

Mecânica e Campo Eletromagnético

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Ano letivo 2024/2025

TRABALHO 2 - BOBINAS DE HELMHOLTZ

Objetivos

- Calibrar uma sonda de efeito de Hall por meio de um solenoide padrão.
- Medir o campo magnético ao longo do eixo de duas bobinas estreitas.
- Verificar o princípio da sobreposição, usando configuração de Helmholtz.

6. INTRODUÇÃO

PRODUÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS A PARTIR DE CORRENTES: O SOLENÓIDE PADRÃO

Correntes elétricas e cargas em movimento produzem campos magnéticos que podem ser calculados através da Lei de Biot-Savart ou através da Lei de Ampère.

Do ponto de vista físico, o solenóide pode considerar-se como um conjunto de anéis idênticos, alinhados lado a lado e percorridos pela mesma corrente I_S . No caso de um solenoide de comprimento infinito, a expressão do campo magnético no seu interior tem apenas a componente longitudinal (isto é, paralela ao eixo principal) e é dada por:

$$B_{sol} = \mu_0 \left(\frac{N}{l} \right) I_S \quad (1)$$

sendo N/l o número de espiras por unidade de comprimento do solenoide, I_S , a corrente elétrica que o percorre e a constante μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$).

Esta expressão pode considerar-se válida para um solenoide finito, cujo comprimento é muito maior que o raio, $l \gg R$. Um enrolamento deste tipo designa-se por solenoide-padrão.

BOBINAS DE HELMHOLTZ

As bobinas de Helmholtz são um outro dispositivo que, sendo constituído por dois enrolamentos paralelos em que $R \gg l$, parecem-se bastante mais com anéis de corrente do que com solenoides-padrão, permitindo criar, no espaço entre esses enrolamentos e ao longo do respetivo eixo, um campo magnético muito mais uniforme do que o campo devido a apenas um enrolamento (bobina).

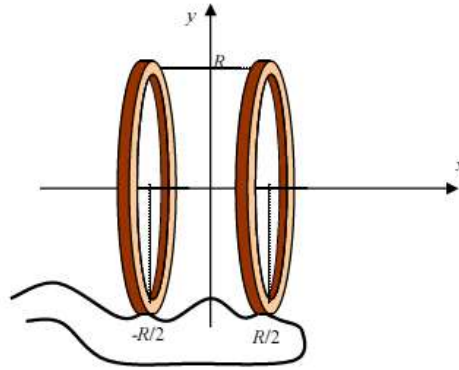


Figura 1. Esquema representativo do posicionamento das bobinas a uma distância R .

Esta característica consegue-se desde que as bobinas sejam idênticas (**mesmo raio e número de espiras**), paralelas, coaxiais e estejam situadas entre si a uma distância igual ao seu raio, sendo ainda percorridas por correntes iguais e com o mesmo sentido.

Nesta configuração é possível obter uma expressão para o campo magnético criado pelas duas bobinas num ponto x genérico do seu eixo, a partir da expressão do campo magnético no eixo de um anel de corrente (centrado em $x = x_0$)

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2 (R^2 + (x - x_0)^2)^{3/2}} \hat{x} \quad (2)$$

Se $B_H(x)$ é a expressão do campo criado pelas Bobinas de Helmholtz pode deduzir-se que o campo magnético atinge o seu valor máximo, $B_{HM\acute{a}x}$, no ponto médio da porção do eixo entre as bobinas ($x = 0$, na Figura 1), considerando que o campo total é a soma dos campos de cada bobina $\vec{B}_{HTotal} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Analisando a variação do valor de B_H ao longo do eixo, pode ainda concluir-se que o valor de B_H não é inferior a 95% de $B_{HM\acute{a}x}$, sendo, em 60% dessa mesma secção, superior a 99% de $B_{HM\acute{a}x}$.

Usando a Equação 2, a representação gráfica do campo magnético $\vec{B}_{HTotal}(x) = \vec{B}_1(x) + \vec{B}_2(x)$ ao longo do eixo de duas bobinas na configuração de Helmholtz para as várias correntes possíveis é a seguinte

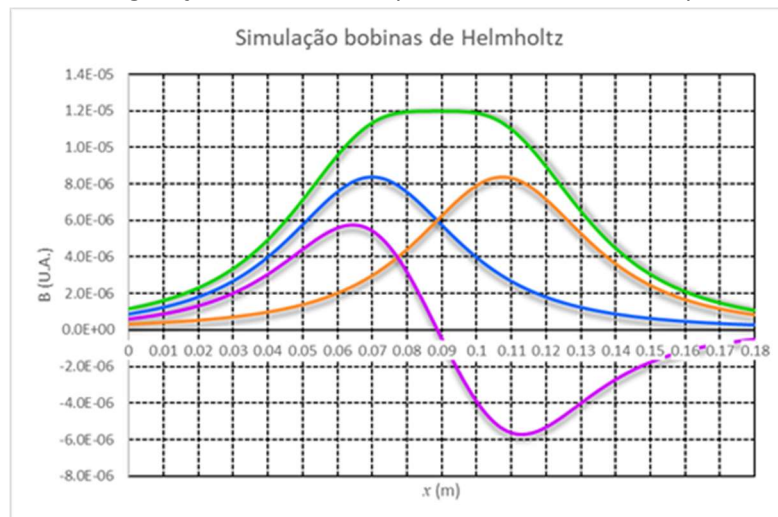


Figura 2. $B(x)$ na configuração de Helmholtz

MEDIÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS USANDO UMA SONDA DE EFEITO DE HALL

Para medir campos magnéticos utiliza-se o efeito que este campo produz em cargas elétricas em movimento, através da força magnética – Efeito Hall. Consideremos um bloco retangular de um

semicondutor percorrido por uma corrente I_H (J_x na Figura 3) e colocado num campo magnético, B , como se mostra na Figura 3.

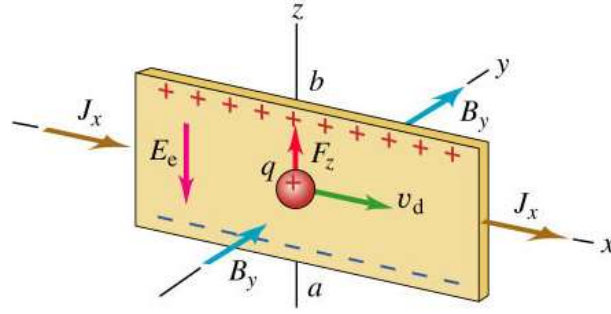


Figura 3. Geometria utilizada para medir o efeito de Hall.

Os portadores de carga móveis, com carga q e velocidade de arrastamento v_d , vão necessariamente sentir o efeito da força magnética \vec{F}_{mag} dada pela equação (Força de Lorentz)

$$\vec{F}_{mag} = q\vec{v}_d \times \vec{B} = qv_d B \hat{z} \quad (3)$$

Num semicondutor, os portadores de carga podem ser positivos ou negativos, dependendo da estrutura do material. Aqui vamos considerar o caso em que são positivos (ver Figura 3). Sob a ação da força magnética estes portadores vão deflectir a sua trajetória, acumulando-se na face superior do semicondutor, produzindo uma diferença de potencial entre as faces superior e inferior do semicondutor (ao longo do eixo- zz), originando assim um campo elétrico interno, segundo a direção do eixo- zz e sentido negativo ($-zz$). Ficam, então, sujeitos a uma outra força, neste caso elétrica, dada por:

$$\vec{F}_E = -qE \hat{z} \quad (4)$$

que se opõe à força magnética. Na situação de equilíbrio as duas forças igualam-se e resulta que:

$$qE = qv_d B \quad (5)$$

o que permite calcular a diferença de potencial que se originou entre as duas faces do semicondutor, que se designa, normalmente, por tensão de Hall, V_H . Admitindo que o campo elétrico é uniforme temos $V_H = Ea$ onde a é a dimensão do bloco na direção zz (na Figura 3 ab). Então podemos escrever

$$qE = q \frac{V_H}{a} = qv_d B \rightarrow V_H = v_d a B \quad (6)$$

Num semicondutor, a relação entre corrente e velocidade dos portadores (velocidade de arrastamento) é dada pelo fluxo de portadores de carga através da superfície perpendicular à direção da corrente,

$$I_H = nqv \rightarrow v = \frac{I_H}{nq} \quad (7)$$

Substituindo na Equação (6) resulta

$$V_H \propto I_H B \quad (8)$$

ou seja, a tensão de Hall, V_H , é proporcional à corrente de Hall I_H que percorre o material e ao campo magnético externo, $|\vec{B}|$. Assim, para um dado valor I_H constante, V_H é proporcional a B . Esta relação é utilizada para medir o campo magnético, através de um dispositivo que, por utilizar o efeito de Hall e permitir medir e sondar os valores do campo magnético, se designa por sonda de Hall.

Para medir campos magnéticos com uma sonda de Hall é preciso calibrar a sonda, ou seja, determinar a constante de proporcionalidade (ou constante de calibração) para uma dada sonda entre V_H e B

$$B = C_c V_H \quad (9)$$

Para isso, usamos um dispositivo que nos dá um valor de B uniforme e reprodutível – o solenoide-padrão.

Importante:

- Esta constante de calibração é válida apenas para a sonda particular que está a ser usada e não podemos extrapolar para outras sondas.
- No caso dos materiais em que os portadores de carga são negativos, por exemplo, metais, a força magnética tem o mesmo sentido que o da Figura 3 e, portanto, agora é a carga negativa que se acumula na parte superior da amostra e a tensão de Hall muda de sinal. Deste modo podemos identificar e caracterizar o sinal dos portadores de carga em materiais desconhecidos.

2. PREPARAÇÃO DO TRABALHO

1. Deduza a Equação (1) e verifique que a mesma só é válida nos casos em que $l \gg R$.
2. Com base no resultado do ponto anterior diga, justificadamente, em que posição deve colocar a sonda de Hall no interior do solenoide.
3. Na Figura 2 identifique a configuração das correntes que percorrem as bobinas e que dão origem a cada uma das curvas.
4. Recorrendo à Equação (2) e à Figura 2 faça um esboço dos gráficos esperados para o campo magnético total $B_1 + B_2$ nos casos em que a separação, d , entre as bobinas é
 - a) $d > R$;
 - b) $d = R$;
 - c) $d < R$.
5. Usando a constante de calibração obtida, faça uma nova tabela, para registar os dados necessários para a determinação do campo magnético B nas condições requeridas.
6. Com base na Equação (2) escreva a expressão para o campo total criado pelas duas bobinas $\vec{B}_{Total}(x)$ e faça uma simulação (Figura 2) em computador (por exemplo, em Excel).

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Parte A – Calibração da sonda de Hall

1. Usando o “comutador” existente na unidade de controlo da sonda de Hall, feche o circuito de modo que passe corrente elétrica na sonda (luz de sinal acesa). Ligue os terminais da sonda à entrada do amplificador. Ligue um voltímetro à saída do amplificador.
2. Observe, no voltímetro, a tensão de Hall amplificada. Na ausência de campo magnético, V_H deve ser nula. Se tal não acontecer, anule a tensão residual atuando no potenciómetro da unidade de controlo (P).
3. Monte o circuito da Figura 4, utilizando o solenoide-padrão.

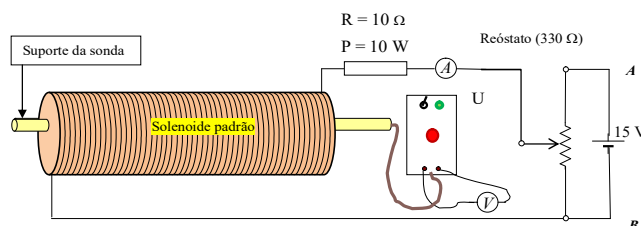


Figura 4. Esquema da montagem experimental disponível na aula.

4. Registe o valor de N/l e o respetivo erro para o enrolamento que está a usar.

$$\frac{N}{l} = \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}}$$

5. Coloque a sonda no interior do solenoide, procurando um ponto do eixo do solenoide que minimize a aproximação utilizada de solenoide infinito. Qual é esta aproximação e qual o ponto que escolheu?
6. Varie a corrente I_S , que percorre o solenoide e registe a tensão V_H para 10 diferentes valores de I_S e preencha a tabela seguinte em Excel. Tenha em atenção ao valor máximo da corrente que o solenóide pode suportar. (Consulte o valor que deve constar na etiqueta do solenoide)

A tabela apresentada a seguir deve ser implementada em Excel e ser enviada ao docente no final da aula

$I_S \pm \underline{\hspace{2cm}}$ $/ \underline{\hspace{2cm}}$											
$(V_H) \pm \underline{\hspace{2cm}}$ $/ \underline{\hspace{2cm}}$											

Parte B – Verificação do princípio da sobreposição para o campo magnético

1. Coloque as duas bobinas na disposição geométrica (configuração) de Helmholtz, **e fixe-as nessa disposição, que deve manter-se inalterada ao longo de toda a parte B do trabalho.**

2. Registe os dados relevantes: R_i - raio das bobines e x_{0i} - posição do centro das bobines na escala acoplada às bobines

$$R_1 = \underline{6} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\text{cm}} \qquad R_2 = \underline{6} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x_{01} = \underline{0} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}} \qquad x_{02} = \underline{6} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}}$$

3. Monte o circuito da Figura 4 substituindo o solenóide por uma das bobines. Ajuste a intensidade da corrente para $I = 0,50$ A. **Este valor é constante ao longo de toda a parte B do trabalho.**

$$I = \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} / \underline{\hspace{2cm}}$$

4. Utilizando a sonda de Hall, meça o campo magnético criado pela bobina ao longo do seu eixo, de centímetro a centímetro, registando cada par de valores (posição, tensão de Hall, V_H).
5. Remova a tensão aplicada à bobina e aplique-a, de seguida, à outra bobina. Ajuste a corrente para o valor usado no ponto 3 e repita o ponto 4, medindo e registando o valor da tensão de Hall, V_H nos mesmos pontos do eixo, mas para a outra bobina.
6. Ligue as duas bobinas em série, certificando-se de que a corrente fluirá no mesmo sentido em ambas as bobinas.
7. Utilizando a sonda de Hall, meça o campo magnético criado pela bobina ao longo do seu eixo, de centímetro a centímetro, registando cada par de valores (posição, tensão de Hall) preenchendo a tabela seguinte em Excel.
8. **No final do trabalho desligue o “comutador” existente na unidade de controlo da sonda de Hall.**

A seguir apresenta-se o modelo de uma tabela para ser implementada em Excel, que deve ser enviada no final da aula ao docente.

Registo dos valores $V_H(x)$

Tabela 1 (Bobine 1)		
$x \pm$ ()	$V_H \pm$ ()	B
1,0		
2,0		
3,0		
...		
...		
18,0		

Tabela 2 (Bobine 2)	
$V_H \pm$	B

Tabela 3 (B1+B2)	
$V_H \pm$	B

4. ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS

Com base nesta secção, deverá preparar o ficheiro Excel com os dados obtidos, obrigatoriamente entregue ao docente no final da aula.

Calibração da sonda de Hall

- Represente graficamente de $V_H = f(I_S)$
- Determine a constante de calibração (C_C) da sonda de Hall, através da expressão do campo produzido pelo solenóide bem como o seu erro, usando a Equação (9).

Verificação do princípio da sobreposição para o campo magnético

- Com base nas medidas de campo magnético no centro de uma bobina e na Equação (2) estime o número de espiras das bobinas de Helmholtz.
- Represente o gráfico do campo magnético para as duas bobinas ligadas isoladamente e em série $B_H(x)$. Conclua através do gráfico e da forma geral da variação do campo magnético criado por uma bobina, se se verifica ou não o Princípio da Sobreposição do campo magnético.

5. BIBLIOGRAFIA

[1] Serway, R. A., "Physics for Scientist and Engineers with modern Physics", 2000, Saunder College Publishing.