Nom : .... **Prénom :** ....

INFO I31, partiel 2013

Pour chaque question, répondez directement sur la feuille. Quand vous avez le choix, il n'y a qu'une seule bonne réponse par question. Lisez et comprenez les questions avant d'y répondre ! Tous les documents sont autorisés, mais pas la copie de votre voisin.

Question 1 – Déroulez l'algorithme d'Euclide pour calculer le PGCD de 187 et 55 :

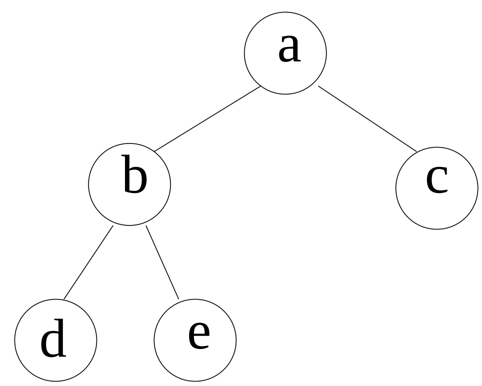
Question 2 – Déroulez l'algorithme d'Euclide étendu (ou Bezout) pour $a = 187$ et $b = 55$. u et v sont tels que $au + bv = g = PGCD(a, b)$; $r = a \mod b$, et $q = \lfloor \frac{a}{b} \rfloor$ est le quotient de a par b :

a	b	r	q	g	u	v
187	55					

Question 3 – Citez les noms de 3 algorithmes de tri :

Question 4 – Citez les noms de 3 algorithmes calculant les plus courts chemins dans un graphe :

Question 5 – Donnez les formules nécessaires pour le calcul récursif de a^n (a est une matrice carrée, à valeurs entières). N'oubliez pas le ou les cas terminaux :



Question 6 – Dans l'arbre ci-dessus, l'affichage : a, b, c, d, e est obtenu par :

☐ un parcours en largeur

☐ un parcours en profondeur

Question 7 – Dans l'arbre ci-dessus, l'affichage : a, b, d, e, c est obtenu par :

☐ un parcours en largeur

☐ un parcours en profondeur

Question 8 – Un algorithme optimal de tri, n'utilisant que des comparaisons entre 2 éléments, nécessite :

☐ $O(n \log n)$ comparaisons pour trier n éléments

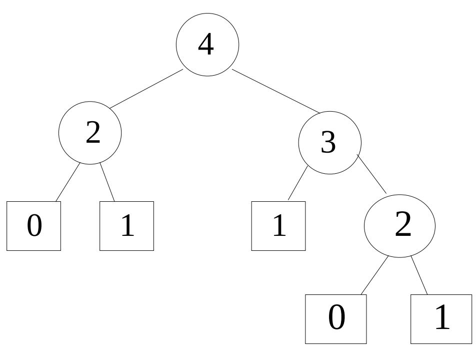
☐ $O(n^2)$ comparaisons

☐ $O(n)$ comparaisons

☐ un nombre exponentiel de comparaisons

Question 9 – L'arbre binaire de hauteur 0 contient 0 éléments. Celui de hauteur 1 contient 1 élément. Combien d'éléments contient l'arbre complet de hauteur h :

Question 10 – L'arbre binaire de hauteur 0 contient 0 éléments, et donc 0 feuilles. Celui de hauteur 1 contient 1 élément, qui est une feuille. Combien de feuilles (éléments les plus profonds dans l'arbre) contient l'arbre complet de hauteur h :



Question 11 – L'arbre de Fibonacci T_4 est dessiné ci-dessus. T_0 est une feuille portant l'étiquette 0, T_1 est une feuille portant l'étiquette 1 ; pour $n > 1$, T_n est un noeud binaire, dont le fils gauche est T_{n-2} et dont le fils droit est T_{n-1}. Donnez une formule récursive pour le nombre d'éléments (feuilles ou sommets), noté $|T_n|$, de T_n, pour $n > 1$:

Question 12 – Définissez U_n le nombre de feuilles étiquetées 1 de T_n. Que constatez-vous :

Question 13 – Définissez Z_n le nombre de feuilles étiquetées 0 de T_n :

Question 14 – Remplissez le tableau suivant, où U_n est le nombre de feuilles étiquetées 1 de T_n, Z_n le nombre de feuilles étiquetées 0 de T_n :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\|T_n\|$										
U_n										
Z_n										