

# Sistemi con Vincoli

Federico Tavella, Alessandro Tezza

6 gennaio 2018

## 1 Introduzione

In questa relazione verranno discusse alcune euristiche utilizzate per effettuare inferenza euristica su reti Bayesiane tramite la riduzione di Neumaser Trotter.

In questa sezione introduttiva verrà descritto brevemente il contesto di progetto. Nella Sezione 2, verranno proposte e descritte diverse euristiche. Nella Sezione 3, verranno presentati i risultati dei test svolti sulle differenti euristiche. Infine, nella Sezione 4 verranno tratte alcune conclusioni finali sul progetto svolto.

### 1.1 La riduzione di Neumaser Trotter per effettuare inferenza su reti Bayesiane

Una rete Bayesiana è un modello grafico probabilistico che rappresenta le dipendenze condizionali fra un gruppo di variabili. Tale rete è modellata tramite un grado diretto ed aciclico, dove i nodi corrispondono alle variabili, e un arco fra due nodi rappresenta una dipendenza condizionale. E' quindi specificata una distribuzione condizionale per ogni nodo dati i suoi genitori (i.e., altri nodi che puntano ad esso). Figura 1.1 mostra un esempio di rete Bayesiana in cui le varie distribuzioni condizionali sono rappresentate tramite delle tabelle di probabilità condizionale.

Un problema di inferenza su reti Bayesiane è quello della Maximum A Posteriori estimate (MAP), dove, dati dei valori per alcune variabili, è necessario determinare i valori più probabili per le variabili rimanenti. E' possibile considerare tale compito come un problema di ottimizzazione, in cui è necessario trovare un'assegnazione alle variabili che massimizzi un prodotto di probabilità. Inoltre, è possibile trasformare il problema di ottimizzazione in un "Weighted CSP", trattando i logaritmi negativi delle probabilità come costi: in questo modo, il prodotto da ottimizzare diventa una somma.

A partire da queste idee, T.K. Kumar<sup>1</sup> ha proposto un approccio che consiste nel convertire la rete Bayesiana in un Constraint Composite Graph (CCG), trasformare il problema in un Maximum Weighted Vertex Cover Problem sul CCG e applicare la riduzione di Neumaser-Trotter, che determina il valore ottimo di alcune variabili.

---

<sup>1</sup>Kumar, TK Satish. "Kernelization, generation of bounds, and the scope of incremental computation for weighted constraint satisfaction problems." The International Symposium on Artificial Intelligence and Mathematics. 2016.

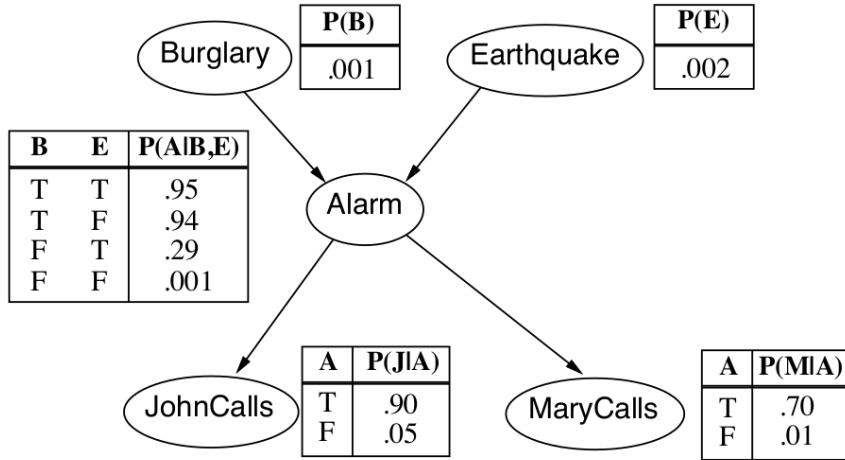


Figura 1: Esempio di rete Bayesiana.

Dopo aver applicato l'approccio proposto da Kumar, il CCG si troverà in uno stato in cui parte delle variabili sono state fissate dalla riduzione di Neumaser-Trotter, mentre altre non sono ancora fissate. L'obiettivo di progetto è quello di valutare diverse euristiche per realizzare un approccio euristico: a seguito della riduzione, alcune altre variabili verranno fissate secondo una certa euristica, per poi riapplicare la riduzione di Neumaser-Trotter, e così via.

## 2 Euristiche

## 3 Risultati

In questa sezione verranno presentati i risultati degli esperimenti sulle varie euristiche. Gli esperimenti sono stati eseguiti su un totale di 40 problemi diversi.

Per valutare le euristiche, sono state utilizzate diverse metriche:

- **Media passi:** la media del numero di passi necessari per chiudere il problema, calcolata su tutti i problemi;
- **Media fissati:** la media di nodi fissati ad ogni iterazione, calcolata su tutte le iterazioni di tutti i problemi;
- **Media max nodi fissati:** per ogni problema, viene calcolato il numero di nodi fissati ad ogni iterazione. Viene preso il numero di nodi fissati dell'iterazione che ne ha fissati di più per ogni problema, e viene effettuata la media di tale valore su ogni problema;
- **Media nodi non fissati:** la media del numero di iterazioni in cui non vengono fissati nodi, calcolata considerando tutte le iterazioni di tutti i problemi;

- **Max passi:** numero di passi necessari per chiudere il problema che ha richiesto più iterazioni;
- **Max fissati:** numero massimo di nodi fissati in un passo, calcolato considerando ogni iterazione di ogni problema;
- **Max max nodi fissati:**
- **Min nodi no fissati:** minimo numero di iterazioni in cui non sono stati fissati nodi, calcolato su tutte le iterazioni di tutti i problemi.

| Tabella 1: My caption |               |                      |                        |            |
|-----------------------|---------------|----------------------|------------------------|------------|
| Euristica             | Media passi   | Media fissati        | Media max nodi fissati | Media nodi |
| aux                   | 1791.4        | 3.13359126475        | 272.8                  | 14592.2    |
| auxMaxPeso            | 341.45        | 21.5602317507        | 585.0                  | 1407.15    |
| auxMinPeso            | 2810.35       | 1.59788155387        | 569.6                  | 27715.55   |
| maxArchiDaFissare     | 243.2         | 31.0389286082        | 328.45                 | <b>0.0</b> |
| maxPeso               | <b>188.55</b> | <b>37.2322594837</b> | <b>604.7</b>           | <b>0.0</b> |
| minArchiDaFissare     | 2882.75       | 1.52946127802        | 354.9                  | 28413.85   |
| minPeso               | 608.9         | 12.2729528981        | 354.6                  | 1656.8     |
| noAuxNoThorn          | 498.15        | 16.4752997265        | 314.0                  | 4.15       |
| noAuxNoThornMaxPeso   | <b>188.55</b> | <b>37.2322594837</b> | <b>604.7</b>           | <b>0.0</b> |
| noAuxNoThornMinPeso   | 358.1         | 20.4006207465        | 585.2                  | 113.35     |
| thorn                 | 562.55        | 12.0982982476        | 567.95                 | 3251.9     |
| thornMaxPeso          | 332.15        | 21.485487372         | 584.45                 | 1089.85    |
| thornMinPeso          | 728.6         | 8.9800927173         | 601.35                 | 5384.8     |

## 4 Conclusioni