

# Categorical Ontology I<sub>2</sub><sup>1</sup>: Erkennen

Dario DENTAMARO<sup>†</sup> and Fosco LOREGIAN<sup>‡</sup>

**Mathematics Subject Classification (2010).** 18-03, 18B25, 18C10.

## Contents

|   |   |
|---|---|
| 1. Profunctors / Grothendieck construction            | 1 |
| 2. Nerve and realisations                             | 1 |
| 3. Theories and models                                | 1 |
| 4. The tension between observational and theoretical  | 2 |
| 5. Ramseyfication and beyond: generalised profunctors | 2 |

## 1. Profunctors / Grothendieck construction

Sezione tecnica con solo robe di CT.

## 2. Nerve and realisations

Sezione tecnica con solo robe di CT.

## 3. Theories and models

Qui exploitiamo il linguaggio introdotto nelle precedenti due sezioni;

**Definition 3.1 (Theory).** A *theory*  $\mathcal{L}$  is the syntactic category  $\mathcal{T}_{\mathcal{L}}$  (cf. []) of a first-order, finitely axiomatisable language  $L$ .

**Definition 3.2.** A *world* is a large category  $\mathcal{W}$ ; a *universe* is a world that, as a category, admits all small colimits.

Given a theory  $\mathcal{L}$  and a world  $\mathcal{W}$ , a  $\mathcal{L}$ -*canvas* of  $\mathcal{W}$  is a functor

$$\mathcal{L} \xrightarrow{\phi} \mathcal{W}.$$

A canvas  $\phi : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{W}$  is a *science* if  $\phi$  is a dense functor.

**Remark 3.3.** The NR paradigm exposed in ?? now entails that

- If  $\mathcal{W}$  is a world, we obtain a *representation* functor

$$\mathcal{W} \longrightarrow [\mathcal{L}^{\text{op}}, \text{Set}];$$

this means: given a canvas  $\phi$  of the world, the latter leaves an image on the canvas.

- If  $\mathcal{W}$  is a universe, we obtain a NR-adjunction

$$\mathcal{W} \rightleftarrows [\mathcal{L}^{\text{op}}, \text{Set}];$$

this means: if  $\mathcal{W}$  is sufficiently expressive, then models of the theory that explains  $\mathcal{W}$  through  $\phi$  can be used to acquire a two-way knowledge. Phenomena have a theoretical counterpart in  $[\mathcal{L}^{\text{op}}, \text{Set}]$  via the nerve; theoretical objects strive to describe phenomena via their realisation.

- If an  $\mathcal{L}$ -canvas  $\phi : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{W}$  is a science, ‘the world’ is a full subcategory of the modes in which ‘language’ can create interpretation.

The terminology is chosen to inspire the following idea in the reader: science strives to define *theories* that allow for the creation of representations of the world; said representations are descriptive when there is dialectic opposition between world and models; when such representation is faithful, we have reduced ‘the world’ to a piece of the models created to represent it.

The tongue-in-cheek here is, la scienza (nel senso usuale) non è una scienza (nel senso della definizione ??), se non in potenza; i tentativi di generare pensiero scientifico sono i tentativi di

- Riconoscere un mondo  $\mathcal{W}$  come un oggetto sufficientemente espressivo da contenere fenomeni e informazione;
- Creare un linguaggio  $L$ , sufficientemente ‘compatto’, la cui categoria sintattica permette di rappresentare nel mondo;
- Ottenere una aggiunzione tra  $\mathcal{W}$  e modelli del mondo  $[\mathcal{L}^{\text{op}}, \text{Set}]$  ottenuti dal linguaggio  $\mathcal{L}$ , per generare modelli a partire da fenomeni, e per prevedere fenomeni a partire da modelli;
- Ottenere che ‘il linguaggio sia un sottospazio denso del mondo’, con ciò intendendo che l’aggiunzione del punto precedente è sufficientemente well-behaved da descrivere il mondo come un frammento delle rappresentazioni semantiche del linguaggio  $L$ .

Evidentemente, la tensione qui è tra due opposte qualità che  $L$  deve avere: non deve essere troppo esteso, per essere trattabile; non deve essere troppo ristretto, per parlare di “tutto” il mondo che si prefigge di descrivere.

## 4. The tension between observational and theoretical

## 5. Ramseyfication and beyond: generalised profunctors

All based on the proportion

truth values : proposition = section : presheaf

Dario DENTAMARO<sup>†</sup>

<sup>†</sup>Università degli Studi di Firenze,  
Dipartimento di Matematica e Informatica  
e-mail: [dario.dentamaro@stud.unifi.it](mailto:dario.dentamaro@stud.unifi.it)

Fosco LOREGIAN<sup>‡</sup>

<sup>‡</sup>Tallinn University of Technology,  
Institute of Cybernetics, Akadeemia tee 15/2,  
12618 Tallinn, Estonia  
e-mail: [fosco.loregian@taltech.ee](mailto:fosco.loregian@taltech.ee)