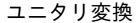
## 第 21 章

# 計量空間上の変換



体 ℂ 上の計量空間において、内積を保つ線形変換をユニタリ変換という

ightharpoonup 本 ightharpoonup 体 ightharpoonup 上の計量空間 ightharpoonup における線形変換 ightharpoonup がユニタリ変換であるとは、任意の ightharpoonup に対し、

$$(f(\boldsymbol{u}), f(\boldsymbol{v})) = (\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$$

が成り立つことである

体 ℝ 上のユニタリ変換は、直交変換と呼ばれる

#### ユニタリ変換の表現行列

ユニタリ行列の性質である Theorem 20.5「ユニタリ行列の特徴づけとしての内積不変性」より、

$$(A\boldsymbol{u}, A\boldsymbol{v}) = (\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$$

が成り立つため、ユニタリ変換の表現行列はユニタリ行列であることがわかる

#### ♣ Theorem - ユニタリ変換とユニタリ行列表現

計量空間上の線形変換 f がユニタリ変換であることと、f の表現行列 A がユニタリ行列であることは同値である

このことから、ユニタリ行列の性質は、ユニタリ変換の性質として言い換えることができる

#### ユニタリ変換とノルム

Theorem 20.6「ユニタリ行列の特徴づけとしてのノルム不変性」から、

ユニタリ変換はベクトルの長さを変えない変換

でもあることがわかる

#### ♣ Theorem - ユニタリ変換とノルム保存性

計量空間 V における線形変換を f がユニタリ変換であることと、任意の  $\mathbf{v} \in V$  に対し

$$||f(\boldsymbol{v})|| = ||\boldsymbol{v}||$$

が成り立つことは同値である

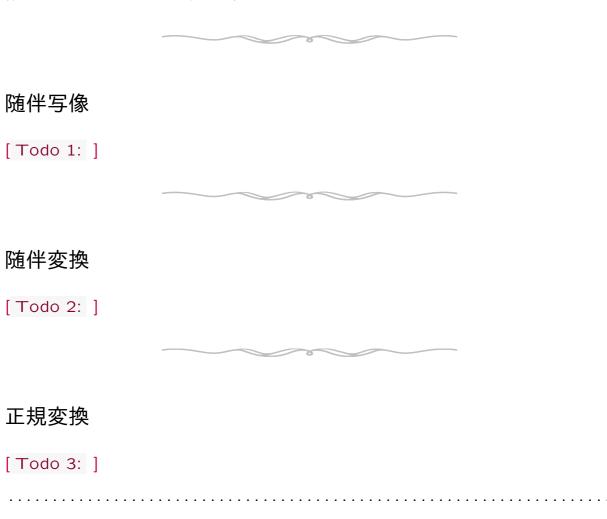
### エルミート変換

rackream > rackrea

$$(f(\boldsymbol{u}), \boldsymbol{v}) = (\boldsymbol{u}, f(\boldsymbol{v}))$$

が成り立つことである

| 体 ℝ 上のエルミート変換は、対称変換と呼ばれ | ╁ℝ | 上のエルミー | -ト変換は、 | 対称変換 | と呼ばれ | Z |
|-------------------------|----|--------|--------|------|------|---|
|-------------------------|----|--------|--------|------|------|---|



## **Zebra Notes**

| Туре | Number |
|------|--------|
| todo | 3      |