確率統計の整理帳

tomixy

2025 年 7 月 2 日

目次

第 1 章

さまざまな立場の確率

古典的立場の確率

サイコロを 1 回投げると、1 から 6 のいずれかの目が出る

ref: スッキリわかる確率統計 p61〜62

ここで、サイコロの目が 1 となる確率は、全体が 6 通りで、1 が出る場合は 1 通りしかないため、$\frac{1}{6}$ と考える

確率をこのように考えることを古典的立場あるいは組合せ的という

古典的立場による確率　全体で n 通りの場合があり、そのうちある事象 A が起こる場合の数が a 通りあるとき、事象 A の起こる確率を次のように定義する

$$P(A) = \frac{a}{n}$$

このように定義された確率を算術的確率あるいは先験的確率という

頻度的立場の確率

実際には、6 回サイコロを投げたときに、必ず 1 が 1 回出るわけではない

ref: スッキリわかる確率統計 p62〜63

サイコロを何回も（膨大な回数を繰り返し）投げれば、やがて 1 が出る確率は $\frac{1}{6}$ に近づいていく

一般的に述べると、n 回中 k 回だけ 1 が出た場合の割合 $\frac{k}{n}$ は、n が大きくなるにつれて一定値 $\frac{1}{6}$ に近づいていく
確率に対するこのような考え方を**頻度的立場**という

> 🎓 **頻度的立場による確率**　試行を n 回繰り返して行った場合に、ある事象 A の起こった回数を $k(n)$ とする
>
> 試行回数 n を増やしていくとき、割合 $\frac{k(n)}{n}$ が一定値 p に近づくならば、p を事象 A の起こる**確率**と定義する
>
> $$P(A) = p = \lim_{n \to \infty} \frac{k(n)}{n}$$
>
> このように定義される確率を**統計的確率**あるいは**経験的確率**という

この立場の客観性を保証するものは、多数回の試行あるいは大量データによる結果であり、理論的な根拠になっているものは**大数の法則**である

主観確率とベイズ統計学

確率を考えるにあたって、頻度的立場だけで十分とは言い切れない

ref: スッキリわかる確率統計 p63〜64

i. 本当にサイコロが均一な材料で作られ、完全な立方体になっているのか？

…もしそうでないなら、頻度的立場は意味がないのではないか？

ii. サイコロを投げて出る目は、投げた瞬間に決まっているのではないか？

…もしそうだとすると、サイコロを手にしたときから出る目は決まっているので、そもそも確率なんて存在しないのではないか？

iii. サイコロの目が出る確率なんて主観的なものでもよいのではないか？

…たとえば、100 回投げて 1 が 30 回出たら、その確率は $\frac{30}{100}$ としてもよいのではないか？

(iii) のような、「確率は主観的なものでよい」という立場の統計学は**ベイズ統計学**と呼ばれている

この立場では、今までの情報、知識や経験などによって得られた確率を与え、これを**主観確率**という

主観確率では、全く起こっていない、あるいはほとんど起こっていない事象や実験ごとに統計的規則が変わってしまうような事象の分析も可能になる

公理論的立場の確率

化学や物理では、ある現象を考えるとき、議論がしやすいように**理想状態**というものを考える
それと同じように、確率も理想化された状態で考えることにする

ref: スッキリわかる確率統計 p64〜67

サイコロでいえば、そのサイコロの根拠（均一な材料か、完全な立方体なのか、etc.）を問うのではなく、最初から理想化されたサイコロを考えるようにする

そして、現実の問題と理想化された問題との間を統計的検定を使ってつなぐことにする

現実の問題 $\xleftrightarrow{\text{統計的検定}}$ 理想化された問題

確率を理想化された数学の世界で考えるために、確率をある公理を満たすものとして定義する

確率をこのように考える立場を公理論的立場という