THÉORÈME DE PYTHAGORE

I) RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE POSITIF

Quels sont les deux nombres dont le carré est 4 ?

Y a-t-il des nombres dont le carré est − 4 ?

Définition :

Soit a un nombre **positif**.
La racine carrée de a est le nombre **positif** dont le carré est a.
Ce nombre est noté $\sqrt{a}$.

Ex :

- $\sqrt{9}$ est le nombre positif dont le carré est 9 donc $\sqrt{9}=$
- $6^2=36$ donc $\sqrt{36}=$
- donc $\sqrt{16}=$
- donc $\sqrt{25}=$
- donc $\sqrt{121}=$
- donc $\sqrt{1}=$
- donc $\sqrt{0}=$
- 11 n'est pas un carré parfait mais : $9 < 11 < 16$

donc : $\quad < \sqrt{11} < \quad$

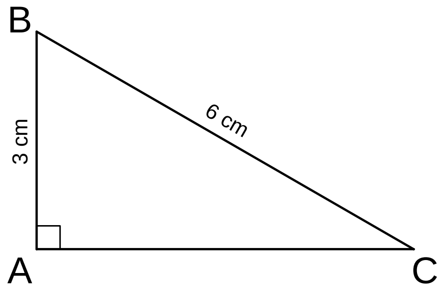
Avec la calculatrice, on trouve $\sqrt{11} \approx 3{,}3$

II) THÉORÈME DE PYTHAGORE

Vocabulaire :
Dans un triangle rectangle, on appelle « hypoténuse » le plus long côté (qui est aussi face à l'angle droit).

Propriété :
Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Exercice type n°1 : On sait que le triangle est rectangle, on connaît les longueurs de deux côtés et on cherche la longueur du troisième.
Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 3 cm et BC = 6 cm.
Déterminer AC.



Par hypothèse : ABC est un triangle rectangle en A

donc d'après le théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

donc $AC^2 = BC^2 - AB^2 =$

donc $AC =$ ou $AC = -$

or une longueur est toujours positive

donc $AC =$ cm

donc $AC \approx$ cm (à 0,01 cm près)

III) RÉCIPROQUE DU THÉORÈME

Propriété :
Dans un triangle, si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres, alors ce triangle est rectangle.

Exercice type n°2 : On connaît les longueurs des trois côtés du triangle et on cherche à montrer qu'il est rectangle.
Soit ABC un triangle tel que AB = 9 cm, BC = 12 cm et AC = 15 cm.
Ce triangle est-il rectangle ?

Dans le triangle ABC, on a **d'une part** : $AC^2 =$

et **d'autre part** : $AB^2 + BC^2 =$

donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$

donc d'après la du théorème de Pythagore,

le triangle ABC est rectangle en B.

IV) CONTRAPOSÉE DU THÉORÈME

Vocabulaire : Propriété – Réciproque - Contraposée
On considère par exemple la propriété toujours vraie :

« S'il pleut dehors, alors il y a des nuages. »

La réciproque de cette propriété s'écrit :

« S'il y a des nuages alors il pleut dehors. »

Remarque : Cette réciproque est ici fausse.

La contraposée de cette propriété s'écrit :

« S'il n'y a pas de nuages, alors il ne pleut pas. »

Remarque : Si une propriété est vraie, alors sa contraposée est toujours vraie aussi !

Pour chacune des propriétés ci-dessous,
- énoncer la réciproque et dire si elle est vraie
- énoncer la contraposée et vérifier qu'elle est bien vraie

Propriété A : « Si j'habite à Paris, alors j'habite dans le 75 »

Réciproque :

Contraposée :

Propriété B : « Si j'habite à Paris, alors j'habite en France »

Réciproque :

Contraposée :

Exercice type n°3 : On connaît les longueurs des trois côtés du triangle et on cherche à montrer qu'il <u>n'est pas</u> rectangle.
Soit ABC un triangle tel que AB = 9 cm, BC = 11 cm et AC = 15 cm.
Ce triangle est-il rectangle ?

Dans le triangle ABC, on a **d'une part** : $AC^2 =$

et **d'autre part** : $AB^2 + BC^2 =$

donc $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$

donc d'après la du théorème de Pythagore,

le triangle ABC n'est pas rectangle en B.