単射

単射とは、

> 異なる元は異なる元に写る

という性質である

A の異なる元が B の異なる元に写るとき、写像 $f\colon A \to B$ は単射であるという

単射　写像 $f\colon A \to B$ に対して、f が単射であるとは、A の任意の要素 a, a' に対して

$$f(a) = f(a') \implies a = a'$$

が成り立つことをいう

この主張の対偶

$$a \neq a' \implies f(a) \neq f(a')$$

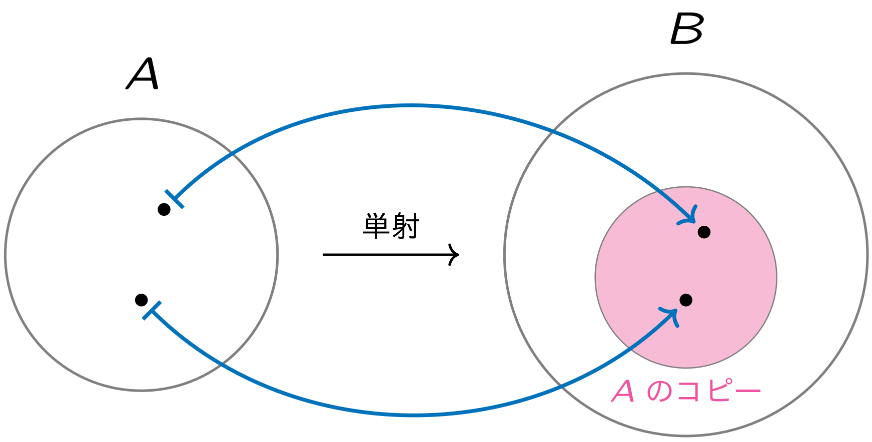
を考えれば、単射であるということは、「異なる要素が f によって同じ要素に対応することはない」ということにほかならない

単射な写像は、

> 写像の定義域を値域にそっくり「コピーする」

と考えることができる

ref: 図で整理！例題で納得！線形空間入門 p56～59



全射

全射とは、

ref: 図で整理！例題で納得！線形空間入門 p57〜59

> どんな b も A の元の像になる

という性質である

B の任意の元が A のある元の像となるとき、写像 $f\colon A \to B$ は全射であるという

全射　写像 $f\colon A \to B$ に対して、f が全射であるとは、

$$f(A) = B$$

すなわち

$$\forall b \in B, \exists a \in A\colon f(a) = b$$

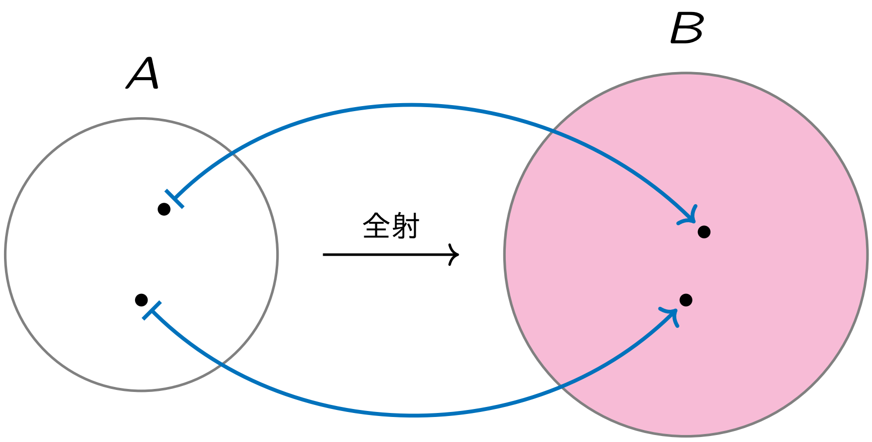
が成り立つことをいう

言い換えると、B への写像 f が全射であるとは、B の要素に「対応していないものがない」ということ

全射な写像は、

定義域の元の像で値域を「埋め尽くす」

と考えることができる



全単射

全単射とは、

ref: 図で整理！例題で納得！線形空間入門 p57 〜59

どんな B の元も、ただ 1 つの A の元の像になる

という性質である

全単射　集合 A から集合 B への写像 f が単射かつ全射であるときは、**全単射**であるという

これは、写像 f により、集合 A の要素と集合 B の要素が「一対一に対応している」ことにほかならない

同型写像

数学では、数学的構造を保つ写像が重要であり、特に、構造を保つ全単射写像のことは**同型写像**と呼ぶ

単射・全射と合成

単射や全射の性質は、写像の合成に関して閉じている

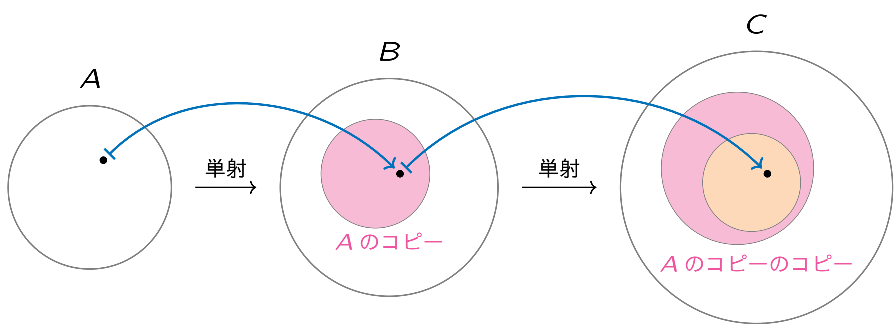
ref: 図で整理！例題で納得！線形空間入門 p59～

単射な写像の合成　単射な写像の合成は単射である

直観的には、

> C の中に A のコピーのコピーができる

という解釈ができる



証明

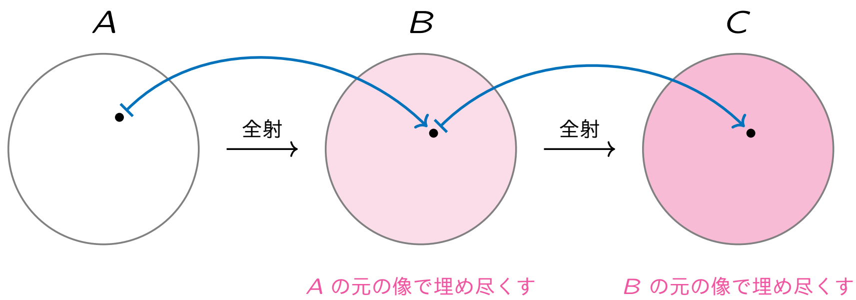
[Todo 1: ref: 図で整理！例題で納得！線形空間入門 p59]

全射な写像の合成　全射な写像の合成は全射である

直観的には、

> 合成すると A の元の像で C は埋め尽くされる

と解釈できる



証明

[Todo 2: ref: 図で整理！例題で納得！線形空間入門 p60]

. . . .

Zebra Notes

Type	Number
todo	2