Chapter 1

有限の数学

この章では、数を「数える」「並べる」といった、自然数がもととなる数学を考える。

1.1　数列

数列は、「数の並びの規則性に着目しよう」という話題として語られる。
数の並びの規則性から、賢く足し算をする知恵も導かれる。

1.1.1　数列を語る言葉

ある規則によって数を並べた列を数列という。

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$$

無限個の数が並んでいるものは無限数列、有限個の数が並んでいるものは有限数列という。

並んでいる数を項といい、最初の数は初項、有限数列の場合は最後の数を末項という。
先頭から数えて n 番目の数を第 n 項、これは一般項ともよばれる。

具体的な数をそのまま1つずつ並べて書いてもよいが、長くなってしまう上、規則性が見えにくい。

一般項だけを {} で囲むことで、一般項で表される数の集合として

$$\{a_n\}$$

と書くことも多い。

＊ ＊ ＊

さて、重要な規則性を持つ数列には、名前がつけられている。
まずは簡単なものから見ていこう。

1.1.2 等差数列

次のような規則で定まる数列は等差数列とよばれる。

初項 a_1 に次々と一定の数 d を足してつくられている数列

等差数列では、隣り合った 2 つの項の差がいつも一定の値 d になり、この d を等差数列の公差という。

1.1.3 漸化式

初項と、項と項の間の関係を表す式があれば、その式によって初項の次の数、またその次の数、…というように、数列を復元することができる。
これはいわばドミノ倒しのようなもので、具体的に触れるのは初項だけでよい。あとは規則に従って数が決まっていく。

1.1.4 「離散的な関数」としての視点

数を「並べる」ということは、位置を表す自然数と、その位置にある数とのマッピング（対応づけ）としても捉えられる。

すなわち、位置を与えたらその位置にある数を返す関数

$$f(n) = a_n$$

という形で数列を捉えることもできる。
このとき、数列という名前の関数 f は、n から a_n を定める規則のことになる。

自然数 $1, 2, 3, \ldots$ のそれぞれに対して、数 $a_1, a_2, a_3, \ldots$ が定まっているとき、この対応づける規則を数列という。

1. 図：点で数列をプロットしたグラフ

$f(n)$ のグラフを書こうとしても、「線」にはならない。
n は自然数（$1, 2, 3, \ldots$）という飛び飛びに並んだ数であるため、各自然数の間の数に対しては $f(n)$ の値が決まらない。そのため、$f(n)$ はぽつりぽつりと点を並べて表すしかない。

このように、飛び飛びに並んでいるものは離散的と言われる。
離散的なデータを扱う場面では、データを数列（離散的な関数）として見て調べる視点も重要になる。

1.2 場合の数

Under construction...

1.2.1 和の法則と積の法則

1.2.2 順列

1.2.3 階乗

1.2.4 組合せ

1.2.5 二項展開とパスカルの三角形