

## GeoGebra: esercitazioni di geometria analitica, sulle funzioni e famiglie di funzioni (con l'uso di slider)

GeoGebra è un software di matematica dinamica per la didattica, che comprende geometria, algebra, analisi, statistica e altro.

Oltre a costruire oggetti in modo interattivo tramite le caselle di strumenti, in GeoGebra è possibile inserire direttamente equazioni e coordinate nella barra di inserimento. GeoGebra quindi consente la gestione contemporanea di variabili, numeri, punti, ... anche tramite la barra di inserimento.

GeoGebra ha molti strumenti di geometria analitica e dedicati alle funzioni. In queste esercitazioni si propone di usare lo **slider** (cursore, serve per fare variare un parametro) che permette varie esplorazioni dinamiche, in particolare di famiglie di curve e di funzioni.

In queste esercitazioni conviene usare la vista di default di Algebra con GeoGebra (finestre: **Vista Algebra** e **Vista Grafica**). Talvolta si userà la **Vista Foglio di calcolo**.

Eseguire le seguenti costruzioni e salvare i file.

1) Inserire uno slider (cursore); chiamarlo  $m$ ; disegnare le rette di equazione  $y=mx$  (scrivere nella riga di inserimento l'equazione  $y=m \cdot x$ ). Trascinare lo slider. Usare la traccia della retta e trascinare lo slider. Come useresti questo file per insegnare la retta nel piano cartesiano, il significato di pendenza (coefficiente angolare)? Costruire una scheda didattica da usare in classe.

2) Creare due slider ( $m$  e  $q$ ) e fare il grafico dell'equazione  $y=mx+q$ . Selezionare la traccia della retta. Far variare  $m$ ; far variare  $q$ . Notare i due tipi di fasci di rette (proprio oppure improprio).

3) Visualizzare un sistema lineare formato da due equazioni nel piano cartesiano. Usare sei slider e disegnare il grafico di  $ax+by+c=0$  e  $a'x+b'y+c'=0$ . Trascinare  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$  ed esplorare i casi possibili.

4) Usare tre slider (chiamarli  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , come proposto da GeoGebra). Disegnare il grafico di  $y=a \cdot x^2+b \cdot x+c$  (scrivere questa equazione nella riga di inserimento). Far variare  $a$ , poi  $b$  e infine  $c$ . Significato dei tre coefficienti  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Come useresti questo file per proporre in classe lo studio delle funzioni quadratiche? Costruire una scheda didattica da usare in classe.

5) Usare tre slider (chiamarli  $a$ ,  $h$ ,  $k$ ). Disegnare la curva di equazione  $y=a(x-h)^2+k$ . Far variare  $h$ ,  $k$ ,  $a$ . Cosa rappresenta il parametro  $h$ ? Cosa rappresenta il parametro  $k$ ? Che tipo di trasformazioni geometriche ci sono in gioco? Qual è il significato di  $a$ ? Costruire una scheda didattica da usare in classe.

6) Disegnare ora la funzione  $f(x)=x^2$  e la funzione  $g(x)=x^{(1/2)}$ . Scrivere le loro equazioni nella riga di inserimento. Che cosa si osserva dal grafico? La funzione  $f(x)$  è invertibile? È iniettiva? Usare l'istruzione `se(<condizione>, <allora>)`, per restringere la funzione  $f(x)$  al dominio  $x \geq 0$ . Scrivi nella riga di inserimento di GeoGebra: `se(x >= 0, x^2)`. Che cosa si nota nel grafico? Disegna la retta di equazione  $y=x$ . Che cosa si nota nel grafico di  $f(x)=\text{se}(x \geq 0, x^2)$  e di  $g(x)$ .

7) Applica lo stesso procedimento visto in precedenza alla funzione  $f(x)=x^3$  e alla funzione  $g(x)=x^{(1/3)}$ . Questa volta che cosa si osserva? Disegna la retta di equazione  $y=x$ .

8) Usare il foglio di calcolo (inserisci>vista foglio di calcolo) per costruire la progressione dei capitali al tasso di interesse composto del 5%; capitale iniziale di 1000 euro. Rappresentare i punti  $(n, C(n))$  al variare di  $n$ , con  $n$  che da 0 a 20. Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (progressione geometrica e grafico, discreto, di questa progressione geometrica).

9) Costruire uno slider da chiamare " $a$ " (con  $a$  che varia da 0.001 a 10). Scrivere nella riga di inserimento  $f(x)=a^x$ . Trascinare lo slider  $a$ . Osservare il grafico e descrivere le sue proprietà al variare di  $a$ . La funzione  $f(x)$  è sempre invertibile? Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni esponenziali).

10) Costruire uno slider da chiamare  $a$  (con  $a$  che varia da 0.001 a 10). Scrivere nella riga di inserimento  $f(x)=a^x$ . Trascinare lo slider  $a$ . Osservare il grafico e descrivere le sue proprietà al variare di  $a$ . Disegnare la retta tangente nel punto  $A(0,1)$  e trovare la sua pendenza. Trascinare lo slider  $a$  in modo che la pendenza di questa retta tangente nel punto  $A(0,1)$  sia 1. Qual è la base della funzione esponenziale in questo caso?

11) Disegnare il grafico della funzione  $f(x)=e^x$ ; esplorare le sue proprietà. Visualizzare la retta tangente nel punto  $A(0,1)$ . Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni esponenziali).

12) Usare il foglio di calcolo. Inserire sulla prima colonna i numeri naturali da 1 a 100. Nella seconda colonna inserire la formula  $(1+1/n)^n$ , come si fa in Excel. Si scrive nella cella  $=(1+1/A2)^{A2}$ , se il numero  $n$  è memorizzato nella cella A2. Copiare la formula verso il basso. Cambiare eventualmente il numero di cifre da visualizzare (Opzioni>Arrotondamento>5 cifre decimali). Selezionare le due colonne (con  $n$  che va da 1 a 100) e usare lo strumento "Lista di punti". Osservare il grafico ottenuto (cambiare la scala sull'asse delle ascisse) e infine disegnare la retta  $y=e$ . Che cosa si osserva?

13) Costruire uno slider da chiamare  $a$  (con  $a$  che varia da 0.001 a 10). Scrivere nella riga di inserimento  $f(x)=\log(a,x)$ . Trascinare lo slider  $a$ . Osservare il grafico. Attivare la traccia del grafico. Disegnare nello stesso sistema la funzione  $g(x)=a^x$ . Disegnare la retta  $y=x$ . Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni logaritmiche). Disegnare la funzione  $f(x)=\ln(x)$ ; esplorare le sue proprietà. Disegnare nello stesso grafico la funzione  $g(x)=e^x$ .

14) Costruire uno slider da chiamare  $a$  (con  $a$  che varia da 0 a 5). Inserire nella riga di inserimento  $a*\sin(x)$ . Trascinare lo slider  $a$ . Osservare il grafico. Qual è il periodo? Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni sinusoidali).

15) Costruire due slider da chiamare  $a$  e  $\omega$  (con  $\omega$  che varia da 0 a 10). Inserire nella riga di inserimento  $a*\sin(\omega x)$ . Trascinare lo slider  $\omega$ . Osservare il grafico. Qual è il periodo? Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni sinusoidali).

16) Costruire tre slider da chiamare  $a$ ,  $\omega$  (con  $\omega$  che varia da 0.01 a 10) e  $k$ . Inserire nella riga di inserimento  $a*\sin(\omega x)+k$ . Trascinare lo slider  $k$ . Osservare il grafico. Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni sinusoidali).

17) Costruire quattro slider da chiamare  $a$ ,  $\omega$  (con  $\omega$  che varia da 0.01 a 10),  $\phi$  e  $k$ . Inserire nella riga di inserimento  $a*\sin(\omega x-\phi)+k$ . Trascinare lo slider  $\phi$ . Osservare il grafico. Cosa provoca il parametro  $\phi$ ? Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni sinusoidali).