を含む」

# 3 補論: Semiparametric approach

#### 3.1 母分布の推定: 入門書的議論

- 入門的な統計学の教科書では、しばしば、データ分析の目標は、母分布の推定であると紹介される
- 例: コイントス  $Y = \{H, T\}$ 
  - ・ 母分布: f(Y = H) = 無限回コイントスをした場合に、表が出る割合 (頻度論)
  - ・ データによる置き換え: 事例数が十分に大きければ、 "データ上で表が出た割合  $\simeq f(Y=H)$ " が期待できる
    - データを生成するモデルとも見做せる

#### 3.2 母分布の推定: 実践

- 多くの分析で、連続変数を含む大量の変数 (例:  $\{Y, D, X\}$ ) が関心となる
  - ・母分布 f(Y,D,X) は定義できるが、データにおける分布では十分に近似できない
    - 特定の組み合わせについて、事例数が非常に少ない、あるいは0になってしまう
  - ▶ 母分布に強い仮定を置かない"Non-parametric 推定"も、一般には難しい

# 3.3 Parametric approach

- ・ (条件付き)分布を、有限個(~事例数に比べて十分に少ない)パラメタで近似的に表す
- 例:

$$f(Y) = N\big(\beta_0, \sigma^2\big)$$

- パラメタ =  $\{\beta_0, \sigma^2\}$
- 別表現

$$Y=\beta_0+\underbrace{u}_{=N(0,\sigma^2)}$$

# 3.4 Semiparametric approach

- 分布の要約値のみを関心とし、母分布の他の部分については関心外
- ・ 例えば平均値  $\beta_0 = E[Y] = \int Y f(Y) dY$
- 別表現

$$Y = \beta_0 + \underbrace{u}_{0 = E[u]}$$

\* "u の分布は推定しない"

#### 3.5 Semiparametric approach

• OLS も Semiparametric 推定: 関心は

$$0 = E[D \times (Y - \beta_0 - \beta_1 \times D)]$$

• 別表現

$$Y = \beta_0 + \beta_1 D + \underbrace{u}_{0 = E[u \times D]}$$

• u を正規分布に従うと仮定すれば、"古典的線型モデル"と呼ばれ、OLS 推定には"不要な"仮定を課している

# 4 Beyond

#### 4.1 研究目標: 複雑な社会の仕組み

- 計量経済学における伝統的な研究目標は、格差や効果だけでなく、"経済モデル" (構造 推定)
  - ・ 典型的アプローチ: 経済モデル = データを"生成する"parametric model と見做し、 (構造)パラメタを最尤法やベイズ法などで推定
    - Kaji, Manresa and Pouliot (2023): 敵対学習の応用を提案

# 4.2 研究目標: Out of Population

- 本講義は全て、関心のある(予測対象となる)母集団から、データはランダムサンプルグ されていると仮定
  - ► Target = Source
- Target ≠ Source についても、多くの議論
  - Andrews et al. (2025) とその引用

#### 4.3 推定方法: 単純化

- 本講義で紹介した機械学習の手法 (LASSO/Random Forest)は、複雑すぎるモデル (データには、"100%" 適合する) を単純化する戦略を採用している
  - ・ データへの適合度を下げるが、母集団への適合度を上げる
- データへの適合を維持したままで、母集団への適合度を改善する方法の有効性も議論 される

- ► 経済学向けの紹介: Spiess, Venugopal and others (2023)
  - Deep Learning がうまく機能する理由(かもしれない)

#### 4.4 推定モデルの解釈

- 複雑な予測モデルの特徴を人間に理解しやすくする手法も議論される
  - ▶ 教科書 (Molnar, 2025)
- 多くの議論は、母集団ではなく、予測モデルの把握を目標としている
  - ▶ ある"機械"(予測モデル)が、どのように動作するのか知りたい
    - 背後にある"物理法則"の解明が動機ではない

#### 4.5 Reference

### **Bibliography**

Andrews, I. et al. (2025) The Transfer Performance of Economic Models. Available at: https://arxiv.org/abs/2202.04796.

Kaji, T., Manresa, E. and Pouliot, G. (2023) "An adversarial approach to structural estimation," Econometrica, 91(6), pp. 2041–2063.

Molnar, C. (2025) Interpretable Machine Learning. 3rd ed. Available at: https://christophm.github.io/interpretable-ml-book.

Spiess, J., Venugopal, A. and others (2023) "Double and single descent in causal inference with an application to high-dimensional synthetic control," Advances in Neural Information Processing Systems, 36, pp. 63642–63659.