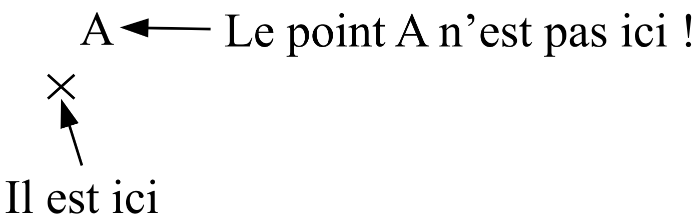
VOCABULAIRE ET NOTATIONS UTILISÉES EN GÉOMÉTRIE

I) LES POINTS

Le point est le plus petit des objets géométriques.
En général, il est représenté par une croix et se note avec une lettre majuscule.

Ex :



Remarques :

- Si deux points sont exactement au même endroit, on dit qu'ils sont **confondus**, sinon, on dit qu'ils sont **distincts**.
- Sur une même figure, deux points distincts ne portent jamais le même nom.

II) LES DROITES

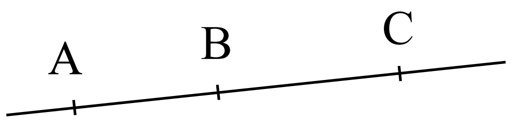
Par deux points distincts A et B, il passe une droite et une seule.
Si au moins trois points distincts sont sur une même droite, on dit qu'ils sont **alignés**.

Remarques :

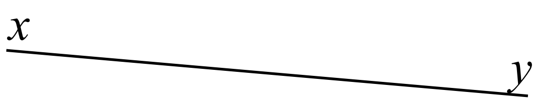
- On représente une droite par un trait tracé à la règle que l'on peut prolonger des deux côtés.
  Une droite est illimitée, on ne peut pas mesurer sa longueur.

- Une droite se note avec des parenthèses :

Soit à l'aide de deux points :



Soit avec des directions :



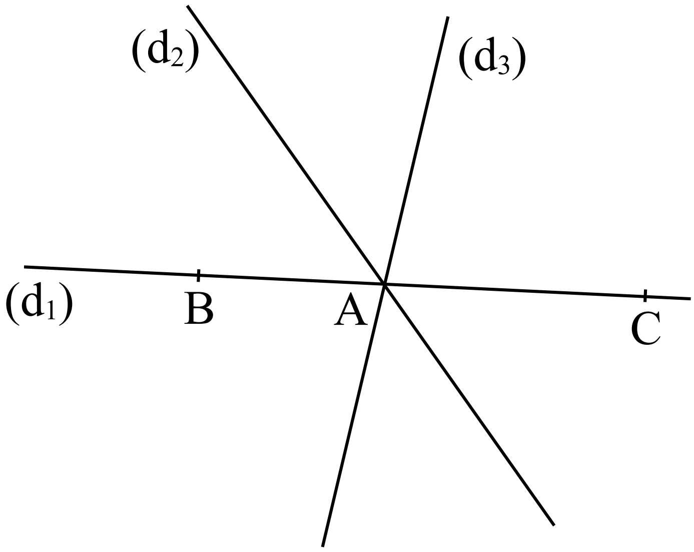
Soit avec une lettre minuscule ou majuscule :

- La droite (AB) est l'ensemble des points qui sont alignés avec A et B (il y en a une infinité !).

- A $\in$ (BC) se lit : « A **appartient à** la droite (BC) »
  A $\notin$ (d) se lit : « A **n'appartient pas** à la droite (d) »

- Si deux droites ont un seul point commun,
  on dit qu'elles sont **sécantes** **<u>en</u>** ce point et ce dernier est appelé **point d'intersection** des deux droites.
- Si plus de deux droites ont un seul point commun,
  on dit qu'elles sont **concourantes** **<u>en</u>** ce point.
- Si deux droites ont plus d'un point en commun, on dit qu'elles sont **confondues**.

Ex :



A, B et C sont

(AB) et (d_1) sont

(d_1) et (d_2) sont

(d_1) ; (d_2) et (d_3) sont

III) LES DEMI-DROITES

Un point A d'une droite (xy) partage cette droite en deux **demi-droites** d'**origine** A.

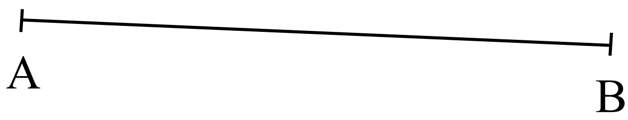
On note toujours en premier l'origine avec un crochet
et en second le côté illimité avec une parenthèse.

IV) LES SEGMENTS

Un segment est une portion de droite délimitée par deux points appelés **extrémités** de ce segment.

Attention :

- [AB] ou [BA] désignent le segment d'extrémités A et B.
- AB ou BA désignent la longueur de ce segment.



NOMBRES ENTIERS ET DÉCIMAUX

I) NUMÉRATION DE POSITION

1) Distinguer « nombres » et « chiffres »

Pour écrire n'importe quel nombre, on utilise seulement 10 symboles appelés « chiffres » :
1 ; 2 ; 3 ; 4; 5 ; 6 ;

Ex 1 : « 569 et 12 »
569 est un à trois
12 est un à deux

Ex 2 : « J'ai 3 chats »
3 est le de chats que je possède,
mais c'est aussi le qui permet d'écrire ce nombre.

2) Le rang d’un chiffre donne sa « valeur »

En effet : 2222 = 2000 + 200 +

Le 2 le plus à gauche « vaut » donc 1000 fois le 2 de droite !

Exemple : 12345,6789

Partie entière												Partie décimale			
Centaines de milliards	Dizaines de milliards	Milliards	Centaines de millions	Dizaines de millions	Millions	Centaines de milliers	Dizaines de milliers	milliers	Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix millièmes

Attention :
Le chiffre des milliers est :
Mais le nombre de milliers est :

Le chiffre des dixièmes est :
Mais le nombre de dixièmes est :

Ex : Donner les rangs des chiffres soulignés ci-dessous :
65165,2<u>3</u>2
5<u>4</u>6,540
1<u>4</u>60564
120,6506<u>8</u>9

3) Les zéros « inutiles »

Sont inutiles, les zéros qui sont :

● à gauche de la partie entière d'un nombre

● ou à droite de sa partie décimale.

On peut les supprimer sans changer le nombre.

Ex 1 : Barrer les zéros inutiles dans les conversions suivantes :

0,020 km = 0020 m

20 500 cm = 2,0500 hm

0,001070 kg = 0001,070 g = 0001070 mg

Ex 2 : Supprimer les zéros inutiles et rétablir les espaces :

002460 =

000130,500 =

08200,08200 =

II) ORTHOGRAPHE D’UN NOMBRE

En orthographe « moderne » :

- Dans un nombre entier, mettre des traits d’union entre tous les chiffres, même quand on emploie un « et » :

  Cinq-cent-trente-et-un ; le vingt-et-unième siècle

- En revanche, dans une fraction, pas de trait d’union entre le numérateur et le dénominateur :

  On distingue ainsi « trente-et-un tiers » (31/3) de « trente et un tiers » (30+1/3)

- Million et milliard s’accordent normalement :

  Deux-milliards-six-cent-millions

- Mille est invariable (ne s’accorde jamais) :

  Dix-mille

- Vingt et cent s’accordent sauf s’ils sont suivis d’un nombre :

  Quatre-vingts ; quatre-vingt-deux; deux-cent-vingt ; deux-cents-millions

Ex :

5 021

480

485

15 200

3 700 380

31/21

30 et 1/21

III) NOMBRES ENTIERS ET DÉCIMAUX

Définition :

On appelle nombre entier, tout nombre dont la partie décimale est nulle.

Ex : 0 ; 12 ; 15680 ; six tiers

Définition :

On appelle nombre décimal, tout nombre dont la partie décimale contient un nombre fini de chiffres.

Ex : 5,7 ; 10 ; 0,123 ; 11/2 ; trente-cinq centièmes

En revanche 1/3 a pour écriture décimale 0,3333333…. mais n'est pas un nombre décimal !

IV) FRACTIONS DÉCIMALES

Définition :

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est égal à 1, 10, 100, 1000, ...

Ex : Écrire en fraction décimale de trois façons :

$$A=6{,}4=\frac{64}{10}=\frac{\quad}{100}=\frac{\quad}{1000}$$

$$B=0{,}0014=$$

Attention :

$\frac{1{,}4}{1000}$ n'est pas une fraction décimale car dans une fraction, le numérateur et le dénominateur doivent être

Propriété :

Tout nombre décimal peut s'écrire sous forme de fraction décimale.
Toute fraction décimale correspond à un nombre décimal.

Ex : $A=56{,}457=\frac{56457}{1000}=\frac{\quad}{10000}$

V) UN NOMBRE – PLUSIEURS ÉCRITURES

Un même nombre peut s’écrire de plusieurs façons :

<table>
<tr><td>Écriture en lettres</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Écriture décimale</td><td rowspan="2">75,29</td><td>Partie entière :</td></tr>
<tr><td>Partie décimale :</td></tr>
<tr><td>Fraction décimale</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Écriture décomposée</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

VI) ABSCISSE D'UN POINT

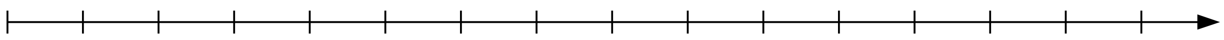
1) Demi-droite graduée

Définition :

On appelle demi-droite « graduée » une demi-droite possédant :
- ● Une origine (il s'agit d'un point)
- ● Un sens (représenté par une flèche)
- ● Une unité de longueur (que l'on reporte régulièrement)

Ex :

Tracer une demi-droite graduée d'origine O et d'unité 2 grands carreaux.



2) Abscisse d'un point

Définition :

Sur une demi-droite graduée :
- ● À chaque point est associé un nombre appelé « abscisse » permettant de préciser la position de ce point sur la demi-droite.
- ● À chaque nombre est associé un point.

Ex :

Placer ci-dessus les points : I ; L ; C ; E ; M et H
d'abscisses respectives : 1 ; 7 ; 3 ; 5,5 ; 0,5 et 4,3.

VII) COMPARER DES NOMBRES DÉCIMAUX

Méthode :
Pour comparer des nombres à partir de leur écriture décimale :
- On compare d'abord les parties entières.
- Si elles sont identiques, on compare les chiffres de la partie décimale en commençant par les dixièmes, puis les centièmes et ainsi de suite.

On peut également s'aider d'une droite graduée.

Ex :
Comparer : 12,1 et 12,09

Comparer : 3,85 et $\frac{3850}{1000}$

Ranger par ordre croissant : 56,02 ; 56,147 ; 56,714 ; 56,4 ; 57,09 ; 56,14

VIII) VALEURS APPROCHÉES

Définition :

Encadrer un nombre revient à proposer deux nombres plus simples mais proches : l’un inférieur et l’autre supérieur au nombre initial.
Ces deux nombres sont respectivement appelés « **valeur approchée par défaut** » et « **valeur approchée par excès** » du nombre de départ.

Ex :

Encadrer 6361,25 par deux entiers consécutifs.

$$< 6361,25 <$$

Encadrer au dixième (le mieux possible) le nombre 45,852

$$< 45,852 <$$

Remarque : L’encadrement $10 < 45,852 < 250$ n’est pas faux mais ne présente aucun intérêt !

Ex :

Compléter le tableau ci-dessous :

29,1595784	Valeur approchée par défaut	Valeur approchée par excès
à l’unité :		
au dixième :		
au centième :		
au millième :		

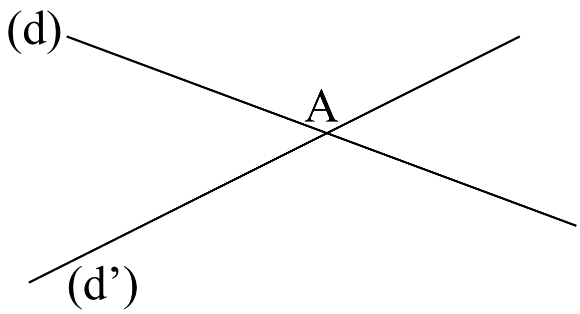
DROITES PARALLÈLES
– DROITES PERPENDICULAIRES

I) DROITES SÉCANTES

Définition :

Deux droites **sécantes** sont deux droites qui se coupent **en un seul point** appelé point d'intersection.

Ex : Les droites (d) et (d') sont sécantes en A.

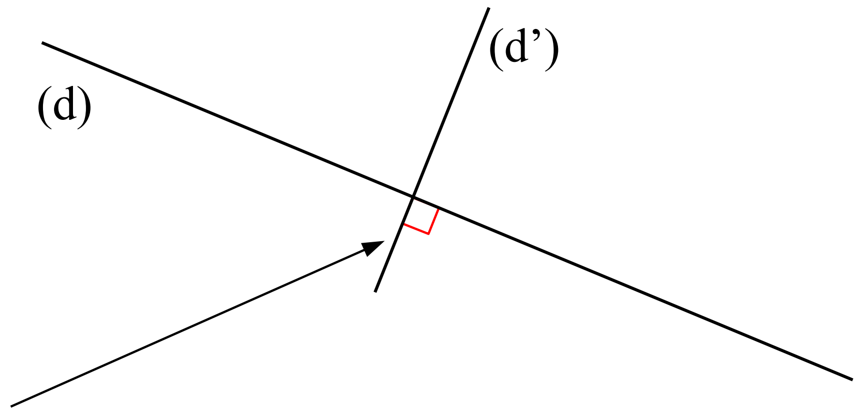


II) DROITES PERPENDICULAIRES

1) Définition :

Deux droites sont **perpendiculaires** lorsqu'elles sont sécantes en formant un angle droit.

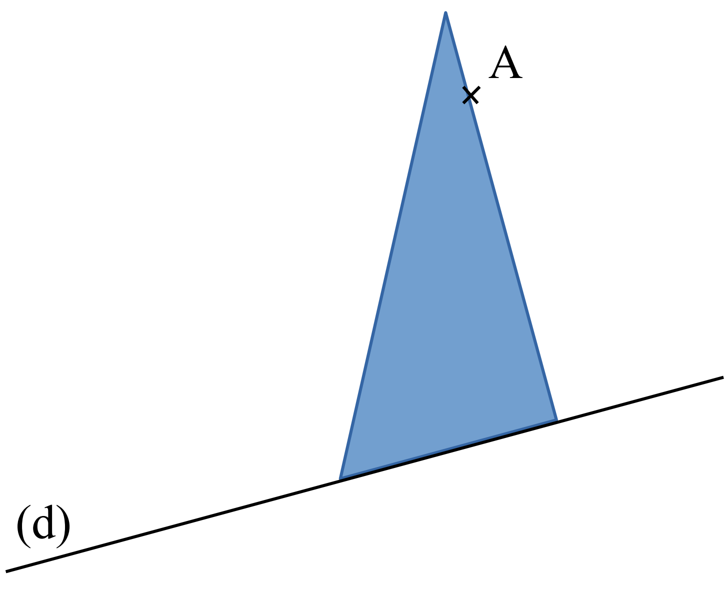
Ex : Les droites (d) et (d') sont perpendiculaires.



On code

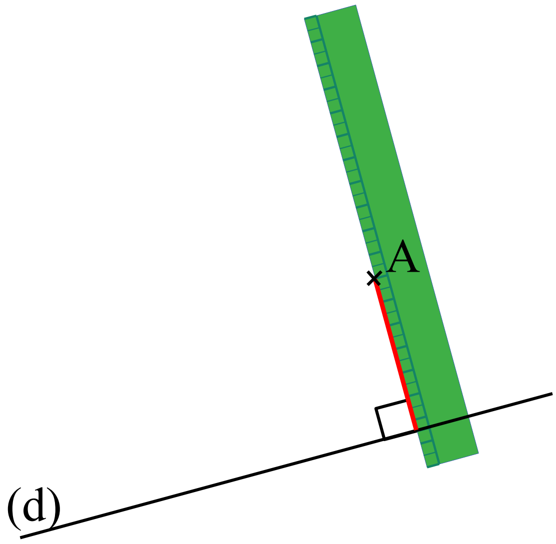
On note : (d) $\perp$ (d').

Construction avec l'équerre :
Soit une droite (d) et un point A.
Par A, il ne passe qu'une seule droite perpendiculaire à (d).



2) Distance d’un point à une droite

Pour déterminer la distance d’un point à une droite, on trace la perpendiculaire à cette droite passant par ce point, puis on mesure la distance entre ce point et l’intersection des deux droites :



III) DROITES PARALLÈLES

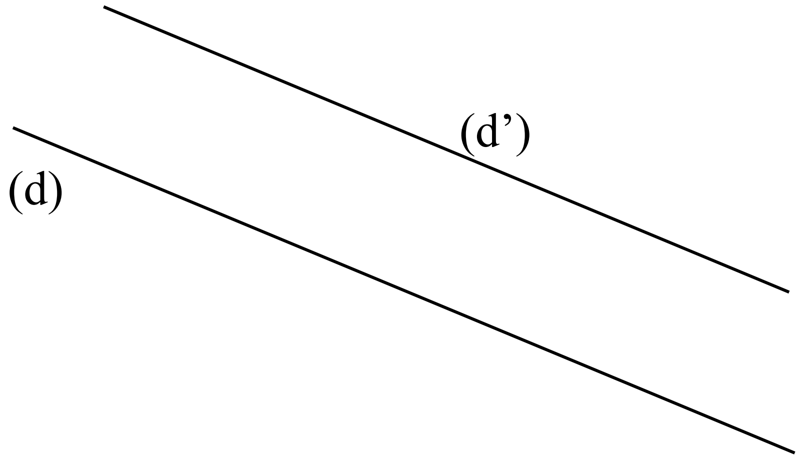
Définition 1 :

Deux droites sont **parallèles** lorsqu'elles ne sont pas sécantes.

Définition 2 :

Deux droites sont **parallèles** lorsqu'elles ont la même direction.

Ex : Les droites (d) et (d') sont parallèles.



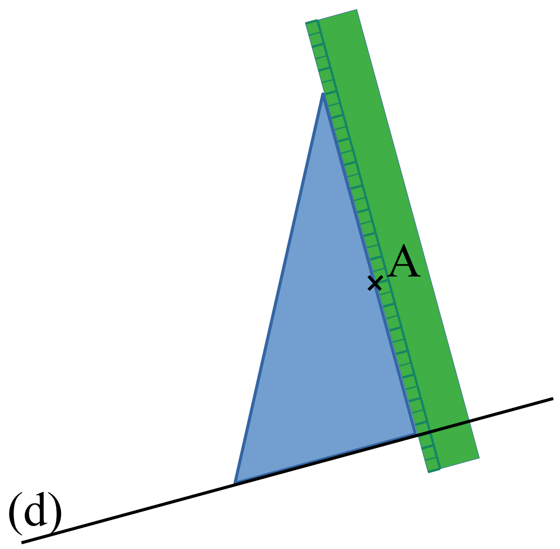
On note : (d) // (d').

Construction avec l'équerre :

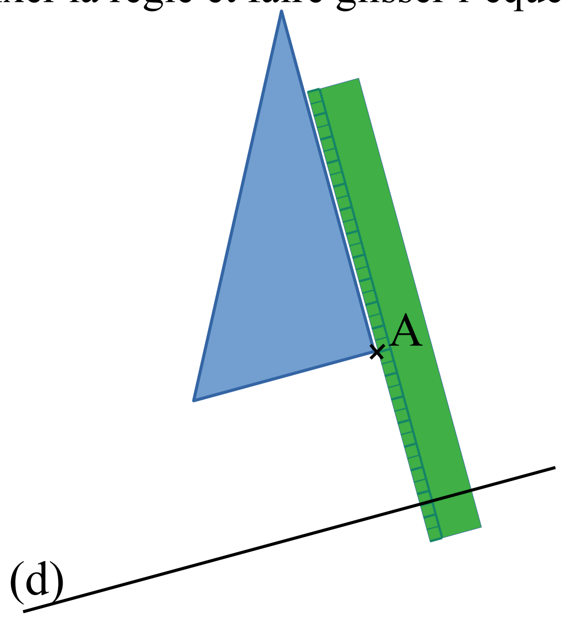
Soit une droite (d) et un point A.

Par A, il ne passe qu'une seule droite parallèle à (d).

1) Positionner la règle et l'équerre



2) Fixer la règle et faire glisser l'équerre



IV) PROPRIÉTÉS

Propriété 1

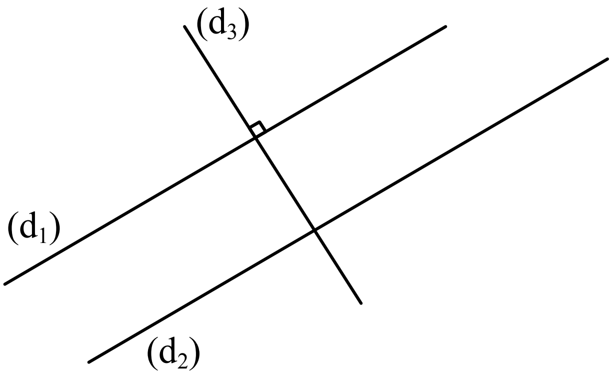
Si deux droites sont parallèles à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles entre elles.

Propriété 2

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles entre elles.

Propriété 3

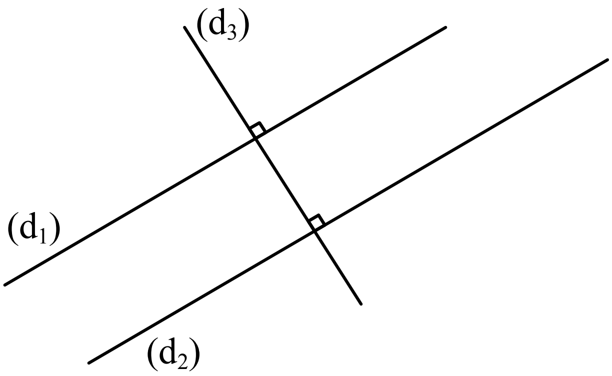
Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.



Hypothèses : $(d_1) // (d_2)$
$(d_3) \perp (d_1)$

Propriété :

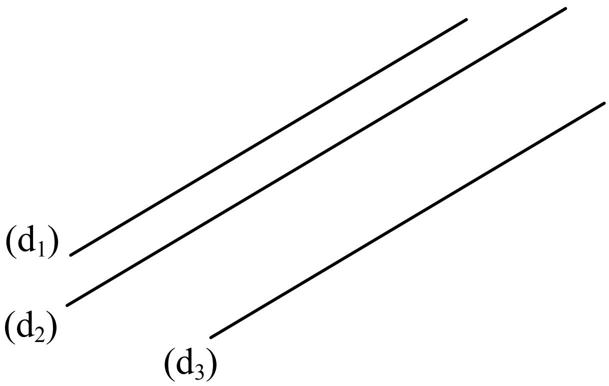
Conclusion :



Hypothèses : $(d_1) \perp (d_3)$
$(d_2) \perp (d_3)$

Propriété :

Conclusion :



Hypothèses : $(d_3) // (d_1)$
$(d_3) // (d_2)$

Propriété :

Conclusion :

Parmi les 3 propriétés précédentes, lesquelles permettent de montrer :
- que des droites sont parallèles ?
- que des droites sont perpendiculaires ?

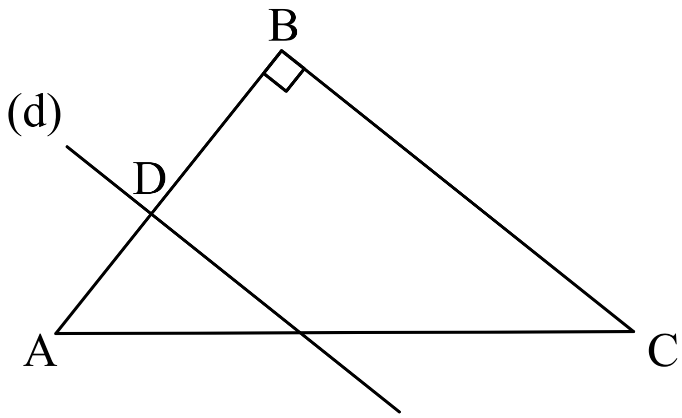
V) RÉDIGER UNE DÉMONSTRATION

Méthode :
Avant de faire une démonstration :
1) Faire une figure où l'on code tout ce que l'on peut coder
2) Écrire toutes les hypothèses (= les données de l'énoncé)

Pendant la démonstration, 3 étapes :
1) Réécrire uniquement les hypothèses utiles pour appliquer la propriété
2) Écrire la propriété
3) Conclure

Ex : Soit un triangle ABC rectangle en B et un point D appartenant au segment [AB]. On appelle (d) la droite parallèle à (BC) passant par D. Que peut-on dire des droites (d) et (AB) ?

Rédaction :



<u>Hypothèses :</u>
ABC est un triangle rectangle en B
D ∈ [AB]
(d) // (BC)
D ∈ (d)

<u>Montrons que (d) est perpendiculaire à (AB) :</u>
Par hypothèses,

or

donc

ADDITIONS ET SOUSTRACTIONS

Lorsque l'on fait des calculs, on distingue « 4 opérations » de base : l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.

I) L'ADDITION

1) Vocabulaire

- Le résultat d'une addition s'appelle une « somme ».
- Les nombres que l'on additionne s'appellent les « termes » de l'addition.

Ex : 10,2 + 7,8 = 18

Quels sont les termes de l'addition ci-dessus ?
Quelle est la somme obtenue ?

Remarque : On dit ici que l'on « ajoute » 7,8 à 10,2

2) Propriétés :

- Dans le calcul d'une somme, l'ordre des termes n'a pas d'importance.
- On peut regrouper des termes pour faciliter le calcul.

Ex : Calculer « astucieusement » :
A = 2 + 17,4 + 8 + 2,6

II) LA SOUSTRACTION

1) Vocabulaire

● Le résultat d'une soustraction s'appelle une
● Les nombres de départ s'appellent les

Ex : 10,2 – 7 = 3,2

Remarque :
On dit ici que l'on « retranche » (ou « soustrait ») 7 à 10,2

2) Attention :

Dans le calcul d'une différence, on ne peut modifier l'ordre des termes !

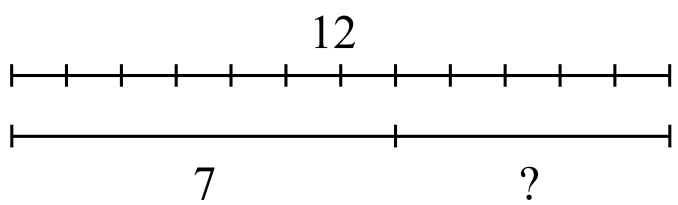
Ex : Calculer :
A = 12 – 5 =

B = 5 – 12 =

3) Lien avec l'addition

La différence entre deux nombres est le nombre qu'il faut ajouter au plus petit pour obtenir le plus grand.

Ex : 12 – 7 = 5 car 7 + 5 = 12



Remarque : L'égalité 7 + 5 = 12 permet de déduire deux soustractions :
12 – 7 = et 12 – 5 =

III) CALCULS

1) Calculs posés

	1	2,	7	
–		4,	5	6

Bilan : 12,7 – 4,56 =

Méthode :

- Aligner verticalement les chiffres des unités en prenant soin d'écrire un chiffre par carreau.
- Commencer le calcul par la droite.

2) Calculs en ligne

A = 65,857 + 1052,5

A =

Méthode :

- Comme pour le calcul posé, on additionne ou on soustrait les chiffres **de même rang** en commençant par la droite (ne pas hésiter à ajouter des zéros).

3) Ordres de grandeur

Il est souvent utile de remplacer un nombre compliqué par un nombre proche mais plus simple que l'on appelle « ordre de grandeur » du nombre de départ.
Dans les cas où la précision n'est pas importante, cela permet de retenir plus facilement des nombres, ou d'avoir rapidement une idée du résultat d'un calcul.
Plusieurs ordres de grandeur sont possibles pour un même nombre.

Ex : Calculer un ordre de grandeur de $A = 10025 + 299 + 5789$
$A \approx 10000 + 300 + 5800$

$A \approx$

4) Problèmes concrets

Pour rédiger un problème concret, 3 étapes :

- Commencer par donner un nom à ce que vous cherchez (faire une phrase !)
- Faire le calcul.
- Répondre à la question posée par une phrase

Ex :
Je suis devant la boulangerie et je voudrais acheter pour ma famille deux pains au chocolat (0,95 € chacun), un pain aux raisins (1,05 €), un éclair au chocolat (2,35 €) et un chausson aux pommes (1,40 €). Est-ce que mes 5 € suffiront ? (On se contentera d'un calcul d'ordre de grandeur)

Appelons D ma dépense, puis comptons 1 € pour les pains au chocolat et aux raisins, 2,50 € pour l'éclair et 1,50 pour le chausson :

$D \approx$

$D \approx$

Il est donc clair que mes 5 € ne suffiront pas :-(

5) Calculs de durées

Remarque :

● 10 h 45 min 34 sec = 10h + 45min + 34 sec

Méthode :

● On ajoute les heures avec les heures et les minutes avec les minutes.

● S'il y a des minutes en trop, on les convertit en heures.
S'il en manque, on pioche dans les heures

Ex 1 :

A = 10h45 + 5h52

A =

A =

Ex 2 :

A = 10h45 – 5h52

A =

A =

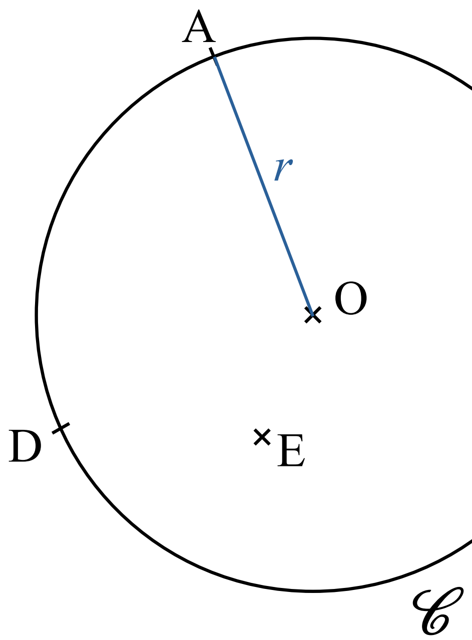
CERCLES – MÉDIATRICES

I) CERCLES

1) Définition

Le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon r est l'ensemble des points situés à la distance r du centre O.

On note ce cercle : $\mathscr{C}$(O ; r)

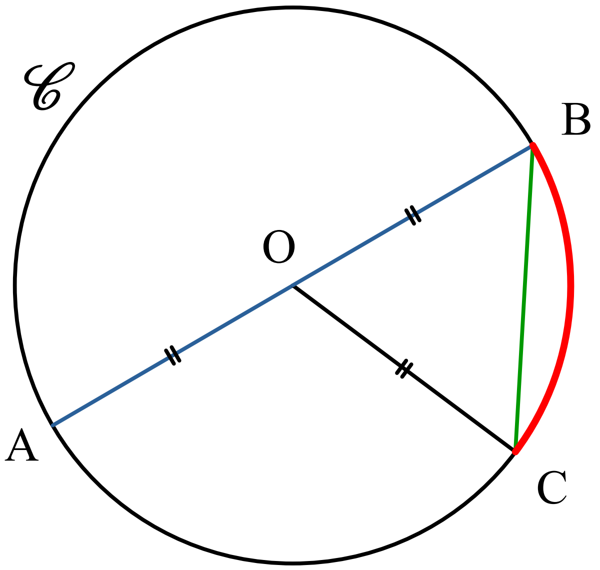


Remarque :
Les points A, B, C et D appartiennent au cercle $\mathscr{C}$.
En revanche les points O et E ne lui appartiennent pas !

2) Vocabulaire

Dans un cercle :

- Une « corde » est un segment dont les extrémités appartiennent au cercle.
- Un « arc de cercle » est la portion de cercle comprise entre deux points du cercle.
- Un « diamètre » est une corde passant par le centre du cercle. Ses extrémités sont dites « diamétralement opposées ».



[OA], [OB] et [OC] sont des

[AB] est un

$\overset{\frown}{BC}$ est un

[BC] est un

A et B sont des points

Remarques :

- Ne pas confondre milieu et centre !

  O est le milieu du

  O est le centre du

- Selon le contexte, un rayon ou un diamètre peuvent désigner un segment ou une longueur !
- La surface délimitée par un cercle s'appelle un disque.

3) Exemples de justifications dans les exercices

- Si [AB] est un diamètre d'un cercle de centre O,

  alors O est le   du segment [AB].

  donc AB =

- Si AB = AC, alors   et   appartiennent à un même cercle de

  centre   et de rayon

- Si M et N appartiennent à un cercle de centre K et de rayon *r*,

  alors KM =

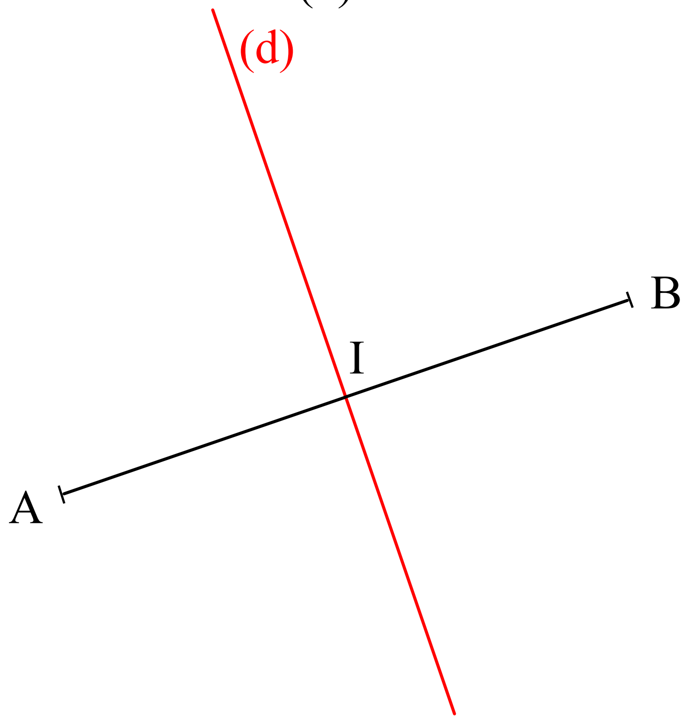
- Si OM = r, alors M $\in \mathscr{C}$ (;   )

II) MÉDIATRICE D’UN SEGMENT

1) Définition

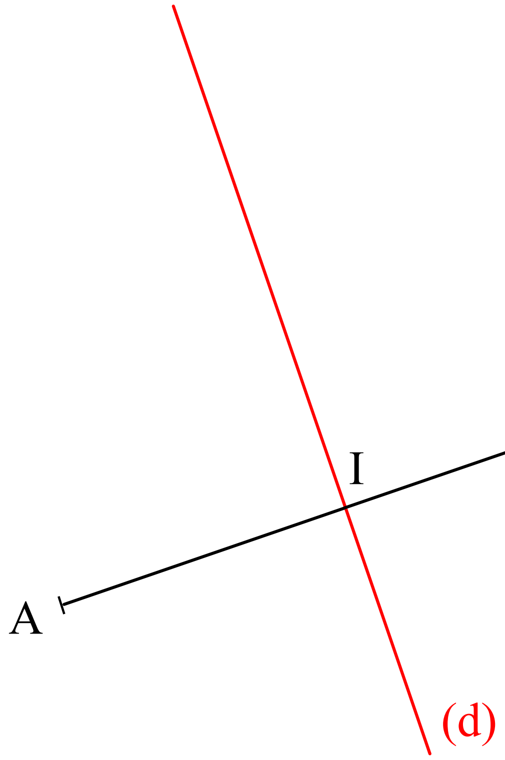
La médiatrice d’un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement en son milieu.

Ex : Coder la figure ci-dessous ou (d) est la médiatrice de [AB]



2) Propriétés pour les démonstrations

- Une droite perpendiculaire à un segment et qui coupe ce segment en son milieu est la médiatrice du segment.
- La médiatrice d'un segment est perpendiculaire à ce segment.
- La médiatrice d'un segment coupe ce segment en son milieu.



Ex 1 : Montrer qu'une droite est une médiatrice
Par hypothèse : (d) $\perp$ (AB), I $\in$ (d) et I est le milieu de [AB]

or

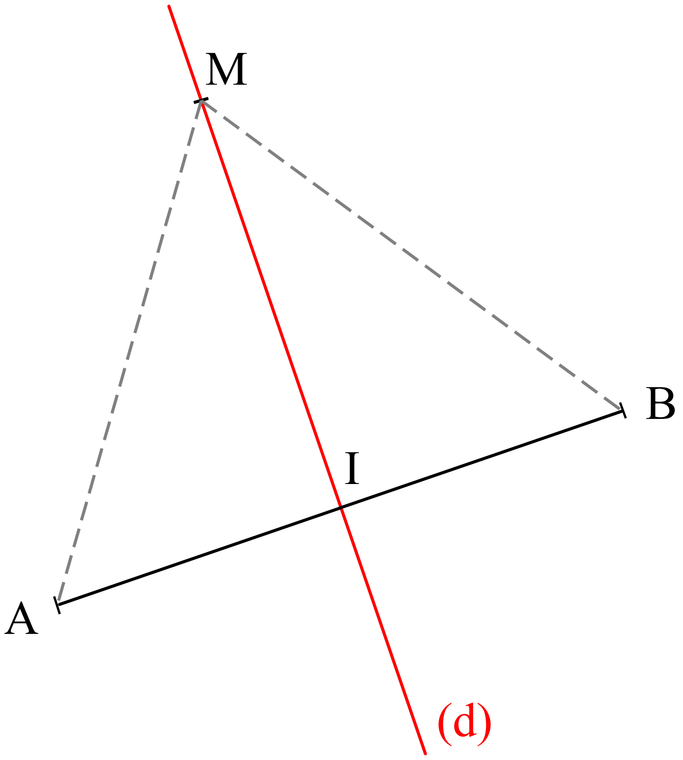
donc

Ex 2 : Montrer que deux droites sont perpendiculaire
Par hypothèse : (d) est la médiatrice de [AB]

or

donc

- Tout point appartenant à la médiatrice d'un segment, est équidistant des extrémités de ce segment.
- Tout point équidistant des extrémités d'un segment, appartient à la médiatrice de ce segment.



Ex 3 : Montrer une égalité de longueurs

Par hypothèse : M ∈ (d) et (d) est la médiatrice de [AB]

or

donc

Ex 4 : Montrer qu'un point appartient à la médiatrice

Par hypothèse : AM = MB

or

donc

MULTIPLICATIONS

I) PRODUIT DE DEUX NOMBRES

1) Vocabulaire

● Le résultat d'une multiplication s'appelle un « produit ».
● Les nombres que l'on multiplie s'appellent les « facteurs ».

Ex : $7 \times 4 = 28$

Quels sont les facteurs de la multiplication ci-dessus ?
Quel est le produit obtenu ?

Remarque :
$15 \times 0 =$ $\qquad$ $15 \times 1 =$

D'une façon générale, *a* étant un nombre quelconque, on a :
$a \times 0 =$ $\qquad$ $a \times 1 =$

2) Lien avec l'addition

Une multiplication peut être comprise comme une « addition répétée » :

Ex :
$7 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 =$

$4 \times 7 = 7 + 7 + 7 + 7 =$

$2{,}5 \times 10 = 10 + 10 + 5 =$

II) CALCUL POSÉ

1) Comprendre la méthode utilisée dans le calcul posé

Ex :

$$\begin{array}{rcccc}
14 \times 51 & = & 51+51+51+51+51+51+51+51+51+51 & + & 51+51+51+51 \\
 & = & 51 \times & + & 51 \times \\
 & = & & + & \\
 & = & & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 & & 5 & 1 \\
\times & & 1 & 4 \\
\hline
 & 2 & 0 & 4 \\
 & 5 & 1 & {\color{red}0} \\
\hline
 & 7 & 1 & 4
\end{array}$$

On retrouve les calculs faits ci-dessus !

2) Cas des nombres décimaux

Méthode :

- On effectue la multiplication sans s'occuper des virgules
- On compte le nombre de chiffres après la virgule dans les facteurs, puis on place la virgule dans le résultat.

$$\begin{array}{cccc}
 & 6 & 4, & 7 \\
\times & 0, & 1 & 2 \\
\hline
 & & & \\
\hline
 & & &
\end{array}$$

3 chiffres après la virgule

Remarque :

Penser à vérifier l'ordre de grandeur du résultat : $60 \times 0{,}1 \approx 6$

III) PROPRIÉTÉS

1) Ordre des calculs

● Dans le calcul d'un produit, l'ordre des facteurs n'a pas d'importance.
● On peut regrouper les facteurs pour faciliter le calcul.

Ex : Calculer « astucieusement » :
A = $2 \times 0{,}74 \times 4 \times 5 \times 2{,}5$

2) Multiplier par 10 ou 0,1

● Pour multiplier un nombre par 10, 100 ou 1000, on déplace la virgule d'un, deux ou trois rangs vers la droite.
● Pour multiplier un nombre par 0,1 ; 0,01 ou 0,001, on déplace la virgule d'un, deux ou trois rangs vers la gauche.

Ex :

$12 \times 10 =$ $\quad$ $100 \times 8{,}015 =$

$57{,}56 \times 100 =$ $\quad$ $9{,}23 \times 10000 =$

$400 \times 0{,}1 =$ $\quad$ $45 \times 0{,}0001 =$

Remarque :
Multiplier n'agrandit pas toujours, en effet : $12 \times 0{,}1 =$

3) Priorité entre les opérations

Quand une expression contient des additions, des soustractions, des multiplications et des parenthèses, on fera toujours :
- D'abord les calculs entre **parenthèses**
- Puis les **multiplications**
- Puis les **additions** et **soustractions** (de gauche à droite)

Ex 1 : Calculer $A = 3 + 4 \times 5$

$A =$

$A =$

Ex 2 : Calculer $B = (3 + 4) \times 5$

$B =$

$B =$

Ex 3 : Calculer $C = 9 + 3 \times (8 - 2 \times 3) + 10 \times 2 \times 0{,}9$

$C =$

$C =$

$C =$

4) Astuce de calcul

Principe :

La multiplication est une « addition répétée ».

Soit : $A = 23 \times 102$

$$A = \underbrace{23 + 23 + 23 + 23 + \ldots + 23 + 23}_{100 \text{ fois}} + \underbrace{23 + 23}_{2 \text{ fois}}$$

$A =$

$A =$

DIVISIONS

I) DIVISION EUCLIDIENNE

1) Activité

Paul a 54 œufs. Combien de boites de 12 œufs peut-il remplir ?
Lui restera-t-il des œufs après avoir rempli les boites ?

Méthode A : Avec des soustractions répétées

1ère boite : $54 - 12 = 42$

2ème boite : $42 - 12 =$

Paul peut donc remplir   boites de 12 œufs et il lui restera   œufs.

Méthode B : Avec une division posée

$$\begin{array}{r|l} 5\,4 & 1\,2 \\ \hline & \\ & \end{array}$$

Le quotient et le reste trouvés ici sont-ils cohérents avec la conclusion de la méthode A ?

2) Définition

Effectuer la division euclidienne (ou entière) d'un nombre entier appelé « dividende » par un autre nombre entier appelé « diviseur » et qui doit être non nul, c'est trouver deux nombres entiers appelés « quotient » et « reste », vérifiant :

$$\text{dividende} = (\text{diviseur} \times \text{quotient}) + \text{reste} \quad \text{avec} \quad \text{reste} < \text{diviseur}$$

Lors d'une division posée, on a :

dividende

Ex 1 : Division entière de 147 par 11

$$\begin{array}{r|l} 1\,4\,7 & 1\,1 \\ \cline{2-2} & \\ & \\ & \end{array}$$

Donc on a : 147 =

avec : $<$

Remarques :

- Si on veut partager 147 bonbons par paquets de 11 bonbons.
  Combien de paquets peut-on faire ?
  Combien de bonbons reste-t-il après ce partage ?
- Si on veut partager 147 bonbons en 11 paquets de même taille.
  Combien de bonbons peut-on mettre par paquet ?
  Combien de bonbons reste-t-il après ce partage ?
- Le diviseur doit toujours être différent de 0 car partager en paquets de 0 unités n'a pas de sens. Partager en 0 paquets non plus.
- La division euclidienne peut être interprétée comme une soutraction répétée du dividende par le diviseur. Cf méthode A du 1) ci-dessus.

Ex 2 : Soit l'égalité $165 = 18 \times 8 + 21$
On partage ici 165 en 8 paquets de unités. Il reste alors unités.
Peut-on proposer un partage plus astucieux ?

Oui, car ici, le reste est plus grand que le

II) MULTIPLES ET DIVISEURS

1) Définition 1

Les multiples d'un entier sont les produits de cet entier par 0, 1, 2, 3 …

Ex :

Les multiples de 3 sont :	0	3	6	9	….
	3×0	3×1	3×2	3×3	….

2) Définition 2

Si le reste de la division d'un entier a par un entier b est nul, on dit que :

- a est un « multiple » de b
- a est « divisible » par b
- b est un « diviseur » de a

Ex 1 : $408 = 12 \times 34 + 0$

est un multiple de

est un diviseur de

est divisible par

Ex 2 : Donner tous les diviseurs de 10 :

3) Critères de divisibilité

Un nombre est divisible:
- par 2 s'il est pair.
- par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- par 4 si le nbre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- par 5 si son dernier chiffre est 0 ou 5.
- par 6 s'il est divisible à la fois par 2 et par 3.
- par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- par 10 si son dernier chiffre est 0.

Ex : 180 est divisible :
- par 2 puisqu'il est
- par 3 puisque la somme de ses chiffres est   qui est divisible par
- par 4 puisque   est divisible par 4.
- par 5 puisque son dernier chiffre est
- par 6 puisqu'il est divisible à la fois par
- par 9 puisque la somme de ses chiffres est   qui est divisible par
- par 10 puisque son dernier chiffre est

III) DIVISION DÉCIMALE

1) Activité

Paul a 54g d'amandes à répartir sur 12 macarons.
Cela fait combien de grammes par macaron ? (Il ne veut aucun reste !)

5 4	1 2

Donc on a : $54 \div 12 =$

Ici, on cherche à avoir un reste nul quitte à ce que le quotient soit un nombre décimal.
On parle alors de « division décimale » et on a les égalités :
● dividende = diviseur × quotient
● quotient = dividende ÷ diviseur

2) Méthode de calcul :

● Si besoin, on transforme le diviseur en nombre entier.
● Dès que l'on atteint la partie décimale du dividende, on place la virgule sur le quotient.
● Soit on finit par obtenir un reste égal à zéro et on arrête la division. Soit la division ne se termine jamais et on donne alors une valeur approchée du quotient.

Ex : $352{,}16 \div 6{,}2$

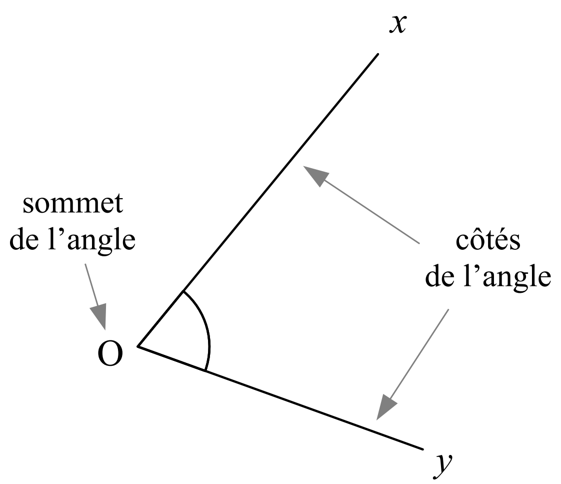
3 5 2 1, 6	6 2

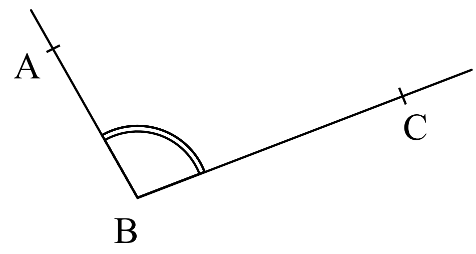
Donc on a : $352{,}16 \div 6{,}2 =$

ANGLES

I) VOCABULAIRE

Un angle est délimité par deux demi-droites ayant la même origine.
Les demi-droites sont appelées **côtés** de l'angle.
Leur origine commune est appelée **sommet** de l'angle.



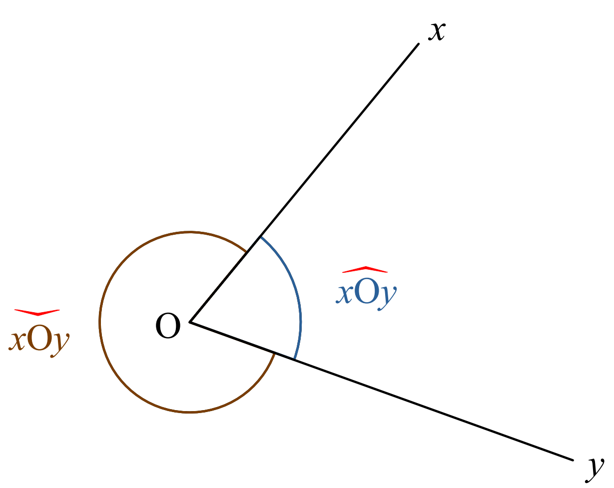


Angle noté $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$

Angle noté $\widehat{ABC}$ ou $\widehat{CBA}$

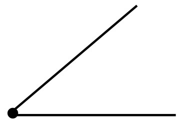
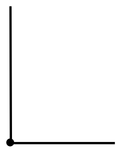
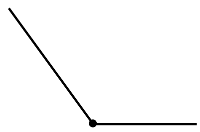
Remarques :

- En collège, l'unité de mesure des angles est le **degré** (noté °)
  La mesure d'un angle est indépendante de la longueur des côtés !
  Pour mesurer un angle, on utilisera un **rapporteur**.
- Souvent, on met en évidence les angles en traçant des demi-cercles.
- En réalité, deux demi-droites délimitent deux angles et non un seul :
  un angle **rentrant** (> 180°) et un angle **saillant** (< 180°)



$\overset{\smile}{xOy} + \widehat{xOy} =$

II) ANGLES SAILLANTS PARTICULIERS

Angle	nul	aigu	droit	obtus	plat
Mesure		entre		entre	
Figure					

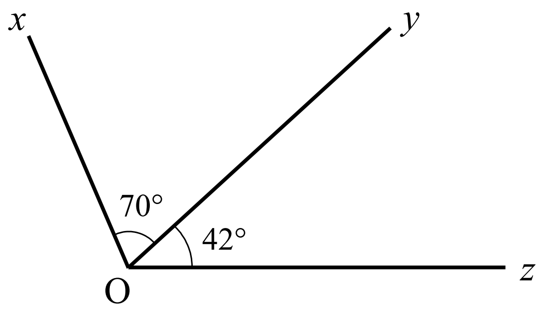
III) ANGLES ADJACENTS

Définition :

Deux angles sont adjacents lorsque :

- Ils ont le même sommet
- Ils ont un côté commun
- Ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun

Ex : Calculer $\widehat{xOz}$



$\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ sont adjacents donc :

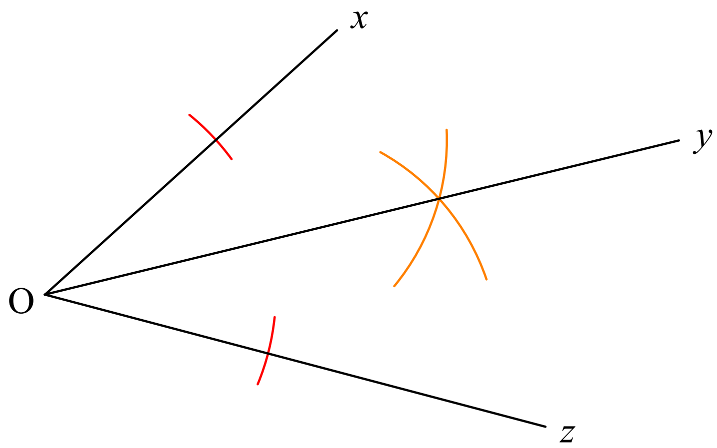
$\widehat{xOz} = \widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 70 + 42 = 112\,°$

IV) BISSECTRICE D'UN ANGLE

Définition :

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.

Ex :



[Oy) est la bissectrice de $\widehat{xOz}$ donc : $\widehat{xOy}=\widehat{yOz}=\dfrac{\widehat{xOz}}{2}$

Construction au compas :

- Choisir un écartement du compas.
- En partant de O, tracer les marques rouges.
- En partant des marques rouges, tracer les marques oranges.

FRACTIONS

I) ECRITURE FRACTIONNAIRE ET FRACTIONS

La division d'un divi… a par un divi… b peut s'écrire :

- en ligne : $a : b$ ou $a \div b$ ou a / b
- ou en « écriture fractionnaire » : $\frac{a}{b}$

Une « fraction » est un quotient d'**<u>entiers</u>** écrit sous forme fractionnaire

Ex :

$\frac{2{,}5}{3}$ est du quotient 2,5 : 3

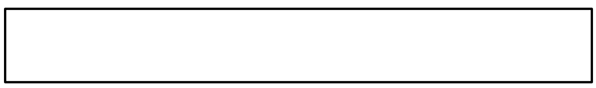
$\frac{4}{3}$ est une

Remarques :

- Les fractions sont très utilisées pour exprimer un partage à parts égales.

  Ex : Pour colorier les $\frac{3}{4}$ du rectangle ci-dessous,

  on commence par regarder le dénominateur pour savoir en combien de parts on découpe le rectangle.
  Puis on regarde le numérateur pour savoir combien on en colorie.



- Une fraction ne peut pas toujours s'écrire sous forme décimale :

  Ex : $\frac{1}{2} = 0{,}5$ $\frac{1}{3} \approx 0{,}33333\ldots$

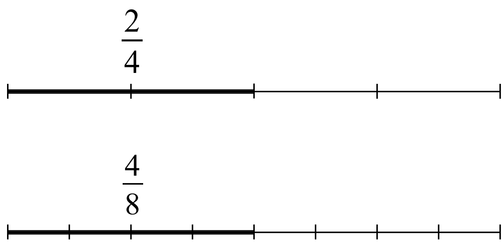
  Valeur exacte Valeur approchée

II) SIMPLIFIER UNE FRACTION

1) Propriété

La valeur d’une fraction ne change pas lorsque l’on multiplie (ou divise) son numérateur **et** son dénominateur par un **même** nombre **non nul**.

Ex : $\frac{2}{4}=\frac{2\times2}{4\times2}=\frac{4}{8}$



2) Définition

Simplifier une fraction, c’est la transformer en une fraction égale mais dont le numérateur et le dénominateur sont les plus petits possibles.
Cette nouvelle fraction est dite **irréductible**.

Ex 1 : Simplifier $\frac{30}{42}$

$$\frac{30}{42}=\frac{2\times15}{2\times21}=\frac{15}{21}=\frac{5\times3}{7\times3}=\frac{5}{7}$$

Ex 2 : Simplifier $\frac{42}{14}$

$$\frac{42}{14}=$$

Ex 3 : Transformer $\frac{4}{6{,}4}$ en fraction

$$\frac{4}{6{,}4}=$$

Attention : dans un exercice, si le résultat attendu est une fraction, vous devez toujours la simplifier.

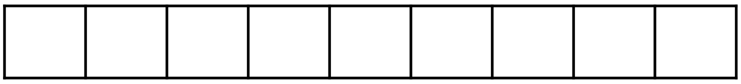
III) FRACTION D'UNE QUANTITÉ

1) Intuitivement

Ex 1 : On coupe une brioche en 9 parts. Nicolas prend deux parts et Alceste en prend trois fois plus que Nicolas.

Fraction de la brioche prise par **Nicolas** : $\frac{2}{9}$

Fraction de la brioche prise par **Alceste** : $3 \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad \times \quad}{9}$

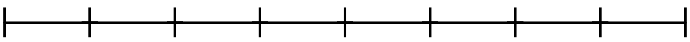


Ex 2 : Combien font les $\frac{3}{4}$ de 8 km ?

On cherche donc à calculer : $\frac{3}{4} \times$

On divise les 8 km en 4 parts de longueur : $\frac{\quad}{\quad}$

Puis on garde 3 parts. La longueur cherchée est : $3 \times \frac{\quad}{\quad} =$



2) Propriétés

- Prendre « $\frac{a}{b}$ de c », revient à calculer : $\frac{a}{b} \times c$
- $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b} = a \times \frac{c}{b}$
- $\frac{a}{b} \times b = a$

3) Dans les exercices

Ex 3 : Calculer astucieusement : $A=\frac{2}{7}\times 14$

A =

Ex 4 : Une salle de 60 places n'est occupée qu'aux deux tiers. Combien de places sont prises ?

Appelons N ce nombre de places.

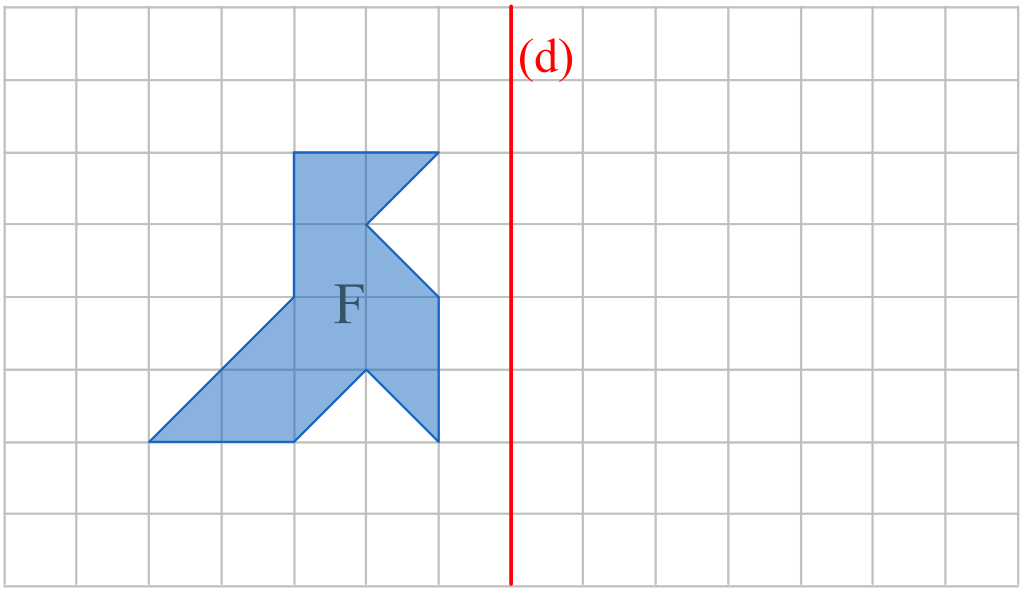
N =

Il y a donc places prises.

SYMÉTRIES AXIALES

I) INTUITIVEMENT

On veut ajouter ci-dessous une cocotte F' de telle sorte qu'en pliant la feuille selon la droite rouge, les 2 cocottes se superposent.



Vocabulaire :

Les 3 phrases ci-dessous sont équivalentes :

- F et F' sont symétriques par rapport à (d).
- F' est symétrique de F par rapport à (d).
- F' est l'image de F par la symétrie d'axe (d).

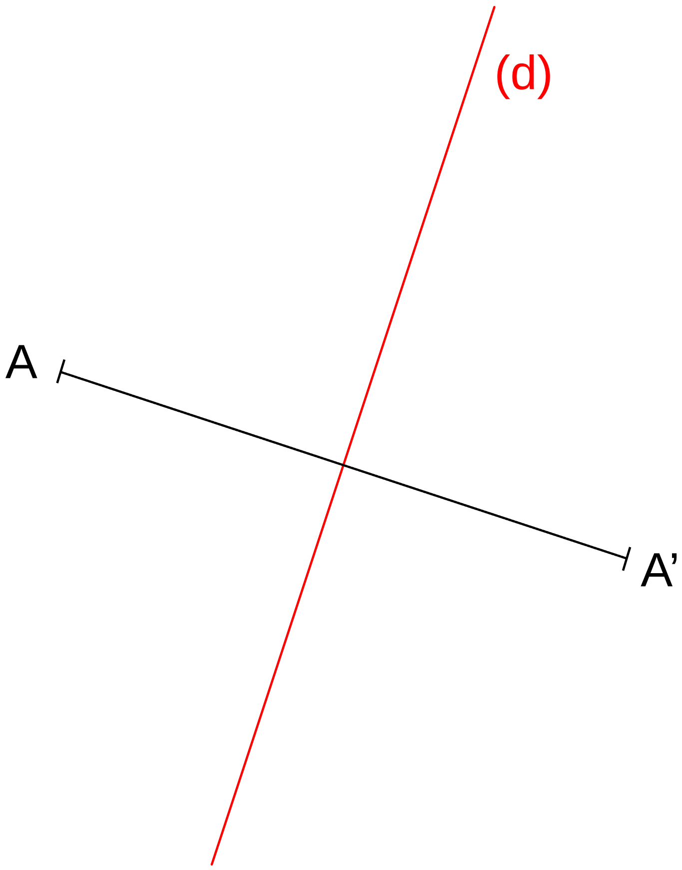
(d) est appelé « axe » de la symétrie.

II) SYMÉTRIQUE D'UN POINT

Définition :

Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (d) est le point A' tel que (d) est la

Coder la figure ci-dessous :



Remarques :

- On peut construire l'image d'un point avec une équerre mais c'est encore plus simple avec seulement un compas.
- L'image d'une figure s'obtient en construisant les images de tous les points de la figure de départ.
- Si un point appartient à l'axe (d) alors son symétrique par rapport à (d) est

III) AXE DE SYMÉTRIE D'UNE FIGURE

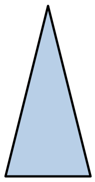
Définition :

Une figure admet un axe de symétrie lorsqu'elle est son propre symétrique par rapport à cet axe.

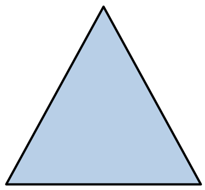
Ex :

Tracer en couleur tous les axes de symétries des figures ci-dessous ?

Triangle isocèle :

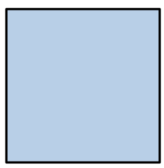


Triangle équilatéral :

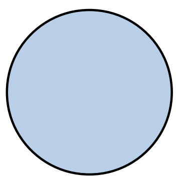


Rectangle :

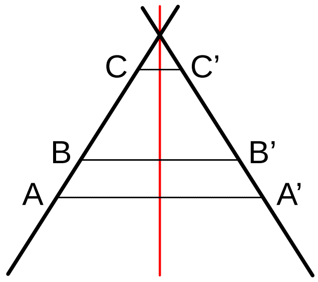
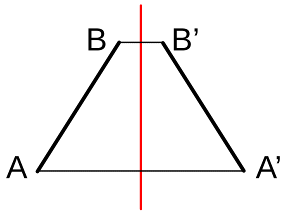
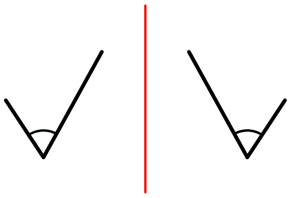
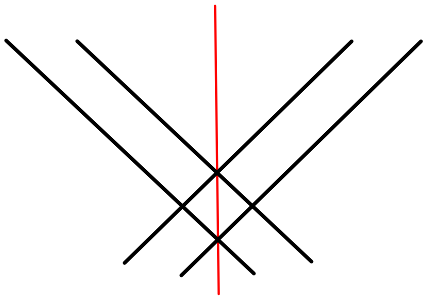
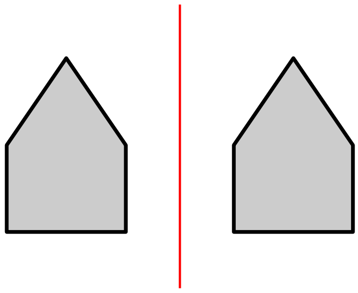
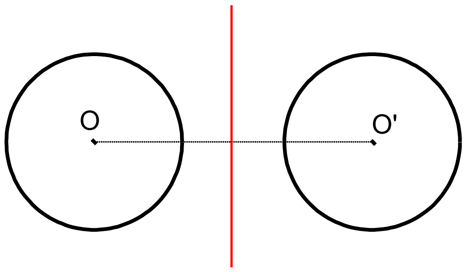
Carré :



Cercle :



IV) PROPRIÉTÉS

Figure	Propriété
	Si des points sont alignés, alors leurs symétriques sont
	Le symétrique d'un segment est un segment de même
	Le symétrique d'un angle est un angle de même
	Si des droites sont parallèles alors leurs symétriques sont
	Le symétrique d'une figure est une figure de même
	Le symétrique d'un cercle est le cercle de même rayon dont le centre est le symétrique du centre du 1er cercle

PROPORTIONNALITÉ

I) GRANDEURS PROPORTIONNELLES

Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une peuvent être obtenues en multipliant les valeurs de l'autre par un nombre fixe appelé « coefficient de proportionnalité ».

Ex 1 : Dans le tableau de proportionnalité ci-dessous, quel est le coefficient de proportionnalité ?

Nombre de gaufres	2	5	10	20	25
Prix (€)	1,5	3,75	7,5	15	18,75

Ex 2 : Les grandeurs ci-dessous sont-elles proportionnelles ?

- Le nombre de litres d'un plein d'essence et le prix à payer
- Le nombre de cheveux d'un enfant et son âge
- Le nombre de Kapla empilés à plat et la hauteur de la pile
- Un volume d'eau et son poids
- La durée d'une partie de foot et le nombre de buts

II) COMPLÉTER UN TABLEAU DE PROPORTIONNALITÉ

1) En utilisant la proportionnalité des lignes

Ex : 12 m de tissus coûtent 4 €. Combien coûtent 30 m ?

Longueur de tissus (m)		
Prix (€)		

30 m de tissus coûtent donc

2) En utilisant la proportionnalité des colonnes

Ex : 11 kg de bananes coûtent 13 €. Combien coûtent 22 kg ?

Masse de bananes (kg)		
Prix (€)		

22 kg de bananes coûtent donc

3) En additionnant deux colonnes

Ex : D'après le tarif ci-dessous, combien une famille de 7 personnes doit-elle payer pour entrer dans le musée ?

Nombre de personnes	2	5	
Prix (€)	4,6	11,5	

Une famille de 7 personnes doit donc payer

4) En passant par l'unité

Ex : Pour faire des crèpes pour 6 personnes, j'utilise 140 cl de lait.
Et pour 15 personnes ?

Nombre de personnes			
Quantité de lait (cl)			

La quantité de lait nécessaire est :

III) EXEMPLES D'APPLICATION

1) Pourcentages

Les pourcentages traduisent des situations de proportionnalité !

Ex : Dans une classe de 25 élèves, 40 % sont des filles.
Combien y a-t-il de filles ?

a) Méthode 1 : Avec un tableau de proportionnalité

Nombre de filles		
Nombre total d'élèves		

Dans cette classe, il y a donc filles

b) Méthode 2 : En « appliquant » directement le pourcentage

Les filles représentent 40 % des 25 élèves de la classe.

Le nombre de filles est donc : $\frac{40}{100} \times 25 =$

Dans cette classe, il y a donc filles

2) Echelles d'un plan

L'échelle d'un plan est le quotient : $\dfrac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$ **(dans la même unité !)**

Ex : Un plan est à l'échelle $\dfrac{1}{250}$.

Je veux dessiner un mur qui fait 10 m de long. Combien doit-il mesurer sur le plan ?

Distance sur le plan (cm)		
Distance réelle (cm)		

Sur le plan, ce mur doit faire   cm de long

TRIANGLES – QUADRILATÈRES

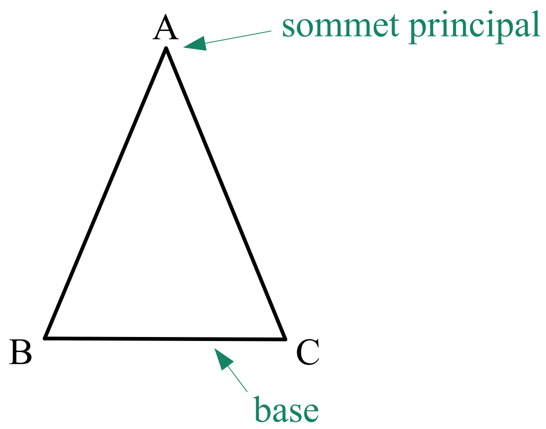
I) TRIANGLES PARTICULIERS

1) Triangle isocèle

Définition :

Un triangle isocèle est un triangle qui possède deux côtés de même longueur.

(Coder la figure et ajouter les éventuels axes de symétrie)



Propriétés :

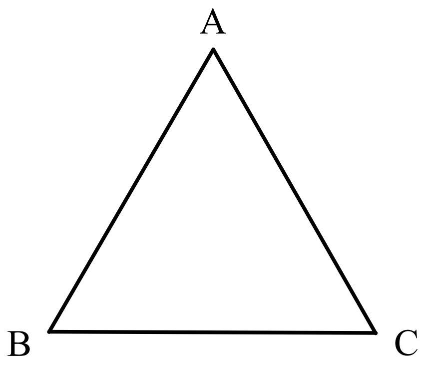
- Dans un triangle isocèle,
  les deux côtés issus du sommet principal sont
- Dans un triangle isocèle,
  les deux angles à la base sont
- Dans un triangle isocèle,
  la   de la base passe par le sommet principal et est un axe de symétrie du triangle.

2) Triangle équilatéral

Définition :

Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés sont de même longueur.

(Coder la figure et ajouter les éventuels axes de symétrie)



Propriétés :

● Dans un triangle équilatéral, les 3 côtés sont

● Dans un triangle équilatéral, les 3 angles mesurent

Remarque :

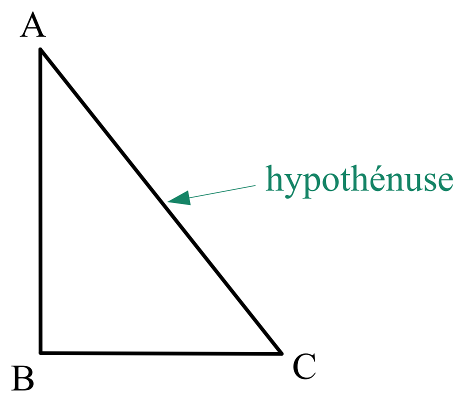
Un triangle équilatéral est isocèle en chacun de ses sommets.
Il a donc axes de symétries.

3) Triangle rectangle

Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.

(Coder la figure et ajouter les éventuels axes de symétrie)



Remarque :

Un triangle peut-il être :

● Équilatéral et rectangle ?

● Isocèle et équilatéral ?

● Isocèle et rectangle ?

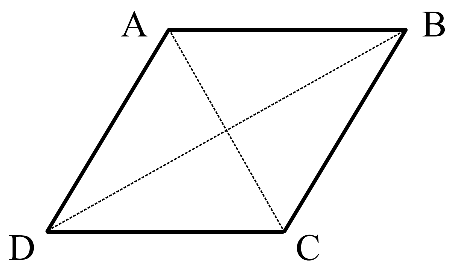
II) QUADRILATÈRES PARTICULIERS

1) Losange

Définition :

Un losange est un quadrilatère dont tous les côtés sont de même longueur

(Coder la figure et ajouter les éventuels axes de symétrie)

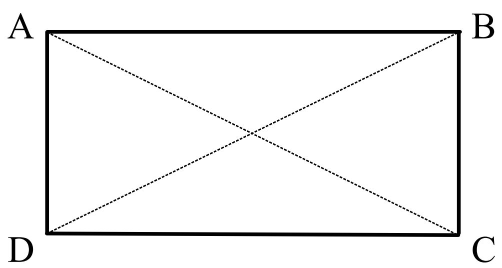


2) Rectangle

Définition :

Un rectangle est un quadrilatère dont tous les angles sont droits

(Coder la figure et ajouter les éventuels axes de symétrie)



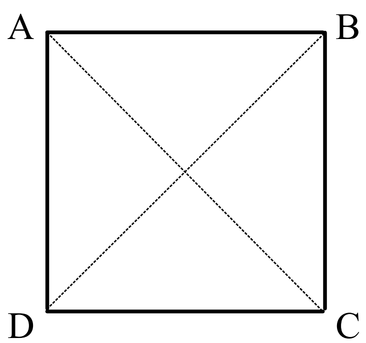
3) Carré

Définition :

Un carré est un quadrilatère dont tous les côtés sont de même longueur et tous les angles sont droits

Un carré est donc à la fois un

(Coder la figure et ajouter les éventuels axes de symétrie)



4) Propriétés

Propriétés	Losange	Rectangle	Carré
Les côtés opposés sont parallèles			
Les côtés opposés sont de même longueur			
Tous les côtés sont de même longueur			
Les angles opposés sont de même mesure			
Tous les angles sont droits			
Les diagonales se coupent en leur milieu			
Les diagonales sont perpendiculaires			
Les diagonales sont de même longueur			

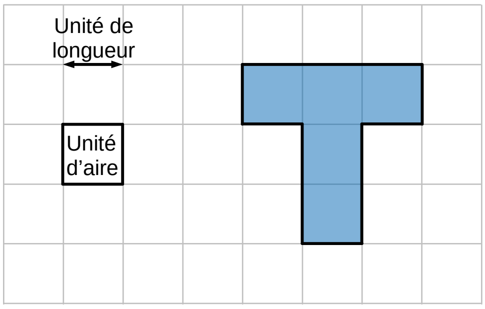
PÉRIMÈTRES ET AIRES

I) INTRODUCTION

1) Définitions :

Dans une figure plane, on appelle :
● périmètre : la longueur du contour.
● aire : la surface délimitée par ce contour.

Ex :



Le périmètre de la figure est : $p =$

Son aire est : $A =$

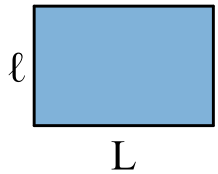
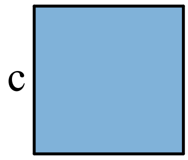
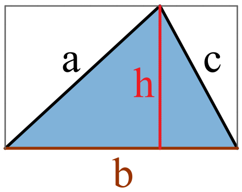
2) Unités d'aires :

Si on choisit comme unité de longueur le cm, on prendra alors comme unité d'aire la surface d'un carré de 1cm de côté que l'on notera 1cm^2.
(1cm × 1cm = 1cm^2)

Conversions d'unités d'aires
Ex : 1 dm² fait combien de cm² ?

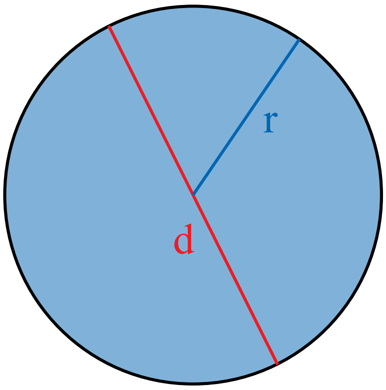
1 dm² = 1 dm × 1 dm = cm × cm = cm²

II) POLYGONES

	Périmètre	Aire
Rectangle 		
Carré 		
Triangle 		

III) CERCLES ET DISQUES

Quelque soit la taille d'un cercle, les grecs avaient remarqué que le quotient entre le périmètre et le diamètre était toujours le même.
Ils ont donné un nom à ce quotient : $\pi \approx 3{,}14$

	Périmètre du disque (ou longueur du cercle)	Aire
Disque 		

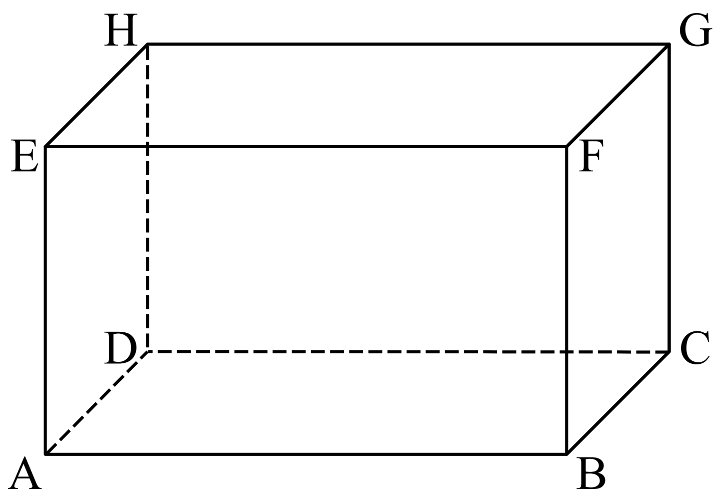
PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE

I) PERSPECTIVE CAVALIÈRE

La perspective cavalière permet de représenter simplement en 2D un objet géométrique 3D.

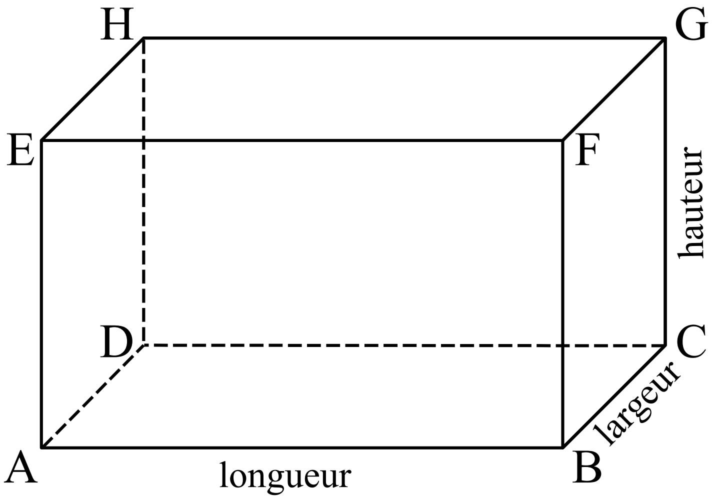
Particularités :

- Les droites qui sont parallèles dans l'espace restent parallèles sur la feuille.
- Les segments qui sont parallèles et de même longueur restent de même longueur.
- Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.
- Les faces parallèles au plan de la feuille ne sont pas déformées par la perspective.



II) PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE

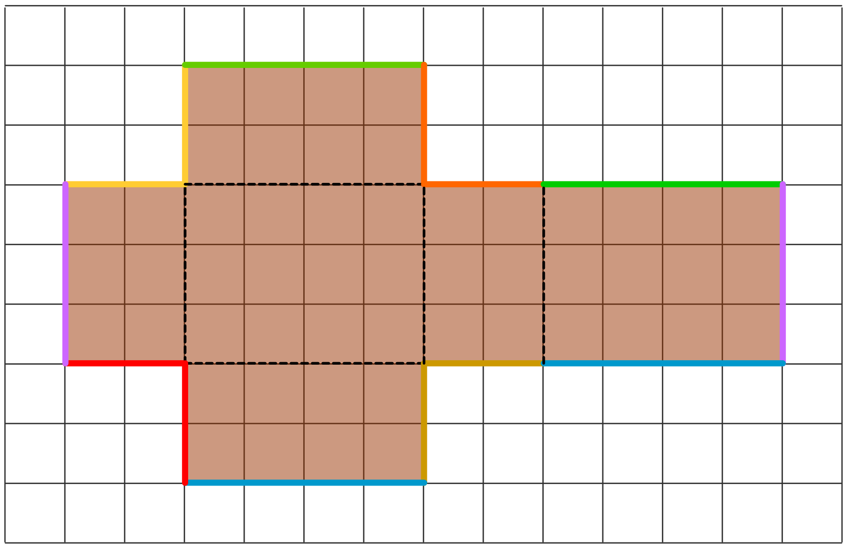
Un « parallélépipède rectangle » ou « pavé droit » est un solide dont toutes les faces sont rectangulaires.



1) Description

Nombre de sommets :
Nombre d'arêtes :
Nombre de faces :

2) Patron



Dans le patron ci-dessus :

- Les segments en pointillés noirs correspondent aux plis à faire.
- Les segments de mêmes couleurs correspondent aux bords qui vont se toucher une fois le patron plié.

3) Calcul du volume

V =

4) Conversions d'unités de volume

1L est le volume d'un cube de côté 1dm
donc $1 \text{ L} = 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} = 1 \text{ dm}^3$

Ex 1 : Convertir $0{,}12 \text{ m}^3$ en cm^3

$0{,}12 \text{ m}^3 = 0{,}12 \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$

$= 0{,}12 \times$

$=$

Ex 2 : Convertir 14 hL en m^3

14 hL = 1400 L

$= 1400 \times 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm}$

$=$

$=$

ORGANISATION DES DONNÉES

I) ORGANISER LES DONNÉES

1) Tableau d'effectifs :

Lorsque l'on récolte des données statistiques, il est souvent commode de les rassembler dans un tableau :

Ex : La composition de l'orchestre du collège

Instrument	Flûtes	Violons	Percussions
Nombre d'élèves	5	7	5

2) Tableau à double entrée :

Pour « croiser » deux types d'informations, on peut faire un **tableau à double entrée**. On y ajoute souvent une ligne et une colonne « total ».

Ex : Le même orchestre avec le détail par niveau de classe

	Flûtes	Violons	Percussions	Total
6èmes	2	1		5
5èmes		3		
4èmes		1	1	5
3èmes	0			2
Total	5	7	5	

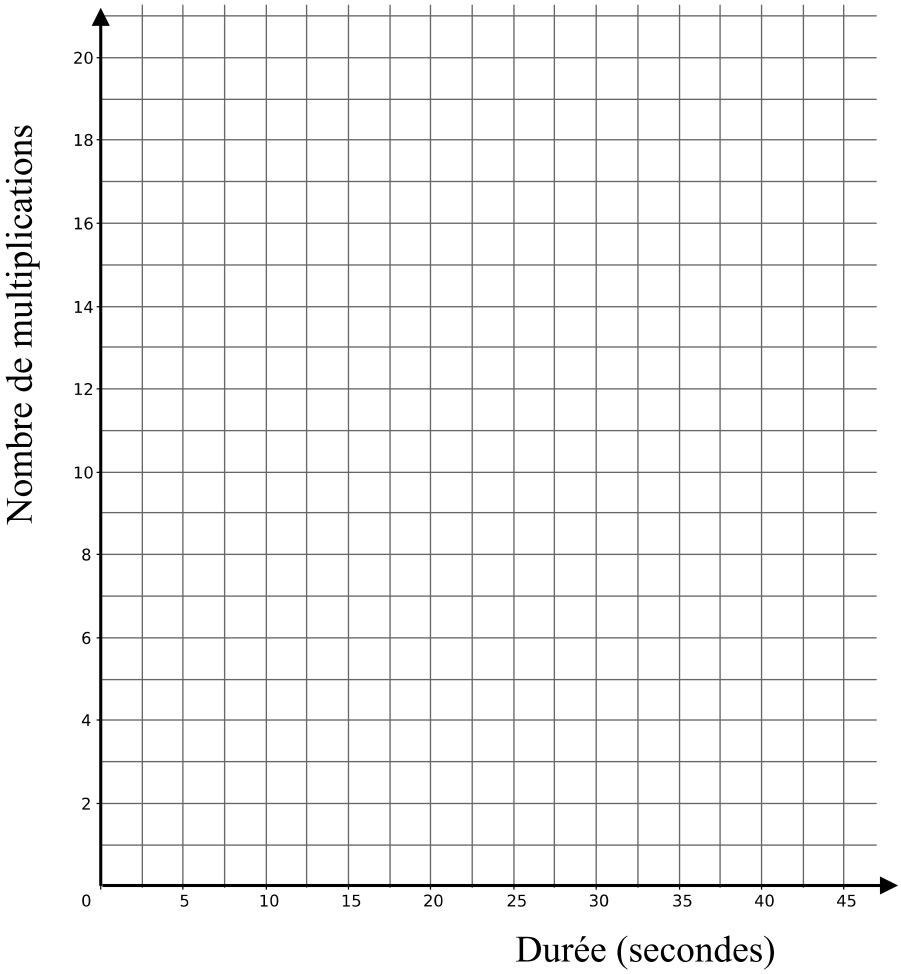
II) REPRÉSENTER GRAPHIQUEMENT LES DONNÉES

1) Cas des données numériques :

Une courbe ou **graphique cartésien** permet de représenter l'évolution d'une grandeur numérique en fonction d'une autre.

Ex : Vous vous êtes chronométré en complétant le plus grand nombre de multiplications possibles en un temps donné.

Durée (secondes)	0	10	25	30	40	45
Nombre de multiplications	0	7	14	16	19	20



Particularités :

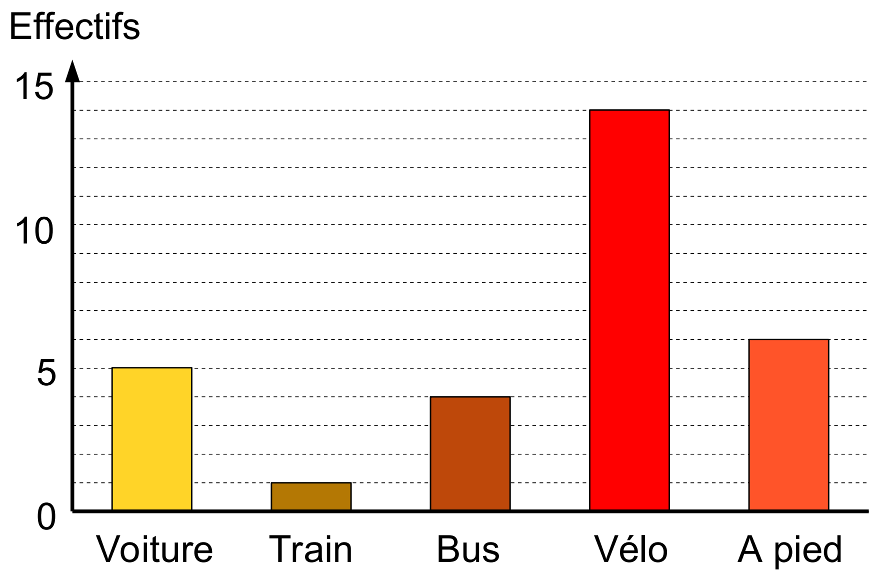
- Les deux axes sont gradués et les graduations doivent être régulières
- L'axe horizontal, s'appelle **axe des abscisses** et le vertical s'appelle **axe des ordonnées**

2) Cas des données non-numériques :

Ex : Le moyen de transport utilisé par les élèves.

	Voiture	Train	Bus	Vélo	A pied
Effectif	5	1	4	14	6

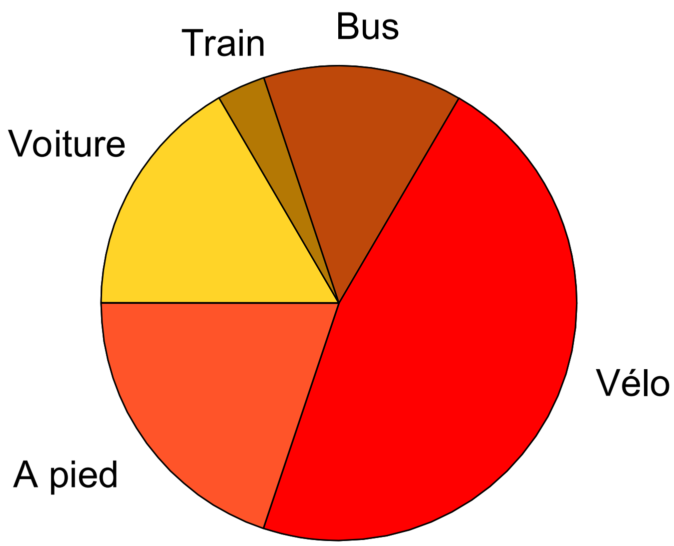
a) Diagramme en « bâtons »



Particularités :

- La hauteur d'un bâton est proportionnelle à la quantité représentée
- L'axe des abscisses n'est pas gradué donc l'ordre et la largeur des bâtons n'a pas de signification

b) Diagramme circulaire



Particularités :

- L'angle d'un secteur est proportionnel à l'effectif :

	Voiture	Train	Bus	Vélo	A pied	Total
Effectif	5	1	4	14	6	
Angle						

- Ce type de diagramme permet notamment <u>de comparer chaque effectif par rapport à l'effectif total</u> : ici on voit très bien que près de la moitié de la classe vient en vélo.