

Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Instituto Metr pole Digital  
**IMD0601 - Bioestatística**

# Regressão Linear

---

Prof. Dr. Tetsu Sakamoto  
Instituto Metr pole Digital - UFRN  
Sala A224, ramal 182  
Email: [tetsu@imd.ufrn.br](mailto:tetsu@imd.ufrn.br)



## Baixe a aula (e os arquivos)

- Para aqueles que não clonaram o repositório:

```
> git clone https://github.com/tetsufmbio/IMD0601.git
```

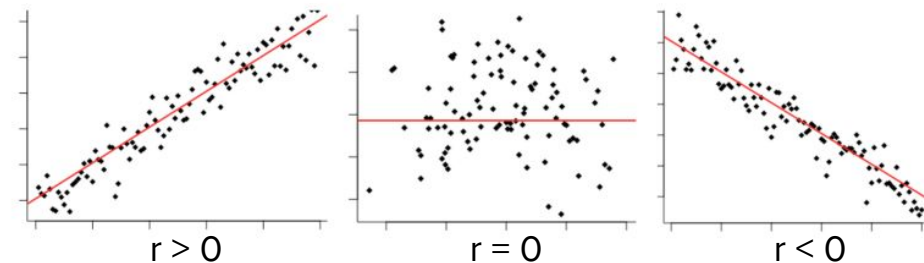
- Para aqueles que já tem o repositório local:

```
> cd /path/to/IMD0601
```

```
> git pull
```

# Correlação

## Conceito



Medida de associação entre variáveis;

“Associação não implica na causa!”  
(ex.: Clima, Sorvete e Mosquito);

$$r = \frac{\frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}}{s_x s_y}$$

# Correlação

Conceito

Medidas não paramétricas de correlação:

- Spearman;
- Kendall

Intervalo de valores → -1 a 1

Função no R:

- `cor()`;
  - `cor.test()`;
-

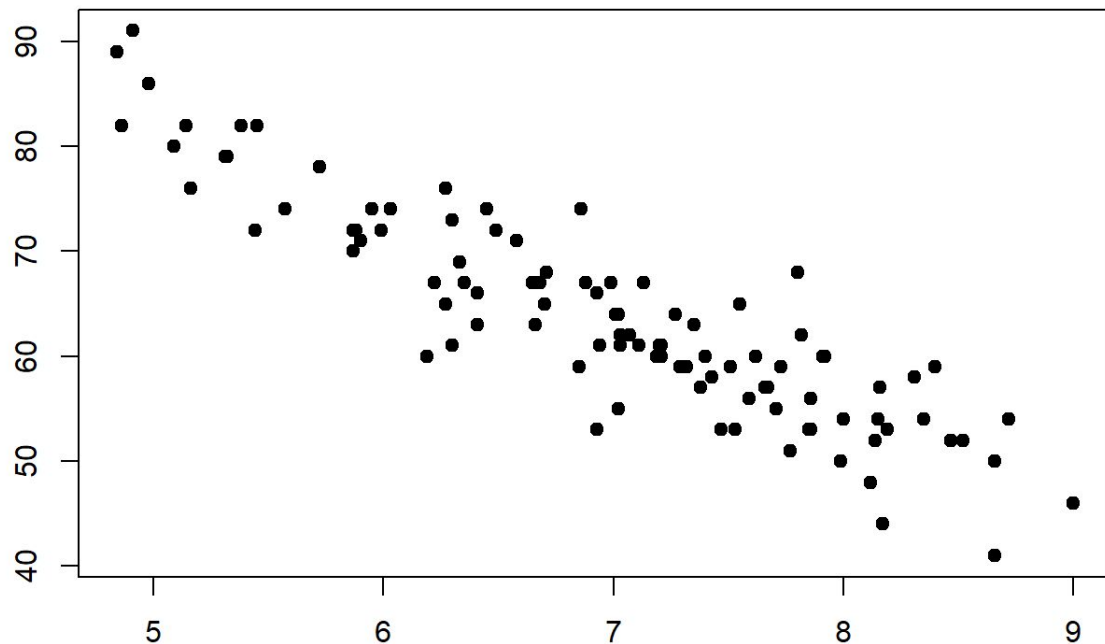
# Regressão Linear

Conceito

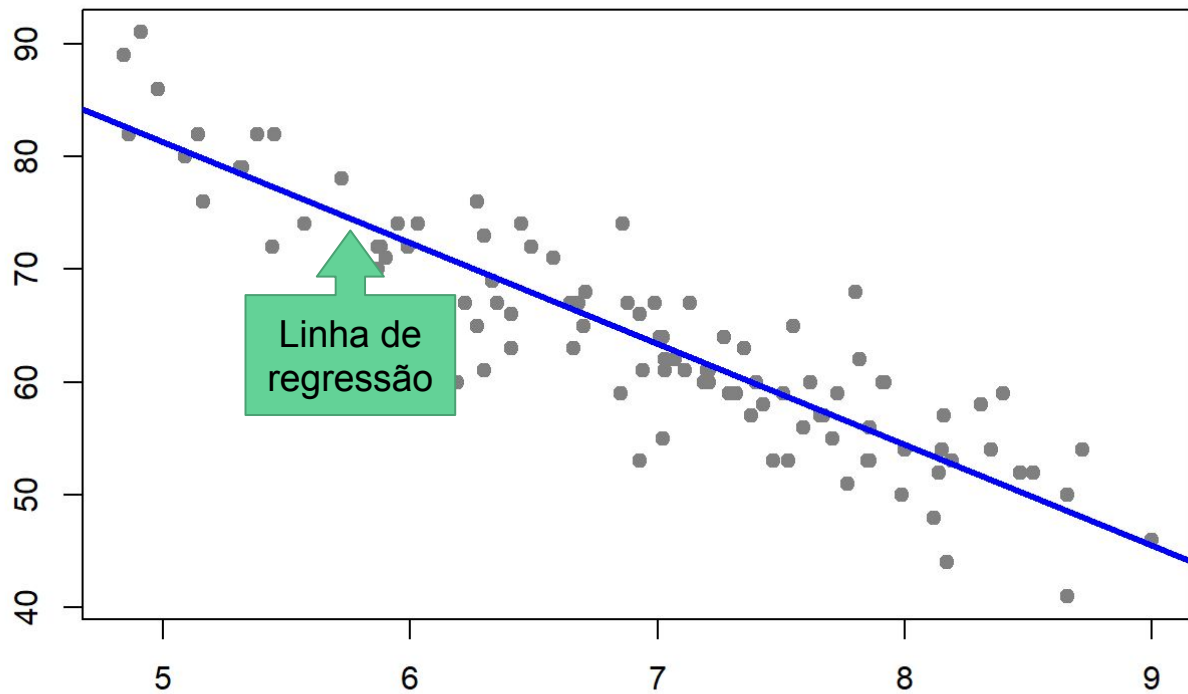
“Um modelo estatístico que procura estabelecer uma relação linear entre a variável preditora (X) e a variável resposta (Y).”

---

# Regressão Linear

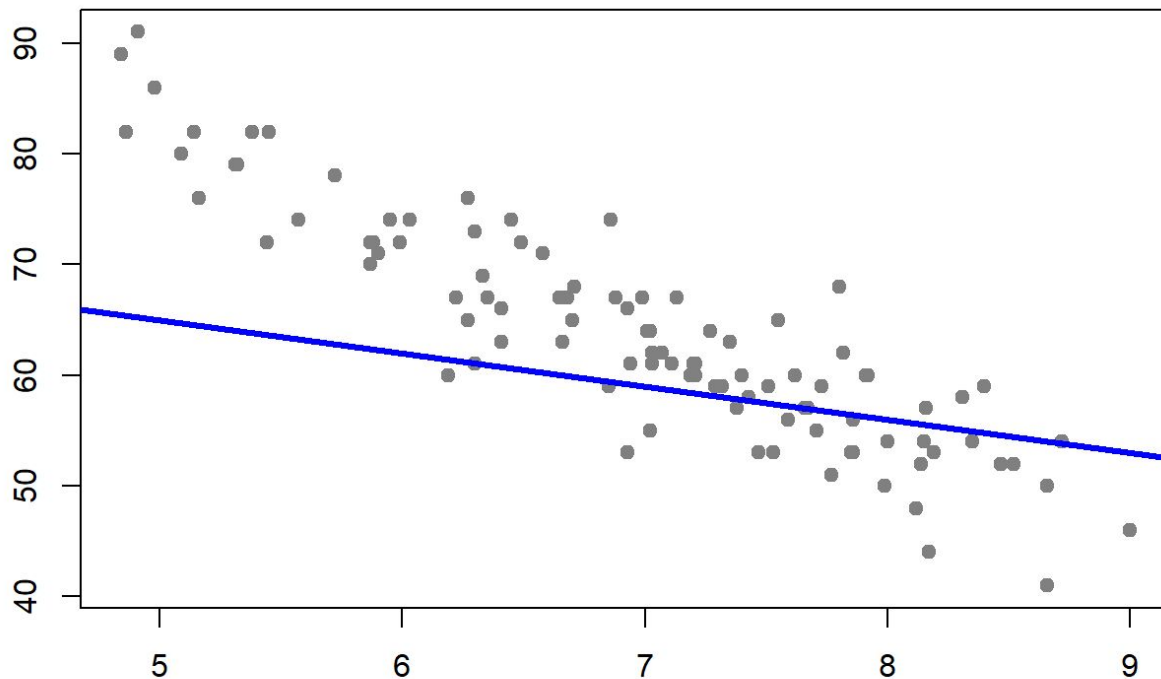


# Regressão Linear



Modelo de regressão que melhor se ajusta aos dados

# Regressão Linear

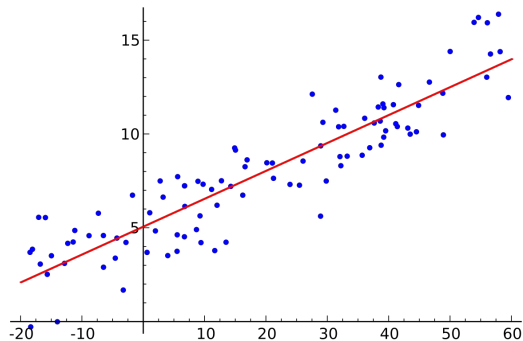


Modelo de regressão que não se ajusta bem com os dados



# Regressão Linear

Uma linha



Média de Y para qualquer valor de X.

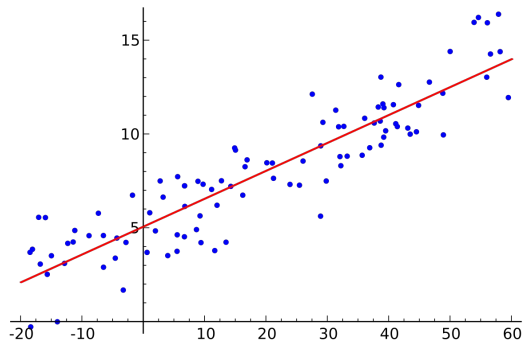
Fórmula para descrever uma função linear:

$$y = mx + c$$

- y e x → duas variáveis;
- m → slope, coeficiente linear;
- c → onde a linha corta o y;

# Regressão Linear

Uma linha



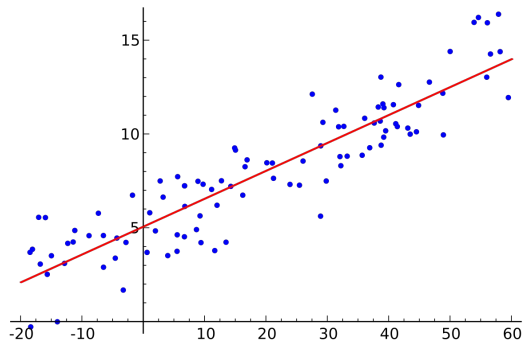
Se  $Y$  é a variável resposta e  $X$  é a variável preditora, então:

$$\hat{Y}_i = b_1 X_i + b_0$$

- $X_i$  e  $Y_i \rightarrow$  correspondem às coordenadas da  $i$ -ésima observação;
- $\hat{Y}_i \rightarrow$  resultado estimado;
- $b_1 \rightarrow$  slope, coeficiente linear;
- $b_0 \rightarrow$  onde a linha corta o  $y$ ;

# Regressão Linear

Os dados não ajustam  
perfeitamente ao modelo



$$Y_i \neq \hat{Y}_i$$

Resíduo:

$$\epsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i$$

Se:

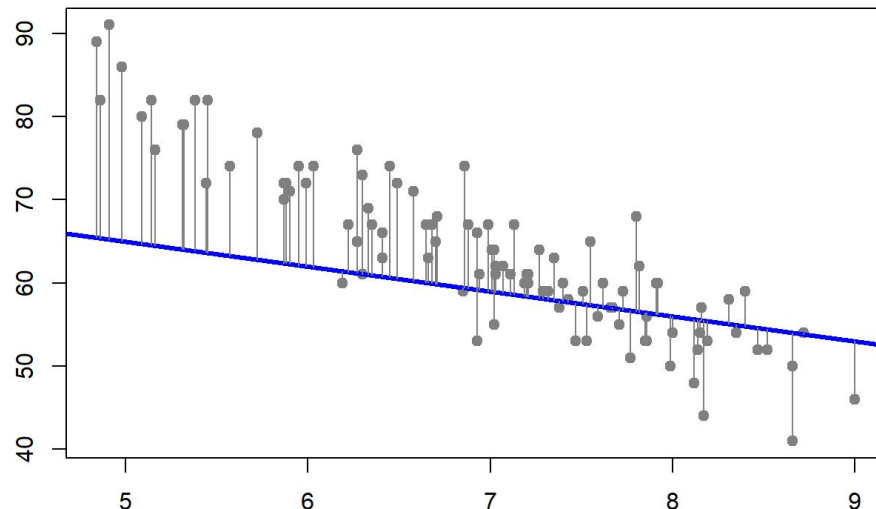
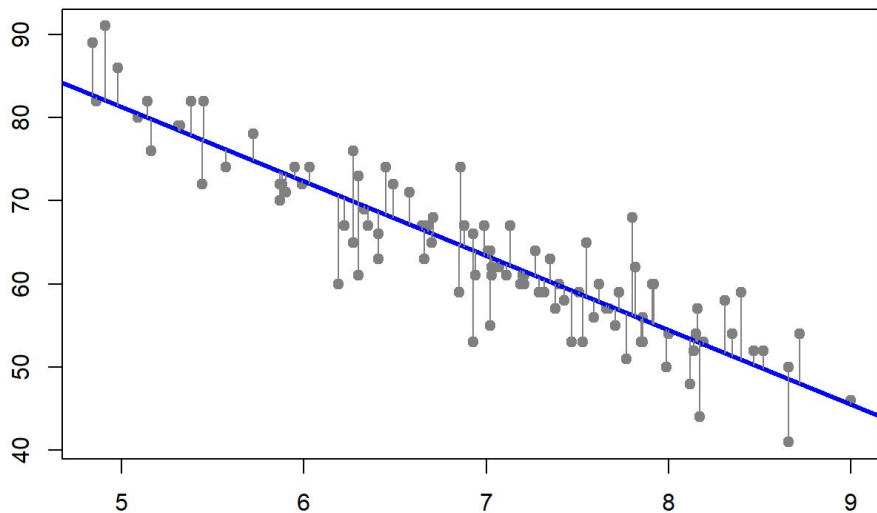
$$\hat{Y}_i = b_1 X_i + b_0$$

Modelo de regressão linear  
completo:

$$Y_i = b_1 X_i + b_0 + \epsilon_i$$

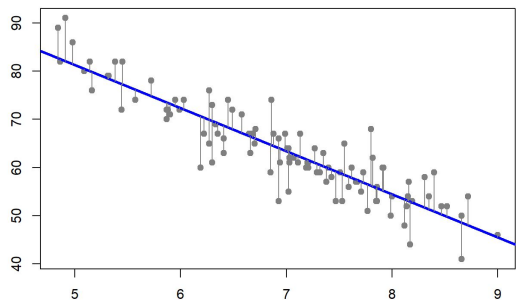
# Regressão Linear

Comparação dos resíduos nos dois modelos lineares



# Regressão Linear

Problema do modelo de regressão linear



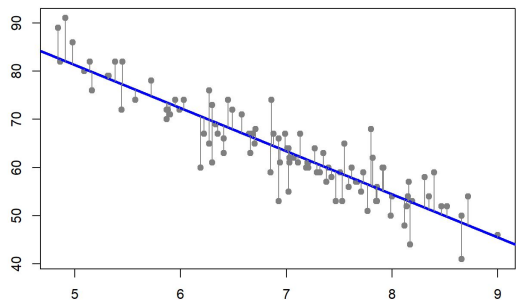
Encontrar uma estimativa de  $b_1$  e  $b_0$  que minimiza a soma do quadrado do resíduo:

$$\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum \epsilon_i^2$$

---

# Regressão Linear

Como estimar  $b_1$  e  $b_0$ ?



Método dos mínimos quadrados

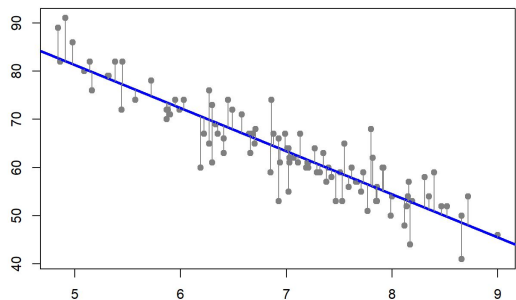
- Encontra o melhor ajuste para um conjunto de dados minimizando a soma dos quadrados dos erros.

$$\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum \epsilon_i^2$$

---

# Regressão Linear

Mínimos quadrados



- Derivar a função:

$$\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum \epsilon_i^2$$

- <http://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFitting.html>

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{cov(X, Y)}{var(X)}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

---