積事象の確率と確率の乗法定理

A かつ B が起こる場合が $n(A \cap B)$ 通りあるとすると、その確率は、次のような割合で表される

ref: 数学図鑑 p30~ 31、38~39

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)}$$

一方、積事象の確率は、次のように分けて考えることもできる

- 1. 全体のうち A が起こる (この確率は P(A))
- 2. A が起こったとき、B が起こる(この確率は P(B|A))

全体のうち A が起こる場合の数を n(A)、A が起こった場合のうち B が起こる場合の数を n(B|A) とすると、場合の数の積の法則より、

$$n(A \cap B) = n(A) \cdot n(B|A)$$

よって、積事象 $A \cap B$ の確率は、

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)}$$

$$= \frac{n(A) \cdot n(B|A)}{n(U)}$$

$$= \frac{n(A)}{n(U)} \cdot \frac{n(B|A)}{n(U)}$$

$$= P(A) \cdot P(B|A)$$

という形で表すことができる

・確率の乗法定理 積事象 A ∩ B の確率は、

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$