

Mecânica e Campo Eletromagnético

Aula 1

• Apresentação da UC

Isabel Malaquias imalaquias@ua.pt Gab. 13.3.16

On White II, Wassily Kandinsky 1923

MCE_IM_2024-2025



Equipa Docente

- Isabel Malaquias (T1) coordenadora imalaquias@ua.pt, Gabinete: 13.3.16
- Armando Lourenço (T2, TP3, PL3, PL4, PL5, PL6) alourenco@ua.pt, Gabinete: 13.2.14
- António Cunha (TP1, TP2) antonio.cunha@ua.pt, Gabinete: 13.2.8
- Sandra Correia (PL1, PL2) sandracorreia@ua.pt, Sala atendimento Física, Complexo Pedagógico

MCE_IM_2024-2025 2



Tipologia de aulas

G.1 Aulas Teóricas: T T – 2ª e 3ª feiras

G.2 Aulas Práticas: TP e PL TP - 5ª feira e PL - 5ª e 6ª feiras

<u>Aulas Práticas</u>: T1.1 – Movimento de Projéteis; T2.1 – Bobinas de Helmholtz <u>TP</u>- Aulas teórico-práticas: resolução dos problemas TP designados por P1-P6

AVISO - Semana 16 a 20 setembro

As aulas de quinta e sexta feira desta semana **decorrerão no laboratório 13.2.23**, situado no Departamento de Física

MCE IM 2024-2025

3



Capítulo 1. Fundamentos de Mecânica Clássica

1.1 Cinemática da partícula

Posição e trajetória. Deslocamento e distância. Velocidade instantânea e média. Aceleração instantânea e média. Aplicações 1-D: queda livre. Aplicações 2-D: projétil e movimento circular. Aplicações 3-D: movimento curvilíneo geral.

1.2 Dinâmica da partícula

Conceito de força. Leis de Newton. Forças de contacto e ligação. Tensões e outras ligações. Força de atrito. Força elástica.

Conceito de força. Leis de Newton. Forças de contacto e ligação. Tensões e outras ligações. Força de atrito. Força elástica.

1.3. Trabalho e Energia

Trabalho realizado por uma força constante e variável. Energia cinética e teorema do trabalho. Potência. Forças conservativas e forças não conservativas. Energia potencial. Conservação da energia.

1.4 Dinâmica de um sistema de partículas

Momento linear do sistema. Conservação do Momento linear. Centro de massa. Colisões. Cinemática e energia cinética de rotação. Momento de inércia. Momento de uma força. Dinâmica de rotação. Momento angular.

Capítulo 2: Sistemas oscilatórios

Oscilador harmónico simples. Oscilador harmónico amortecido. Oscilador harmónico forçado: Ressonância. Oscilações acopladas.

MCE_IM_2024-2025



Capítulo 3: Campos elétrico e magnético

3.1 Campo elétrico

Propriedades das cargas elétricas. Isoladores e condutores. Lei de Coulomb. Campo elétrico.

3.2 Lei de Gauss

Lei de Gauss. Aplicações da Lei de Gauss. Condutores em equilíbrio eletrostático.

3.3 Potencial elétrico

Diferença de potencial. Potencial elétrico. Energia potencial. Cálculo do campo elétrico, a partir do potencial elétrico.

3.4 Corrente elétrica e resistência

Corrente elétrica. Resistência e a Lei de Ohm. Energia e potência elétricas. Combinação de resistências. Leis de Kirchhoff.

3.5 Capacidade e condensadores

Capacidade de um condensador. Combinação de condensadores. Energia armazenada num condensador.

3.6 Campo magnético

Campo magnético. Força magnética. Lei de Biot-Savart. Lei de Ampère.

3.7 Indução eletromagnética

Lei de Faraday. Lei de Lenz. Auto-indutância. Indutância mútua.

3.8 Equações de Maxwell

Conceitos gerais sobre as equações de Maxwell.

MCE IM 2024-2025

.



Prática laboratorial (PL) Trabalhos práticos:

Série 1. Mecânica (3 aulas)

1.1. Movimento de projéteis

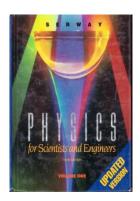
Série 2. Campo eletromagnético (4 aulas)

2.1. Lei da indução de Faraday

C.3 – BIBLIOGRAFIA

- Dossier pedagógico da Unidade Curricular.
- Apontamentos on-line da Unidade Curricular (http://elearning.ua.pt/) e referências incluídas.
- R.A. Serway, *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*, Saunders Golden Sunburst Series.
- P.A. Tipler e G. Mosca, *Física*, Vol. I, 5ª ed, Livros técnicos e Científicos Editora, S.A, Rio de Janeiro, 2006.
- Alonso & Finn, Física um curso universitário, Vol. I e II, Edgard Bluecher.
- C. Kittel et al., *Curso de Física de Berkeley: Mecânica*, Vol. 1, Edgard Bluecher.
- H.J. Pain, The Physics of Vibrations and Waves, Ed. Wiley.
- R. Resnick e D. Halliday, *Física*, 4ª ed, Livros Técnicos e Científicos Editora.
- R. Kip, Fundamentals of Electricity and Magnetism, McGraw Hill.

MCE_IM_2024-2025







E. AVALIAÇÃO

N_{FINAL} = 30% Nota PL +70% Nota TP

A avaliação pré-definida é a AVALIAÇÃO CONTÍNUA

E.1 – COMPONENTE TEÓRICA/TEÓRICO-PRÁTICA (T/TP)

ACT1+ ACT2+ ACT3 - três momentos de avaliação individual - duração de 15 min e peso relativo total de 30%, $(3\times10\%) - 7$ 8 out; 28 29 out; 25 26 nov _ AulaTeórica Teste Final (70%), a realizar no período de exames, no dia do Exame Final – 6 janeiro 2025, 10h

EXAME DE RECURSO - 22 janeiro 2025, 10h

E.2 – COMPONENTE PRÁTICA LABORATORIAL (PL)

Se for por AVALIAÇÃO FINAL (peso de 100%) deverão inscrever-se até ao dia 30 setembro 2024

Exame Final
- 6 jan25, 10h
Exame de Recurso
- 22 jan25, 10h

Parâmetros de avaliação	Valoração
	(%)
preparação do trabalho	25
desempenho laboratorial	25
relatório sumário/	50
apresentação oral*	

*Trabalho 2.1

MCE_IM_2024-2025

QUADRO – RESUMO

Avaliação pré-definida - Avaliação Contínua NFINAL = 30% Nota PL +70% Nota T

- o Componente Teórica / Teórico-Prática (T/TP) _ 70%
 - 3 momentos de avaliação (ACT1, ACT2 e ACT3) _ 30% (3x10%)
 - Teste Final (TF) 70%
- Componente prática-laboratorial (PL) _ 30%
 - Trabalho 1.1 (T1.1) _40%
 - Trabalho 2.1 + apresentação oral (T2.1) _60%

Cálculo N_{FINAL} = 0,30 (0,40 T1.1 + 0,60 T2.1) + 0,70 (0,30 ACTi + 0,70TF)

MCE_IM_2024-2025



On White II, Wassily Kandinsky 1923

Aula 1

- Cap. 1 Cinemática
 - 1.1 Movimento de projécteis
 - 1.2 Movimento curvilíneo

Isabel Malaquias imalaquias@ua.pt Gab. 13.3.16

MCE_IM_2024-2025

Vectores e Sistemas de coordenadas



$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

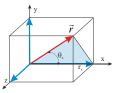
 Decomposição / Projeção de um vector num referencial cartesiano:

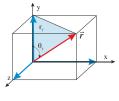
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r \cos \theta_x \\ r \cos \theta_y \\ r \cos \theta_z \end{pmatrix}$$

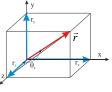
• Vector unitário – versor:

$$|\vec{u}| = 1$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{r_x}{|\vec{r}|} \\ \frac{r_y}{|\vec{r}|} \\ \frac{r_z}{|\vec{r}|} \end{pmatrix}_{\text{NCE_IM_2024-2025}}$$





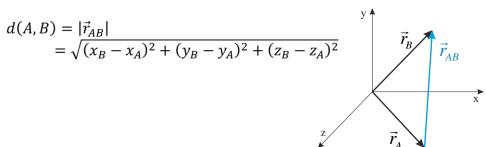




Vectores e Sistemas de coordenadas

· Distância entre 2 pontos:

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$



MCE_IM_2024-2025



Cylindrical coordinates (r, θ, z) : $x = r \cos \theta$ $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta \qquad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x}\right)$$

$$z = z$$

where $0 \le \theta \le \pi$ if $y \ge 0$ and $\pi < \theta < 2\pi$ if y < 0

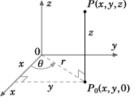


Figure 1.7.2 Cylindrical coordinates

Spherical coordinates (ρ, θ, ϕ) :

$$x = \rho \sin \phi \cos \theta$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$y = \rho \sin \phi \sin \theta$$

$$\theta = \tan^{-1}(\underline{y})$$

$$z = \rho \cos \phi$$

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)$$

where $0 \le \theta \le \pi$ if $y \ge 0$ and $\pi < \theta < 2\pi$ if y < 0

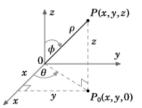


Figure 1.7.3 Spherical coordinates

MCE_IM_2024-2025



O movimento de uma partícula livre é rectilíneo e de velocidade constante

- movimento rectilíneo e uniforme

$$\vec{v} = const^e$$

.

 $\overrightarrow{\mathcal{V}}$ - traduz a variação temporal da posição, pois de contrário, a partícula ou o corpo, entendido como uma partícula livre, estaria parado, i. é, com velocidade zero.

MCE IM 2024-2025

13



$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

vetores unitários $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ $\Delta \vec{r} = (x'-x)\hat{i} + (y'-y)\hat{j} + (z'-z)\hat{k}$

Simplificando-se, adequadamente, para 2D e 1D.

No limite, quando Δt tende para zero,

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_{med} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Podemos também fazer uso da operação inversa, que, em cálculo, se designa por integração.

MCE_IM_2024-2025

14

vetores unitários são as vehnes de comprimuno 1



$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v} dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

Se a velocidade for constante, podemos ainda escrever

$$\vec{r} - \vec{r_0} = \vec{v} (t - t_0) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v} (t - t_0)$$

A 1D, obtemos expressões já conhecidas, como

$$x = x_0 + v_x(t - t_0)$$

MCE IM 2024-2025



Páq 253 – Serway

Momento linear ou Quantidade de movimento





Quanto maior é o momento linear de um corpo, mais difícil é travá-lo e maior será o efeito provocado se for posto em repouso por impacto ou colisão.



DEFINITIONS.

DEFINITION L

DEFINITION I.

The quantity of matter is the measure of the same, arising from its density and bulk conjunctly.

Thus air of a double density, in a double space, is quadruple in quantity; in a triple space, sextuple in quantity. The same thing is to be understood of snow, and fine dust or powders, that are condensed by compression or bigneficion; and of all bodies that are by any causes whatever differently condensed. I have no regard in this place to a medium, if any such there is, that freely pervades the interstices between the parts of bodies. It is this quantity that I mean hereafter everywhere under the name of body or mass. And the same is known by the weight of each body; for it is proportional to the weight, as I have found by experiments on pendulums, very accurately made, which shall be shewn hereafter.

DEPINITION II.

The quantity of motion is the measure of the same, arising from the velocity and quantity of matter conjunctly.

The motion of the whole is the sum of the motions of all the parts; and therefore in a body double in quantity, with equal velocity, the motion is louble; with twice the velocity, it is quadruple.

https://en.wikipedia.org/wiki/File:Newtons_cradle_animation_book_2.gif

MCE_IM_2024-2025

O momento de uma bola de bowling a mover-x a 10 mils é muito major que o de uma bola de ténis com a musma velocidade 8



Dinâmica do movimento

A variação temporal da quantidade de movimento ou momento linear, traduz a actuação de uma força sobre a partícula.

Exº: ocorre uma interacção que obriga a partícula a variar a sua velocidade, admitindo-se que a sua massa não varia.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \neq m\vec{a}$$

A aceleração traduz, portanto, a variação temporal da velocidade

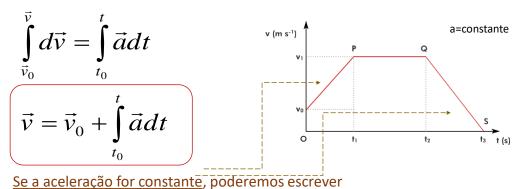
Relacionar a 2ª Lei de Newton Fr=mxa

com o momuno

MCE_IM_2024-2025

17

Usando o conceito de integral, podemos verificar que



$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$

MCE_IM_2024-2025





Também podemos verificar que, se

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$
 e $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

então

$$\vec{a} = \frac{d(d\vec{r})}{dt(dt)} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

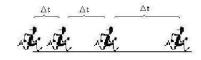
$$\therefore \vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

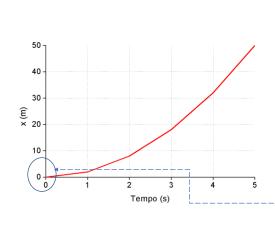
MCE_IM_2024-2025



Movimento rectilíneo uniformemente acelerado -

- dependência da posição





$$v = \frac{dx}{dt}; dx = vdt$$

$$x = \int (v_0 + at) dt + C_2$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 + C_2$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

MCE_IM_2024-2025



Expressões obtidas para o caso de uma partícula que está sujeita a uma interacção constante

Tem uma aceleração constante, podemos caracterizar um pouco melhor o seu movimento:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^t \vec{a} dt$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0} \vec{a} dt$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} (t - t_0)$$
Por outro lado,
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{\bar{r}}_0 d\vec{r} = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

MCE IM 2024-2025

21



isto é,
$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^{t} \vec{v} dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^{t} [\vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)] dt$$

...
$$\vec{r} - \vec{r_0} = \vec{v_0}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{c}$$
i.é,
$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t - t_0)dt$$

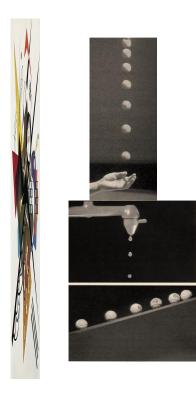
$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{a}tdt - \int_{t_0}^{t} \vec{a}t_0dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t^2 - t_0^2) - \vec{a}t_0(t - t_0)$$

 $\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t^2 - t_0^2) \quad \vec{a}t_0(t - t_0)$

 $\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$

MCE_IM_2024-2025



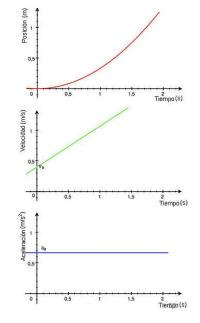
<u>Se o movimento ocorrer a 1D</u>, as expressões simplificam-se:

$$a = const^{e}$$

$$v_{x} = v_{0x} + at$$

$$x = x_{0} + v_{0}t + \frac{1}{2}at^{2}$$

MCE_IM_2024-2025



A 3D teremos de considerar essa situação para cada uma das expressões anteriores

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$$

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z$$

Situação geral

e também

$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$se$$
 $t_0 = 0$,

com as componentes

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

MCE_IM_2024-2025



Exemplo - Cap.1

5 · A aceleração de um corpo que se move ao longo de uma linha recta é dada por $\vec{a} = (4 - t^2)\hat{i}$

em que as unidades de **a** (aceleração) são m.s⁻² e **t** está em segundos.

Determinar a velocidade e a posição em função do tempo, sabendo que, quando t = 3 s, $v = 2 \text{ m.s}^{-1}$ e x = 9 m.

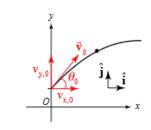
MCE_IM_2024-2025

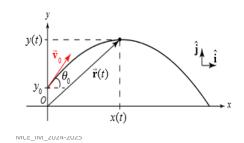
21



Exemplo - Cap. 1

- **12** Um projéctil é lançado com uma velocidade de 100 m.s⁻¹, fazendo um ângulo de 60º com a horizontal. Calcule:
 - a) O alcance do projéctil.
 - b) A altura máxima.
 - c) A velocidade e a altura, 10 s após o lançamento.





2 dimensões



Movimento curvilíneo com a= cte

Polo Sul

Pontos de partida:

- desprezamos os efeitos da resistência do ar
- desprezamos os efeitos de rotação da Terra
- <u>admitimos que</u> o módulo da aceleração da gravidade <u>não varia</u> com a altitude nem com a latitude do lugar, isto é,

admitimos que $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$









27

Movimento de um projéctil Lançamento horizontal Atingir uma barreira com certa altura y Voy O VA A = alcance H = altura máxima

Informações úteis que podem obter-se:

- i) tempo total de voo do projéctil
- ii) alcance máximo
- iii) altura máxima
- iv) tipo de trajectória

$$\overrightarrow{v_0} = v_0 cos\theta \hat{\imath} + v_0 sen\theta \hat{\jmath}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{g} \\ \vec{v} &= \vec{v}_o + \vec{g} \left(t - t_o \right) \\ \vec{r} &= \vec{r}_o + \vec{v}_o \left(t - t_o \right) + \frac{1}{2} \vec{g} \left(t - t_o \right)^2 \end{aligned}$$

Na dinegos horizontal, nos há autenaçõe, ponque assumirmos que nos há resistência do ar. Logo, o movimento é uniforme.

MCE_IM_2024-2025

No entanso, na dinecto ventical (y), há alelenaçõe gravitica, logo o movimento é Uniformemente acelenado.



i) tempo total de voo do projéctil

Neste caso, em t= 0 s, $x_0 = y_0 = 0$ m, pelo que

$$y = y_o + v_{oy}(t - t_o) - \frac{1}{2} g (t - t_o)^2$$

 $0 = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2$

$$t = 0$$
 e $t = \frac{2v_{oy}}{g}$

ii) alcance máximo

Continuamos a admitir que, em t= 0 s, $x_0 = y_0 = 0$ m, pelo que

$$x = x_o + v_{ox}(t - t_o)$$

$$x_{m\acute{a}x}=R=v_{ox}t_{voo}=v_{ox}\frac{2v_{oy}}{g}=$$

$$=\frac{2v_{ox}v_{oy}}{g}=\frac{2v_o^2 sen\theta \cos\theta}{g}$$

$$x_{m\acute{a}x} = R = \frac{v_o^2 \ sen \ 2\theta}{g}$$

MCE_IM_2024-2025

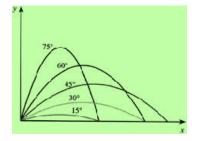
29



O alcance máximo, R, é atingido para um ângulo de 45º sendo y_{inicial} = y_{final}

$$x_{m\acute{a}x} = R = \frac{v_o^2 \ sen \, 2\theta}{g}$$

$$R = \frac{v_o^2}{g}$$



MCE_IM_2024-2025



iii) altura máxima, y_{máx} = h

Considerámos que, em t=0 s, $x_0=y_0=0$ m, pelo que

$$v_{y} = v_{oy} - g(t - t_{o})$$

$$0 = v_{oy} - g t$$

$$t = \frac{v_{oy}}{g}$$

$$y = y_o + v_{oy}(t - t_o) - \frac{1}{2}g(t - t_o)^2$$

$$y_{máx} = h = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_{máx} = v_{oy}\left(\frac{v_{oy}}{g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_{oy}}{g}\right)^2$$

 $y_{m\acute{a}x} = \frac{v_{oy}^2}{2g}$

MCE IM 2024-2025

3



iv) tipo de trajectória?

parabólica (y =ax-bx²)

Em t= 0 s, $x_0 = y_0 = 0$ m

$$x = v_{ox} t \implies t = \frac{x}{v_{ox}}$$

$$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^{2} \implies y = \left(\frac{v_{oy}}{v_{ox}}\right)x - \left(\frac{g}{2v_{ox}^{2}}\right)x^{2}$$

$$y = (tg\theta)x - \left(\frac{g}{2v_{o}^{2}\cos^{2}\theta}\right)x^{2}$$

MCE_IM_2024-2025



Questão 1

Uma bola de massa 0,5 kg é lançada com uma velocidade, v, numa direcção que faz 30° com a horizontal. A bola atinge uma velocidade de 17,7 m.s⁻¹, colide com o solo localizado 3,675 m acima do ponto de lançamento no instante t = 1,5 s.

- i. Determine a velocidade inicial da bola.
- ii. Calcule a que distância do ponto de lançamento a bola atinge o solo.
- iii. Calcule o vector velocidade da bola no instante em que esta colide com o solo.

MCE_IM_2024-2025 33