割合としての確率

確率を最も馴染みのある考え方でとらえると、確率とはある事象が起こる ref: 数学図鑑 p28~29 可能性であり、

起こりうるすべての場合のうち、ある事象が起こる場合の割合

として計算できる

たとえば、起こりうるすべての場合が n(U) 通り、事象 A が起こる場合 がn(A)通りあるとすると、

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

が、事象 A が起こる確率となる(ここで、U は標本空間である)

ここで注意が必要なのは、割り算は全体を「均等に」分けることを前提とし た演算であることだ

標本空間に含まれるすべての場合の数で割ったものを確率とみなすには、 どの事象も同程度に起こりうる(同様に確からしい)という仮定が必要に なる



和事象の確率

A または B が起こる場合が $n(A \cup B)$ 通りあるとすると、その確率は、 ref: 数学図鑑 p30~31 次の割合で表される

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(U)}$$

ここで、 $n(A \cup B)$ は、n(A) と n(B) の和から、A と B の重なって

いる部分 $n(A \cap B)$ を引いたものとなる

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

よって、和事象 AUBの確率は、

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(U)}$$

$$= \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(U)}$$

$$= \frac{n(A)}{n(U)} + \frac{n(B)}{n(U)} - \frac{n(A \cap B)}{n(U)}$$

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

として求められる

・ 和事象の確率公式 和事象 A∪Bの確率は、

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



排反な事象と確率の加法定理

和事象の確率において、事象 A と B が互いに排反である(つまり、同時 ref: 数学図鑑 p32 に起こることはない)ならば、 $n(A \cap B) = 0$ となるので、

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

が成り立つ

・確率の加法定理 互いに排反な事象 A, B の和事象 A ∪ B の確率は、

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$