

Модель эпидемии SIR

Тимур Еюбоглу¹

20 марта, 2025, Москва, Россия

¹Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель лабораторной работы

Изучить модель эпидемии SIR

Задание к лабораторной работе

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$

Процесс выполнения лабораторной работы

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи - $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также являются распространителями инфекции - $I(t)$. А третья группа $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Скорость изменения числа инфекционных особей:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Скорость изменения выздоравливающих особей:

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α , β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

Условие задачи

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $N = 11700$ в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 270$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 49$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0) \leq I^*$
2. $I(0) > I^*$

Графики изменения численности в первом случае

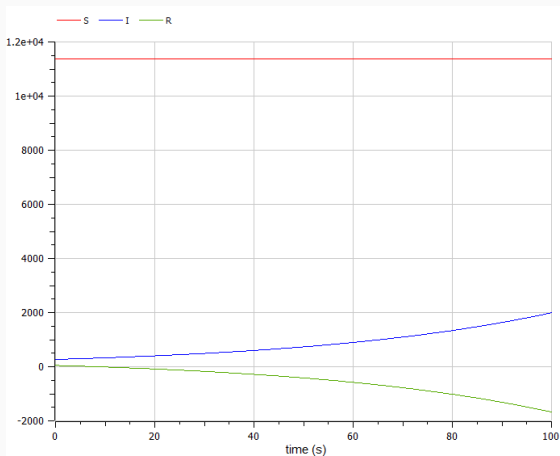


Рис. 1: График численности групп

Графики изменения численности во втором случае

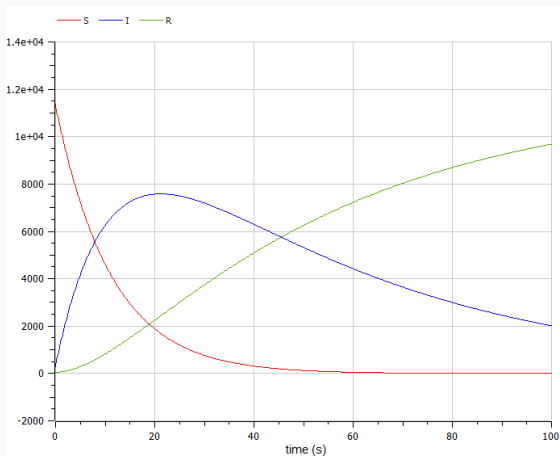


Рис. 2: График численности групп

Выводы по проделанной работе

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель SIR и построены графики.