微分方程式とは？

未知の関数を $f(x)$ とおいて、$f(x)$ が満たすべき条件を等式で書き下したものが「関数に対する方程式」

関数に対する方程式の中に、$f(x)$ の微分 $f'(x)$ や $f''(x)$ が含まれているとき、その方程式を**微分方程式**という

もっとも簡単な微分方程式 $f'(x) = 0$

定数関数の微分は恒等的に 0 になる

逆に、「微分 $f'(x)$ が恒等的に 0 ならば $f(x)$ は定数である」という定理も示した

この定理の仮定は、未知関数 $f(x)$ が微分方程式

$$\frac{df}{dx}(x) = 0$$

を満たしているということ

つまり、この定理は、「微分方程式 $\dfrac{df}{dx}(x) = 0$ の解は定数関数 $f(x) = C$ である」ことを主張している

「どの点でも勾配がなければ、実は、その道は水平だ（高さが一定だ）」というのは、実生活では当たり前に見える

数学としては、無限小レベルの条件である微分方程式から、その解の大域的な性質を記述していることになる

＊　＊　＊

以前述べた定理「すべての x で $f'(x) = a$ ならば、$f(x) = ax + f(0)$ である」も、微分方程式の言葉で記述できる

すなわち、a を定数とするとき、初期条件 $f(0) = C$ の下で、未知関数 $f(x)$ に関する微分方程式

$$\frac{df}{dx}(x) = a$$

の解が

$$f(x) = ax + C$$

であるという主張になる