Métodos Numéricos — Lista 01

André Paladini 14182390 Tiago F. Oliva Costa 8004408

3 de outubro de 2023

1 Questão 01

Classifique as EDPs abaixo quanto à ordem, a linearidade / não-linearidade, a homogeneidade e ao tipo.

A 2a ordem; Linear; Homogênea.

B 2a ordem; Linear; Não-Homogênea.

C 1a ordem; Linear; Homogênea.

D 2a ordem; Linear; Homogênea.

E 2a ordem; Não-Linear; Homogênea.

F 2a ordem; Não-Linear; Não-Homogênea.

2 Questão 02

Qual a diferença entre as condições de contorno de Dirichlet, Neumann e Robin? A condição de contorno de Dirichlet (ou primeiro tipo) especifica valores que a variável dependente y(x) toma ao longo da fronteira do domínio. Ou seja

$$y(a) = \alpha, \quad y(b) = \beta.$$

A condição de contorno de Neumann (ou segundo tipo) especifica valores que a derivada y'(x) da variável dependente toma ao longo da fronteira do domínio. Ou seja

$$y'(a) = \alpha, \quad y'(b) = \beta.$$

A condição de contorno de Robin (ou terceiro tipo) especifica valores que tanto a variável dependente y(x), como a sua derivada y'(x), tomam ao longo da fronteira do domínio. Ou seja, para um domínio Ω e sua fronteira representada por $\partial\Omega$, têm-se

 $ay + b\frac{\partial y}{\partial x} = g$ em $\partial \Omega$.

3 Questão 03

Pede-se $\frac{\mathrm{d}J_0(x)}{\mathrm{d}x}$ em x=3, onde

$$J_{\alpha}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(m+\alpha)!} (\frac{x}{2})^{2m+\alpha},$$

e por sua vez

$$J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \, m!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m}.$$

Considerando que a função de Bessel converge, podemos aplicar a derivada da série infinita obtendo

$$J_0'(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(m-1)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m-1} = J_{(-1)}(x) = -J_1(x).$$

4 Questão 04

Considere a função

$$f(x) = e^x \sin(x).$$

Temos, pela regra do produto,

$$f'(x) = e^x \sin(x) + e^x \cos(x),$$

e aplicando a regra do produto novamente

$$f''(x) = 2e^x \cos(x).$$