Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Instituto Metrópole Digital
IMD0601 – Bioestatística

ANOVA

Renata Lilian Dantas Cavalcante
Mestranda PPG-Bioinformática - UFRN

Recapitulando…

Métodos de Comparação:

Teste *t*: compara **duas** médias.

Teste *F*: testa se **dois** grupos possuem a mesma variância.

Entretanto, há situações onde deseja-se **comparar várias médias**, sendo cada uma oriunda de um certo grupo (tratamento) diferente.

Para solucionar o problema acima utiliza-se o ANOVA!

Introdução

ANOVA foi desenvolvido por Ronald Aylmer Fisher em 1920.

Inicialmente foi usado no campo da agricultura auxiliando pesquisas sobre os efeitos no uso de fertilizantes, nos diversos tipos de solo e a sua relação com a produção.

ANOVA tornou-se uma técnica extremamente utilizada nos mais variados campos de pesquisa.

Ronald Aylmer Fisher

Aplicada às áreas de:

Farmácia;

Biologia;

Microbiologia;

Agricultura;

Estatística;

Marketing;

Pesquisas financeiras;

O que é o ANOVA ?

One Way ANOVA - **An**alysis **of Va**riance

Realiza uma análise estatística de experimentos que envolvam:

- **Uma Variável de resposta.**
- **Um Fator controlável a vários níveis (grupos/tratamento).**

As repetições (ensaios) realizadas em cada nível configuram um grupo.

Logo, ANOVA tem como objetivo identificar se os valores de uma variável de resposta medidos nos diversos grupos do fator controlável diferem entre si.

Avalia a significância dos fatores e interações.

ANOVA é um teste é paramétrico (distribuição normal) e os grupos têm que ser independentes.

Uma análise de variância permite que vários grupos sejam comparados de uma só vez, utilizando variáveis contínuas.

Faz uma análise de **variação total** de 3 ou mais grupos de observações de duas maneiras diferentes:

Variação dentro dos grupos: avaliando a discrepância entre todos os valores brutos em relação às médias dos grupos aos quais pertencem.

Variação entre grupos: avaliando a própria discrepância existente entre as médias dos vários grupos.

Tipos de Experimento

Fatores Controláveis a níveis:

- Fixos:

    X valores, é possível **repetir exatamente** o mesmo experimento.

- Aleatórios:

    Não é possível repetir exatamente o mesmo experimento.

Condições para utilizar ANOVA...

Variâncias amostrais semelhantes nas diferentes amostras;

Variável a ser comparada deve ter distribuição normal;

ANOVA é um procedimento estatístico robusto e fornece resultados confiáveis mesmo com considerável heterocedasticidade (variâncias desiguais), desde que **o tamanho amostral seja aproximadamente igual;**

Tem como hipótese nula que os valores das médias dos grupos são iguais estatisticamente;

Quadro ANOVA

Com o intuito de facilitar o manuseio dos dados, eles estão organizados em uma tabela, conhecida como Quadro ANOVA, onde:

n: número de amostras.

k: número de subpopulações (níveis).

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SQ)	*gl*	Quadrados das Médias	Estatística F
Entre os grupos	$SQ_{TRAT} = \sum_{i=1}^{k} n_i (\frac{y_i}{n_i} - \frac{\bar{y}_{...}}{N})^2$	*k* - 1	$QM_{TRAT} = \frac{SQ_{TRAT}}{k-1}$	$F = \frac{QM_{TRAT}}{QM_{ERRO}}$
Dentro dos Grupos	$SQ_{ERRO} = SQ_{Total} - SQ_{TRAT}$	*n* - *k*	$QM_{ERRO} = \frac{SQ_{ERRO}}{n-k}$	-
Total	$SQ_{Total} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - \frac{\bar{y}_{...}}{N})^2$	*n* - 1	-	-

Com o intuito de facilitar o entendimento das fórmulas conhecida do Quadro ANOVA, temos então:

$\bar{\bar{x}}$: média das médias.

$\bar{x}_i$: média dos valores da i-ésima amostra.

x : i-ésimo valor amostrado.

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SQ)	*gl*	Quadrados das Médias	Estatística F
Entre os grupos	$SQ_{TRAT} = \sum_{n_i} (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$	*k* - 1	$QM_{TRAT} = \frac{SQ_{TRAT}}{k-1}$	$F = \frac{QM_{TRAT}}{QM_{ERRO}}$
Dentro dos Grupos	$SQ_{ERRO} = SQ_{Total} - SQ_{TRAT}$	*n* - *k*	$QM_{ERRO} = \frac{SQ_{ERRO}}{n-k}$	-
Total	$SQ_{Total} = \sum (x - \bar{\bar{x}})^2$	*n* - *1*	-	-

Aplicando o ANOVA…

Ex.: Suponha que você está fazendo um experimento y-maze com camundongos, onde está sendo colocado do labirinto 3 diferentes tipos de alimentos e você deseja inferir se o tipo de alimento altera a escolha correta dos camundongos. Após testes você obteve os seguintes resultados:

Comida 1	Comida 2	Comida 3
5	3	5
3	2	6
4	1	7

Ex.: Suponha que você está fazendo um experimento y-maze com camundongos, onde está sendo colocado do labirinto 3 diferentes tipos de alimentos e você deseja inferir se o tipo de alimento altera a escolha correta dos camundongos. Após testes você obteve os seguintes resultados:

→ 1º Passo: Calcular as médias dentro dos grupo:

$X_1 = 5 + 3 + 4 / 3 = 4$

$X_2 = 3 + 2 + 1 / 3 = 2$

$X_3 = 5 + 6 + 7 / 3 = 6$

Comida 1	Comida 2	Comida 3
5	3	5
3	2	6
4	1	7

→ 2º Passo: Calcular a média das médias:

$$\overline{\overline{X}} = \frac{5+3+4+3+2+1+5+6+7}{9}$$

$$\overline{\overline{X}} = \frac{36}{9} = 4$$

Comida 1	Comida 2	Comida 3
5	3	5
3	2	6
4	1	7
X_1= 4	**X_2= 2**	**X_3= 6**

$$SQ_{Total} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \frac{\bar{y}_{...}}{N})^2$$

→ 3º Passo: Calcular a soma dos quadrados total:

SQT = $(5 - 4)^2 + (3 - 4)^2 + (4 - 4)^2 + (3 - 4)^2 + (2 - 4)^2 + (1 - 4)^2 + (5 - 4)^2 + (6 - 4)^2 + (7 - 4)^2$

SQT = 1 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 1 + 4 + 9 → **SQT = 30**

Graus de Liberdade → n (elementos) - 1 = 8 *gl*

Para facilitar o entendimento

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SQ)	*gl*	Quadrados das Médias	Estatística F
Entre os grupos	$SQ_{TRAT} = \sum_{i=1}^{k} n_i(\frac{y_i}{n_i} - \frac{\bar{y}_{...}}{N})^2$	*K* - 1	$QM_{TRAT} = \frac{SQ_{TRAT}}{k-1}$	$F = \frac{QM_{TRAT}}{QM_{ERRO}}$
Dentro dos Grupos	$SQ_{ERRO} = SQ_{Total} - SQ_{TRAT}$	*n* - *k*	$QM_{ERRO} = \frac{SQ_{ERRO}}{n-k}$	-
Total	30	*8*	-	-

Comida 1	Comida 2	Comida 3
5	3	5
3	2	6
4	1	7
$X_1 = 4$	**$X_2 = 2$**	**$X_3 = 6$**

$$SQ_{TRAT} = \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\frac{y_i}{n_i} - \frac{\bar{y}_{...}}{N}\right)^2$$

→ 4º Passo: Calcular a soma dos quadrados entre os grupos:

SQR = $(4 - 4)^2 + (4 - 4)^2 + (4 - 4)^2 + (2 - 4)^2 + (2 - 4)^2 + (2 - 4)^2 + (6 - 4)^2 + (6 - 4)^2 + (6 - 4)^2$

SQR = 0 + 0 + 0 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 → **SQR = 24**

Graus de liberdade → k - 1 = 2 *gl*

Para facilitar o entendimento

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SQ)	*gl*	Quadrados das Médias	Estatística F
Entre os grupos	**24**	***2***	$QM_{TRAT} = \frac{SQ_{TRAT}}{k-1}$	$F = \frac{QM_{TRAT}}{QM_{ERRO}}$
Dentro dos Grupos	$SQ_{ERRO} = SQ_{Total} - SQ_{TRAT}$	*n - k*	$QM_{ERRO} = \frac{SQ_{ERRO}}{n-k}$	-
Total	**30**	***8***	-	-

Comida 1	Comida 2	Comida 3
5	3	5
3	2	6
4	1	7
X_1= 4	**X_2= 2**	**X_3= 6**

$$SQ_{ERRO} = SQ_{Total} - SQ_{TRAT}$$

→ 5º Passo: Calcular a soma dos quadrados dentros dos grupos:

SQD = $(5 - 4)^2 + (3 - 4)^2 + (4 - 4)^2 + (3 - 2)^2 + (2 - 2)^2 + (1 - 2)^2 + (5 - 6)^2 + (6 - 6)^2 + (7 - 6)^2$

SQD = 1 + 1 + 0 + 1 + 0 + 1 + 1 + 0 + 1 → **SQD = 6**

Graus de liberdade →n (elementos) - k (grupos) = 6 *gl*

Para facilitar o entendimento

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SQ)	*gl*	Quadrados das Médias	Estatística F
Entre os grupos	**24**	***2***	$QM_{TRAT} = \frac{SQ_{TRAT}}{k-1}$	$F = \frac{QM_{TRAT}}{QM_{ERRO}}$
Dentro dos Grupos	**6**	***6***	$QM_{ERRO} = \frac{SQ_{ERRO}}{n-k}$	-
Total	**30**	***8***	-	-

→ 6º Passo: Fixar as hipóteses nula e alternativa e o nível de significância α:

H_0: Não existe diferença significativa entre tipo de comida e a escolha dos animais.

$$X_1 = X_2 = X_3$$

H_1: Existe diferença significativa entre tipo de comida e a escolha dos animais.

$$X_1 \neq X_2 \neq X_3$$

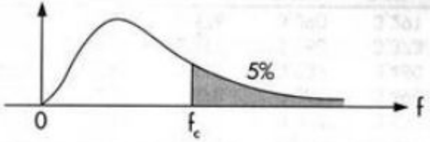
α = 0,05

→ 7º Passo: Calcular a razão F :

$$F = \frac{\frac{24}{2}}{\frac{6}{6}} \longrightarrow F = \frac{12}{1} \longrightarrow F_{Calc} = 12$$

Tabela VI — Distribuição F

Corpo da tabela dá os valores f_c tais que $P(F > f_c) = 0{,}05$.



Graus de liberdade do denominador de F: v_2	Grau de liberdade do numerador de F: v_1																						Graus de liberdade do denominador de F: v_2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	15	16	18	20	24	30	40	60	120	∞	
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,9	245,4	245,9	246,5	247,3	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3	1
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,41	19,42	19,43	19,43	19,44	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50	2
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,72	8,70	8,69	8,67	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53	3
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,87	5,86	5,84	5,82	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63	4
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,64	4,62	4,60	4,58	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36	5
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,96	3,94	3,92	3,90	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67	6
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,53	3,51	3,49	3,47	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23	7
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,24	3,22	3,20	3,17	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93	8
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,03	3,01	2,99	2,96	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71	9
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,87	2,85	2,83	2,80	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54	10
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,74	2,72	2,70	2,67	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40	11
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,64	2,62	2,60	2,57	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30	12
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,55	2,53	2,52	2,48	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21	13
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,48	2,46	2,44	2,41	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13	14
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,42	2,40	2,39	2,35	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07	15
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,37	2,35	2,33	2,30	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01	16
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,34	2,31	2,29	2,26	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96	17
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,29	2,27	2,25	2,22	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92	18
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,26	2,23	2,22	2,18	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88	19
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,22	2,20	2,18	2,15	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84	20
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,20	2,18	2,16	2,12	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81	21
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,17	2,15	2,13	2,10	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78	22
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,15	2,13	2,11	2,08	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76	23
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,13	2,11	2,09	2,05	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73	24
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,11	2,09	2,07	2,04	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71	25
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,09	2,07	2,05	2,02	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69	26
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,08	2,06	2,04	2,00	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67	27
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,06	2,04	2,02	1,99	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65	28
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,05	2,03	2,01	1,97	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64	29
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,04	2,01	1,99	1,96	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62	30
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,95	1,92	1,90	1,87	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51	40
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,86	1,84	1,81	1,78	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39	60
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,77	1,75	1,72	1,69	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25	120
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,69	1,67	1,63	1,60	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00	∞
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	15	16	18	20	24	30	40	60	120	∞	

→ Conclusão:

$$F_{Calc} = 12 > F_{Tab} = 5,14$$

Logo, rejeita-se H_0, ou seja existe diferença estatisticamente significativa entre tipo de comida e a escolha dos animais.

Ex.: Suponha que você é um pesquisador que está testando a eficácia de 3 medicamentos que já são comercializados, e você deseja saber qual o melhor para utilizar na sua pesquisa ou se não há nenhuma diferença entre eles. Para esse teste temos a tabela abaixo com a quantidade de horas para o medicamento surtir efeito.

Medicamento A	**Medicamento B**	**Medicamento C**
5	5	10
5	10	10
5	7	6
8	7	6
7	7	10
8	6	6
10	9	10
7	9	5

→ 1º Passo: Calcular as médias dentro dos grupo:

X_1= 5 + 5 + 5 + … + 7 / 8 = 6,875

X_2= 5 + 10 + 7 + ... + 9 / 8 = 7,5

X_3= 10 + 10 + 6 + … + 5 / 8 = 7,875

→ 2º Passo: Calcular a média das médias:

$$\overline{\overline{X}} = \frac{5 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 9 + 6 \cdot 10}{24}$$

$$\overline{\overline{X}} = \frac{178}{24}$$

$$\overline{\overline{X}} = 7,417$$

Medicamento A	Medicamento B	Medicamento C
5	5	10
5	10	10
5	7	6
8	7	6
7	7	10
8	6	6
10	9	10
7	9	5

$$SQ_{Total} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \frac{\bar{y}_{...}}{N})^2$$

→ 3º Passo: Calcular a soma dos quadrados total:

SQT = $(5 - 7{,}417)^2 + (5 - 7{,}417)^2 + (5 - 7{,}417)^2 + \dots (7 - 7{,}417)^2$ + $(5 - 7{,}417)^2 + (10 - 7{,}417)^2 + (7 - 7{,}417)^2 + \dots (9 - 7{,}417)^2$ + $(10 - 7{,}417)^2 + (10 - 7{,}417)^2 + (6 - 7{,}417)^2 + \dots (5 - 7{,}417)^2$

SQT = 83,84

Graus de Liberdade → n (elementos) - 1 = 23 *gl*

Medicamento A	Medicamento B	Medicamento C
5	5	10
5	10	10
5	7	6
8	7	6
7	7	10
8	6	6
10	9	10
7	9	5
X_1= 6,875	X_2= 7,5	X_3= 7,875

Para facilitar o entendimento

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SQ)	*gl*	Quadrados das Médias	Estatística F
Entre os grupos	$SQ_{TRAT} = \sum_{i=1}^{k} n_i (\frac{y_i}{n_i} - \frac{\bar{y}_{...}}{N})^2$	*K* - 1	$QM_{TRAT} = \frac{SQ_{TRAT}}{k-1}$	$F = \frac{QM_{TRAT}}{QM_{ERRO}}$
Dentro dos Grupos	$SQ_{ERRO} = SQ_{Total} - SQ_{TRAT}$	*n* - *k*	$QM_{ERRO} = \frac{SQ_{ERRO}}{n-k}$	-
Total	**83,84**	***23***	-	-

$$SQ_{TRAT} = \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\frac{y_i}{n_i} - \frac{\bar{y}_{...}}{N}\right)^2$$

→ 4º Passo: Calcular a soma dos quadrados entre os grupos:

SQR = $(6,875 - 7,417)^2 + (6,875 - 7,417)^2 + \ldots + (6,875 - 7,417)^2 + (7,5 - 7,417)^2 + (7,5 - 7,417)^2 + \ldots + (7,5 - 7,417)^2 + (7,875 - 7,417)^2 + (7,875 - 7,417)^2 + \ldots + (7,875 - 7,417)^2$

SQR = 4,08

Graus de liberdade → k - 1 = 2 *gl*

Medicamento A	Medicamento B	Medicamento C
5	5	10
5	10	10
5	7	6
8	7	6
7	7	10
8	6	6
10	9	10
7	9	5
X_1= 6,875	**X_2= 7,5**	**X_3= 7,875**

Para facilitar o entendimento

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SQ)	*gl*	Quadrados das Médias	Estatística F
Entre os grupos	***4,08***	**2**	$QM_{TRAT} = \frac{SQ_{TRAT}}{k-1}$	$F = \frac{QM_{TRAT}}{QM_{ERRO}}$
Dentro dos Grupos	$SQ_{ERRO} = SQ_{Total} - SQ_{TRAT}$	*n - k*	$QM_{ERRO} = \frac{SQ_{ERRO}}{n-k}$	-
Total	**83,84**	***23***	-	-

$$SQ_{ERRO} = SQ_{Total} - SQ_{TRAT}$$

→ 4º Passo: Calcular a soma dos quadrados entre os resíduos (grupos):

SQD = $(5 - 6,875)^2 + (5 - 6,875)^2 + \ldots + (7 - 6,875)^2 + (5 - 7,5)^2 + (10 - 7,5)^2 + \ldots + (9 - 7,5)^2 + (10 - 7,875)^2 + (10 - 7,875)^2 + \ldots + (5 - 7,875)^2$

SQD = 79,75

Graus de liberdade →n (elementos) - k (grupos) = 21 *gl*

Medicamento A	Medicamento B	Medicamento C
5	5	10
5	10	10
5	7	6
8	7	6
7	7	10
8	6	6
10	9	10
7	9	5
X_1= 6,875	**X_2= 7,5**	**X_3= 7,875**

Para facilitar o entendimento

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SQ)	*gl*	Quadrados das Médias	Estatística F
Entre os grupos	***4,08***	**2**	4,08/2 = **2,04**	$F = \frac{QM_{TRAT}}{QM_{ERRO}}$
Dentro dos Grupos	**79,75**	***21***	79,75/21 = **3,798**	-
Total	**83,84**	***23***	-	-

→ 6º Passo: Fixar as hipóteses nula e alternativa e o nível de significância α:

H_0: Não existe diferença significativa entre o tipo de medicamento e a sua eficácia.

$$X_1 = X_2 = X_3$$

H_1: Existe diferença significativa entre o tipo de medicamento e a sua eficácia.

$$X_1 \neq X_2 \neq X_3$$

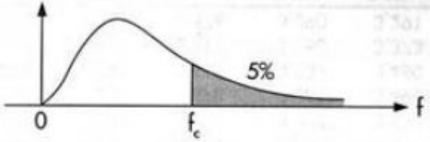
α = 0,05

→ 7º Passo: Calcular a razão F :

$$F = \frac{\frac{4{,}08}{2}}{\frac{79{,}75}{21}} \longrightarrow F = \frac{2{,}04}{3{,}798} \longrightarrow F_{Calc} = 0,538$$

Tabela VI — Distribuição F

Corpo da tabela dá os valores f_c tais que $P(F > f_c) = 0{,}05$.



Graus de liberdade do denominador de F: ν_2	Grau de liberdade do numerador de F: ν_1 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	15	16	18	20	24	30	40	60	120	∞	Graus de liberdade do denominador de F: ν_2
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,9	245,4	245,9	246,5	247,3	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3	1
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,41	19,42	19,43	19,43	19,44	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50	2
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,72	8,70	8,69	8,67	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53	3
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,87	5,86	5,84	5,82	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63	4
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,64	4,62	4,60	4,58	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36	5
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,96	3,94	3,92	3,90	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67	6
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,53	3,51	3,49	3,47	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23	7
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,24	3,22	3,20	3,17	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93	8
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,03	3,01	2,99	2,96	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71	9
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,87	2,85	2,83	2,80	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54	10
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,74	2,72	2,70	2,67	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40	11
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,64	2,62	2,60	2,57	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30	12
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,55	2,53	2,52	2,48	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21	13
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,48	2,46	2,44	2,41	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13	14
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,42	2,40	2,39	2,35	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07	15
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,37	2,35	2,33	2,30	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01	16
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,34	2,31	2,29	2,26	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96	17
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,29	2,27	2,25	2,22	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92	18
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,26	2,23	2,22	2,18	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88	19
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,22	2,20	2,18	2,15	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84	20
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,20	2,18	2,16	2,12	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81	21
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,17	2,15	2,13	2,10	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78	22
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,15	2,13	2,11	2,08	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76	23
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,13	2,11	2,09	2,05	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73	24
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,11	2,09	2,07	2,04	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71	25
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,09	2,07	2,05	2,02	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69	26
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,08	2,06	2,04	2,00	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67	27
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,06	2,04	2,02	1,99	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65	28
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,05	2,03	2,01	1,97	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64	29
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,04	2,01	1,99	1,96	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62	30
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,95	1,92	1,90	1,87	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51	40
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,86	1,84	1,81	1,78	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39	60
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,77	1,75	1,72	1,69	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25	120
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,69	1,67	1,63	1,60	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00	∞
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	15	16	18	20	24	30	40	60	120	∞	

→ Conclusão:

$$F_{Calc} = 0,538 < F_{Tab} = 3,47$$

Logo, aceita-se H_0, ou seja não existe diferença significativa entre o tipo de medicamento e a sua eficácia.

Um Resumo do que vimos hoje:

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SQ)	GL	Quadrados das Médias (QM)	Estatística F
Entre os grupos	SQ entre	*K* - 1	QM entre = SQ entre/ k - 1	QM entre/QM dentro
Dentro dos Grupos	SQ dentro	*N* - *K*	QM dentro = SQ dentro/ n - k	-
Total	SQ Total	*N* - 1	-	-

A partir do ANOVA podemos perceber:

SQTrat **>** SQErro:

Indica uma maior evidência de que existe variabilidade entre os grupos, ou seja médias diferentes.

SQE:

Fornece estimativas independentes da variância populacional.

QM:

Nos fornece estimativas independentes da variância populacional comum

Por Hoje foi isto!