

Mecânica e Campo Eletromagnético

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Ano letivo 2024/2025

TRABALHO _ MOVIMENTO DE PROJÉTEIS

Objetivos

- Determinar a velocidade inicial do projétil através das equações do movimento
- Verificar a dependência do alcance com o ângulo de lançamento
- Determinar a velocidade inicial do projétil utilizando um pêndulo balístico

1. INTRODUÇÃO

A posição de um projétil, de massa M e velocidade inicial v_0 , que se desloca no plano x, y é dada por:

$$x = x_0 + v_0 t \cos \theta_0 \quad (1)$$

$$y = y_0 + v_0 t \sin \theta_0 - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

onde g é a aceleração da gravidade, t é o tempo, x_0 e y_0 são as coordenadas da posição inicial do projétil e θ_0 é a inclinação do vetor velocidade inicial relativamente ao eixo dos x . Eliminando a variável t das equações (1) e (2), obtém-se uma nova equação para o alcance x em função do ângulo que permite determinar o ângulo correspondente ao alcance máximo, θ_{amax} . Se um corpo é lançado de uma altura y_i e atinge uma altura final y_f , θ_{amax} é dado por:

$$\theta_{amax} = \arctg \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2g(y_i - y_f)}{v_0^2}}} \quad (3)$$

Se o valor da altura inicial for igual ao da altura final ($y_i = y_f$) então, $tg \theta_{amax} = 1$ pelo que $\theta_{amax} = 45^\circ$.

PÊNDULO BALÍSTICO

O pêndulo balístico consiste numa massa M suspensa de um fio ou uma barra. Se um projétil de massa m ($m \ll M$) for disparado contra a massa M e nela ficar retido, então o conjunto adquire

energia cinética, E_c , que, à medida que o pêndulo se move, vai sendo transformada em energia potencial gravítica, E_p . A altura máxima, h , atingida será tal que a energia potencial gravítica máxima iguala a energia cinética inicial, devido à conservação da energia mecânica. Considerando v_0 a velocidade inicial do projétil e v_2 a velocidade do conjunto massa + projétil, logo após a colisão, obtém-se:

$$E_c(\text{inicial}) = \frac{1}{2}(m + M)v_2^2 = (m + M)gh = E_p(\text{máx}) \quad (4)$$

A conservação de momento linear na colisão implica que:

$$mv_0 = (m + M)v_2 \quad (5)$$

de onde se tira a relação entre a velocidade inicial v_0 e a altura h :

$$v_0 = \left(\frac{m+M}{m}\right)\sqrt{2gh} \quad (6)$$

2. PREPARAÇÃO DO TRABALHO¹

1. Serão as equações (1) e (2) aplicáveis ao movimento de um projétil de longo alcance? Assuma a ausência de atrito. Justifique, sucintamente, a sua resposta.
2. Elimine a variável t das equações (1) e (2) e obtenha uma nova equação para o alcance x .
3. Utilizando a equação (3), determine θ_{max} supondo que $y_i - y_f = 0,2 \text{ m}$ e $v_0 = 3 \text{ ms}^{-1}$.
4. No lançamento do projétil, o efeito do atrito do ar é desprezável. Para atingir a melhor marca possível, um atleta utilizará um ângulo de lançamento superior, inferior ou igual a 45° ? Justifique a sua resposta.
5. Deduza a equação (6) a partir das equações (4) e (5).
6. Considerando $v = s/t$ e utilizando a teoria da propagação dos erros, determine a equação para o erro associado à velocidade de um projétil, em movimento retilíneo uniforme.
7. Deduza a relação entre h , o comprimento do pêndulo, l , e α , tendo em conta a Figura 4, bem como o respetivo erro associado, utilizando a fórmula de propagação dos erros.
8. Utilizando a equação (6) e recorrendo à teoria de propagação dos erros, determine a equação para o erro associado à velocidade inicial, v_0 .

¹ Se tiver dúvidas consulte o docente.

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A Figura 1 mostra uma fotografia da montagem experimental. Identifique os elementos descritos no material fornecido.

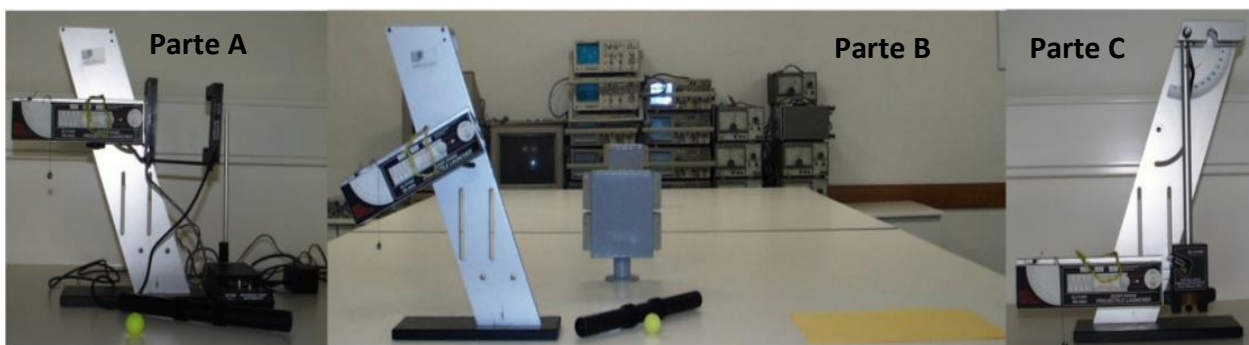


Figura 1. Esquema da montagem experimental disponível na aula.

MATERIAL FORNECIDO

- Lançador de projéteis
- Sensores de passagem
- Sensor de impacto
- Esfera plástica

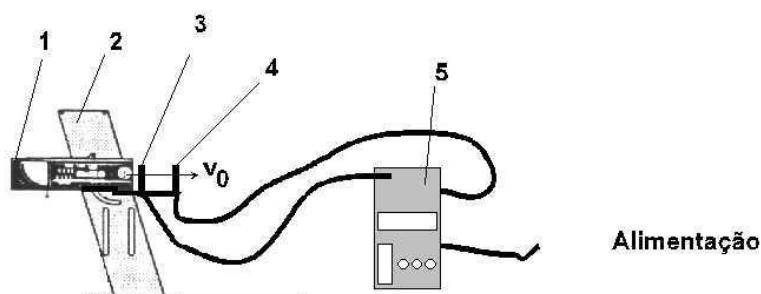


Figura 2. Esquema da montagem experimental (experiência A). 1- Lançador de projéteis (LP); 2- Base de fixação para o LP; 3-Sensor de passagem (inicia a contagem do tempo); 4-Sensor de passagem (termina a contagem do tempo); 5-Sistema de controlo dos sensores.

Parte A - Determinação da velocidade inicial

1. Efetue a montagem de acordo com a figura tendo o cuidado de:
 - a. fixar a base (2) à mesa com um grampo adequado e colocar o LP na posição horizontal.

- b. garantir que o sistema de controlo (5) está ligado à fonte de alimentação e que se encontra na posição de desligado (OFF).
 - c. garantir que o sensor (3) está colocado imediatamente à saída do LP (1) e que o sensor (4) está ligado ao sistema de controlo (5).
2. Meça a distância, s , entre os sensores.
3. Carregue o LP na posição de tiro curto – “SHORT RANGE”. Colocar a esfera na boca do LP, empurrá-la para o interior com a vareta de carregar (tubo de plástico preto) até o indicador amarelo, no LP, se encontrar na posição pretendida.
4. Coloque o sistema de controlo (5) na posição de “TWO GATES”. Carregar em START/STOP.
5. Dispare o LP puxando o fio do disparador verticalmente e com suavidade. Registe o tempo indicado pelo sistema de controlo (5).
6. Repita os passos de 1) a 5) para 5 medidas. Tenha o cuidado de verificar a horizontalidade do LP antes de cada lançamento.

Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo

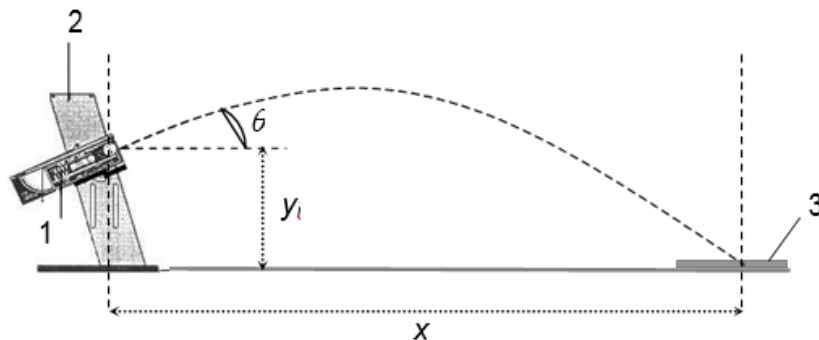


Figura 3. Esquema da montagem experimental (experiência B). 1-Lançador de projéteis (LP); 2-Base de fixação para o LP; 3-Alvo.

1. Efetue a montagem de acordo com a figura tendo o cuidado de:
 - a. fixar a base (2) à mesa com um grampo adequado e colocar o LP a fazer um ângulo de 30° com a horizontal.
2. Coloque o alvo (conjunto de papel químico+papel milimétrico) a uma distância tal que a esfera plástica caia sobre a sua superfície. A distância é determinada por tentativa e erro.
3. Carregue o LP na posição de tiro curto – “SHORT RANGE” com a esfera.
4. Dispare o LP. Registe o alcance, x , e o ângulo de lançamento, θ . Repita mais duas vezes, tendo o cuidado de verificar se o ângulo de lançamento se mantém constante.

- Repita os passos anteriores, para ângulos de 34° , 38° , 40° e 43° .
- Meça rigorosamente, em relação à bancada, a altura, y_i , a que a esfera plástica é lançada.

Parte C - Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil

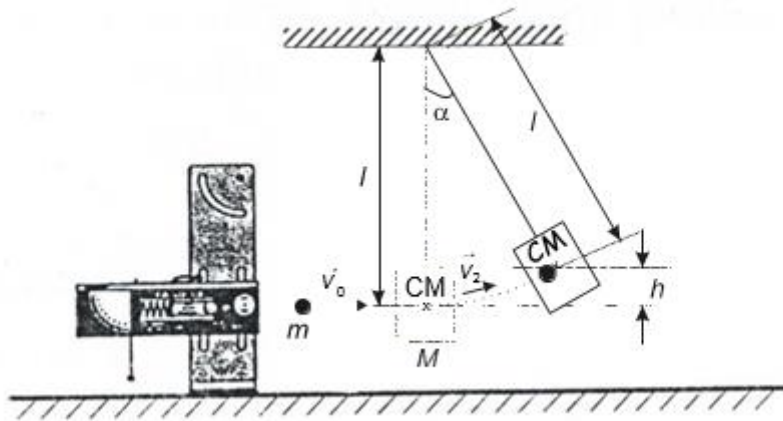


Figura 4. Esquema da montagem experimental (experiência C).

- Meça as massas do projétil, m , e do pêndulo, M .
- Meça o comprimento do pêndulo, l .
- Carregue o LP na posição de tiro curto – “SHORT RANGE”.
- Efetue um disparo e meça o ângulo máximo, α , descrito pelo pêndulo.
- Repita o ponto anterior mais 4 vezes.

4. ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS

Com base nesta secção, deverá preparar o relatório preliminar obrigatoriamente entregue ao docente no final da aula.

Parte A - Determinação da velocidade inicial

- Calcule a média dos 5 tempos medidos e o erro respetivo, Δt .
- Determine a velocidade inicial v_0 e o erro respetivo, Δv_0 .
- Indique qual a maior fonte de erro. Discuta estratégias para melhorar o resultado obtido.

Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo

- Para cada ângulo θ_0 , determine a média dos 3 alcances obtidos, x_{ob} (não é necessário determinar o respetivo erro associado).

- Verifique a dependência do alcance médio, x_{ob} , com o ângulo de lançamento, θ .
- Determine o ângulo θ_{max_ob} , correspondente ao alcance máximo observado. Atendendo a que está a fazer uma amostragem discreta considere o erro associado θ_{max_ob} igual a 1° .
- Comente os resultados obtidos.

Parte C - O Pêndulo Balístico

- Calcule a média dos ângulos, α , e o erro respetivo, $\Delta\alpha$.
- Determine o valor da altura, h , e o erro respetivo, Δh .
- Obtenha um valor final para v_0 , e para o respetivo erro, Δv_0 .
- Determine qual a maior fonte de erro. Discuta estratégias para melhorar o resultado obtido.
- Compare a velocidade inicial com a obtida na parte A.
- Comente a exatidão e a precisão dos valores obtidos.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Serway, R. A., *Physics for Scientist and Engineers with modern Physics*, 2000, Saunder College Publishing.
- [2] Alonso & Finn, *Física - um curso universitário*, vol. 1, 3ª edição, editora Edgard Blucher, 1981: Cap.5 e 7.
- [3] R. Resnick e D. Halliday, *Física*, vol. 2, 4ª ed., editora Livros Técnicos e Científicos, 1990.

O RELATÓRIO FINAL deverá ter a seguinte estrutura:

1. Identificação dos autores e do trabalho.
2. Resumo (1 parágrafo). Objetivos. Metodologia. Indicação sobre o valor do parâmetro e respetivo erro. Informação sobre precisão e exatidão. Identificar os objetivos atingidos.
3. Introdução. Enquadramento do trabalho no contexto dos conteúdos lecionados na componente T.
4. Detalhes experimentais relevantes. Deverão ser indicados todos os passos necessários à boa execução da experiência. Por exemplo, inclusão do material necessário, instrumentos de medida, esquema (e fotos) da montagem experimental, número de medidas a efetuar e principais cuidados a ter.
5. Análise e discussão. Deverão ser incluídos apenas aspetos relevantes para a análise e discussão das medidas experimentais. Apresentação dos cálculos efetuados (incluindo a análise dos erros) e a sua discussão.
6. Conclusões. Identificação dos objetivos atingidos e dos problemas encontrados (estratégias de mitigação).
7. Anexos: tabelas com todos os dados experimentais.