



対角行列の嬉しさ：冪乗の計算

A が対角行列の場合、 $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$ は、行ごとのサブシステムとして各行を独立に計算できた

ref: プログラミングのための線形代数 p42

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}x_1 \\ &\vdots \\ y_n &= a_{nn}x_n \end{aligned}$$

このように各行に分けて「1次元問題が n 本あるだけ」と考えると、対角行列どうしの積や冪乗も、簡単に計算できることがわかる

$$\begin{pmatrix} a_1 & & \\ & \ddots & \\ & & a_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 & & \\ & \ddots & \\ & & b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 & & \\ & \ddots & \\ & & a_n b_n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & & \\ & \ddots & \\ & & a_n \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} a_1^k & & \\ & \ddots & \\ & & a_n^k \end{pmatrix}$$