

# Stærðfræði og reiknifræði – Skiladæmi 9

Í þessari viku á að leysa dæmin með blaði og blýanti, skanna sem pdf með CamScanner og hlaða inn í Gradescope (það eru leiðbeiningar um skönnun á Piazza, efst).

## A. Æfingar úr 3. kafla

- Látið  $x = (4, 4, 7)$  og  $y = (6, 7, 13)$ . Reiknið  $\|x\|$  og  $\|x - y\|$
- Gefinn er punktur  $y \in \mathbb{R}^3$  og ennfremur  $n$  punktar  $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}^3$ . Skrifðu reiknirit til að finna hver er næsti granni (*nearest neighbor*)  $y$  meðal  $x$ -anna. Það má ekki nota argmin-fall, heldur á að gera þetta með lykkju.
- Lát  $x = (1, 3, 3, 9)$  og  $e = (1, 1, 1, 1)$ .
  - Reiknið  $\text{std}(x)$ .
  - Reiknið í framhaldi  $\text{std}(2x + e)$  með því að nota ykkur eiginleika staðalfráviks (*standard deviation*) sem fjallað er um neðst á bls. 54.
  - Reiknið líka  $z$  sem staðlaða útgáfu (*standardized version*) af  $x$ . Sýnið útreikninga.
- Reiknið hornið milli vigranna  $x$  og  $y$  í lið 1.

## B. Æfingar úr köflum 5.1 og 5.2

- Hvað þýðir það (rúmfræðilega) að tveir vigrar  $x$  og  $y$  í þrívíðu rúmi séu línulega háðir (*linearly dependent*)? Teiknið mynd af tveimur vigrum í planinu sem eru (a) línulega háðir og (b) línulega óháðir (*independent*).
- Hér er dæmi úr gömlu kínversku handriti frá því á fyrstu öld f.Kr. Leysið það.

Nokkrir ætla að leggja í púkk til að kaupa hlut. Ef hver borgar átta peninga eru þrír peningar afgangi en ef hver borgar sjö vantar fjóra upp á. Hve margir eru kaupendur og hvað kostar hluturinn?

- Lát  $A = \{(1, 2, 3), (0, 1, 2), (0, 2, 1)\}$ 
  - Sýnið að  $A$  sé grunnur (*basis*) fyrir  $\mathbb{R}$ .
  - Skrifið  $(3, 2, 4)$  sem línulega samantekt (*linear combination*) vigranna í  $A$ .
- Finnið dæmi um grunn fyrir  $\mathbb{R}^5$  þar sem vigrarnir eru ekki allir hornréttir (*orthogonal*) hver á annan.

## C. Æfingar úr köflum 5.3 og 5.4

- Gefinn er vigurinn  $x = (2, 4, 7, 1)$ . Finnið einhvern vigur  $y$  sem er hornréttur á  $x$ .
- Sýnið dæmi um einingaréttan (*orthonormal*) grunn fyrir  $\mathbb{R}^4$ .
- Lát  $B = \{(0, 0, 1), (0.6, 0.8, 0), (-0.8, 0.6, 0)\}$ 
  - Sýnið að  $B$  er einingaréttur grunnur fyrir  $\mathbb{R}^3$
  - Skrifið  $x = (2, 5, 7)$  sem línulega samantekt af vigrunum í  $B$  með því að nota jöfnu (5.5) á bls. 96.
- Beitið Gram-Schmidt aðferðinni á vigrana  $(0.6, 0.8)$  og  $(2, 1)$