行列と複素数

$$I = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

とおき、

$$aE + bI = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

という形の行列を複素数と呼ぶことにより、複素数の定義ができる

この定義では、通常は $a + bi$ と書かれるものを行列として実現している

対角行列

対角成分　正方行列 $A = (a_{ij})$ に対して、a_{ii} を対角成分と呼ぶ

対角行列　対角成分以外の成分がすべて 0 である正方行列を対角行列と呼ぶ

$a_{ii} = c_i \quad (1 \leq i \leq n)$ である対角行列を次のように表す

$$\mathrm{diag}(c_1, c_2, \ldots, c_n) = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_n \end{pmatrix}$$

対角行列と列ベクトルのスカラー倍　右から対角行列をかけると、各列ベクトルがスカラー倍になる

すなわち、$A = (\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n)$ とすると、

$$A \cdot \mathrm{diag}(c_1, c_2, \ldots, c_n) = (c_1\boldsymbol{a}_1, c_2\boldsymbol{a}_2, \ldots, c_n\boldsymbol{a}_n)$$

が成り立つ

証明

[Todo 1: ref: 行列と行列式の基礎 p63 （問 2.8）]

トレース

トレース　正方行列 $A = (a_{ij})$ に対して、対角成分の和

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

を A の**トレース**と呼び、$\mathrm{tr}(A)$ と表す

ref: 行列と行列式の基礎 p64

トレースの性質

i. $\mathrm{tr}(A+B) = \mathrm{tr}(A) + \mathrm{tr}(B)$

ii. $\mathrm{tr}(cA) = c\,\mathrm{tr}(A)$

iii. $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$

証明

[Todo 2: ref: 行列と行列式の基礎 p64 問 2.9]

Zebra Notes

Type	Number
todo	2