

# DIVISIBILITÉ ET NOMBRES PREMIERS

## I) DIVISION EUCLIDIENNE

### 1) Définition :

Effectuer la division euclidienne (ou entière) de l'entier  $a$  par l'entier non nul  $b$ , c'est déterminer les entiers  $q$  et  $r$  vérifiant l'égalité :

$$a = b \times q + r \quad \text{avec} \quad r < b$$

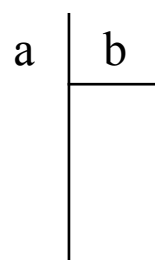
### 2) Vocabulaire :

$a$  s'appelle le

$b$  s'appelle le

$q$  s'appelle le

$r$  s'appelle le



**Ex 1 :** Combien de boîtes de 36 macarons dois-je acheter pour pouvoir en donner 2 à chacun de mes 240 invités ?

Le nombre de macarons que je veux offrir est :

Divisons          par          :

**Ex 2 :** Soit l'égalité  $165 = 18 \times 8 + 21$

On partage ici 165 en 8 paquets de          unités. Il reste alors          unités.

Peut-on proposer un partage plus astucieux ?

Oui, car ici, le reste          est plus grand que le

On écrira donc l'égalité :

## **II) MULTIPLES ET DIVISEURS D'UN NOMBRE**

### **1) Définition :**

Si le reste de la division d'un entier  $a$  par un entier  $b$  est nul, on dit que :

- $a$  est un « multiple » de  $b$
- $a$  est « divisible » par  $b$
- $b$  est un « diviseur » de  $a$

**Ex 1 :**  $408 = 12 \times 34 + 0$

est un multiple de

est un diviseur de

est divisible par

**Ex 2 :** Donner tous les diviseurs de 12 :

### **2) Critères de divisibilité**

Un nombre est divisible:

- par 2 s'il est pair.
- par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- par 4 si le nbre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- par 5 si son dernier chiffre est 0 ou 5.
- par 6 s'il est divisible à la fois par 2 et par 3.
- par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- par 10 si son dernier chiffre est 0.

**Ex :** 3345 est-il divisible par 15 ?

### **III) NOMBRES PREMIERS**

#### **1) Définition**

On appelle « nombre premier » tout entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

#### **Remarques :**

- 0 n'est pas premier car il admet une infinité de diviseurs
- 1 n'est pas premier car il n'est divisible que par 1
- 2 est premier car il n'est divisible que par 1 et 2
- 3
- 4

#### **2) Crible d'Eratosthène**

Déterminons les nombres premiers inférieurs à 50 :

#### **Méthode :**

- On parcourt le tableau ci-dessous dans l'ordre croissant.
- On entoure chaque nombre premier et on barre tous ses multiples :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

### 3) Décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers

**Ex 1 :** Décomposer 780 en produit de facteurs premiers :

780	2
390	2
195	3
65	5
13	13
1	

On divise successivement par les différents nombres premiers en commençant par les plus petits

Donc  $780 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13$

**Ex 2 :** Même question avec 525 :

#### **Remarque:**

La décomposition en produit de facteurs premiers est très utile notamment dans les calculs avec fractions : simplifications, multiplications, déterminer un dénominateur commun (comparaisons, additions et soustractions).

**Ex 3 :** Calculer  $A = \frac{39}{780} + \frac{21}{525}$

**Ex 4 :** Calculer  $B = \frac{175}{780} \times \frac{52}{525}$

**Ex 5 :** Quels est le plus grand des diviseurs communs à 780 et 105 ?  
 $\text{PGCD}(780, 105) =$

**Ex 6 :** Quel est le plus petit des multiples communs à 780 et 105 ?  
 $\text{PPCM}(780, 105) =$