



## 逆行列：逆写像に対応する行列

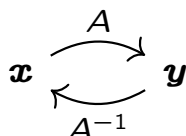
「写り先  $\boldsymbol{y}$  から元の点  $\boldsymbol{x}$  を答える」という写像（逆写像）に対応する行列を逆行列といい、 $A^{-1}$  と表す。

ref: プログラミングのための線形代数 p43~44

この行列  $A^{-1}$  は、

- どんな  $\boldsymbol{x}$  を持ってきても、 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$  ならば  $A^{-1}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}$
- どんな  $\boldsymbol{y}$  を持ってきても、 $A^{-1}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}$  ならば  $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$


となるような行列である。



別の言い方をすると、

- $A$  して  $A^{-1}$  したら元に戻る
- $A^{-1}$  して  $A$  したら元に戻る

となるような行列  $A^{-1}$  を逆行列として定義する。


 逆行列 正方行列  $A$  に対して、次式を満たす行列  $X$  を  $A$  の逆行列といい、 $A^{-1}$  と表す。

$$AX = XE = E$$




## 正則性と全単射性

$A$  の逆行列は、いつでも存在するとは限らない。

 正則（行列の言葉で） 正方行列  $A$  の逆行列が存在するとき、 $A$  は正則であるという。

$A$  の逆行列が存在するには、 $A$  が表す写像が全単射である、つまり  $A$  によって「潰れない・はみ出さない」ことが必要である。

- 潰れてしまえば、元の  $\boldsymbol{x}$  はわからない（単射でない場合）
- はみ出してしまえば、元の  $\boldsymbol{x}$  は存在しない（全射でない場合）

 正則（写像の言葉で） 全単射な線形変換  $f$  は正則であるという。正方行列  $A$  が正則な線形変換を与えると、 $A$  は正則行列であるという。