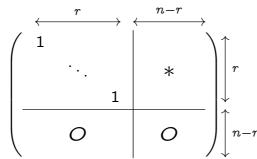
階数標準形

任意の行列 A は、行基本変形により、次のような既約行階段行列に変形できる

ref: 行列と行列式の基 礎 p87~88

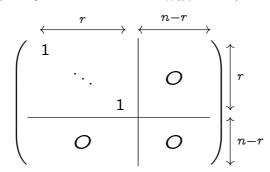
ref: 長岡亮介 線形代数 入門講義 p75~78

ここからさらに、列の交換によって、主成分のある列を左に集めることが できる



ここで、r は零行ではない行の個数、すなわち A の階数である

さらに、列の掃き出しで、左上のブロックの成分 * をすべて 0 にできる



この形を、Aの階数標準形という

この形を得るまでの過程をまとめると、次のことがいえる

・基本変形による階数標準形の構成 任意の行列は、行と列の基本変形を繰り返すことで、階数標準形に変形できる

ここで、P を行基本変形に対応する基本行列の積、Q を列基本変形に対応する基本行列の積とすると、A の階数標準形は PAQ で与えられる基本行列の積は任意の正則行列を表すので、次のようにまとめられる

・ 正則行列による階数標準形の構成 $m \times n$ 型行列 A に対して、行変形に対応する m 次正則行列 P、列変形に対応する n 次正則行列 Q が存在し、

B = PAQ

が階数標準形となる