Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Matematica ''Tullio Levi-Civita''

Metodologie e tecnologie didattiche per l'insegnamento della matematica nella scuola secondaria

Argomentare, congetturare e dimostrare

Software di geometria dinamica (AGD)
Problemi presentati in forma aperta - Problemi di costruibilità - La discussione matematica

24 maggio 2019

A cura di Luigi Tomasi

1

Il tema della argomentazione e della dimostrazione

Argomentare, congetturare e dimostrare (ACD) era uno dei nuclei trasversali della proposta di curricolo contenuta in **Matematica 2003.**

E' un tema molto importante e una parte essenziale della matematica.

L'educazione all'argomentazione è un obiettivo didattico per il quale la matematica è chiamata a dare il suo contributo fondamentale.

2

Il tema dell'argomentazione e della dimostrazione

A livello educativo c'è differenza tra argomentazione e dimostrazione.

Mentre di **argomentazione** si parla fin dai primi cicli scolari ed è un obiettivo trasversale a diverse discipline e a diversi ambiti, ad esempio anche nell'area storico-umanistica (vedi **Indicazioni nazionali**/**Linee guida**)

di **dimostrazione** si parla solo nella scuola secondaria di II grado e soltanto in matematica.

(vedi cap. 8, pag. 119, *Didattica della Matematica*)

La dimostrazione non dovrebbe essere confinata solo alla geometria

Attenzione: la dimostrazione non deve essere confinata solo nella geometria (come succede per esempio in alcuni tipi di scuola).

La dimostrazione riguarda tutti i temi di matematica del curricolo della Scuola secondaria di II grado:

-Aritmetica e algebra

-Geometria

-Relazioni e funzioni

-Dati e previsioni

Difficoltà degli studenti di scuola superiore a produrre dimostrazioni

Di solito gli allievi leggono e ripetono delle dimostrazioni (quelle richieste dagli insegnanti).

Ma produrre una dimostrazione è una cosa diversa!

Richiede un lavoro didattico specifico (e graduale) dell'insegnante sulla dimostrazione.

Di solito gli studenti non sentono il bisogno intrinseco di produrre una dimostrazione…

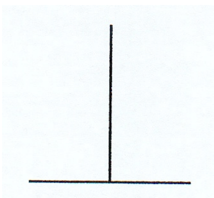
Affrontano la dimostrazione solo perché è richiesta dall'insegnante… e molto spesso pensano che si vogliano dimostrare delle proposizioni «evidenti». Dicono spesso (e lo pensano): «si vede»…

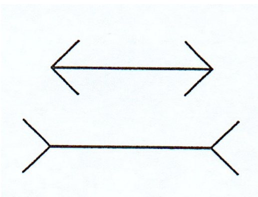
5

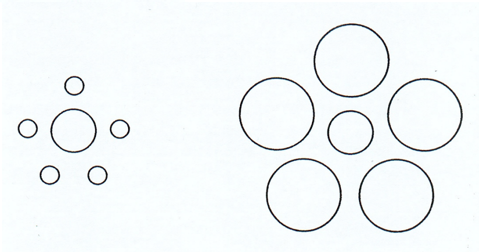
Non basta «vedere»

Paradossi della visione: non basta «vedere»!

La visione e il contesto: psicologia della Gestalt





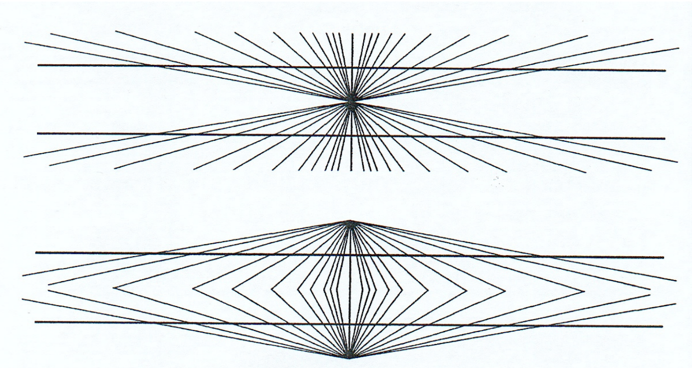


6

Vedere oltre l’apparenza

Paradossi della visione: non basta «vedere»!

La visione e il contesto: psicologia della Gestalt

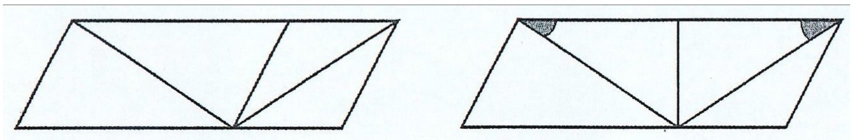


7

Vedere oltre l’apparenza

Paradossi della visione: non basta «vedere»!

La visione e il contesto: psicologia della Gestalt



8

Il metodo ipotetico deduttivo

- Uno degli aspetti che caratterizza la matematica nella cultura occidentale è la sua organizzazione in teoria **ipotetico-deduttiva**, ovvero in definizioni, assiomi e teoremi.
- Il **metodo deduttivo** è al tempo stesso un modo per organizzare il sapere matematico ed anche un modo di comunicare tale sapere tramite la dimostrazione.
- Le conoscenze matematiche sono state acquisite e trasmesse come verità delle quali non era possibile dubitare perché corredate da una stringente argomentazione: **una dimostrazione.**

9

Il metodo ipotetico deduttivo

- Questo però non significa che le idee matematiche siano state scoperte in questo modo…
- E nemmeno che la matematica debba essere insegnata con questo metodo.
- Il metodo deduttivo è da sempre un elemento che caratterizza il sapere matematico (almeno da Euclide, *Elementi*, III sec. a.C.).
- Anche quando l'accento viene posto sugli aspetti euristici, non è possibile fare a meno di sottolineare **la natura teorica della matematica.**

10

Una citazione

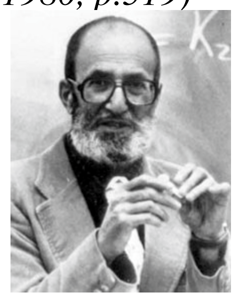
Riportiamo questa citazione di un matematico statunitense (di origine ungherese) riguardo alla matematica:

"In che cosa consiste veramente la matematica?
Assiomi (come il postulato della parallela)?
Teoremi (come il teorema fondamentale dell'algebra)?
Dimostrazioni (come la dimostrazione di indecidibilità di Gödel)?
Definizioni ? …

11

La matematica di sicuro non esisterebbe senza questi "ingredienti"; essi sono essenziali.
Non di meno è ragionevole sostenere che nessuno di loro ne costituisce il cuore, perché lo scopo principale di ogni matematico è ***risolvere problemi****:*
per questo, ***problemi e soluzioni*** *sono* ***la reale essenza della matematica."*** *(Halmos, 1980, p.519)*

Paul R. Halmos
(1916 - 2006)



12

Spiegare, argomentare, dimostrare

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado

- Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.
- Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.
- Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).
- Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.

13

Spiegare, argomentare, dimostrare

Istituti tecnici e professionali - LINEE GUIDA – primo biennio

…*padroneggiare il linguaggio formale e i procedimenti dimostrativi della matematica*

<u>Geometria</u>

(Conoscenze) Gli enti fondamentali della geometria e il significato dei termini postulato, assioma, definizione, teorema, dimostrazione. Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. Le principali figure del piano e dello spazio.

… Teoremi di Euclide e di Pitagora.

Teorema di Talete e sue conseguenze. Le principali trasformazioni geometriche e loro invarianti (isometrie e similitudini). Esempi di loro utilizzazione nella dimostrazione di proprietà geometriche.

(Abilità) Comprendere dimostrazioni e sviluppare semplici catene deduttive.

14

Spiegare, argomentare, dimostrare

Istituti tecnici e professionali - LINEE GUIDA – triennio

…padroneggiare il linguaggio formale e i procedimenti dimostrativi della matematica

(Conoscenze)

Connettivi e calcolo degli enunciati. Variabili e quantificatori.

Ipotesi e tesi. Il principio d'induzione.

(Abilità)

Dimostrare una proposizione a partire da altre.

15

Spiegare, argomentare, dimostrare

Licei - LINEE GENERALI E COMPETENZE

- …Di qui i gruppi di concetti e metodi che saranno obiettivo dello studio:

1) gli elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio entro cui prendono forma i procedimenti caratteristici del pensiero matematico (definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, assiomatizzazioni);…

7) una chiara visione delle caratteristiche dell'approccio assiomatico nella sua forma moderna e delle sue specificità rispetto all'approccio assiomatico della geometria euclidea classica;

16

Spiegare, argomentare, dimostrare

Licei - LINEE GENERALI E COMPETENZE

…

8) una conoscenza del principio di induzione matematica e la capacità di saperlo applicare, avendo inoltre un'idea chiara del significato filosofico di questo principio ("invarianza delle leggi del pensiero"), della sua diversità con l'induzione fisica ("invarianza delle leggi dei fenomeni") e di come esso costituisca un esempio elementare del carattere non strettamente deduttivo del ragionamento matematico.

17

Il principio di induzione

- Esempio (dove occorre usare il principio di induzione)

  $1+2+3+\ldots+(n-2)+(n-1)+n = n(n+1)/2$
- L'aneddoto su Gauss bambino (Trovare la somma dei primi 100 numeri naturali:

  $1+2+3+ \ldots +99+100$
- Il **principio** di induzione è un teorema o un assioma? Perché si usa la parola «principio»?

18

Spiegare, argomentare, dimostrare

Licei - LINEE GENERALI E COMPETENZE

…L'ampio spettro dei contenuti che saranno affrontati dallo studente richiederà che l'insegnante sia consapevole della necessita di un buon impiego del tempo disponibile. Ferma restando l'importanza dell'acquisizione delle tecniche, verranno evitate dispersioni in tecnicismi ripetitivi o casistiche sterili che non contribuiscono in modo significativo alla comprensione dei problemi.

L'approfondimento degli aspetti tecnici, sebbene maggiore nel liceo scientifico che in altri licei, non perderà mai di vista l'obiettivo della comprensione in profondità degli aspetti concettuali della disciplina.

L'indicazione principale è: pochi concetti e metodi fondamentali, acquisiti in profondità.

(+ obiettivi specifici di apprendimento: *individuateli voi sulle Indicazioni nazionali*)

19

Spiegare, argomentare, dimostrare

Anche se è consuetudine *confinare* le dimostrazioni alla geometria sintetica, non è questo che è richiesto dalla normativa: spiegare, argomentare (dimostrare) deve diventare un'abitudine in tutti gli ambiti.

Tra questi, l'aritmetica e l'algebra offrono spunti interessanti.

20

Una citazione, da Efraim Fischbein

Secondo Efraim Fischbein (1920 - 1999) **ogni attività in campo matematico** comprende tre livelli:

- ***livello formale***: riguarda la struttura logico deduttiva della disciplina (ad es. gli assiomi di una teoria ne sono il risultato finale);
- ***livello algoritmico***: riguarda l'apparato strumentale (per esempio operazioni e risoluzioni,…);
- ***livello intuitivo***: riguarda la dinamica mediante la quale un soggetto accetta un enunciato matematico come cosa evidente e certa.

Si pone il problema del rapporto tra **intuizione** (livello intuitivo) e **dimostrazione** (livello algoritmico e formale).

21

Dimostrazione e insegnamento

Molto si è discusso e si discute nell'ambito della didattica della matematica a proposito del metodo deduttivo, e delle dimostrazioni in particolare.

Le opinioni in proposito sono talvolta molto discordanti: resta il fatto che in alcuni paesi, ad esempio nel Nord America, le dimostrazioni ed in genere il metodo deduttivo sono diventate sempre meno importanti all'interno del curriculum di matematica.

Anche per quanto riguarda l'Italia, la pratica comune sembra essersi orientata verso il progressivo abbandono di un approccio deduttivo.

(M. Alessandra Mariotti)

22

Dimostrazione:
solo in geometria?

Il problema della dimostrazione e di un approccio deduttivo riguarda tutta la matematica, anche se tradizionalmente sembra essere stato confinato al campo geometrico; la nostra esperienza riguarda ancora una volta l'ambito geometrico, ma non per questo vuole sostenere una priorità di questo ambito rispetto alla problematica della dimostrazione. Senza nulla togliere alla generalità del problema, è nostra intenzione mettere in luce la specificità della geometria rispetto al problema della dimostrazione.

(M. Alessandra Mariotti)

23

Il problema didattico della dimostrazione

Punti nodali:

- difficoltà di motivare gli allievi (di scuola secondaria di II grado) al *dimostrare*
- difficoltà di distinguere tra *argomentazione* (generalmente intesa) e *dimostrazione matematica*.

24

Il problema didattico della dimostrazione

Per quanto riguarda le motivazioni che possono essere legate alla dimostrazione, due sono i motivi fondamentali:

- Un certo fatto, ***è vero***?
- ***Perché*** un certo fatto *è* ***vero***?

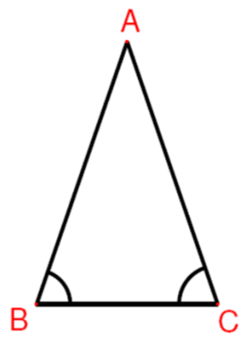
25

Il problema della dimostrazione

2- motivare gli allievi al *dimostrare*

"Dato un triangolo isoscele, gli angoli alla base sono uguali".

Che necessità avverte lo studente di convincere se stesso di una supposta verità, per esempio in questo teorema della geometria?



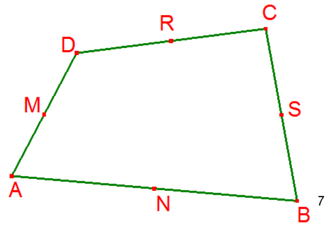
26

Il problema della dimostrazione uso dei problemi aperti in un AGD

1- motivare gli allievi al *dimostrare*

Diverso è forse il caso di un problema (da presentare in forma aperta → problem posing) proposto in questo modo (un certo fatto, *è vero?*) :

"Unendo successivamente i punti medi dei lati di un quadrilatero qualsiasi, si ottiene ....



7

Il problema della dimostrazione

Argomentare

"L'argomentazione ha come obiettivo di modificare la natura o il grado di convinzione di un interlocutore, in modo da ottenere che egli accetti o rifiuti tale fatto" (Raymond Duval, IUFM, Lille)

Si vuole cioè convincere l'altro della *verità* di un fatto, di una affermazione.

Raymond Duval

28

Il problema della dimostrazione

Dimostrare

La dimostrazione ha come obiettivo di fornire una prova di ***validità*** *di un fatto,* ***all'interno*** *di un ben definito* ***quadro teorico****.*

Questo significato *si applica specificamente alla matematica*, perché in tutte le altre discipline scientifiche quel che si richiede agli enunciati è di essere veri (ma non si richiede che siano validi nel senso detto sopra).

29

Il problema della dimostrazione

Dimostrare

Quando si vuole pertanto trattare un sistema deduttivo, ci sono due aspetti rilevanti tra loro interconnessi da considerare:

da una parte, l'idea di **dimostrazione**, dall'altra l'idea di **teoria** (intendendo questo termine generalmente: quindi un qualsiasi sistema teorico, che però può essere sia globale che locale).

La dimostrazione infatti prende senso dalla teoria e quest'ultima deriva dalle dimostrazioni che la riguardano; così un approccio deduttivo presenta due tipi di problemi di senso legati:

il senso della ***dimostrazione*** *e il senso della* ***teoria****.*

30

Il problema della dimostrazione

Dimostrare

Distinzione tra *verità*, *validità*, *convinzione*.

"Dal punto di vista didattico sarebbe grave errore sottovalutare la complessità del sistema di relazioni che lega la *verità di un enunciato*, la sua *validità* all'interno di una teoria e il suo *livello di accettazione* da parte di un singolo"

(*Maria Alessandra Mariotti, Università di Siena*)

31

Il problema della dimostrazione

Approccio empirico
e
approccio deduttivo

Su questi approcci ci sono state e ci sono:

- varie posizioni nel tempo
- varie posizioni nei diversi Paesi
- varie posizioni nei vari ordini di scuola (ad es. tra scuola secondaria di I grado e scuola secondaria di II grado)
- varie posizioni nei vari indirizzi di scuola.

32

Il problema della dimostrazione

Approccio ***empirico***

-accezione restrittiva: “fare la matematica, e quindi anche la geometria, che serve”;

- accezione più larga: limitare l’insieme dei teoremi della geometria da fare, escludendo la sistematizzazione logica.

33

Il problema della dimostrazione

Approccio ***deduttivo***

Problema principale: una geometria deduttiva, senza la solida base intuitiva, che nasce dall’esperienza della realtà fisica, è del tutto priva di significato.

Una geometria intuitiva, però, non si riorganizza spontaneamente in una teoria ben organizzata, deduttiva.

34

Il problema della dimostrazione

Approccio ***deduttivo***

All'uscita della scuola secondaria di I grado ("scuola media"):

bagaglio di conoscenze geometriche di termini, proprietà, fatti di norma *evidenti* e *concreti*, ricavati da "osservazioni", ed eventualmente seguiti da "giustificazioni" per convincere gli allievi della loro verità ed evidenza.

35

Il problema della dimostrazione

Problema:

come gestire la delicata relazione tra la base di conoscenze geometriche intuitive degli allievi e un nuovo approccio a queste conoscenze secondo una prospettiva teorica?

Gli aspetti rilevanti interconnessi sono i seguenti:

- l'idea di dimostrazione
- l'idea di teoria

36

Il problema della dimostrazione

Una proposta operativa

Per costruire il senso della dimostrazione e il senso della teoria possono essere particolarmente utili:

- *il contesto di un software di geometria dinamica;*
- *la cultura della "discussione matematica in classe*".

37

Il problema didattico della dimostrazione

Con un software di geometria "viene aggiunta una nuova dimensione allo spazio grafico come mezzo per la geometria: il movimento".

Questo è ottenuto mediante la *funzione di trascinamento*, che fa variare le figure, ma ne mantiene immutate le relazioni.

38

Il problema della dimostrazione

"Il senso delle figure di GeoGebra consiste nel concepire una figura in termini delle sue *proprietà geometriche caratterizzanti* e accettare la funzione di trascinamento come *elemento integrante* della sua definizione.

La conquista di questo senso ha come immediata conseguenza che *l'attenzione si sposti* naturalmente dal *prodotto* al *processo* utilizzato per ottenerlo."

(Maria Alessandra Mariotti, Università di Siena)

39

Il problema della dimostrazione

Le costruzioni geometriche

"Una costruzione geometrica consiste in una procedura che, attraverso l'uso di strumenti specifici e seguendo regole stabilite, produca un disegno. Una costruzione si considera valida se gli strumenti sono stati utilizzati rispettando le regole stabilite"

(M. Alessandra Mariotti)

Il caso dei "problemi impossibili" (con riga e compasso).

40

Il problema della dimostrazione

Le costruzioni geometriche

- Strumenti e regole corrispondono ad assiomi e teoremi di una teoria;
- ad ogni costruzione corrisponde uno specifico teorema;
- il teorema stabilisce le relazioni tra gli elementi di una figura geometrica, rappresentata dal disegno, e in tal modo *valida* la costruzione.

41

Il problema della dimostrazione

Le costruzioni geometriche

- Nella percezione comune, un problema di costruzione è un problema pratico, la cui geometria viene verificata empiricamente
- Nell'approccio teorico al problema di costruzione, la difficoltà maggiore sta nel considerare la *procedura*, piuttosto che il *prodotto*.

42

Il problema della dimostrazione

GeoGebra come micromondo geometrico

- Le primitive del software corrispondono agli oggetti e alle proprietà base della geometria euclidea.
- La dinamica della manipolazione delle figure corrisponde ad uno specifico criterio di validazione interno al sistema di tali proprietà.

43

Il problema della dimostrazione

Il compito di costruzione

Ipotesi di lavoro: *far evolvere l'idea di costruzione in ambiente di geometria dinamica in idea di costruzione teoricamente fondata, ossia di* ***teorema****.*

Le due consegne:

- fornire una procedura per ottenere un disegno – figura di Cabri (o di GeoGebra)
- fornire una giustificazione per la correttezza di tale costruzione.

44

Il problema della dimostrazione

Sviluppare il significato di giustificazione

Dalla giustificazione alla validazione

Le fasi:

- descrizione della soluzione
- giustificazione della soluzione
- giustificazione in base a regole stabilite

45

Il problema della dimostrazione

Giustificare e validare all'interno di un sistema teorico

- Durante le sperimentazioni si è dunque cercato di attuare un "piano" per permettere agli allievi di passare dalla necessità generale di **giustificare** all'idea di **validare** all'interno di un sistema teorico; tale piano è articolato nei seguenti passi:
- Descrizione della soluzione: si incomincia con la verbalizzazione da parte degli allievi del ragionamento seguito nella soluzione. Il primo obiettivo è dunque comunicare agli altri e all'insegnante il proprio ragionamento e coerentemente farlo in modo comprensibile.

46

Il problema della dimostrazione

Giustificazione della soluzione

- Le soluzioni proposte sono in seguito discusse collettivamente. Dalla discussione emerge la necessità di rendere accettabile la propria costruzione.
- Non è più sufficiente fornire una descrizione comprensibile ma serve dare una soluzione difendibile nella discussione collettiva.
- In questa fase, accettato il criterio di validazione del trascinamento, il cercare una giustificazione sposta l'attenzione sulla procedura seguita; l'intenzione è quindi quella di dare una giustificazione della procedura seguita.

47

Il problema della dimostrazione

Giustificazione in base a regole stabilite

- Per difendere la propria costruzione è necessario mostrare che essa rispetta delle regole stabilite.
- Quindi serve **stabilire delle regole**, si deve essere cioè giunti a stabilire, in seguito a un confronto interno alla classe, un accordo riguardo alle operazioni da accettare; e sarà su queste che verrà giudicato l'operato di ogni allievo e dell'insegnante.

48

Il problema della dimostrazione

Stabilire delle regole e scegliere degli assiomi per il “micromondo” GeoGebra

Nelle sperimentazioni si è pensato di utilizzare l’ambiente GeoGebra introducendo gradualmente gli allievi a una geometria deduttiva facendo in modo che la “logica del software” si sviluppasse pari passo con lo studio della teoria geometrica: facendo in modo che ad ogni comando di GeoGebra corrispondesse un teorema o una proprietà accettabile nella teoria, e viceversa.

49

Il problema della dimostrazione

Regole, assiomi e software di geometria

L’uso di GeoGebra permette di “tarare” l’ambiente di geometria dinamica (AGD) a disposizione in funzione degli obiettivi:

1 - inizio con un menu ridotto: la scelta degli assiomi

2 - Introduzione successiva di comandi, in seguito a nuovi teoremi dimostrati e accettati: negoziazione con la classe tramite “discussioni matematiche”.

50

Il problema della dimostrazione

Discussioni matematiche

Il ruolo della discussione nell'introduzione all'idea di dimostrazione:

conflitto tra

- funzione argomentativa, centrata su valori di verità
- e funzione di validazione, centrata sullo statuto teorico delle proposizioni in gioco

51

Il problema della dimostrazione

Discussioni matematiche

Questa può avere obiettivi diversi:

- determinare il valore di un certo fatto – enunciato nella costruzione della teoria;
- determinare la correttezza di un'argomentazione secondo criteri stabiliti

52

Il problema della dimostrazione

Discussioni matematiche

Ecco le fasi possibili:

- Osservazione empirica (congettura)
- Argomentazione
- Dimostrazione

53

Il problema della dimostrazione

Discussioni matematiche

A queste corrispondono le domande:

- Il disegno è corretto?
- La procedura è corretta?
- Il teorema è valido?

54

Il problema della dimostrazione

Conclusione

Lo status teorico del problema di costruzione risulta possibile perché l'utilizzo di *GeoGebra* permette la creazione di un micromondo che:

- realizza una oggettivazione di una teoria
- è esterno al soggetto che apprende, ma gli è accessibile, attraverso la funzione di trascinamento
- è indipendente dall'insegnante e dalla sua autorità.

55

Il problema della dimostrazione

Conclusione

"Ricordiamo però il contributo insostituibile dell'insegnante, in quanto i suoi interventi guidano la discussione verso obiettivi specifici, e determinano l'evoluzione del significato di giustificazione, introducendo gli allievi al mondo teorico della geometria".

M. Alessandra Mariotti

56

Bibliografia

A. Baccaglini-Frank, P. Di Martino, R. Natalini, G. Rosolini, *Didattica della matematica*, Mondadori, Milano 2018 (vedere il capitolo 8 e il capitolo 10, AGD).

Un riferimento per un inquadramento generale sul problema è a:

- B. D'Amore, *Didattica della matematica,* Pitagora, Bologna 2001 vedi il capitolo 8 su *Intuizione e dimostrazione.*
- M. A. Mariotti, *Introduzione alla dimostrazione all'inizio della scuola secondaria superiore* (articolo sulla rivista *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 21B, n. 3, 1998).

57

Alcuni problemi aritmetici

1 – Spiega perché il prodotto di 2 interi consecutivi è sempre un numero pari.

2 – Considera il prodotto di 3 interi consecutivi e determina il loro MCD. È una proprietà che vale in generale? Sai dimostrarlo?

3 – Vero o falso: il prodotto di 2 interi pari consecutivi è sempre un multiplo di 8. Se è vero, spiega perché, se è falso, porta un controesempio.

Questi due successivi, solo per le superiori:

4 – Perché radice di 2 è irrazionale? (dimostrazione classica)

5 – Siamo sicuri che i numeri primi siano infiniti? Come possiamo vederlo? (va benissimo la dimostrazione di Euclide)

58

Alcuni problemi geometrici

6 – Unendo i punti medi dei lati di un quadrilatero qualsiasi, si ottiene un parallelogramma. Perché?

7 – È possibile costruire un triangolo con 2 bisettrici interne perpendicolari? Se sì, costruirne uno, se no, spiegare perché non è possibile. (Qui, può aiutare molto un AGD)

Sapete aggiungerne qualche altro?

59

Alcuni item Invalsi

INSERISCI UNA O PIÙ PAROLE CHIAVE

Cerca

arg

confronto fra argomentazioni

esplicitazione di argomentazioni

giustificazione di argomentazioni

D17. L'insegnante dice: "Prendiamo un numero naturale che indichiamo con *n*. Cosa si può dire del risultato di *n(n-1)*? È sempre pari, oppure sempre dispari, oppure può essere qualche volta pari e qualche volta dispari?". Alcuni studenti rispondono in questo modo:

Roberto: "Può essere sia pari sia dispari, perché *n* è un numero qualsiasi"

Angela: "È sempre dispari, perché *n-1* indica un numero dispari"

Ilaria: "È sempre pari, perché 3×(3-1) fa 6, che è pari"

Chiara: "È sempre pari perché *n* e *(n-1)* sono numeri consecutivi e quindi uno dei due deve essere pari"

Chi ha ragione e fornisce la spiegazione corretta?

☐ A. Roberto

☐ B. Angela

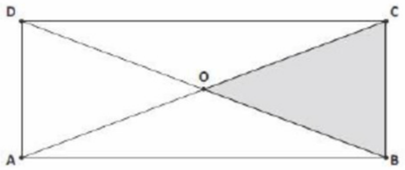
☐ C. Ilaria

☐ D. Chiara

60

Alcuni item Invalsi

E6. **In figura è rappresentato il rettangolo ABCD con le sue diagonali. Se conosci l'area del rettangolo, puoi calcolare l'area del triangolo in grigio?**



A. ☐ No, perché i quattro triangoli di vertice O non sono tutti uguali fra loro

B. ☐ No, perché non conosco le dimensioni del rettangolo

C. ☐ Sì, perché i quattro triangoli di vertice O sono equivalenti

D. ☐ Sì, perché i quattro triangoli di vertice O sono isosceli

Alcuni item Invalsi

E13. **L'insegnante chiede: «Un numero pari, maggiore di 2, si può sempre scrivere come somma di due numeri dispari diversi fra loro?». Qui sotto ci sono le risposte di quattro studenti. Chi dà la risposta esatta e la giustifica correttamente?**

A. ☐ Antonio: Sì, perché la somma di due numeri dispari è un numero pari

B. ☐ Barbara: No, perché 6 = 4 + 2

C. ☐ Carlo: Sì, perché posso scriverlo come il numero dispari che lo precede più 1

D. ☐ Daniela: No, perché ogni numero pari può essere scritto come somma di due numeri uguali fra loro

Alcuni item Invalsi

D21. Queste sono le prime tre figure di una sequenza.

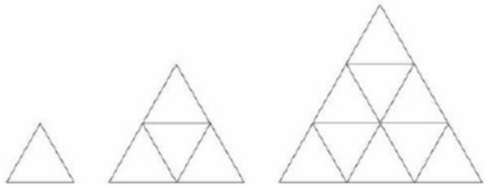


fig. 1 fig. 2 fig. 3 ...

Il lato del triangolo di figura 2 è il doppio di quello di figura 1 e la sua area è quattro volte più grande. Il lato del triangolo di figura 3 è il triplo di quello di figura 1 e l'area è nove volte più grande.

a) Un triangolo formato da 30 triangoli uguali a quello di figura 1 appartiene alla sequenza?

☐ Sì

☐ No

b) Giustifica la tua risposta:

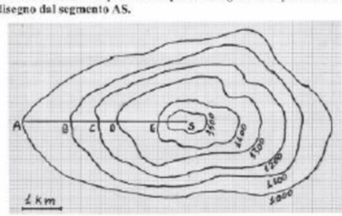
....

....

....

Alcuni item Invalsi

D10. La figura che vedi riporta una rappresentazione semplificata delle linee di livello di una montagna. Le linee di livello uniscono tutti i punti che si trovano alla stessa altitudine. Nella figura il punto A è a 1 000 metri di altitudine e la vetta S della montagna è a 1 600 metri.
Un escursionista va dal punto A al punto S seguendo il percorso indicato nel disegno dal segmento AS.



a. Tra i tratti AB, BC, CD, DE, qual è il più ripido?

☐ A. AB

☐ B. BC

☐ C. CD

☐ D. DE

b. Giustifica la tua risposta.

....

....

....

Alcuni item Invalsi

D11. Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:

Testa Croce

Stabiliscono che:
- se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco;
- se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia;
- se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo.

a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti?

☐ Sì
☐ No

b. Giustifica la tua risposta.

....
....
....

65

Alcuni item Invalsi
2° sup

D13. In un cantiere è stata costruita questa struttura con delle sbarre di ferro tutte uguali tra loro.

a. Quante sbarre sono state usate?

☐ A. 15
☐ B. 18
☐ C. 27
☐ D. 36

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

....
....

66

Alcuni item Invalsi
2° sup

D25. Roberto pensa a un numero intero e lo triplica.

a. Quale di questi numeri NON può essere certamente il risultato dell'operazione?

- ☐ A. 150
- ☐ B. 126
- ☐ C. 75
- ☐ D. 55

b. Giustifica la tua risposta.

....

....

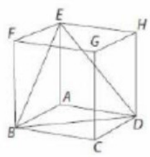
....

....

67

Alcuni item Invalsi
2° sup

D8. La seguente figura rappresenta in prospettiva un cubo che è stato sezionato con il piano passante per i vertici B, D, E.



Marina afferma: "Il triangolo BDE è un triangolo equilatero". Marina ha ragione? Scegli una delle due risposte e completa la frase.

☐ **Sì, perché** ....

....

....

☐ **No, perché** ....

....

....

68

Alcuni item Invalsi
2° sup

D12. La seguente tabella riporta, per alcune regioni, il numero di incidenti stradali verificatisi nell'anno 2010 e la lunghezza della rete stradale in chilometri:

Regioni	Numero di incidenti	Lunghezza della rete stradale (km)
Umbria	4520	6639
Sicilia	10283	20833
Sardegna	5562	12132

Fonte: Elaborazione su dati ACI

a. Basandoti solo sulle informazioni presenti in tabella, in quale delle tre regioni era più rischioso circolare nel 2010?

Risposta: ....

b. Nel 2010 in Italia si sono verificati 292 762 incidenti e la lunghezza della rete stradale italiana era di 303 365 km. Laura afferma che in Sicilia il rischio di incidenti nel 2010 era maggiore di quello che si aveva in Italia nello stesso anno.
Laura ha ragione?

Scegli una delle due risposte e completa la frase.

☐ Laura ha ragione, perché in Sicilia ....

....

....

☐ Laura non ha ragione, perché in Sicilia ....

....

....

69

m@t.abel

http://www.scuolavalore.indire.it/superguida/matabel/