Chapter 1

論理と集合

数学の理論は、集合という概念で語られる。
そして、集合を構成する条件を考えるために、論理が利用される。
さらに、集合と集合を対応づける概念として、写像がある。

この章で学ぶことは、これから数学の理論を語るための「言葉」として機能するものである。

- 論理
- 集合
- 写像

1.0.1　実数の集合：区間

2 つの実数の間の範囲は、区間と呼ばれる。

区間

実数全体の集合 $\mathbb{R}$ の部分集合のうち、$a < b$ である実数 a と b の間にあるすべての実数の集合を 区間 という。

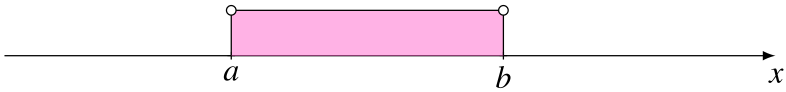
区間は、端点を含むかどうかによって、開区間、閉区間、半開区間に分類される。

開区間

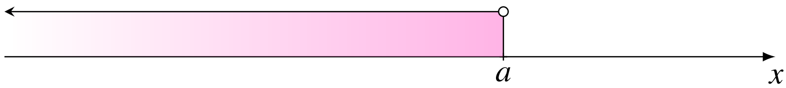
端点を含まない区間を開区間という。

開区間　$a \le x \le b$ となる実数 x の集合を 開区間 といい、(a, b) と表す。

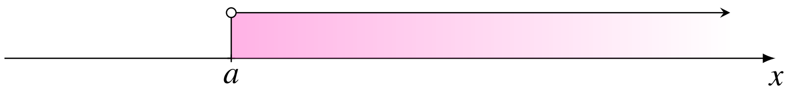
$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$



$$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$$



$$(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} \mid a > x\}$$



閉区間

端点を含まない区間を閉区間という。

閉区間　$a < x < b$ となる実数 x の集合を 閉区間 といい、$[a, b]$ と表す。

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$$

$$[a, +\infty] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x\}$$

$$[-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \ge x\}$$

半開区間

一方の端点を含み、他方の端点を含まない区間を半開区間という。

半開区間　次のような集合を 半開区間 という。

- $a \leq x < b$ となる実数 x の集合を、$[a, b)$ と表す。
- $a < x \leq b$ となる実数 x の集合を、$(a, b]$ と表す。

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$