



*On White II*, Wassily Kandinsky 1923

MCE\_IM\_2024-2025

# Mecânica e Campo Eletromagnético

## Aula 1

- Apresentação da UC

Isabel Malaquias  
[imalaquias@ua.pt](mailto:imalaquias@ua.pt)  
 Gab. 13.3.16

1



## Equipa Docente

- **Isabel Malaquias** (T1) - coordenadora  
[imalaquias@ua.pt](mailto:imalaquias@ua.pt), Gabinete: 13.3.16
- **Armando Lourenço** (T2, TP3, PL3, PL4, PL5, PL6)  
[alourenco@ua.pt](mailto:alourenco@ua.pt), Gabinete: 13.2.14
- **António Cunha** (TP1, TP2)  
[antonio.cunha@ua.pt](mailto:antonio.cunha@ua.pt), Gabinete: 13.2.8
- **Sandra Correia** (PL1, PL2)  
[sandracorreia@ua.pt](mailto:sandracorreia@ua.pt), Sala atendimento Física, Complexo Pedagógico

MCE\_IM\_2024-2025

2

## Tipologia de aulas

### G.1 Aulas Teóricas: T

T – 2ª e 3ª feiras

### G.2 Aulas Práticas: TP e PL

TP - 5ª feira e PL - 5ª e 6ª feiras

Aulas Práticas: T1.1 – Movimento de Projéteis; T2.1 – Bobinas de Helmholtz

TP- Aulas teórico-práticas: resolução dos problemas TP designados por P1-P6

## AVISO - Semana 16 a 20 setembro

As aulas de quinta e sexta feira desta semana **decorrerão no laboratório 13.2.23**, situado no Departamento de Física

MCE\_IM\_2024-2025

3

## C.1 – COMPONENTE TEÓRICA

### Capítulo 1. Fundamentos de Mecânica Clássica

#### 1.1 Cinemática da partícula

Posição e trajetória. Deslocamento e distância. Velocidade instantânea e média. Aceleração instantânea e média. Aplicações 1-D: queda livre. Aplicações 2-D: projétil e movimento circular. Aplicações 3-D: movimento curvilíneo geral.

#### 1.2 Dinâmica da partícula

Conceito de força. Leis de Newton. Forças de contacto e ligação. Tensões e outras ligações. Força de atrito. Força elástica.

Conceito de força. Leis de Newton. Forças de contacto e ligação. Tensões e outras ligações. Força de atrito. Força elástica.

#### 1.3. Trabalho e Energia

Trabalho realizado por uma força constante e variável. Energia cinética e teorema do trabalho. Potência. Forças conservativas e forças não conservativas. Energia potencial. Conservação da energia.

#### 1.4 Dinâmica de um sistema de partículas

Momento linear do sistema. Conservação do Momento linear. Centro de massa. Colisões. Cinemática e energia cinética de rotação. Momento de inércia. Momento de uma força. Dinâmica de rotação. Momento angular.

### Capítulo 2: Sistemas oscilatórios

Oscilador harmónico simples. Oscilador harmónico amortecido. Oscilador harmónico forçado: Ressonância. Oscilações acopladas.

MCE\_IM\_2024-2025

4

## Capítulo 3: Campos elétrico e magnético

### 3.1 Campo elétrico

Propriedades das cargas elétricas. Isoladores e condutores. Lei de Coulomb. Campo elétrico.

### 3.2 Lei de Gauss

Lei de Gauss. Aplicações da Lei de Gauss. Condutores em equilíbrio eletrostático.

### 3.3 Potencial elétrico

Diferença de potencial. Potencial elétrico. Energia potencial. Cálculo do campo elétrico, a partir do potencial elétrico.

### 3.4 Corrente elétrica e resistência

Corrente elétrica. Resistência e a Lei de Ohm. Energia e potência elétricas. Combinação de resistências. Leis de Kirchhoff.

### 3.5 Capacidade e condensadores

Capacidade de um condensador. Combinação de condensadores. Energia armazenada num condensador.

### 3.6 Campo magnético

Campo magnético. Força magnética. Lei de Biot-Savart. Lei de Ampère.

### 3.7 Indução eletromagnética

Lei de Faraday. Lei de Lenz. Auto-indutância. Indutância mútua.

### 3.8 Equações de Maxwell

Conceitos gerais sobre as equações de Maxwell.

MCE\_IM\_2024-2025

5

## C.2 – COMPONENTE PRÁTICA

Prática laboratorial (PL) Trabalhos práticos:

### Série 1. Mecânica (3 aulas)

1.1. Movimento de projéteis

### Série 2. Campo eletromagnético (4 aulas)

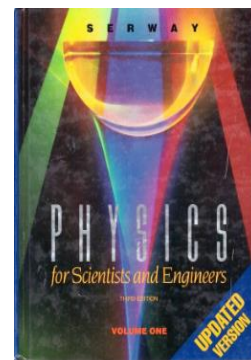
2.1. Lei da indução de Faraday

## C.3 – BIBLIOGRAFIA

- Dossier pedagógico da Unidade Curricular.
- Apontamentos on-line da Unidade Curricular (<http://elearning.ua.pt/>) e referências incluídas.
- R.A. Serway, *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*, Saunders Golden Sunburst Series.
- P.A. Tipler e G. Mosca, *Física*, Vol. I, 5ª ed, Livros técnicos e Científicos Editora, S.A, Rio de Janeiro, 2006.
- Alonso & Finn, *Física um curso universitário*, Vol. I e II, Edgard Bluecher.
- C. Kittel et al., *Curso de Física de Berkeley: Mecânica*, Vol. 1, Edgard Bluecher.
- H.J. Pain, *The Physics of Vibrations and Waves*, Ed. Wiley.
- R. Resnick e D. Halliday, *Física*, 4ª ed, Livros Técnicos e Científicos Editora.
- R. Kip, *Fundamentals of Electricity and Magnetism*, McGraw Hill.

MCE\_IM\_2024-2025

6



E. AVALIAÇÃO

$N_{FINAL} = 30\% \text{ Nota PL} + 70\% \text{ Nota TP}$

A avaliação pré-definida é a AVALIAÇÃO CONTÍNUA

E.1 – COMPONENTE TEÓRICA/TEÓRICO-PRÁTICA (T/TP)

ACT1+ ACT2+ ACT3 - três momentos de avaliação individual - duração de 15 min e peso relativo total de 30%, (3x10%) – 7|8 out; 28|29 out; 25|26 nov \_ Aula Teórica  
Teste Final (70%), a realizar no período de exames, no dia do Exame Final – 6 janeiro 2025, 10h

EXAME DE RECURSO - 22 janeiro 2025, 10h

E.2 – COMPONENTE PRÁTICA LABORATORIAL (PL)

Se for por AVALIAÇÃO FINAL (peso de 100%) deverão inscrever-se até ao dia **30 setembro 2024**

Exame Final – 6 jan25, 10h  
Exame de Recurso – 22 jan25, 10h

Parâmetros de avaliação	Valoração (%)
preparação do trabalho	25
desempenho laboratorial	25
relatório sumário/ apresentação oral*	50

\*Trabalho 2.1

QUADRO – RESUMO

Avaliação pré-definida – Avaliação Contínua  $N_{FINAL} = 30\% \text{ Nota PL} + 70\% \text{ Nota T}$

- o Componente Teórica /Teórico-Prática (T/TP) \_ 70%
  - 3 momentos de avaliação (ACT1, ACT2 e ACT3) \_ 30% (3x10%)
  - Teste Final (TF) \_ 70%
- o Componente prática-laboratorial (PL) \_ 30%
  - Trabalho 1.1 (T1.1) \_40%
  - Trabalho 2.1 + apresentação oral (T2.1) \_60%

$\text{Cálculo } N_{FINAL} = 0,30 (0,40 \text{ T1.1} + 0,60 \text{ T2.1}) + 0,70 (0,30 \text{ ACTi} + 0,70 \text{ TF})$



On White II, Wassily Kandinsky 1923

MCE\_IM\_2024-2025

## Aula 1

- Cap. 1 Cinemática
  - 1.1 Movimento de projéteis
  - 1.2 Movimento curvilíneo

Isabel Malaquias  
[imalaquias@ua.pt](mailto:imalaquias@ua.pt)  
 Gab. 13.3.16

9

## Vectores e Sistemas de coordenadas

- **Módulo dum vector:**

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

- **Decomposição / Projeção de um vector num referencial cartesiano:**

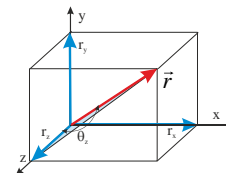
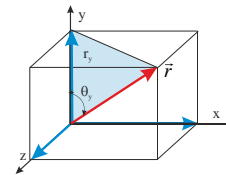
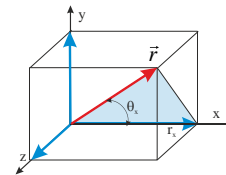
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r \cos \theta_x \\ r \cos \theta_y \\ r \cos \theta_z \end{pmatrix}$$

- **Vector unitário – versor:**

$$|\vec{u}| = 1$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{r_x}{|\vec{r}|} \\ \frac{r_y}{|\vec{r}|} \\ \frac{r_z}{|\vec{r}|} \end{pmatrix}$$

MCE\_IM\_2024-2025



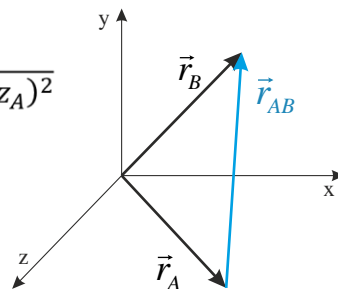
10

## Vectores e Sistemas de coordenadas

### • Distância entre 2 pontos:

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$

$$d(A, B) = |\vec{r}_{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$



MCE\_IM\_2024-2025

11

**Cylindrical coordinates  $(r, \theta, z)$ :** *norma*

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

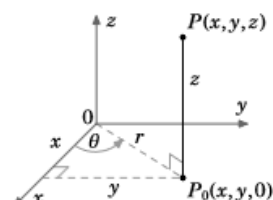
$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$z = z$$

where  $0 \leq \theta \leq \pi$  if  $y \geq 0$  and  $\pi < \theta < 2\pi$  if  $y < 0$



**Figure 1.7.2**  
Cylindrical coordinates

**Spherical coordinates  $(\rho, \theta, \phi)$ :**

$$x = \rho \sin \phi \cos \theta$$

$$y = \rho \sin \phi \sin \theta$$

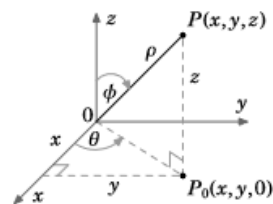
$$z = \rho \cos \phi$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)$$

where  $0 \leq \theta \leq \pi$  if  $y \geq 0$  and  $\pi < \theta < 2\pi$  if  $y < 0$



**Figure 1.7.3**  
Spherical coordinates

MCE\_IM\_2024-2025

12

O movimento de uma partícula livre é rectilíneo e de velocidade constante

### – movimento rectilíneo e uniforme

$$\vec{v} = \text{const}^e$$



$\vec{v}$  - traduz a variação temporal da posição, pois de contrário, a partícula ou o corpo, entendido como uma partícula livre, estaria parado, i. é, com velocidade zero.

MCE\_IM\_2024-2025

13

### Velocidade média

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

A 3D

vetores unitários

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\Delta \vec{r} = (x' - x)\hat{i} + (y' - y)\hat{j} + (z' - z)\hat{k}$$

Simplificando-se, adequadamente, para 2D e 1D.

No limite, quando  $\Delta t$  tende para zero,

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_{med} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Podemos também fazer uso da operação inversa, que, em cálculo, se designa por *integração*.

MCE\_IM\_2024-2025

14

vetores unitários são os vetores de comprimento 1





$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

Se a velocidade for constante, podemos ainda escrever

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v} (t - t_0) \Leftrightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} (t - t_0)$$

A 1D, obtemos expressões já conhecidas, como

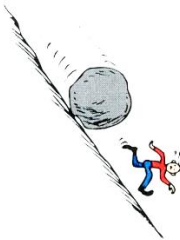
$$x = x_0 + v_x (t - t_0)$$

MCE\_IM\_2024-2025

15

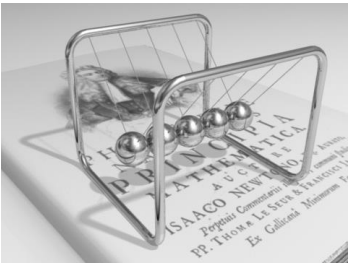


Momento linear ou Quantidade de movimento



$$\vec{p} = m \vec{v}$$

Quanto maior é o momento linear de um corpo, mais difícil é travá-lo e maior será o efeito provocado se for posto em repouso por impacto ou colisão.



DEFINITIONS.

DEFINITION I.  
*The quantity of matter is the measure of the same, arising from its density and bulk conjointly.*

Thus air of a double density, in a double space, is quadruple in quantity; in a triple space, sextuple in quantity. The same thing is to be understood of snow, and fine dust or powders, that are condensed by compression or liquefaction; and of all bodies that are by any causes whatever differently condensed. I have no regard in this place to a medium, if any such there is, that freely pervades the interstices between the parts of bodies. It is this quantity that I mean hereafter everywhere under the name of body or mass. And the same is known by the weight of each body; for it is proportional to the weight, as I have found by experiments on pendulums, very accurately made, which shall be shewn hereafter.

DEFINITION II.  
*The quantity of motion is the measure of the same, arising from the velocity and quantity of matter conjointly.*

The motion of the whole is the sum of the motions of all the parts; and therefore in a body double in quantity, with equal velocity, the motion is double; with twice the velocity, it is quadruple.

[https://en.wikipedia.org/wiki/File:Newtons\\_cradle\\_animation\\_book\\_2.gif](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Newtons_cradle_animation_book_2.gif)

MCE\_IM\_2024-2025

16



## Dinâmica do movimento

A variação temporal da quantidade de movimento ou momento linear, traduz a actuação de uma força sobre a partícula.

Exº: ocorre uma interacção que obriga a partícula a variar a sua velocidade, admitindo-se que a sua massa não varia.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

A aceleração traduz, portanto, a variação temporal da velocidade

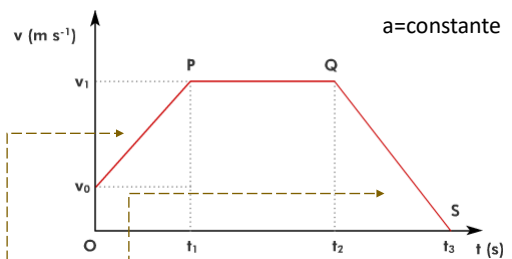
MCE\_IM\_2024-2025

17

Usando o conceito de integral, podemos verificar que

$$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^t \vec{a} dt$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^t \vec{a} dt$$



Se a aceleração for constante, poderemos escrever

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$

MCE\_IM\_2024-2025

18

Também podemos verificar que, se

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{e} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

então

$$\vec{a} = \frac{d(d\vec{r})}{dt(dt)} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

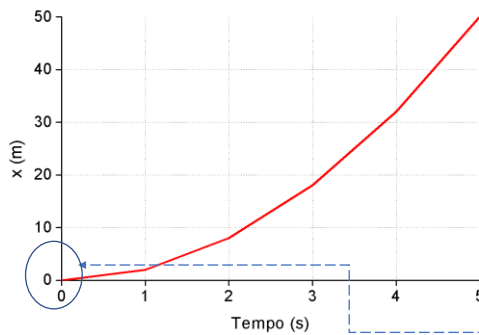
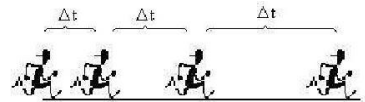
$$\therefore \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

MCE\_IM\_2024-2025

19

## Movimento retilíneo uniformemente acelerado –

- dependência da posição



$$v = \frac{dx}{dt}; \quad dx = v dt$$

$$x = \int (v_0 + at) dt + C_2$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 + C_2$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

MCE\_IM\_2024-2025

20

Expressões obtidas para o caso de uma partícula que está sujeita a uma interação constante

Tem uma **aceleração constante**, podemos caracterizar um pouco melhor o seu movimento:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^t \vec{a} dt$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$

Por outro lado,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

peço que,

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

MCE\_IM\_2024-2025

21

isto é,

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t [\vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)] dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \int_{t_0}^t \vec{a}(t - t_0) dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \int_{t_0}^t \vec{a} t dt - \int_{t_0}^t \vec{a} t_0 dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{a}(t^2 - t_0^2) - \vec{a} t_0(t - t_0)$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{a}(t^2 - t_0^2) - \vec{a} t_0(t - t_0)$$

...

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{a}(t - t_0)^2$$

i.é,

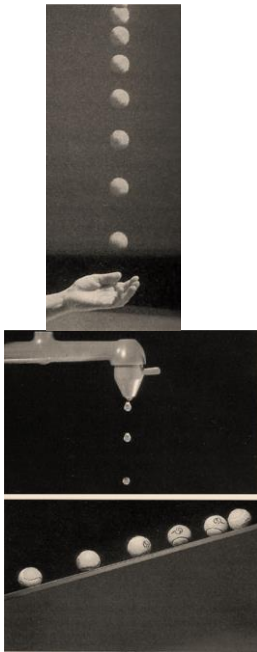
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

se  $t_0 = 0$

**m.u.a.**

MCE\_IM\_2024-2025

22

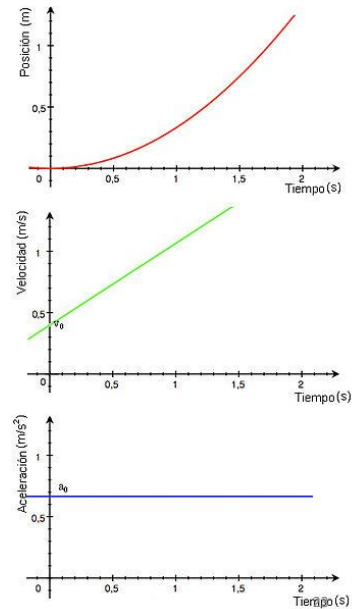


Se o movimento ocorrer a 1D,  
as expressões simplificam-se:

$$a = \text{const}^e$$

$$v_x = v_{0x} + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



MCE\_IM\_2024-2025



A 3D teremos de considerar essa situação para cada uma das expressões anteriores

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$$

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z$$

e também

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

se  $t_0 = 0$ ,

com as componentes

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

**Situação geral**

MCE\_IM\_2024-2025

24

## Exemplo – Cap.1

**5** - A aceleração de um corpo que se move ao longo de uma linha recta é dada por

$$\vec{a} = (4 - t^2) \hat{i}$$

em que as unidades de **a** (aceleração) são  $\text{m.s}^{-2}$  e **t** está em segundos.

Determinar a velocidade e a posição em função do tempo, sabendo que, quando  $t = 3 \text{ s}$ ,  $v = 2 \text{ m.s}^{-1}$  e  $x = 9 \text{ m}$ .

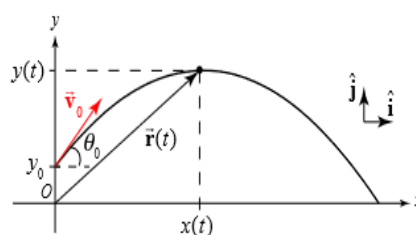
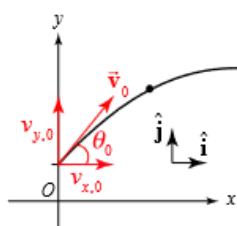
MCE\_IM\_2024-2025

25

## Exemplo - Cap. 1

**12** - Um projectil é lançado com uma velocidade de  $100 \text{ m.s}^{-1}$ , fazendo um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal. Calcule:

- O alcance do projectil.
- A altura máxima.
- A velocidade e a altura, 10 s após o lançamento.



2 dimensões

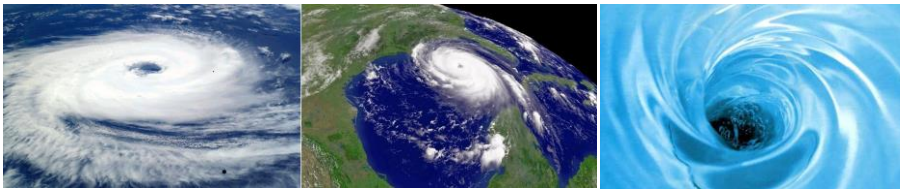
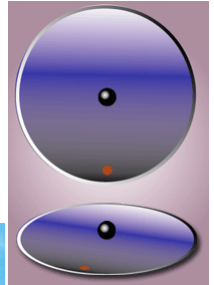
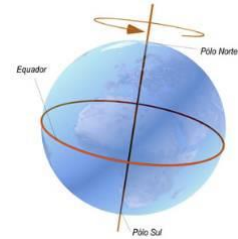
MCE\_IM\_2024-2025

26

## Movimento curvilíneo com $a = c^{te}$

### Pontos de partida:

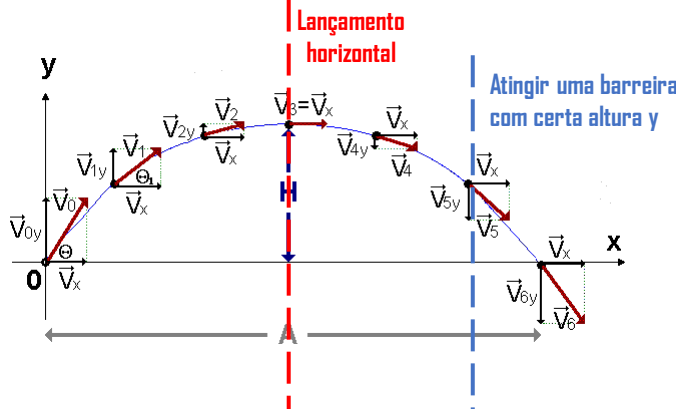
- desprezamos os efeitos da resistência do ar
- desprezamos os efeitos de rotação da Terra
- admitimos que o módulo da aceleração da gravidade não varia com a altitude nem com a latitude do lugar, isto é,  
admitimos que  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$



27

$\vec{v}_m$  constante

### Movimento de um projectil



A = alcance  
H = altura máxima

Informações úteis que podem obter-se:

- tempo total de voo do projectil
- alcance máximo
- altura máxima
- tipo de trajectória

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos \theta \hat{i} + v_0 \sin \theta \hat{j}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}(t - t_0)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

MCE\_IM\_2024-2025

28

Na direcção horizontal, não há aceleração, porque assumimos que não há resistência do ar. Logo, o movimento é uniforme.

No entanto, na direcção vertical (y), há aceleração gravítica, logo o movimento é uniformemente acelerado.

## i) tempo total de voo do projectil

Neste caso, em  $t = 0$  s,  $x_0 = y_0 = 0$  m, pelo que

$$y = y_0 + v_{oy}(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$$

$$0 = v_{oy} t - \frac{1}{2}g t^2$$

$$t = 0 \quad \text{e} \quad t = \frac{2v_{oy}}{g}$$

## ii) alcance máximo

Continuamos a admitir que, em  $t = 0$  s,  $x_0 = y_0 = 0$  m, pelo que

$$x = x_0 + v_{ox}(t - t_0)$$

$$x_{m\acute{a}x} = R = v_{ox} t_{voo} = v_{ox} \frac{2v_{oy}}{g} = \frac{2v_{ox}v_{oy}}{g} = \frac{2v_o^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$$

$$x_{m\acute{a}x} = R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta}{g}$$

MCE\_IM\_2024-2025

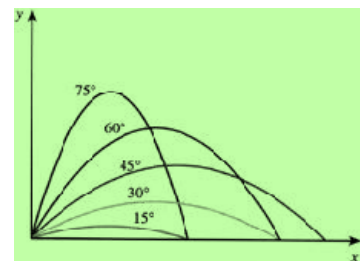
29

O **alcance máximo**,  $R$ , é atingido para um ângulo de  $45^\circ$

sendo  $y_{inicial} = y_{final}$

$$x_{m\acute{a}x} = R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$R = \frac{v_o^2}{g}$$



MCE\_IM\_2024-2025

30



### iii) altura máxima, $y_{\text{máx}} = h$

Considerámos que, em  $t = 0$  s,  $x_0 = y_0 = 0$  m, pelo que

$$v_y = v_{oy} - g(t - t_o)$$

$$y = y_o + v_{oy}(t - t_o) - \frac{1}{2} g (t - t_o)^2$$

$$0 = v_{oy} - g t$$

$$y_{\text{máx}} = h = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \frac{v_{oy}}{g}$$

$$y_{\text{máx}} = v_{oy} \left( \frac{v_{oy}}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{v_{oy}}{g} \right)^2$$

$$y_{\text{máx}} = \frac{v_{oy}^2}{2g}$$

MCE\_IM\_2024-2025

31

### iv) tipo de trajectória ?

– parabólica ( $y = ax - bx^2$ )

Em  $t = 0$  s,  $x_0 = y_0 = 0$  m

$$x = v_{ox} t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_{ox}}$$

$$y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad y = \left( \frac{v_{oy}}{v_{ox}} \right) x - \left( \frac{g}{2v_{ox}^2} \right) x^2$$

$$y = (\tan \theta) x - \left( \frac{g}{2 v_o^2 \cos^2 \theta} \right) x^2$$

MCE\_IM\_2024-2025

32



### Questão 1

Uma bola de massa  $0,5 \text{ kg}$  é lançada com uma velocidade,  $v$ , numa direcção que faz  $30^\circ$  com a horizontal. A bola atinge uma velocidade de  $17,7 \text{ m.s}^{-1}$ , colide com o solo localizado  $3,675 \text{ m}$  acima do ponto de lançamento no instante  $t = 1,5 \text{ s}$ .

- i. Determine a velocidade inicial da bola.
- ii. Calcule a que distância do ponto de lançamento a bola atinge o solo.
- iii. Calcule o vector velocidade da bola no instante em que esta colide com o solo.