Congettura

March 5, 2017

C'è una categoria $\mathbf{C}\#\mathbf{D}$ avente per oggetti quelli di $\mathbf{C} \times \mathbf{D}$, e dove $(C, D) \to (C', D')$ una successione finita

$$(C, D) \leftrightarrows (C_0, D_0) \leftrightarrows (C_1, D_1) \leftrightarrows \cdots \leftrightarrows (C_n, D_n) \leftrightarrows (C', D')$$

dove le frecce superiori formano una stringa $C \leftarrow C_0 \leftarrow \dots C_n \leftarrow C'$ e le frecce inferiori formano una stringa $D \to D_0 \to \cdots \to D_n \to D'$. Ora, $\#\colon \mathbf{Cat} \times \mathbf{Cat} \to \mathbf{Cat}$ da luogo a una struttura monoidale, avente per identit la categoria terminale. $\mathbf{C}\#\mathbf{D}$ soddisfa la seguente propriet universale:

> $\mathcal{X} = \mathbf{C}\#\mathbf{D}$ is equipped with two families of functors $\{F_C\colon \mathbf{D} \to \mathcal{X}\}_{C \in \mathrm{Ob}_{\mathbf{C}}}$, and $\{G_D\colon \mathbf{C} \to \mathcal{X}\}_{D \in \mathrm{Ob}_{\mathbf{D}}}$ such that $F_C(D) = G_D(C)$ for any $(C, D) \in \mathrm{Ob}_{\mathbf{C}\times\mathbf{D}}$, and universal among these.

A cosa corrisponde in **Pos** (guardata come sottocategoria di **Cat**) questa struttura monoidale? (Risp.: non all'ordine lessicografico: quest'ultimo non è simmetrico, mentre $P\#Q \cong Q\#P$).