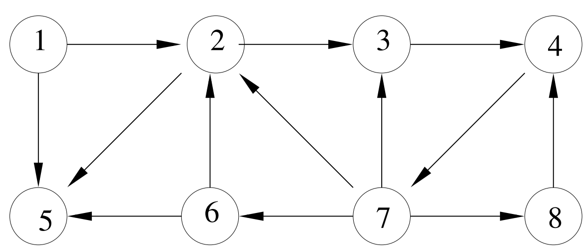
EXAMEN LICENCE 2, MODULE I31, 15-12-2016

1 Quizz (sur 10 points)

1. Citer 6 structures de données.

2. En détaillant les trois étapes, triez avec la méthode du tri par base ("radix sort") les nombres : $321, 231, 123, 221, 113, 213, 131, 311$.

3. Le graphe G est ci-dessous. A partir de ses composantes fortement connexes, dessinez son graphe réduit, R. Indiquez sur chaque sommet de R quels sont les sommets correspondant dans G.



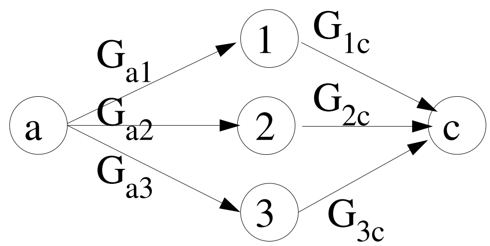
4. Quelle est la complexité du tri rapide d'un tableau de n éléments ? Quelle est la formule récusive pour $T(n)$? La méthode n'est pas demandée. Répondre en 1 ligne.

5. Rappelez, par une formule, la définition de la date au plus tôt et de la date au plus tard dans un graphe orienté sans cycle où les arcs sont étiquetés par des durées. N'oubliez pas de cas.

6. Le chemin critique est-il un chemin le plus court dans le graphe de la

question précédente ?

7. Dans le graphe de la figure ci-dessous, $G_{u,v}$ est le coût ou la longueur de l'arc $u \to v$. Quel est la longueur du chemin le plus court, en 2 arcs, de a vers c ? Répondre par une formule en 1 ligne.



8. (suite) $G_{u,v}$ est ici la probabilité de survivre (ou de bon fonctionnement) en parcourant l'arc $u \to v$. Quelle est la probabilité de survivre du chemin le plus sûr, en 2 arcs, de a vers c ? Répondre par une formule en 1 ligne.

9. (suite) $G_{u,v}$ est ici la probabilité de mourir (ou de tomber en panne) en parcourant l'arc $u \to v$. Quelle est la probabilité de mourir dans le chemin en 2 arcs le plus sûr de a vers c ? Répondre par une formule en 1 ligne.

10. (suite) $G_{u,v}$ est ici la capacité de l'arc $u \to v$; en termes imagés, $G_{u,v}$ est le diamètre d'un tuyau qui descend de u à v, dans lequel vont pouvoir rouler ou chuter des billes de diamètre au plus $G_{u,v}$. Quelle est la capacité du chemin de plus grande capacité, en 2 arcs, de a vers c ? Répondre par une formule en 1 ligne.

2 La méthode de Newton (sur 5 points)

1. La fonction f est définie par $f(x) = x^3 - 9$. Donnez $f'(x)$. Donnez $N(x)$, où N est la fonction de Newton associée à f.

2. Expliquez à quoi elle sert, en 1 ligne au plus.

3. Calculez $N(1/2), N(1), N(2), N(3)$ et dessinez avec soin la courbe $(x, N(x))$ pour $0 < x \leq 3$. Dessinez aussi la droite d'équation $y = x$. En partant de $x_0 = 1$, dessinez le chemin suivi par la méthode de Newton (les valeurs

exactes ne sont pas demandées).

4. La méthode de la sécante est une variante de la méthode de Newton, où $f'(x)$ est remplacée par $f'(v)$. Calculez $f'(2)$ et indiquez ce que vaut la fonction sécante $S(x)$ pour $v = 2$. Dessinez la courbe $(x, S(x))$ pour $-1 \leq x \leq 3$. Dessinez aussi la droite d'équation $y = x$. En partant de $x_0 = 1$, dessinez le chemin suivi par la méthode de la sécante (Les valeurs exactes ne sont pas demandées).

5. Quand $|N'(x)| < 1$, ou $|S'(x)| < 1$, la convergence est garantie. Résolvez $S'(x) = 1$, ainsi que $S'(x) = -1$ (vous pouvez contrôler vos solutions sur votre dessin).

3 Algorithme d'Euclide généralisé (2 points)

Utilisez l'algorithme d'Euclide généralisé pour calculer le PGCD g de $a = 104$ et $b = 39$. Outre le PGCD, vous devez aussi calculer deux entiers relatifs u et v tels que $au + bv = g$ (coefficients de Bezout). Utilisez une présentation sous forme de tableau, avec des colonnes a, b, q, r, u, v, g, comme en TD ($q = \lfloor a/b \rfloor, r = a \mod b$).

4 Produit optimal de matrices (3 points)

La matrice A a 1 ligne, 1000 colonnes. La matrice B a 1000 lignes, 2 colonnes. La matrice C a 2 lignes, 1000 colonnes.

1. Quel est le nombre de lignes et de colonnes de $(AB)C$ et de $A(BC)$? Quel est le nombre de multiplications pour calculer $(AB)C$, et pour calculer $A(BC)$?

2. Quel est le nom de l'algorithme vu en cours pour trouver le parenthésage optimal ?

3. Donnez la formule (récursive) du coût optimal $C(i, j)$ (avec $i \leq j$) pour multiplier les matrices $M_i, \dots M_j$ avec ce type d'algorithme. Vous noterez

l_i, c_i le nombre de lignes et de colonnes de la matrice M_i.