

Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Instituto Metr pole Digital  
**IMD0601 - Bioestatística**

# ANOVA

---

Prof. Dr. Tetsu Sakamoto  
Instituto Metr pole Digital - UFRN  
Sala A224, ramal 182  
Email: [tetsu@imd.ufrn.br](mailto:tetsu@imd.ufrn.br)



## Baixe a aula (e os arquivos)

- Para aqueles que não clonaram o repositório:

```
> git clone https://github.com/tetsufmbio/IMD0601.git
```

- Para aqueles que já tem o repositório local:

```
> cd /path/to/IMD0601
```

```
> git pull
```

# Aula passada

- **ANOVA**

- **Comparação de médias de 3 ou mais grupos.**

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SQ)	gl	Quadrados das Médias	Estatística F
Entre os grupos	$SQ_{TRAT} = \sum_{i=1}^k n_i \left( \frac{y_i}{n_i} - \frac{\bar{y}_{...}}{N} \right)^2$	$k - 1$	$QM_{TRAT} = \frac{SQ_{TRAT}}{k-1}$	$F = \frac{QM_{TRAT}}{QM_{ERRO}}$
Dentro dos Grupos	$SQ_{ERRO} = SQ_{Total} - SQ_{TRAT}$	$n - k$	$QM_{ERRO} = \frac{SQ_{ERRO}}{n-k}$	-
Total	$SQ_{Total} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n \left( y_{ij} - \frac{\bar{y}_{...}}{N} \right)^2$	$n - 1$	-	-

# Nesta aula

- ANOVA de dois fatores

	<b>SQ</b>	<b>GL</b>	<b>QM</b>	<b>F</b>
<b>Fator A</b>	SQA	A-1	$SQA/(A-1)$	QMA/QMD
<b>Fator B</b>	SQB	B-1	$SQB/(B-1)$	QMB/QMD
<b>Efeito da Interação</b>	SQI	$(A-1) \times (B-1)$	$SQI/((A-1)(B-1))$	QMI/QMD
<b>Dentro do grupo</b>	SQD	N-AB	$SQD/(N-AB)$	
<b>Total</b>	SQT	N-1		

# ANOVA de dois fatores

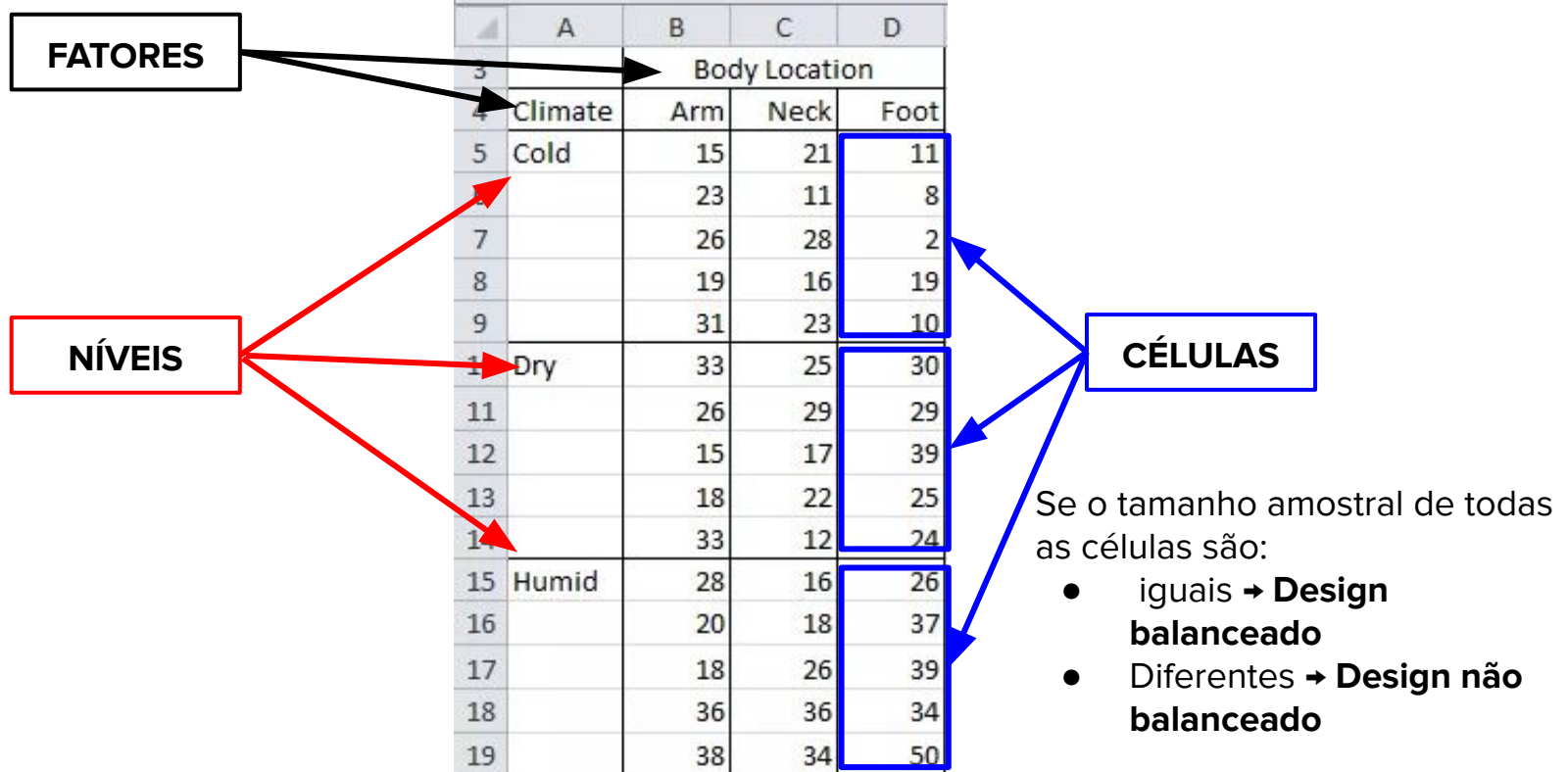
O que é?

É uma análise de variância utilizada para avaliar simultaneamente duas variáveis.

As variáveis são também chamadas de **fatores**.

---

# ANOVA de dois fatores



# ANOVA de dois fatores

	SQ	GL	QM	F
<b>Fator A</b>	SQA	A-1	SQA/(A-1)	QMA/QMD
<b>Fator B</b>	SQB	B-1	SQB/(B-1)	QMB/QMD
<b>Interação</b>	SQI	(A-1)(B-1)	SQI/(A-1)(B-1)	QMI/QMD
<b>Dentro do grupo</b>	SQD	N-AB	SQD/(N-AB)	
<b>Total</b>	SQT	N-1		

	A	B	C	D
3		Body Location		
4	Climate	Arm	Neck	Foot
5	Cold	15	21	11
6		23	11	8
7		26	28	2
8		19	16	19
9		31	23	10
10	Dry	33	25	30
11		26	29	29
12		15	17	39
13		18	22	25
14		33	12	24
15	Humid	28	16	26
16		20	18	37
17		18	26	39
18		36	36	34
19		38	34	50

# ANOVA de dois fatores

Hipóteses

Hipóteses nulas:

1. Não há diferença nas médias do fator A;
2. Não há diferença nas médias do fator B;
3. Não há interação entre os fatores A e B;

Hipótese alternativas:

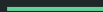
- 1 e 2 → as médias não são iguais;
  - 3 → existe interação entre A e B.
-



# ANOVA de dois fatores

Pressupostos

- Distribuição normal;
- Variâncias iguais;



# Exemplo

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
supp	1	205.4	205.4	14.02	0.000429	***
dose	2	2426.4	1213.2	82.81	< 2e-16	***
Residuals	56	820.4	14.7			

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

*supp* e *dose* são estatisticamente significante → mudar a dose ou o método impacta significativamente na média do tamanho do dente.

**Modelo aditivo** → Considera que os dois fatores são independentes. Se existe a presunção de que os dois fatores interagem para criar um efeito sinérgico, deve-se utilizar o **modelo de interação**.

# Exemplo

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
supp	1	205.4	205.4	15.572	0.000231	***
dose	2	2426.4	1213.2	92.000	< 2e-16	***
supp:dose	2	108.3	54.2	4.107	0.021860	*
Residuals	54	712.1	13.2			

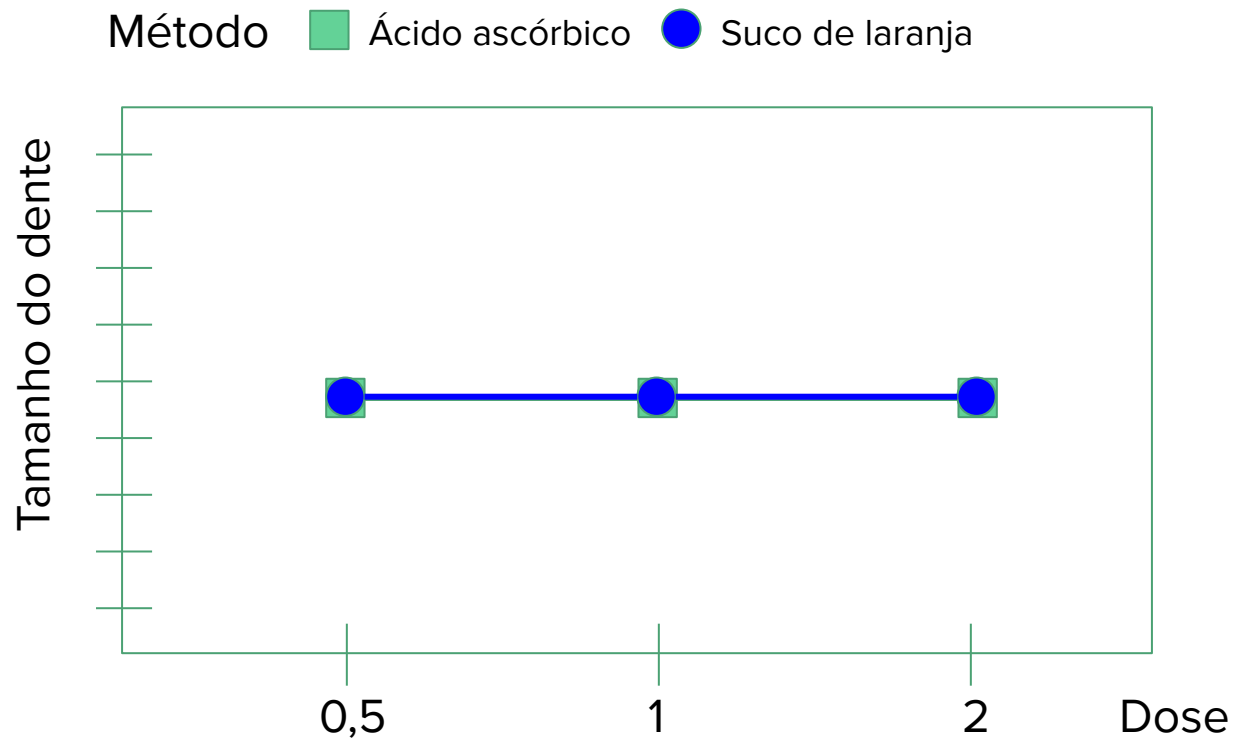
---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

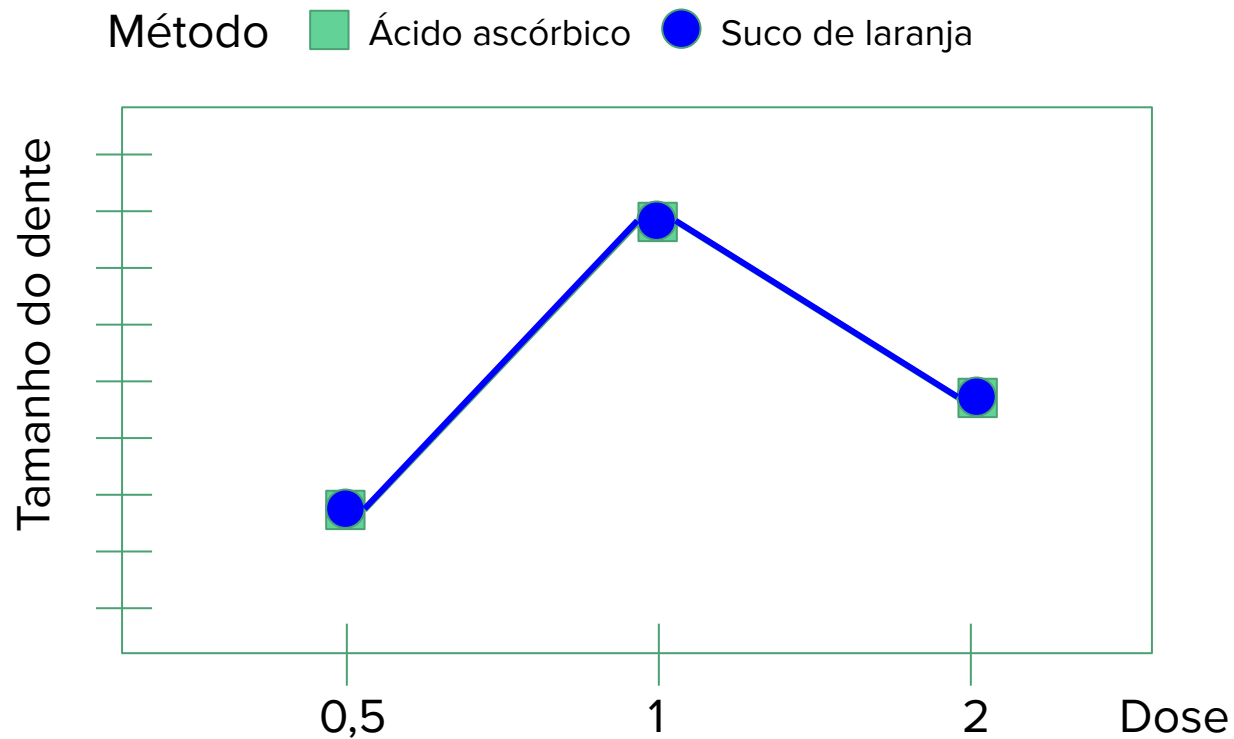
É possível verificar que *supp* e *dose* são estatisticamente significativo, assim como a interação entre eles. Se a interação é significativa, a relação entre a dose e o tamanho do dente depende do método.

Se a interação não for estatisticamente significativo → modelo aditivo.

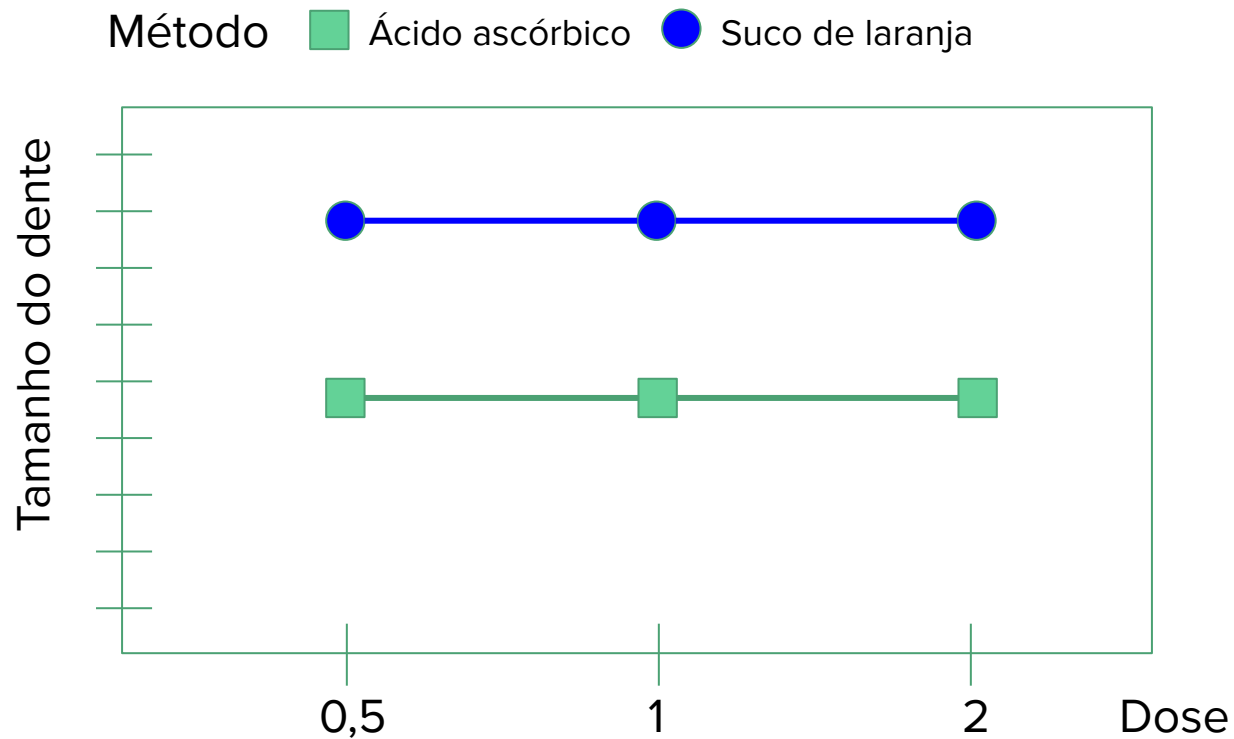
# Exemplo



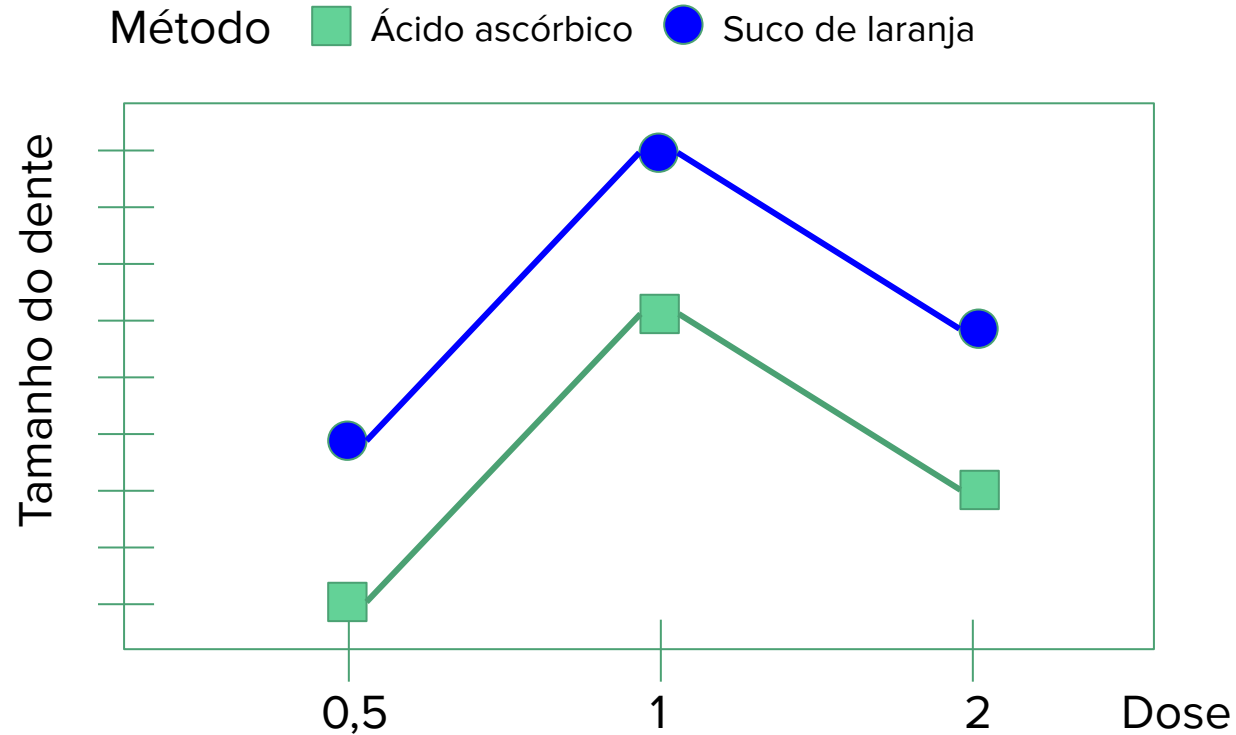
# Exemplo



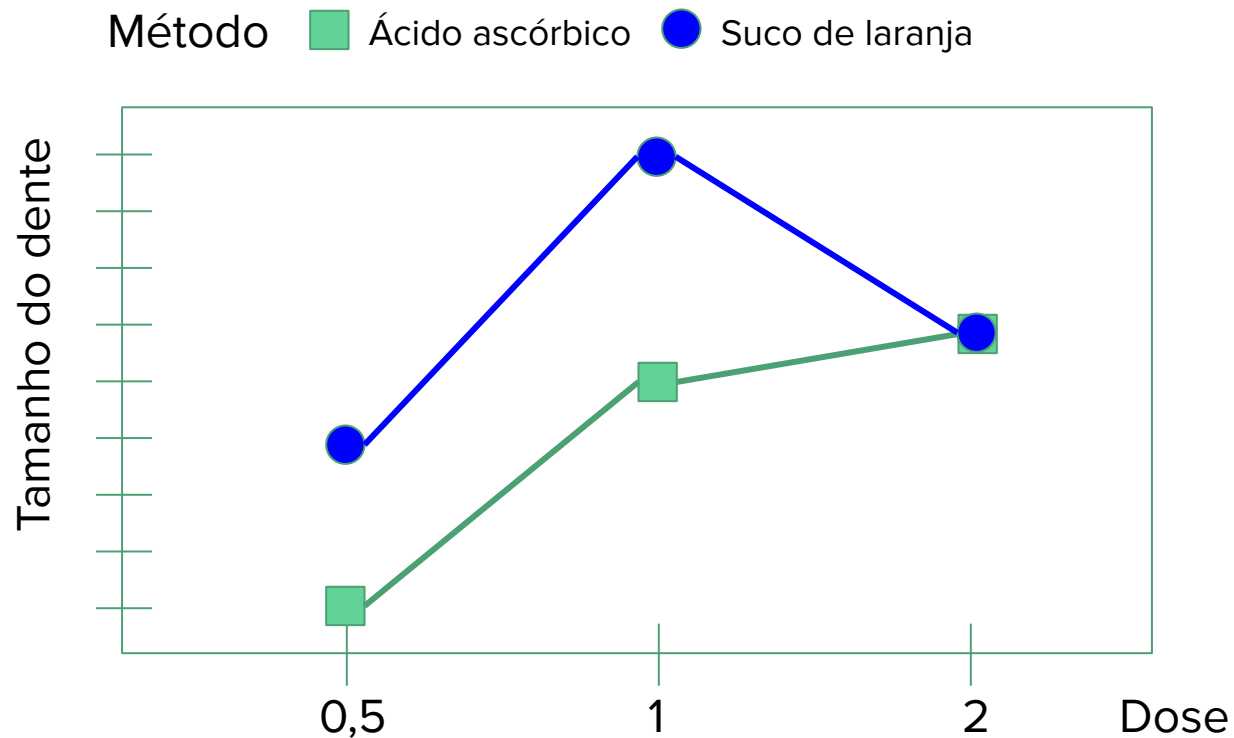
# Exemplo



# Exemplo

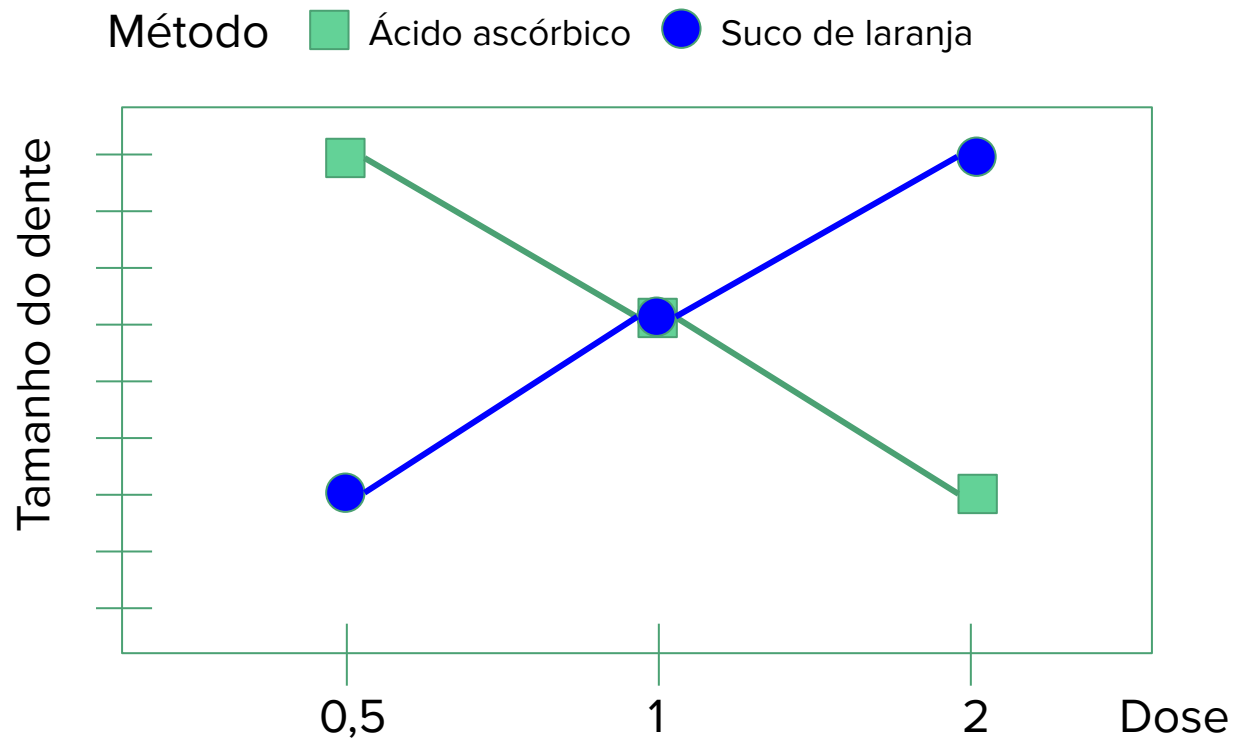


# Exemplo

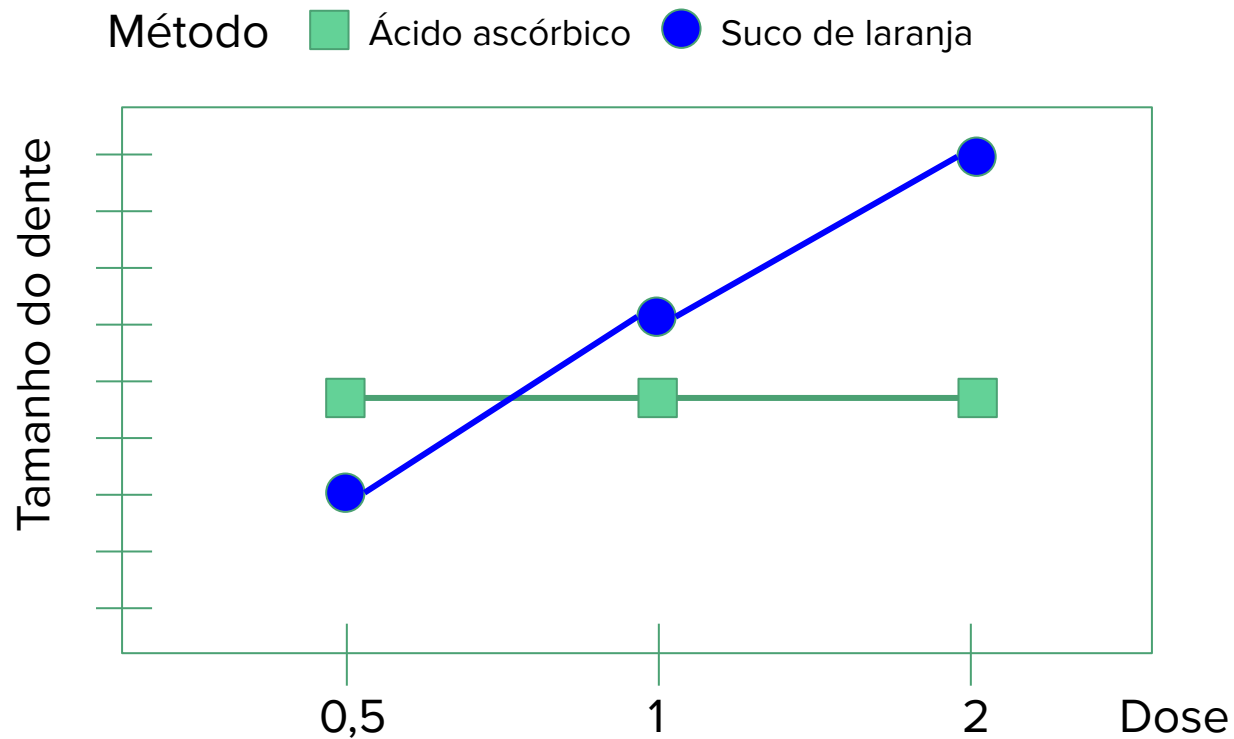




# Exemplo



# Exemplo



# Exercício

Em um experimento foi verificado o crescimento de duas espécies de plantas em quatro solos que foram tratados com fertilizantes de diferentes maneiras como os dados ao lado.

Visualize os dados e realize o teste ANOVA. Então, interprete os resultados obtidos.

		<u>Fertilizer Treatment</u>			
<u>Species</u>		<u>Control</u>	<u>F1</u>	<u>F2</u>	<u>F3</u>
<u>A</u>		21.0	32.0	22.5	28.0
		19.5	30.5	26.0	27.5
		22.5	25.0	28.0	31.0
		21.5	27.5	27.0	29.5
		20.5	28.0	26.5	30.0
		21.0	28.6	25.2	29.2
<u>B</u>		23.7	30.1	30.6	36.1
		23.8	28.9	31.1	36.6
		23.8	30.9	28.1	38.7
		23.7	34.4	34.9	37.1
		22.8	32.7	30.1	36.8
		24.4	32.7	25.5	37.1