

# 第 1 章


## テンソル積



### 双線形写像

双線形形式の一般化として、**双線形写像** (bilinear map) を考える。

双線形写像とは、2 つの線形空間の直積から線形空間への写像で、各成分に対して線形となるもののことである。

 **双線形写像**  $V, W, U$  を線型空間とする。写像  $\Phi: V \times W \rightarrow U$  が次の条件を満たすとき、 $\Phi$  を **双線形写像** という。

- i.  $\Phi(\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{w}) = \Phi(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{w}) + \Phi(\boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{w})$
- ii.  $\Phi(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}_1 + \boldsymbol{w}_2) = \Phi(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}_1) + \Phi(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}_2)$
- iii.  $\Phi(c\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}) = \Phi(\boldsymbol{v}, c\boldsymbol{w}) = c\Phi(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w})$

ここで、 $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2 \in V, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2 \in W, c \in \mathbb{R}$  である。

### 双線形写像は双線形形式の一般化

$U = \mathbb{R}$  とすると、 $\Phi$  は双線形形式となる。

すなわち、双線形写像は双線形形式の一般化である。