逆行列：逆写像に対応する行列

「写り先 $\boldsymbol{y}$ から元の点 $\boldsymbol{x}$ を答える」という写像（逆写像）に対応する行列を逆行列といい、A^{-1} と表す。

ref: プログラミングのための線形代数 p43〜44

この行列 A^{-1} は、

- どんな $\boldsymbol{x}$ を持ってきても、$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$ ならば $A^{-1}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}$
- どんな $\boldsymbol{y}$ を持ってきても、$A^{-1}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}$ ならば $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$

となるような行列である。

$$\begin{tikzcd} \boldsymbol{x} \arrow[r, bend left, "A"] & \boldsymbol{y} \arrow[l, bend left, "A^{-1}"] \end{tikzcd}$$

別の言い方をすると、

- A して A^{-1} したら元に戻る
- A^{-1} して A したら元に戻る

となるような行列 A^{-1} を逆行列として定義する。

逆行列　正方行列 A に対して、次式を満たす行列 X を A の逆行列といい、A^{-1} と表す。

$$AX = XE = E$$

正則性と全単射性

A の逆行列は、いつでも存在するとは限らない。

正則（行列の言葉で）　正方行列 A の逆行列が存在するとき、A は正則であるという。

A の逆行列が存在するには、A が表す写像が全単射である、つまり A によって「潰れない・はみ出さない」ことが必要である。

- 潰れてしまえば、元の $\boldsymbol{x}$ はわからない（単射でない場合）
- はみ出してしまえば、元の $\boldsymbol{x}$ は存在しない（全射でない場合）

正則（写像の言葉で）　全単射な線形変換 f は正則であるという。正方行列 A が正則な線形変換を与えるとき、A は正則行列であるという。