

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет
ИТМО»

**ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ
ТЕХНИКИ**

Домашнее задание №2

По дисциплине

Дискретная математика (базовый уровень)

Вариант №-55

Выполнил:

Студент группы Р3132

Малых Кирилл Романович

г. Санкт-Петербург

2026 год

Исходная таблица соединений R:

V/V	e ₁	e ₂	e ₃	e ₄	e ₅	e ₆	e ₇	e ₈	e ₉	e ₁₀	e ₁₁	e ₁₂
e ₁	0	2	1			4			5	5	5	
e ₂	2	0		4	5	2		4		5		2
e ₃	1		0					3		2		
e ₄		4		0		4	2	3			2	2
e ₅		5			0			3	5		5	2
e ₆	4	2		4		0	2	2	2	2	3	
e ₇				2		2	0				2	
e ₈		4	3	3	3	2		0				
e ₉	5					2			0	1	5	5
e ₁₀	5	5	2			2			1	0		
e ₁₁	5			2	5	3	2		5		0	
e ₁₂		2		2	2				5			0

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e₁ ко всем остальным вершинам. Воспользуемся алгоритмом Дейкстры.

1. $l(e_1) = 0 +; l(e_i) = \infty$, для всех $i \neq 1, p = e_1$.

Результаты итерации запишем в таблицу:

V/V	1
e ₁	0+
e ₂	∞
e ₃	∞
e ₄	∞
e ₅	∞
e ₆	∞
e ₇	∞
e ₈	∞
e ₉	∞
e ₁₀	∞
e ₁₁	∞
e ₁₂	∞

1. $\Gamma e_1 = \{e_2, e_3, e_6, e_9, e_{10}, e_{11}\}$ — уточним временные пометки:

$$l(e_2) = \min [\infty, 0 + 2] = 2;$$

$$l(e_3) = \min [\infty, 0 + 1] = 1;$$

$$l(e_6) = \min [\infty, 0 + 4] = 4;$$

$$l(e_9) = \min [\infty, 0 + 5] = 5;$$

$$l(e_{10}) = \min [\infty, 0 + 5] = 5;$$

$$l(e_{11}) = \min [\infty, 0 + 5] = 5.$$

2. $l(e_i+) = \min [l(e_i)] = l(e_3) = 1.$

3. Вершина **e3** получает постоянную пометку **l(e3) = 1+, p = e3.**

V/V	1	2
e1	0+	
e2	∞	2
e3	∞	1+
e4	∞	∞
e5	∞	∞
e6	∞	4
e7	∞	∞
e8	∞	∞
e9	∞	5
e10	∞	5
e11	∞	5
e12	∞	∞

1. $\Gamma e_3 = \{e_1, e_7, e_{10}\}$. Временные пометки имеют $e_7, e_{10}:$

$$l(e_7) = \min [\infty, 1 + 3] = 4;$$

$$l(e_{10}) = \min [5, 1 + 2] = 3.$$

2. $l(e_i+) = \min [l(e_i)] = l(e_2) = 2.$

3. Вершина **e2** получает постоянную пометку **l(e2) = 2+, p = e2.**

V/V	1	2	3
e1	0+		
e2	∞	2	2+
e3	∞	1+	
e4	∞	∞	6
e5	∞	∞	7
e6	∞	4	4
e7	∞	∞	4
e8	∞	∞	6
e9	∞	5	5
e10	∞	5	3
e11	∞	5	5
e12	∞	∞	4

1. $\Gamma e_2 = \{e_1, e_4, e_5, e_6, e_8, e_{10}, e_{12}\}$.

Временные пометки имеют $e_4, e_5, e_6, e_8, e_{10}, e_{12}$: $l(e_{10}) = \min [3, 2 + 5] = 3$.

2. $l(e_i+) = \min [l(e_i)] = l(e_{10}) = 3$.

3. Вершина **e10** получает постоянную пометку **l(e10) = 3+, p = e10**.

V/V	1	2	3	4
e1-e3
e4	∞	∞	6	6
e5	∞	∞	7	7
e6	∞	4	4	4
e7	∞	∞	4	4
e8	∞	∞	6	6
e9	∞	5	5	4
e10	∞	5	3	3+
e11	∞	5	5	5
e12	∞	∞	4	4

1. $\Gamma e_{10} = \{e_1, e_2, e_3, e_6, e_9\}$. Временные пометки имеют e_6, e_9 :

$$l(e_6) = \min [4, 3 + 2] = 4;$$

$$l(e_9) = \min [5, 3 + 1] = 4.$$

2. $l(e_i+) = \min [l(e_i)] = l(e_6) = 4$.

3. Вершина **e6** получает постоянную пометку **l(e6) = 4+**, $p = e_6$.

V/V	1	2	3	4	5
e4	∞	∞	6	6	6
e5	∞	∞	7	7	7
e6	∞	4	4	4	4+
e7	∞	∞	4	4	4
e8	∞	∞	6	6	6
e9	∞	5	5	4	4
e11	∞	5	5	5	5
e12	∞	∞	4	4	4

1. $\Gamma e_6 = \{e_1, e_2, e_4, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}\}$. Временные: $e_4, e_7, e_8, e_9, e_{11}$:

$$l(e_7) = \min [4, 4 + 2] = 4;$$

$$l(e_8) = \min [6, 4 + 2] = 6;$$

$$l(e_9) = \min [4, 4 + 2] = 4.$$

2. $l(e_i+) = \min [l(e_i)] = l(e_7) = 4$.

3. Вершина **e7** получает постоянную пометку **l(e7) = 4+**, $p = e_7$.

Далее, поскольку несколько вершин имеют минимальное значение 4, алгоритм последовательно закрепит их)

1. Вершина **e9** получает постоянную пометку **l(e9) = 4+** (так как $l(e_9) = 4$ и новых путей короче нет).

2. Вершина **e12** получает постоянную пометку $l(e12) = 4+$ (из итерации 3 через $e2: 2 + 2 = 4$).

V/V	5	6	7	8	9 (e11)	10 (e4)	11 (e5)	12 (e8)
e4	6	6	6	6	6	6+		
e5	7	7	7	6	6	6	6+	
e7	4	4+						
e8	6	6	6	6	6	6	6	6+
e9	4	4	4+					
e11	5	5	5	5	5+			
e12	4	4	4	4+				

1. Уточняем пути через закрепленные вершины:

- Через $e_{12}(4)$: $l(e_4) = \min [6, 4 + 2] = 6$; $l(e_5) = \min [7, 4 + 2] = 6$.
 - Через $e_7(4)$: $l(e_{11}) = \min [5, 4 + 2] = 5$.
2. $l(e_{11}+) = 5$ — вершина **e11** получает пометку **5+**.
3. Уточняем через $e_{11}(5)$: $l(e_4) = \min [6, 5 + 2] = 6$.
4. Оставшиеся вершины e_4, e_5, e_8 имеют пометку **6**. Закрепляем их по очереди.

Итоговая таблица кратчайших путей:

Вершина	Расстояние от e1	Путь (пример)
e1	0	-
e2	2	e1-e2
e3	1	e1-e3
e4	6	e1-e2-e12-e4
e5	6	e1-e2-e12-e5
e6	4	e1-e6
e7	4	e1-e3-e7
e8	6	e1-e2-e8
e9	4	e1-e3-e10-e9
e10	3	e1-e3-e10
e11	5	e1-e11
e12	4	e1-e2-e12

Все метки стали постоянными. Конец алгоритма.