対角行列とスカラー行列

対角行列　対角成分以外の成分がすべて 0 である正方行列を対角行列と呼ぶ

$a_{ii} = c_i \quad (1 \leq i \leq n)$ である対角行列を次のように表す

$$\mathrm{diag}(c_1, c_2, \ldots, c_n) = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_n \end{pmatrix}$$

対角行列の特別な場合として、すべての対角成分が同じ値である行列はスカラー行列と呼ばれる

スカラー行列　c をスカラーとするとき、cE の形の行列をスカラー行列という

$$cE = \begin{pmatrix} c & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c \end{pmatrix}$$

対角行列とスカラー倍

行列 A にスカラー行列をかけることは、

$$(cE)A = A(cE) = cA$$

のように、スカラー c をかけるのと同じである

発展して、対角行列の場合には次のことがいえる

対角行列と列ベクトルのスカラー倍　右から対角行列をかけると、各列ベクトルがスカラー倍になる

すなわち、$A = (\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n)$ とすると、

$$A \cdot \mathrm{diag}(c_1, c_2, \ldots, c_n) = (c_1\boldsymbol{a}_1, c_2\boldsymbol{a}_2, \ldots, c_n\boldsymbol{a}_n)$$

が成り立つ

証明

[Todo 1: ref: 行列と行列式の基礎 p63 （問 2.8）]

ブロック対角行列

対角行列の概念は、行列の各成分が数ではなく行列の場合にも拡張できる

ref: プログラミングのための線形代数 p50〜51

ブロック対角行列　対角線上のブロックがすべて正方行列で、それ以外のブロックが零行列であるものを**ブロック対角行列**という

$$\mathrm{diag}(A_1, A_2, \ldots, A_k) = \begin{pmatrix} A_1 & O & \cdots & O \\ O & A_2 & \cdots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & \cdots & A_k \end{pmatrix}$$

ここで、対角成分に対応する行列 $A_1, A_2, \ldots, A_k$ を**対角ブロック**という

Zebra Notes

Type	Number
todo	1