

第 39 章

テンソル積



双線形写像

def 29.1 「双線形形式」の一般化として、**双線形写像** (bilinear map) を考える。

双線形写像とは、2 つの線形空間の直積から線形空間への写像で、各成分に対して線形となるもののことである。

def 39.1 - 双線形写像

V, W, U を線型空間とする。写像 $\Phi: V \times W \rightarrow U$ が次の条件を満たすとき、 Φ を **双線形写像** という。

- i. $\Phi(\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{w}) = \Phi(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{w}) + \Phi(\boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{w})$
- ii. $\Phi(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}_1 + \boldsymbol{w}_2) = \Phi(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}_1) + \Phi(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}_2)$
- iii. $\Phi(c\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}) = \Phi(\boldsymbol{v}, c\boldsymbol{w}) = c\Phi(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w})$

ここで、 $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2 \in V$, $\boldsymbol{w}, \boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2 \in W$, $c \in \mathbb{R}$ である。

双線形写像は双線形形式の一般化

$U = \mathbb{R}$ とすると、 Φ は **def 29.1** 「双線形形式」となる。

すなわち、双線形写像は双線形形式の一般化である。