

# Mecânica e Campo Eletromagnético - TP1

Universidade de Aveiro

Tiago Mendes, Pedro Costa



# Mecânica e Campo Eletromagnético - TP1

Dpt. de Eletrónica, Telecomunicações e Informática  
Universidade de Aveiro

Tiago Mendes, Pedro Costa  
(119378) tfdmendes@ua.pt, (112682)pedromsc37@ua.pt

24 de outubro de 2024

## **Resumo**

O objetivo deste trabalho foi determinar a velocidade inicial de um projétil utilizando tanto as equações do movimento quanto um pêndulo balístico, além de verificar a dependência do alcance em relação ao ângulo de lançamento. A metodologia incluiu a realização de lançamentos com diferentes ângulos e o uso de sensores para medir os tempos, e os instrumentos analógicos as distâncias percorridas. As medições de comprimento apresentam um erro de 0,5cm, medições de massa apresentam um erro de 0,1g. O trabalho demonstrou uma boa precisão e exatidão nos resultados obtidos, atingindo os objetivos propostos, desde calcular a velocidade inicial com o lançador e pêndulo, tal calcular o alcance máximo.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Detalhes Experimentais Relevantes</b>	<b>2</b>
2.1	Pêndulo Balístico . . . . .	2
2.2	Parte A . . . . .	3
2.2.1	Material . . . . .	3
2.2.2	Procedimento Experimental . . . . .	3
2.3	Parte B . . . . .	4
2.3.1	Material . . . . .	4
2.3.2	Procedimento Experimental . . . . .	4
2.4	Parte C . . . . .	5
2.4.1	Material . . . . .	5
2.4.2	Procedimento Experimental . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Análise e Discussão</b>	<b>6</b>
3.1	Parte A . . . . .	6
3.2	Parte B . . . . .	7
3.3	Parte C . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Conclusão</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Anexos</b>	<b>11</b>

# Lista de Tabelas

3.1	Medições de Distância e Tempo . . . . .	6
3.2	Distância Média em Função do Ângulo . . . . .	7
3.3	Valores medidos para o pêndulo balístico . . . . .	9

# Lista de Figuras

2.1	Figura Parte A . . . . .	3
2.2	Figura Parte B . . . . .	4
2.3	Figura Parte C . . . . .	5
3.1	Gráfico Alcance Máximo em função do ângulo . . . . .	7
5.1	Tabela Parte A . . . . .	11
5.2	Tabela Parte B . . . . .	11
5.3	Tabela Parte C . . . . .	11

# Capítulo 1

## Introdução

Este trabalho insere-se no âmbito do estudo da cinemática, uma das áreas fundamentais da física. O foco principal é o **movimento de projéteis**, **movimento curvilíneo**. Estes tópicos foram abordados detalhadamente na componente teórica, nomeadamente a descrição dos movimentos em duas dimensões, como o movimento curvilíneo e o lançamento de projéteis.

Neste contexto, a análise do pêndulo balístico permite aplicar os **conceitos de conservação da energia** e **leis de Newton**, temas fundamentais discutidos em aula. Através da metodologia experimental, foram aplicadas as leis de Newton e os princípios de trabalho e energia para determinar a velocidade inicial de um projétil após colidir com um pêndulo.

Este relatório descreve a experiência e os resultados obtidos na determinação da velocidade inicial do projétil através das equações do movimento, verificação da dependência do alcance com o ângulo de lançamento, e determinação da velocidade inicial do projétil utilizando um pêndulo balístico.

## Capítulo 2

# Detalhes Experimentais Relevantes

Para este trabalho, adotamos como pontos de partida os seguintes princípios:

- **Desprezamos** os efeitos de resistência do ar.
- **Desprezamos** os efeitos de rotação da terra.
- **Admitimos que** o módulo da aceleração da gravidade **não varia** com a altitude nem com a latitude do lugar, isto é, admitimos que:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

A posição de um projétil, de massa  $M$  e velocidade inicial  $v_0$ , que se desloca no plano  $x, y$ , é dada por:

$$x = x_0 + v_0 t \cos \theta_0 \quad (2.1)$$

$$y = y_0 + v_0 t \sin \theta_0 - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2.2)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade,  $t$  é o tempo,  $x_0$  e  $y_0$  são as coordenadas da posição inicial do projétil, e  $\theta_0$  é a inclinação do vetor velocidade inicial relativamente ao eixo dos  $x$ . Eliminando a variável  $t$  das equações ?? e ??, obtém-se uma nova equação para o alcance  $x$  em função do ângulo, que permite determinar o ângulo correspondente ao alcance máximo,  $\theta_{\text{amax}}$ . Se um corpo é lançado de uma altura  $y_i$  e atinge uma altura final  $y_f$ ,  $\theta_{\text{amax}}$  é dado por:

$$\theta_{\text{amax}} = \arctan \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2g(y_i - y_f)}{v_0^2}}} \right) \quad (2.3)$$

Se o valor da altura inicial for igual ao da altura final ( $y_i = y_f$ ), então,  $\tan \theta_{\text{amax}} = 1$ , pelo que  $\theta_{\text{amax}} = 45^\circ$ .

### 2.1 Pêndulo Balístico

O pêndulo balístico trata-se de uma massa  $M$  suspensa de um fio ou barra que quando atingido por um projétil vai descrever o movimento de um pêndulo.

Esta utiliza a lei da **conservação da energia mecânica** onde, após a colisão, a energia cinética do sistema é convertida em energia potencial gravítica.

$$E_c(\text{inicial}) = \frac{1}{2}(m + M)v_2^2 = (m + M)gh = E_p(\text{max}) \quad (2.4)$$

E a lei da **conservação do momento linear** na colisão do projétil e pêndulo onde o momento linear do projétil é transferido para o conjunto massa + projétil de onde se obtém:

$$mv_0 = (m + M)v_2 \quad (2.5)$$

De maneira a calcular velocidade inicial do projétil utilizamos a expressão 2.5 para obter uma expressão que nos dá relação entre  $v_0$  e  $h$  dada por:

$$v_0 = \left( \frac{m + M}{m} \right) \sqrt{2gh} \quad (2.6)$$

$m$  representa a massa do projétil,  $v_0$  a velocidade inicial do projétil,  $M$  a massa do pêndulo,  $v_2$  a velocidade do conjunto massa + projétil imediatamente após à colisão,  $h$  a altura e  $g$  é a aceleração da gravidade



## 2.2 Parte A

### 2.2.1 Material

1. Lançador de Projéteis
2. Base de fixação para o Lançador de Projéteis
3. Sensor de passagem
4. Sensor de passagem
5. Sistema de controlo dos sensores
6. Fita Métrica
7. Bola Metálica

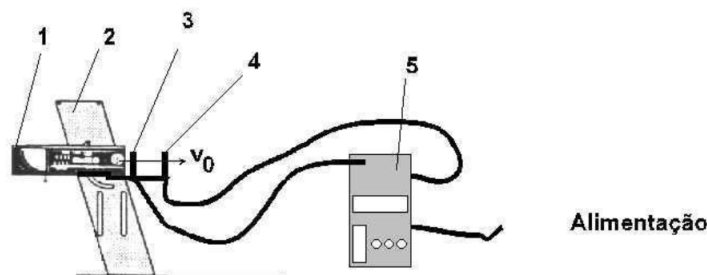


Figura 2.1: Figura Parte A

### 2.2.2 Procedimento Experimental

Antes de iniciar qualquer procedimento experimental, é essencial garantir que o lançador de projéteis está corretamente montado e que o sistema de controlo correspondente está ligado e a funcionar adequadamente.

1. Efetuar a montagem de acordo com a figura 2.2.1.
2. Medir a distância,  $s$ , entre os sensores.
3. Carregar o lançador de projéteis (1) com a bola metálica utilizando a vareta de carregamento, posicionando-o na configuração de tiro curto - *SHORT RANGE*.
4. Colocar o sistema de controlo dos sensores (5) na posição *TWO GATES* e carregar em *START/STOP*.
5. Disparar o projétil puxando o fio do disparador verticalmente com suavidade e registar os valores de tempo obtidos.
6. Efetuar 3 disparos, verificando a horizontalidade do LP, e registar as medições.

## 2.3 Parte B

### 2.3.1 Material

1. Lançador de Projéteis
2. Base de fixação para o Lançador de Projéteis
3. Alvo
4. Fita Métrica
5. Bola Metálica
6. Vareta de Carregar

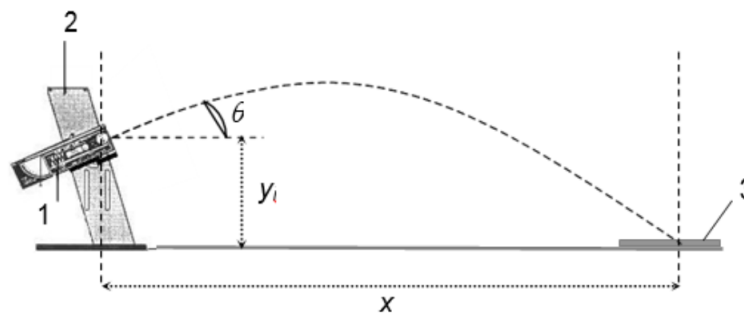


Figura 2.2: Figura Parte B

### 2.3.2 Procedimento Experimental

Antes de iniciar qualquer procedimento experimental, é essencial garantir que o lançador de projéteis está corretamente montado.

1. Efetuar a montagem de acordo com a figura 2.3.1.
2. Colocar o alvo a uma distância tal que a esfera caia sobre a sua superfície.
3. Carregar o lançador de projéteis (1) com a bola metálica utilizando a vareta de carregamento, posicionando-o na configuração de tiro curto - *SHORT RANGE*.
4. Disparar o projétil, registrando o alcance,  $x$ , e o ângulo de lançamento,  $\theta$ .
5. Efetuar 3 disparos, verificando a constância do ângulo de lançamento.
6. Repetir os passos anteriores para ângulos de  $34^\circ$ ,  $38^\circ$ ,  $40^\circ$ , e  $43^\circ$ .

## 2.4 Parte C

### 2.4.1 Material

1. Lançador de Projéteis
2. Base de fixação para o Lançador de Projéteis
3. Bola Metálica
4. Fita Métrica
5. Vareta de Carregar
6. Pêndulo Balístico
7. Balança

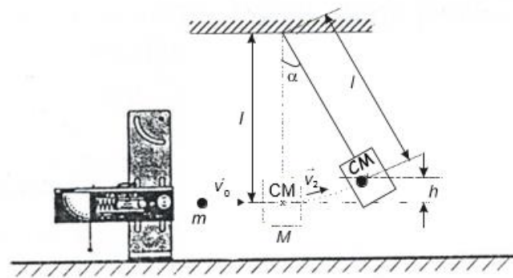


Figura 2.3: Figura Parte C

### 2.4.2 Procedimento Experimental

Antes de iniciar qualquer procedimento experimental, é essencial garantir que o lançador de projéteis está corretamente montado.

1. Efetuar a montagem de acordo com a figura 2.4.1.
2. Medir as massas do projétil,  $m$ , e do pêndulo,  $M$ .
3. Medir comprimento do pêndulo,  $l$ .
4. Carregar o LP na posição de tiro curto - *SHORT RANGE*.
5. Efetuar um disparo e medir o ângulo máximo,  $\alpha$ , descrito pelo pêndulo.
6. Repetir o ponto anterior 3 vezes.

## Capítulo 3

# Análise e Discussão

### 3.1 Parte A

De maneira a calcular a **velocidade inicial** é necessário utilizar a seguinte fórmula:

$$v = \frac{d}{t} \quad (3.1)$$

Sendo  $d$  a distância entre ambos os sensores, e  $t$  a média do intervalo de tempo de passagem entre os sensores. As medições feitas foram as seguintes:

Medição	Distância (m)	Erro Distância (m)	Tempo (s)	Erro Tempo (s)
1ª Medição	0.100	0.001	0.0430	0.0001
2ª Medição	0.100	0.001	0.0429	0.0001
3ª Medição	0.100	0.001	0.0433	0.0001
<b>Média</b>	<b>0.100</b>	<b>0.001</b>	<b>0.0431</b>	<b>0.0002</b>

Tabela 3.1: Medições de Distância e Tempo

A **distância entre os sensores** foi constante para todos os lançamentos e o seu erro associado foi  $0,001m^1$ .

O **tempo** foi medido pelo sistema de controlo dos sensores, em segundos. O erro associado a esta medição foi  $0,0001s^2$ . Sendo o maior desvio de  $0.0002s$ .

Assim,

$$v = \frac{0.1}{0.0431} = 2.32 \text{ m/s (SI)}$$

O erro associado a este cálculo da velocidade é dado por:

$$\Delta v = v \times \frac{\Delta t_{\text{máx}}}{t_{\text{média}}} = 2.32 \times \frac{0.0002}{0.0431} = 0.011$$

Cuja precisão foi

$$\text{prec} = (1 - 0.011) \times 100 = 98.90\%$$

As principais fontes de variação nos valores medidos poderão ser:

- A forma como a pessoa efetua o disparo.
- A consistência da força da mola.

<sup>1</sup>O erro foi obtido através da metade do valor da menor divisão da escala da fita métrica. Multiplicar o erro por 2 reflete a incerteza acumulada ao medir a distância total entre os dois sensores.  $(0,0005 * 2)$  (m)

<sup>2</sup>Dado que o instrumento é digital, o erro instrumental é igual à menor divisão da escala

## 3.2 Parte B

A **Parte B** foca-se na dependência do alcance com o ângulo de lançamento. Tendo em conta os conhecimentos teóricos obtidos durante a Unidade Curricular (UC) sabe-se que o ângulo ideal para o alcance máximo depende da posição inicial e final:

1. Se  $y_i = y_f$  (lançamento e queda ao mesmo nível): o ângulo ideal é  $45^\circ$
2. Se  $y_i > y_f$  (queda a um nível mais baixo): ângulo ideal será inferior a  $45^\circ$ .
3. Se  $y_i < y_f$  (queda a um nível mais alto): o ângulo ideal será superior a  $45^\circ$

Dado que a altura  $y$  (Ver figura 2.3.1) foi sempre igual a  $26\text{cm}$  (O **erro** associado é  $0,005\text{m}$ ) é possível concluir que o ângulo correspondente ao alcance máximo será teoricamente **inferior** a  $45^\circ$ .

É possível realizar o cálculo do alcance máximo teórico,  $\theta_{\text{amax,T}}$ , utilizando a equação 2.3.

$$\theta_{\text{amax}} = \arctan \left( \frac{1}{\sqrt{\frac{2 \times 9.8 \times (0.26)}{2.32^2}}} \right) = \arctan \left( \frac{1}{1.2138} \right) = 35.6^\circ$$

O ângulo de lançamento varia de lançamento para lançamento, sendo medido utilizando as marcações analógicas do lançador. Desta forma, o **erro** associado a cada medição foi de  $0.5^\circ$ .

Ângulo ( $^\circ$ )	Distância Média $x$ (m)
$30^\circ$	0.793
$34^\circ$	0.793
$38^\circ$	0.795
$40^\circ$	0.786
$43^\circ$	0.763

Tabela 3.2: Distância Média em Função do Ângulo

Ao inserir os valores da Tabela 3.2 num gráfico, obtém-se a equação polinomial que descreve a trajetória parabólica. Derivando essa equação e igualando a zero, é possível determinar o **valor do ângulo** correspondente ao alcance máximo prático.

$$y(x) = -4.24 \times 10^{-4}x^2 + 0.0289x + 0.305$$

$$y'(x) = -8.48 \times 10^{-4}x + 0.0289$$

$$0 = -8.48 \times 10^{-4}x + 0.0289$$

$$\theta_{\text{amax,P}} = 34.1^\circ$$

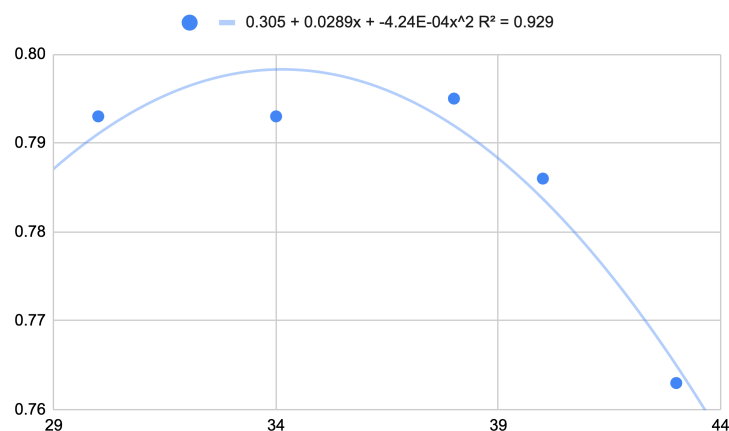


Figura 3.1: Gráfico Alcance Máximo em função do ângulo

Assim, a precisão observada foi:

$$\text{prec} = \frac{34,1}{35,6} \times 100 = 96,00\%$$

As principais fontes de variação nos valores medidos que foram discutidos foram:

- A forma como a pessoa efetua o disparo.
- A consistência da força da mola.
- As marcas já existentes no alvo podem gerar confusão à pessoa que as verifica.

### 3.3 Parte C

A **Parte C** apresenta um método alternativo para o cálculo da velocidade inicial de um projétil com base num pêndulo.

Massa Pêndulo M (kg)	Massa Projétil m (kg)	Tamanho Do Pêndulo L (m)
0.2636	0.0632	0.3
$\pm 0.0001$	$\pm 0.0001$	$\pm 0.005$

Tabela 3.3: Valores medidos para o pêndulo balístico

O **ângulo** obtido foi constantemente  $17^\circ$ , sendo o erro associado ao mesmo a metade da menor divisão da escala de onde foi lido -  $0.25^\circ$

Utilizando a fórmula seguinte, é possível fazer o cálculo da altura

$$h = L(1 - \cos(\theta))$$

$$h = 3 \times (1 - \cos(17))$$

$$h = 0.0131\text{m} = 13.1\text{mm}$$

Por conseguinte a fórmula associada ao erro da altura é:

$$\Delta h = (1 - \cos(\theta)) \cdot \Delta L + L \cdot \sin(\theta) \cdot \Delta \theta$$

$$\Delta h = 0.02214$$

$$\text{Precisão } h = 97,8\%$$

Para concluir, o cálculo da velocidade inicial é dado pela fórmula 2.6:

$$v_0 = \frac{0.0632 + 0.2636}{0.2636} \times \sqrt{2 \times 9,8 \times 0.0131} = 2,61\text{m/s}$$

As principais fontes de variação nos valores medidos que foram discutidos foram:

- A forma como a pessoa efetua o disparo.
- A consistência da força da mola.
- Incerteza associada ao instrumento de medição.

## Capítulo 4

# Conclusão

Os principais objetivos foram atingidos, como a determinação da velocidade inicial do projétil e a análise do alcance em função do ângulo. No entanto, a precisão foi afetada por limitações nas medições de tempo e distância, mitigadas através de múltiplas medições e cálculos de médias. Pequenas variações no disparo também influenciaram os resultados, sugerindo a necessidade de maior controle e instrumentos mais precisos. Em geral, os objetivos foram alcançados.

A contribuição dos autores foi:

**Tiago Mendes:** 70%

**Pedro Costa:** 30%



# Capítulo 5

## Anexos

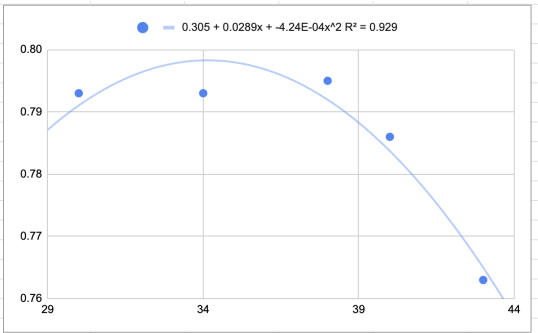
Distância entre sensores				
	Distância	Erro Instrumental	Média	Desvio
Unidade Medida	m	m	m	m
1ª Medição	0.1	0,001	0.1	0
2ª Medição	0.1			0
3ª Medição	0.1			0

Cálculos		
Velocidade	Erro	Precisão
m/s		%
2.32	0.011	98.90%

Tempo percorrido entre os 2 sensores					
Ângulo	Tempo	Erro Instrumental	Média Tempo (-t)	Desvio (d -t)	Incerteza Absoluta
°	s	s	s	s	
0°	0.043	0,0001	0.0431	0.0001	
	0.0429			0.0002	
	0.0433			0.0002	

Figura 5.1: Tabela Parte A

Altura (cm)	Ângulo	Incerteza Ângulo	Alcance x	Erro Instrumental	Média x	Desvio (d-x)
			m	m	m	m
26	30°	0.5°	0.791	0.005	0.793	0.002
			0.795			0.002
			0.792			0.001
26	34°		0.798		0.793	0.005
			0.786			0.007
			0.794			0.001
26	38°		0.791		0.795	0.004
			0.797			0.002
			0.797			0.002
26	40°		0.784		0.786	0.002
			0.787			0.001
			0.787			0.001
26	43°		0.766		0.763	0.003
			0.761			0.002
			0.762			0.001



Equation:  $0.305 + 0.0289x + -4.24E-04x^2$   $R^2 = 0.929$

Velocidade Inicial	$\theta_{amax}$ Teórico	$\theta_{amax}$ Experimental	Erro	Precisão
m/s	°	°		%
2.32	35.6	34.1		96.00%

Figura 5.2: Tabela Parte B

Altura										
Massa Pêndulo M	Massa Projétil m	Tamanho Do Pêndulo L	$\Delta L$	Ângulos	Média Ângulos	Erro Instrumental	Altura h	$\Delta h$	Precisão h	$v_x$
kg	kg	m	m	°	RADs	RADs	c			m/s
0.2636	0.0632	0.3	0.005	17	0.2967059728	0.00436332313	0.01310857321	0.02214	97.70%	2.610145284
				17			0.01310857321			
				17			0.01310857321			
				17			0.01310857321			
				17			0.01310857321			
± 0.1	± 0.1			± 0.25°	± 0.25°					

Figura 5.3: Tabela Parte C

# Acrónimos

**UC** Unidade Curricular

24 de outubro de 2024