

**Indicazioni nazionali e Linee guida:**  
**i curricoli di Matematica**  
**nella Scuola secondaria**  
I quattro nuclei di contenuto e le tematiche comuni

**10 maggio 2019**

**Luigi Tomasi**

**Curricoli di Matematica e**  
**cambiamenti introdotti**

- In questi ultimi decenni (dal 2000) sono stati approvati in Italia diversi provvedimenti al fine di rinnovare la scuola italiana e introdurre nuovi curricoli, in particolare di Matematica
- Prima di parlare delle Indicazioni curriculari approvate e in particolare di quelle oggi in vigore nelle scuole, è opportuno proporre un sintetico panorama relativo su come si è arrivati a questi nuovi curricoli.

## Scaletta e qualche riferimento

Oltre che alle Indicazioni nazionali/Linee guida/Indicazioni nazionali per il curricolo, si fa riferimento ai seguenti materiali:

- UMI, *Matematica 2001*
- UMI, *Matematica 2003*
- UMI, *Matematica 2004*
- Sito INVALSI [www.invalsi.it](http://www.invalsi.it)
- Sito dell'UMI-CIIM, Proposta di un percorso didattico per il I biennio-scuola sec.II grado  
<http://umi.dm.unibo.it/ciim/>

## Il curriculum di matematica proposto dall'UMI - Unione Matematica Italiana, 2000-2004

I vari curricoli che si sono succeduti nell'avvicinarsi dei Ministri sono stati preceduti da un lavoro realizzato da una Commissione istituita dall'UMI (Unione Matematica Italiana) nell'anno 2000. Di essa facevano parte docenti universitari, esperti in didattica, e docenti di scuola.

## Il curriculum di matematica proposto dall'UMI - Unione Matematica Italiana (2001, 2003, 2004)

- La Commissione aveva il compito di elaborare un curriculum di matematica per la scuola primaria e secondaria adeguato ai mutati bisogni della società, sulla scia di analoghe iniziative promosse da associazioni di matematici in Europa e nel mondo
- Il Progetto curricolare redatto dall'UMI reca il nome di «**Matematica per il cittadino**» e definisce
- *“un corpus di conoscenze e abilità fondamentali, necessarie a tutti coloro che entrano nell'attuale società”.*

## Il curriculum di matematica proposto dall'UMI - Unione Matematica Italiana

A seguito del lavoro della Commissione sono stati pubblicati i tre volumi, disponibili online, «**La Matematica per il cittadino**»

**Matematica 2001**

**Matematica 2003**

**Matematica 2004**

contenenti, oltre i suddetti curricula, numerose attività da svolgere in classe, volte ad illustrare il significato delle scelte operate all'interno del curriculum.

## «La matematica per il cittadino»

<http://umi-ciim.it>

**Un curriculum verticale di  
Matematica, dai 6 ai 19 anni  
per tutti**

**Matematica 2001 (elem+medie)**

**Matematica 2003 (superiori, I-IV)**

**Matematica 2004 (superiori, V)**



## La matematica per il cittadino

<http://umi-ciim.it>



## Il curriculum di matematica proposto dall'UMI-Unione Matematica Italiana: un'idea della matematica

In UMI, *Matematica 2003* si afferma:

- la formazione offerta dal curriculum scolastico non può prescindere dal considerare
- ***“sia la funzione strumentale sia quella culturale della matematica:***
- *strumento essenziale per la comprensione della realtà e dall'altro sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale”.*

## Il curriculum di matematica proposto dall'UMI Nuclei tematici

Esso presenta le competenze matematiche che l'allievo deve acquisire in **quattro nuclei tematici** (o di contenuto) che sono stati chiamati:

### **Scuola primaria**

*Il numero*

*Lo spazio e le figure*

*Le relazioni*

*I dati e le previsioni*

### **Scuola secondaria**

*Numeri e algoritmi*

*Spazio e figure*

*Relazioni e funzioni*

*Dati e previsioni*

## Il curriculum di matematica proposto dall'UMI

### Nuclei di processo

e tre nuclei, detti di processo:

- *Argomentare e congetturare (e dimostrare)*
- *Misurare*
- *Risolvere e porsi problemi.*

I nomi (nuclei tematici) e i verbi (nuclei di processo) tra parentesi si riferiscono ai curricula della Scuola secondaria di II grado.

## Il curriculum di matematica proposto dall'UMI: ha avuto un'influenza fondamentale

- L'iniziativa dell'UMI ha avuto un'influenza fondamentale su tutti i curricula ministeriali.
- Il primo aspetto che balza agli occhi è la suddivisione delle indicazioni per i curricula di matematica varati da tutti i Ministri citati in quattro nuclei che sono gli stessi dei **nuclei tematici** del Curriculum proposto dall'UMI.

### Nuclei tematici nel curriculum di matematica della Scuola secondaria di I grado (2012)

Nella Scuola secondaria di I grado troviamo questi nuclei tematici:

- Numeri
- Spazio e figure
- Relazioni e funzioni
- Dati e previsioni

### Nuclei tematici nel curriculum della Scuola secondaria di II grado (2010)

Nella Scuola Secondaria di II grado troviamo i seguenti nuclei tematici:

- **Aritmetica e algebra**
- **Geometria**
- **Relazioni e funzioni**
- **Dati e previsioni**

Per i primi due nuclei sono stati scelti (nel 2010) i nomi tradizionali (e non gli oggetti di studio).

## Forte continuità tra il curricolo di matematica della Scuola secondaria (di I e II grado)

- I curricoli dei due cicli si presentano in **forte continuità tra di loro**, oltre che coerenti con i quadri di riferimento delle varie indagini internazionali di valutazione, in particolare con quello dell'indagine OCSE-PISA del 2012 (che aveva il focus sulla Matematica).
- Questi nuclei sono gli stessi previsti dall'INVALSI nella classificazione dei quesiti.

## Importanza della Matematica come strumento e come 'sapere teorico'

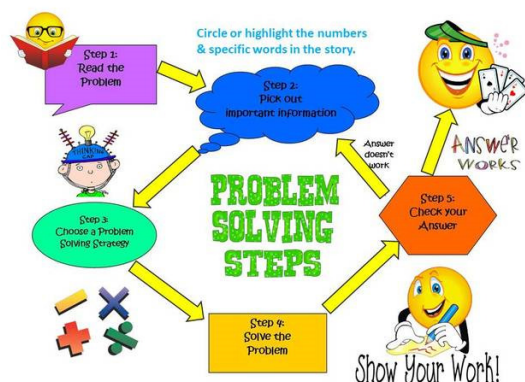
- In essi è ribadita l'importanza della matematica come "sapere teorico" che ha sempre caratterizzato l'insegnamento della matematica nella scuola italiana,
- ad esempio l'importanza dell'acquisire il senso del numero, del simbolo, del grafico, di saper utilizzare il linguaggio e il ragionamento matematico,
- la centralità della argomentazione, della congettura e della dimostrazione (nella scuola secondaria di II grado), non solo in ambito geometrico, ma estesa anche agli altri aspetti del curricolo (aritmetica, algebra, dati e previsioni, ecc.).



**Nei curricoli ci sono aspetti nuovi...  
o temi sui quali si insiste in modo  
particolare**

**Vediamo quali sono...**

## **Focus sui problemi ('problem solving')**



## Il curriculum di matematica e il *problem solving*

Un primo punto che si osserva è il ruolo cruciale attribuito ai “**problemi**”, intra ed extramatematici, per l'apprendimento della matematica.

Nella Premessa ai curricoli del **Primo Ciclo** è scritto:

*“Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate spesso alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola”.*

## Il curriculum di matematica e i problemi

*«Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive.»*

## Il curriculum di matematica proposto e i problemi

- Nelle **indicazioni curriculari per i Licei** il termine “problema” compare più volte:

*“Lo studente apprenderà a risolvere un problema con un’equazione....*

*Lo studente studierà le funzioni sia... sia in funzione della **descrizione e soluzione di problemi applicativi** ...*

*Lo studente apprenderà a rappresentare e risolvere problemi utilizzando...”.*

E si parla di problemi afferenti a vari ambiti, della matematica ed esterni ad essa.

## Insegnamento/apprendimento della Matematica e problemi

Nelle Linee generali Istituti Tecnici/Professionalì è scritto:

- *“Lo studente conoscerà i concetti e i metodi elementari della matematica, sia interni alla disciplina in sé considerata, sia rilevanti per la descrizione e la previsione di semplici fenomeni.*
- *Questa articolazione di temi e di approcci costituirà la base per istituire collegamenti e confronti concettuali e di metodo con altre discipline come la fisica, le scienze naturali, ...”.*

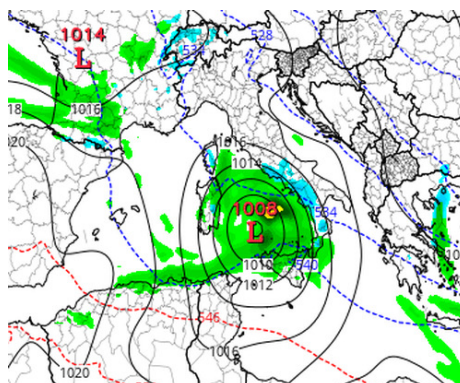
## Curricoli di matematica, problemi, mondo reale

Così nelle **Linee Guida per gli Istituti Tecnici e gli Istituti Professionali**:

*“Nella scelta dei problemi è opportuno fare riferimento sia ad aspetti interni alla matematica sia ad aspetti collegati a svariati ambiti scientifici (economico, sociale, tecnologico) e più in generale al mondo reale”.*

Il risalto dato alla risoluzione di problemi più che alla semplice esecuzione di esercizi o applicazione di regole appare fondamentale: attraverso questo modo di procedere si facilita la comprensione dei concetti matematici.

## Cosa dicono i curricoli sul processo di matematizzazione e sui modelli?



## Mondo reale, processo di matematizzazione e modelli

Un altro aspetto che si rileva nei curricoli attuali con estrema chiarezza è la sottolineatura

- sul processo di “**matematizzazione**”
- sull’importanza del concetto di “**modello matematico**”, inteso come un discorso su oggetti matematici, che usa il linguaggio e gli strumenti della matematica e che viene messo in relazione con oggetti, eventi e situazioni del **mondo reale**.

## Processo di matematizzazione e modelli

- Nel modello matematico si danno enunciati, congetture e dimostrazioni, si formulano e si risolvono problemi matematici
- Infine tali enunciati, problemi e soluzioni, si interpretano nel contesto reale e permettono di fare valutazioni e prendere decisioni
- In termini più semplici, si considera una situazione problematica, la si traduce in termini matematici, si risolve il problema con strumenti matematici, si interpreta, infine, la soluzione trovata nel contesto della situazione considerata.  
(→vedi anche il ciclo della matematizzazione OCSE-PISA).

### OCSE-PISA 2012 – Literacy («competenza») matematica

- La “literacy” (in italiano, ‘competenza’) matematica è la capacità di una persona di formulare, utilizzare e interpretare la matematica in svariati contesti.
- Tale competenza comprende la capacità di ragionare in modo matematico e di utilizzare concetti, procedure, dati e strumenti di carattere matematico per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni.
- Aiuta gli individui a riconoscere il ruolo che la matematica gioca nel mondo, a operare valutazioni e a prendere decisioni fondate, che consentano loro di essere cittadini impegnati, riflessivi e con un ruolo costruttivo.

(p. 6 del QdR PISA 2012)

### — OCSE-PISA 2012 –CICLO DELLA MATEMATIZZAZIONE

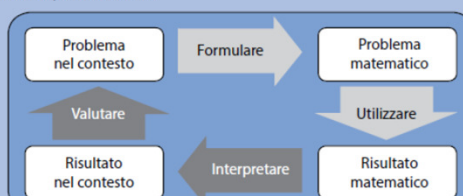
Categorie di contenuto: Quantità, Incertezza, Cambiamento e relazioni, Spazio e forma  
Categorie di contesto: Personale, Sociale, Occupazionale, Scientifico

#### Pensiero e azione matematica

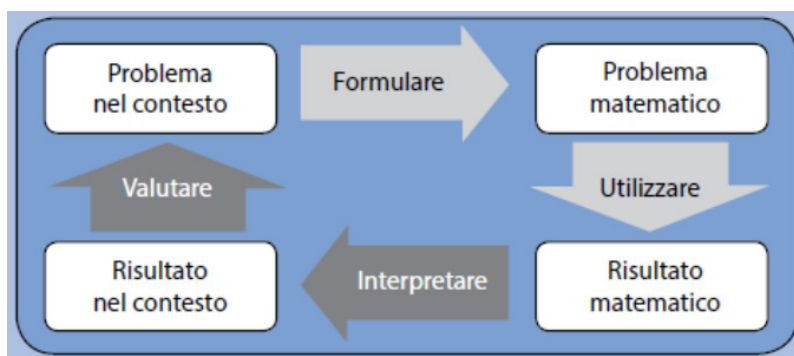
Concetti, conoscenze e abilità matematiche

Capacità matematiche fondamentali: Comunicazione, Rappresentazione, Strategie di soluzione, Matematizzazione, Ragionamento e argomentazione, Uso di linguaggio e operazioni simboliche, formali e tecniche, Uso di strumenti matematici

Processi: Formulare, Impiegare, Interpretare/Valutare



### OCSE-PISA 2012 –CICLO DELLA MATEMATIZZAZIONE



## Processo di matematizzazione e modelli

Il concetto di **modello matematico** ricorre continuamente nei curricula di Matematica attuali.

Nella premessa ai curricula del **Primo ciclo (2012)** è scritto:

- *“Nella scuola secondaria di I grado si svilupperà un’attività più propriamente di matematizzazione, formalizzazione, generalizzazione.*
- *“L’alunno analizza situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, stabilisce analogie con modelli noti, sceglie le azioni da compiere (operazioni, costruzioni geometriche, grafici, formalizzazioni, scrittura e risoluzione di equazioni...) e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema”.*

## Processo di matematizzazione e modelli

- L'uso dei modelli matematici si è esteso oggi agli ambiti più disparati, l'economia, l'ingegneria, la biologia, la medicina, le scienze sociali, e molti altri campi.
- Gli strumenti matematici usati possono essere i più diversi, da quelli dell'algebra (equazioni, sistemi, ...), a quelli della geometria euclidea, della geometria delle trasformazioni, allo spazio cartesiano, alla statistica e alla probabilità e molto altro ancora.
- Il processo di modellizzazione, anche nei casi apparentemente più semplici, presenta non poche difficoltà per gli studenti, a cominciare da quella di individuare l'ambito matematico più utile da usare. Occorre quindi un lungo processo di apprendimento per svilupparlo.

## Processo di matematizzazione e modelli

Il concetto di **modello matematico** ricorre continuamente nei curricula di Matematica, sia nel Primo ciclo che nella Scuola secondaria di II grado



## Processo di matematizzazione e modelli

Nella premessa ai curricoli del **Primo ciclo** è scritto:

- *“Nella scuola secondaria di I grado si svilupperà un’attività più propriamente di **matematizzazione**, formalizzazione, generalizzazione.*

## Processo di matematizzazione e modelli

Nella premessa ai curricoli del **Primo ciclo** è scritto:

*L'alunno analizza situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, stabilisce analogie con **modelli noti**, sceglie le azioni da compiere (operazioni, costruzioni geometriche, grafici, formalizzazioni, scrittura e risoluzione di equazioni...) e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema”.*

E nel seguito:

*“[L'alunno] “produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi”.*

## Processo di matematizzazione e modelli

Nelle linee generali e competenze per i **Licei** troviamo scritto:

- *“Lo studente avrà acquisito il senso e la portata dei tre principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico:...*
- *la svolta che prende le mosse dal razionalismo illuministico e che conduce alla formazione della matematica moderna*
- *e a un nuovo **processo di matematizzazione** che investe nuovi campi (tecnologia, scienze sociali, economiche, biologiche) e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica”.*

## Processo di matematizzazione e modelli

E tra i concetti e i metodi che lo studente dovrà dominare compare:

*“Il concetto e un’idea chiara della differenza tra la visione della **matematizzazione** caratteristica della fisica classica (corrispondenza univoca tra matematica e natura) e quello della **modellistica** (possibilità di rappresentare la stessa classe di fenomeni mediante differenti approcci)”.*

Si parla successivamente di:

*“Costruzione e analisi di **semplici modelli matematici di classi di fenomeni**”.*

## Processo di matematizzazione e modelli

Successivamente, negli **Obiettivi specifici di apprendimento** è scritto:

- *“Lo studente apprenderà a descrivere un problema con un’equazione, disequazione o un sistema di equazioni e disequazioni, a ottenere informazioni e ricavare le soluzioni di un **modello matematico di fenomeni**, anche in contesti di...”*
- *“Obiettivo di studio sarà..., anche per costruire semplici rappresentazioni di fenomeni e come primo passo verso la **modellizzazione**”*
- *“Lo studente studierà alcuni esempi di **modelli matematici in diversi ambiti**”.*

## Processo di matematizzazione e modelli

Nelle Linee guida degli Istituti Tecnici e degli Istituti Professionali, tra le abilità si ritrova quella di:

- *“Risolvere problemi, collegati con altre discipline e situazioni di vita ordinaria, come primo passo verso la **modellizzazione matematica**”.*

## Cosa dicono i curricula sul **calcolo aritmetico** e sul **calcolo algebrico**?



## I curricula suggeriscono una diversa impostazione didattica sul **calcolo aritmetico** e sul **calcolo algebrico**

- Altro aspetto rilevante nei curricula di Matematica è la diversa impostazione didattica che si suggerisce nell'approccio al "calcolo" (ogni tipo di calcolo..., aritmetico, algebrico, ecc.).
- Nella didattica della matematica tradizionale viene dato molto spazio ad esercizi di calcolo su espressioni numeriche e algebriche.
- Talvolta, però, si tratta di **esercizi ripetitivi**, volti più a un **addestramento** che a una **reale comprensione**.

## Un'impostazione didattica diversa sul calcolo aritmetico e sul calcolo algebrico

- Oggi viene sottolineato che la sicurezza nel calcolo si raggiunge non tanto facendo molti esercizi anche complicati, ma piuttosto con la **consapevolezza** dei procedimenti seguiti.
- Nei curricoli di entrambi i cicli c'è una chiara sottolineatura della necessità di acquisire **consapevolezza dei procedimenti** più che dell'ostinato calcolo, a volte complicato e fine a se stesso.

## Una impostazione didattica diversa sul calcolo aritmetico e il calcolo algebrico

- Spesso lo studente conosce delle regole applicative, ma non sempre ha compreso il significato dei concetti considerati.
- Uno di questi è senz'altro quello di massimo comune divisore e minimo comune multiplo tra più numeri che l'alunno solitamente sa calcolare, ma di cui non sempre ha compreso il significato e li sa applicare a contesti problematici.
- È sintomatico, ad esempio, il modo in cui sono introdotti tali concetti nel curricolo per il Primo Ciclo (2007) che mette in luce proprio il processo con cui si perviene a essi:
- *"Individuare multipli e divisori di un numero.*
- *(Individuare) multipli e divisori comuni a più numeri.*
- *Comprendere il significato e l'utilità del multiplo comune più piccolo e del divisore comune più grande".*

## Una impostazione didattica diversa sul calcolo aritmetico e il calcolo algebrico

Significativo è anche il **rinvio dello studio dell'algebra al Secondo ciclo di studi** [scelta anche del curriculum UMI, *Matematica 2001*].

Nelle *Indicazioni per il curriculum* è citata solo la risoluzione delle equazioni di I grado, come strumento per risolvere problemi: *“Esplorare e risolvere problemi utilizzando equazioni di I grado”*, ma non c'è alcun riferimento al calcolo algebrico.

Tale scelta è senza dubbio dettata dall'intento di non concentrare l'attenzione degli alunni sull'esasperato calcolo algebrico, prassi frequente nelle scuole, di cui gli studenti stenterebbero a comprendere il significato.

## Una impostazione didattica diversa sul calcolo aritmetico e il calcolo algebrico

L'aggettivo ***semplice/i*** con riferimento ai *calcoli* ricorre frequentemente nei curricula.

Nel **primo ciclo**, tra gli obiettivi di apprendimento compare scritto:

*“Eseguire semplici espressioni di calcolo con i numeri conosciuti essendo consapevoli del significato...”*.

E si potrebbero citare molti altri esempi.

## Una impostazione didattica diversa sul calcolo aritmetico e il calcolo algebrico

Anche nelle *Indicazioni curriculari* dei Licei la raccomandazione di un calcolo **semplice** è ribadita più volte.

Tra i concetti e i metodi che lo studente dovrà dominare è scritto:

*“Ferma restando l’importanza dell’acquisizione delle tecniche, saranno **evitate** dispersioni in **tecnicismi ripetitivi** o **casistiche sterili** che non contribuiscono in modo significativo alla comprensione dei problemi.*

## Una impostazione didattica diversa sul calcolo aritmetico e sul calcolo algebrico

- E tra gli Obiettivi specifici di apprendimento nei Licei:
- *“Lo studente apprenderà gli elementi di base del calcolo letterale, le proprietà dei polinomi e le più **semplici** operazioni tra di essi”*
- *“Lo studente apprenderà a fattorizzare **semplici** polinomi, saprà eseguire semplici casi di divisione con resto fra due polinomi”.*
- *“L’acquisizione dei metodi di calcolo dei radicali non sarà accompagnata da eccessivi tecnicismi manipolatori”.*

## Una impostazione didattica diversa sul calcolo aritmetico e sul calcolo algebrico

Nel **Liceo scientifico**, inoltre, si precisa:

*“L'approfondimento degli aspetti tecnici, sebbene maggiore nel liceo scientifico che in altri licei, non perderà mai di vista l'obiettivo della comprensione in profondità degli aspetti concettuali della disciplina”.*

Appare chiara inoltre l'indicazione contenuta nelle **Indicazioni nazionali per i Licei**:

*“Pochi concetti e metodi fondamentali, acquisiti in profondità”.*

## Una impostazione didattica diversa sul calcolo aritmetico e il calcolo algebrico

- La raccomandazione di non indulgere in calcoli complessi è presente anche nelle Linee Guida degli Istituti Tecnici e degli Istituti Professionali.
- Tra le abilità da conseguire al termine del biennio è scritto:
- *“Lo studente apprenderà a eseguire le operazioni con i polinomi e fattorizzare un polinomio **evitando** eccessivi tecnicismi”*
- *“Calcolare **semplici** espressioni con i radicali”*



Una pagina  
da un libro  
di testo sui  
radicali  
(classe II  
Scuola sec.  
di II grado)

524	$\frac{(\sqrt{ab}+1)(\sqrt{ab}-1)(\sqrt{2b^2}-\sqrt{ab}+1)}{ab-1}$	[1]
525	$\left(\frac{7+2\sqrt{6}}{x-y} - \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{1+\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right) \cdot \frac{x-y}{2}$	$[\sqrt{x}-\sqrt{y}]$
526	$\left(\sqrt{\frac{x^2-2\sqrt{2}}{x^2-2x}} - \frac{2x+2\sqrt{2}}{x^2+\sqrt{2}x+2} + \sqrt{\frac{2}{x}}\right) \cdot \sqrt{\frac{x}{2}}$	[2]
527	$\sqrt{2x+y+2\sqrt{2xy}} - \sqrt{2x+y-2\sqrt{2xy}} - (\sqrt{2x}-\sqrt{y})^2$	$[2(\sqrt{2xy}-y)]$
528	$\left(\sqrt{\frac{x^2}{x^2+2x+1}} - \sqrt{\frac{64x^4}{x^2+2x+1}} + \sqrt{\frac{1}{x^2+2x+1}}\right) \cdot \sqrt{x+1}$	$[(x-1)^2]$
529	$\left(\frac{\sqrt{3}x^2-5\sqrt{3}+x^2-5}{\sqrt{3}+3} - \frac{x^2+\sqrt{3}x+5}{x^2-5\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{x^2+\sqrt{3}x}{3} - \frac{x}{\sqrt{3}}$	[1]
530	$\left(\frac{\sqrt{ab}-a\sqrt{b}}{ab} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{ab}}{2} + \sqrt{\frac{a}{b}}\right)$	$\left[\frac{b+2}{\sqrt{b}}\right]$
531	$\left(\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} + 2\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{a^2b^2+a^2b^2}\right) \cdot \frac{ab}{(ab+1)^2}$	$[\sqrt{a^2+b^2}]$
532	$ab \cdot \left(\frac{a+b}{\sqrt{ab}} - 2\right) : \left(2\frac{\sqrt{ab}}{a+b} - 1\right)$	$[-(a+b)\sqrt{ab}]$
533	$\frac{2\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{2\sqrt{x}-\sqrt{y}}{2\sqrt{x}+\sqrt{y}} - \frac{2\sqrt{xy}}{4x-y}$	$\left[\frac{\sqrt{xy}}{4x-y}\right]$
534	$\frac{2}{a^2} : \left(\frac{\sqrt{a^2+1}-1}{\sqrt{a^2+1}+1} - \frac{\sqrt{a^2+1}+1}{\sqrt{a^2+1}-1}\right)$	$\left[-\frac{\sqrt{a^2+1}}{2a^2+1}\right]$
535	$\frac{\sqrt{x+y+1}}{\sqrt{x+y+1}-\sqrt{x+y-1}} - \frac{\sqrt{x+y-1}}{\sqrt{x+y+1}+\sqrt{x+y-1}}$	$[x+y]$
536	$\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{x+2}$	$\left[\frac{\sqrt{x}+1}{x-1}\right]$
537	$\left(\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a^2}-\sqrt{6a}}\right) : \frac{1}{\sqrt{a}-2}$	[0]
538	$\left(\sqrt{x+y} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}\right) \cdot \left(\sqrt{x+y} - \frac{1}{\sqrt{x-y}}\right) : \frac{\sqrt{x^2-y^2}-\sqrt{x}}{x}$	$\left[\frac{\sqrt{x^2-y^2}}{x-y}\right]$
539	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{25}} - \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{2}{\sqrt{2}+1}$	$\left[-\frac{13}{5}\sqrt{2}\right]$
540	$\left(\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{8y}{\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{x-2\sqrt{xy}+4y}{\sqrt{y}} - 1$	$\left[\frac{2\sqrt{xy}}{x}\right]$
541	$\left[\frac{(\sqrt{x^2+\sqrt{y}})-(\sqrt{x^2-\sqrt{y}})}{2} : \sqrt{xy^3}\right] \cdot y$	$\left[\frac{\sqrt{xy^3}}{x}\right]$

Argomenti del curriculum di Matematica  
che assumono un grande rilievo



## Argomenti su cui si insiste in modo particolare nei curricoli: **le funzioni**

Nei recenti curricoli sono presenti argomenti oggetto di studio su cui si insiste in modo particolare mentre altri sono stati ridimensionati.

Tra quelli su cui si insiste in modo particolare possiamo citarne alcuni che appaiono rilevanti.

**Le Funzioni.** Nel Primo ciclo si fa riferimento, oltre alle tradizionali funzioni,  $y=ax$ ,  $y=ax^2$ ,  $y=a/x$ , anche alla funzione  $y=2^n$ , come introduzione al concetto di crescita esponenziale che caratterizza tanti fenomeni e situazioni. Ovviamente qui " $n$ " è un numero intero (anche zero o negativo); si tratta, quindi, di una funzione definita su  $\mathbb{Z}$  (che può chiamarsi "funzione esponenziale discreta"), mentre l'estensione all'esponente razionale e reale dovrà avvenire nel secondo biennio della Scuola secondaria di II grado).

## Dati e previsioni



## Argomenti su cui si insiste molto in tutti i curricula: **Dati e previsioni**

- **Introduzione** in tutti gli ordini di scuola della **Probabilità e Statistica** sotto il nome di **Dati e previsioni**.
- Questo tema faceva parte in passato dei curricula del 1979 della Scuola Media, di quelli di molti indirizzi degli Istituti Tecnici e Istituti Professionali, e, inoltre, dei corsi sperimentali dei Licei (PNI, Progetti Brocca, ecc.)
- Data l'importanza e il rilievo che la statistica e la probabilità hanno assunto non potevano non essere introdotte in tutti gli ordini e indirizzi di scuola, com'è del resto nei curricula di tutti gli altri Paesi.

## Argomenti su cui si insiste molto in tutti i curricula: **Dati e previsioni**

- Nel vivere quotidiano sta diventando sempre più importante saper valutare le numerose informazioni statistiche che giungono da diverse fonti, comprenderne il significato e riconoscerne l'attendibilità.
- Saper affrontare l'incertezza fornisce al cittadino responsabile e consapevole uno strumento utile per capire i fenomeni (naturali, sociali, economici, politici,...) in modo da svolgere un'attività di osservazione e di controllo.

## Argomenti su cui si insiste molto in tutti i curricula: **Dati e previsioni**

- “Dati e previsioni”, ossia statistica e probabilità, offrono l’opportunità di avvicinare lo studio della matematica alla realtà quotidiana, creando curiosità nello studente verso informazioni quantitative che egli stesso può raccogliere sul mondo che lo circonda, portandolo ad analizzare dati, misure, tabelle e loro elaborazioni, grafici che aiutano a comprendere fenomeni complessi.
- Valorizzando il contatto col mondo reale, lo studente può essere guidato ad affrontare gli esiti di eventi incerti e la misura della verosimiglianza del loro verificarsi.

## Argomenti su cui si insiste molto in tutti i curricula:

### **Dati e previsioni**

- È indispensabile saper cogliere i vantaggi che l’insegnamento-apprendimento di questi argomenti ha per le altre parti della matematica.
- Uno sviluppo adeguato di statistica e probabilità è utile per passare in modo semplice dal linguaggio naturale a quello simbolico e per rafforzare le conoscenze legate agli altri ambiti quali “Aritmetica e algebra”, “Geometria” e “Relazioni e funzioni”.

Argomenti su cui si insiste molto in tutti i curricoli:

### **Dati e previsioni**

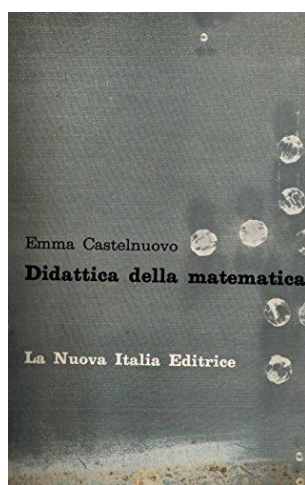
- La statistica offre la possibilità di far entrare contesti reali in classe, di affrontare gli argomenti con strategie di *problem solving*, anche avvalendosi dell'uso di fogli di calcolo di grande diffusione.
- Il momento della comunicazione, competenza di cui la società moderna fa largo uso, dà modo di esporre conclusioni basate su numeri, che sono il risultato dell'elaborazione di dati.

## **Il laboratorio di matematica**



*...c'era chi parlava di  
“laboratorio di matematica”  
cinquant'anni fa  
e lo faceva*

## Emma Castelnuovo (1913-2014)



## Indicazioni metodologiche: il laboratorio di matematica

Nei curricoli di Matematica sono presenti anche delle indicazioni metodologiche:

Una di esse è il concetto di **Laboratorio di matematica**, visto come *“un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici”*.

La formazione matematica degli studenti, infatti, va costruita attraverso un attento lavoro di laboratorio.

## Indicazioni metodologiche: il laboratorio di matematica

- È solo un'illusione, peraltro molto diffusa, pensare di conoscere le cose per il solo fatto di aver appreso delle parole.
- Per un'autentica assimilazione delle idee matematiche, è invece fondamentale l'interazione tra le persone che si sviluppa durante lo svolgimento di attività.

## Indicazioni metodologiche: il laboratorio di matematica

- Il laboratorio di matematica coinvolge persone (studenti ed insegnanti), strutture (aule, organizzazioni degli spazi e del tempo), strumenti (da quelli più poveri e tradizionali, a quelli più recenti come software di geometria e di manipolazione simbolica, fogli elettronici, collegamenti Internet), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni).
- Va inteso, perciò, come il luogo in cui gli allievi argomentano, discutono, manipolano oggetti, sotto la guida del docente.

## Indicazioni metodologiche: il laboratorio di matematica

Nelle Indicazioni per il **Primo ciclo** compare un riferimento esplicito:

*“Lo studente impara a sostenere le proprie tesi grazie ad **un’attività laboratoriale**, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli costruiti con i compagni..., rispetta i punti di vista diversi dal proprio, è capace di sostenere le proprie convinzioni, accetta di cambiare opinione”.*



## Indicazioni metodologiche: il laboratorio di matematica

Nella Premessa alle Indicazioni nazionali per il **Primo ciclo (2012)** compare un riferimento esplicito:

*«In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale **il laboratorio**, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive.»*

## Indicazioni metodologiche: l'uso degli strumenti tecnologici



## Indicazioni metodologiche: l'uso degli strumenti tecnologici

Altro aspetto metodologico innovativo presente nei curricoli riguarda il ruolo e l'uso degli **strumenti informatici** nell'apprendimento della matematica.

Nella Premessa alle Indicazioni per il **Primo Ciclo** si legge:

*“L'uso consapevole e motivato di calcolatrici e del computer deve essere incoraggiato opportunamente fin dai primi anni della scuola primaria, ad esempio per verificare la correttezza di calcoli mentali e scritti e per esplorare i fenomeni del mondo dei numeri e delle figure”*

e tra i *Traguardi* da raggiungere è indicato:

*“Eseguire addizioni....utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo”.*

## Indicazioni metodologiche: l'uso degli strumenti tecnologici

Tra i *Traguardi per lo sviluppo delle competenze* da raggiungere è indicato:

- *“Eseguire addizioni....utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo”.*

Per Spazio e Figure, si dice:

- *«Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria).»*

Per Dati e Previsioni:

- *«Rappresentare insiemi di dati, anche facendo uso di un foglio elettronico.»*

## Indicazioni metodologiche: l'uso degli strumenti tecnologici

Nelle **Indicazioni nazionali** per i Licei è scritto:

*“Gli strumenti informatici oggi disponibili offrono contesti idonei per rappresentare e manipolare oggetti matematici. L'insegnamento della matematica offre numerose occasioni per acquisire familiarità con tali strumenti e per comprenderne il valore metodologico.*

*L'uso degli strumenti informatici è una risorsa importante che sarà introdotta in modo critico, senza creare l'illusione che essa sia un mezzo automatico di risoluzione di problemi e senza compromettere la necessaria acquisizione di capacità di calcolo mentale”,*

*“Lo studente svilupperà le sue capacità nel calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti)”.*

## Indicazioni metodologiche: l'uso degli strumenti tecnologici

Nelle **Linee Guida** per gli Istituti Tecnici e per gli Istituti Professionali riguardo all'uso degli strumenti tecnologici troviamo:

- *“Analizzare dati e interpretarli ...usando consapevolmente gli **strumenti di calcolo** e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico”*
- *“Utilizzare le procedure del calcolo aritmetico (a mente, per iscritto, a macchina)”.*

## Riferimenti

- UMI, *Matematica 2001* (vedi [www.umi-ciim.it](http://www.umi-ciim.it))
- UMI, *Matematica 2003*
- UMI, *Matematica 2004*
- Indicazioni nazionali per i licei/Linee Guida per gli Ist. Tecnici e gli Ist. Professionali
- Sito INVALSI
- Sito dell'UMI-CIIM, Percorso didattico per il I biennio-scuola sec.II grado  
<http://umi.dm.unibo.it/ciim/>