

テイラーの定理の内容

関数とは、そもそも何か？

関数が x を y に変換する機能だとすれば、ブラックボックス（仕掛けの见えない変換装置）ではなく誰でも使いやすい形でボックスの中身、つまり仕掛けが提示されたほうがずっと理解しやすいだろうし、関数の機能の解析も容易になる

そこで、数学ではそれら関数の機能を「数式」で表現してきた

たとえば、3 次の多項式で表される関数

$$y = f(x) = x^3 - 3x + 1$$

が与えられたとき、この対応規則はきっちりと明示されている

別の言葉で言えば、「 x を加工し y にする手続きが示されている」といってもよい

* * *

微分可能な関数のマクローリン展開

しかし、指数関数・対数関数・三角関数のように、「多項式」で表せない関数もある

$\sin 2$ の値はいくつですか？といわれても、入力 2 をどう加工して出力するのは明確ではない

私たちは三角関数を $y = \sin x$ と書くことによって、その正体をつかんだような気になっているが、実はこれは単にラベルを貼ったにすぎないので、三角関数は相変わらずブラックボックスのままである

私たちが具体的にその値を計算できる関数の代表が多項式（関数）

三角関数や対数関数は式で表されているような気がするが、実はそれは関数にラベルを貼っただけ

と考えるべきで、具体的に計算可能な関数とは多項式だと思ったほうがよい

実はテイラーの定理は、このブラックボックスの仕組みをはっきりさせる 1 つの方法を与えている

■マクローリンの定理 何回でも微分できる関数について、

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{1}{(n-1)!}f^{(n-1)}(0)x^{n-1}$$

が成り立つ

ただし、

$$R_n = \frac{1}{n!}f^{(n)}(c)x^n$$

である