

2017-2018 Spring BoEC

Solutions of HW 5

$$1) a) I) V_1 + V_3 + V_4 - V_5 = 0 \rightarrow R_1 i_1 + R_3 i_3 + R_4 i_4 = V_5$$

$$II) V_2 + V_3 - V_5 + V_{I_5} = 0 \rightarrow R_2 i_2 + R_3 i_3 - R_5 i_5 + V_{I_5} = 0$$

$$I) R_1 I_{m1} + R_3 (I_{m1} + I_{m2}) + R_4 I_{m1} = V_5$$

$$i_1 = I_{m1}$$

$$i_2 = I_{m2}$$

$$II) R_2 I_{m2} + R_3 (I_{m1} + I_{m2}) + R_5 I_{m2} + V_{I_5} = 0$$

$$i_3 = I_{m1} + I_{m2}$$

$$i_4 = I_{m1}$$

$$I) (R_1 + R_3 + R_4) I_{m1} + R_3 I_{m2} = V_5$$

$$i_5 = -I_{m2}$$

$$II) R_3 I_{m1} + (R_2 + R_3 + R_5) I_{m2} + V_{I_5} = 0$$

$$I_{m2} = -I_5$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 + R_4 & R_3 & 0 \\ R_3 & R_2 + R_3 + R_5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{I_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_5 \\ 0 \\ +I_5 \end{bmatrix}$$

\uparrow
Z matrix

$$b) I) V_1 + V_3 + V_4 - V_5 = 0 \rightarrow R_1 i_1 + R_3 i_3 + R_4 i_4 = V_5$$

$$II) -V_2 - V_3 + V_5 - V_{I_5} = 0 \rightarrow -R_2 i_2 - R_3 i_3 + R_5 i_5 - V_{I_5} = 0$$

$$I) R_1 I_{m1} + R_3 (I_{m1} - I_{m2}) + R_4 I_{m1} = V_5$$

$$i_1 = I_{m1}$$

$$i_2 = -I_{m2}$$

$$II) -R_2 (-I_{m2}) - R_3 (I_{m1} - I_{m2}) + R_5 I_{m2} - V_{I_5} = 0$$

$$i_3 = I_{m1} - I_{m2}$$

$$i_4 = I_{m1}$$

$$I) (R_1 + R_3 + R_4) I_{m1} - R_3 I_{m2} = V_5$$

$$i_5 = I_{m2}$$

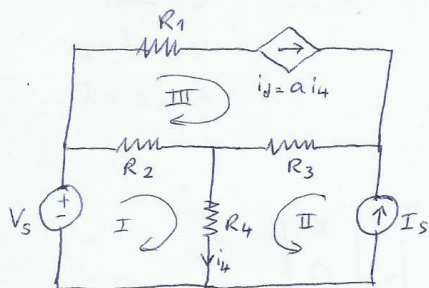
$$II) -R_3 I_{m1} + (R_2 + R_3 + R_5) I_{m2} - V_{I_5} = 0$$

$$I_{m2} = -I_5$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 + R_4 & -R_3 & 0 \\ -R_3 & R_2 + R_3 + R_5 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ V_{I_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ 0 \\ -I_s \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow Z_{12}, Z_{21}, Z_{23}$ are different.

2) Choose mesh currents arbitrarily.



$$\text{I) } (R_2 + R_4) I_{m1} + R_4 I_{m2} - V_s - R_2 I_{m3} = 0$$

$$\text{II) } R_4 I_{m1} + (R_3 + R_4) I_{m2} + V_{I_s} + R_3 I_{m3} = 0$$

$$\text{III) } -R_2 I_{m1} + R_3 I_{m2} + (R_1 + R_2 + R_3) I_{m3} + V_{i_d} = 0$$

$$\text{i) } i_d = a i_4 \rightarrow I_{m3} - a (I_{m1} + I_{m2}) = 0$$

$$\text{ii) } I_{m2} = I_s$$

$$\begin{bmatrix} R_2 + R_4 & R_4 & -R_2 & 0 & 0 \\ R_4 & R_3 + R_4 & R_3 & 0 & 0 \\ -R_2 & R_3 & R_1 + R_2 + R_3 & 1 & 0 \\ -a & -a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ I_{m3} \\ V_{i_d} \\ V_{I_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_s \end{bmatrix}$$