FUNÇÕES

Exercícios

2.1. $h(x) = \ln(1-\sqrt{x})$

1. Sendo $h = f \circ g$, com $f(x) = \ln(x)$ e $g(x) = 1-\sqrt{x}$, Determina D_h

Domínio composta

$D_{f\circ g} = \{x \in \mathbb{R} : x \in D_g \wedge g(x) \in D_f\}$

$= \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \wedge 1-\sqrt{x} \in]0,+\infty[$

$= \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \wedge 1-\sqrt{x} > 0\}$ $\qquad 1-\sqrt{x} > 0$
$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 1$

$= [0,1[$

2. Seja $i(x) = \ln(x+1)$. Encontre j de forma a que $h = i \circ j$ e verifique que $D_{i\circ j} = D_h$

$D_h = [0,1[$

$h = i \circ j$
$\Leftrightarrow \ln(1-\sqrt{x}) = \ln(j(x)+1)$
$\Leftrightarrow \cancel{1}-\sqrt{x} = j(x)+\cancel{1}$
$\Leftrightarrow j(x) = -\sqrt{x}$

$D_{i\circ j} = \{x \in \mathbb{R} : x \in D_j \wedge j(x) \in D_i\}$

$i(x) = \ln(x+1)$
$D_i = \{x \in \mathbb{R} : x+1 > 0\}$
$\Leftrightarrow D_i =]-1,+\infty[$

$[0,1[= \{x \in \mathbb{R} : x \in \mathbb{R}_0^+ \wedge -\sqrt{x} \in]-1,+\infty[$

$\Leftrightarrow [0,1[= \{x \in \mathbb{R} : [0,+\infty[\cap \ -\sqrt{x} > -1\}$
$\Leftrightarrow \sqrt{x} > 1$
$\Leftrightarrow x > 1$

$\Leftrightarrow [0,1[= [0,1[\rightarrow$ Proposição verdadeira

2.2. $D_f \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \dfrac{1}{x-4}$ e $g : D_g \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 5+\sqrt{1-x}$

1. Determine os domínios de f e g, D_f e D_g, e o contradomínio de g, $CD_g = g(D_g)$

$D_f = \{x \in \mathbb{R} : x-4 \neq 0\}$
$= \mathbb{R} \setminus \{4\}$

$D_g : \{x \in \mathbb{R} : 1-x \geq 0\}$
$D_g :]-\infty, 1]$

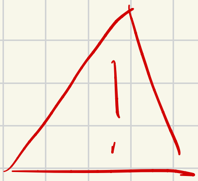
3.7. Caracterize a função inversa da função $f(x) = \pi - \arccos(2x+1)$.

$y = \pi - \arccos(2x+1)$
$\Leftrightarrow y - \pi = -\arccos(2x+1)$
$\Leftrightarrow -y+\pi = \arccos(2x+1)$
$\Leftrightarrow \cos(-y+\pi) = 2x+1$
$\Leftrightarrow \cos(-y+\pi) = 2x+1$
$\Leftrightarrow \cos(-y+\pi) - 1 = 2x$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos(-y+\pi)-1) = x$

$\boxed{f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(\cos(-x+\pi)-1)}$

$D_{f^{-1}} = CD_f$ e $D_f = CD_{f^{-1}}$



cos

$0 \leq x \leq \pi$

$\Leftrightarrow -\pi \leq -x \leq 0$

$\Leftrightarrow 0 \leq -x+\pi \leq \pi$

$D_{f^{-1}} = [0,\pi]$, logo $CD_f = [0,\pi]$

$\arccos(2x+1)$

$-1 \leq 2x+1 \leq 1$

$-2 \leq 2x \leq 0$

$-1 \leq x \leq 0$

$D_f = [-1,0]$

4.4. Considere a função f, real de variável real, tal que $f(x) = \frac{1}{x-1}$

A função f é contínua em $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ ou seja, é contínua em $]1,2]$.

A função não é limitada em $[a,b]$