THÉORÈME DE PYTHAGORE

I) RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE POSITIF

Quels sont les deux nombres dont le carré est 4?

Y a-t-il des nombres dont le carré est -4?

Définition:

Soit a un nombre **positif**.

La racine carrée de *a* est le nombre **positif** dont le carré est *a*.

Ce nombre est noté \sqrt{a} .

Ex:

• $\sqrt{9}$ est le nombre positif dont le carré est 9 donc $\sqrt{9}$ =

•
$$6^2 = 36$$
 donc $\sqrt{36} =$

• donc
$$\sqrt{16}$$
=

• donc
$$\sqrt{25}$$
=

• donc
$$\sqrt{121}$$
 =

• donc
$$\sqrt{1}$$
 =

• donc
$$\sqrt{0}$$
=

• 11 n'est pas un carré parfait mais : 9 < 11 < 16

donc: $<\sqrt{11}<$

Avec la calculatrice, on trouve $\sqrt{11} \approx 3.3$

II) THÉORÈME DE PYTHAGORE

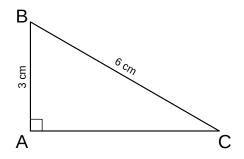
Vocabulaire:

Dans un triangle rectangle, on appelle « hypoténuse » le plus long côté (qui est aussi face à l'angle droit).

Propriété:

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Exercice type n°1: On sait que le triangle est rectangle, on connaît les longueurs de deux côtés et on cherche la longueur du troisième. Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 3 cm et BC = 6 cm. Déterminer AC.



Par hypothèse : ABC est un triangle rectangle en A

donc d'après le théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

donc
$$AC^2 = BC^2 - AB^2 =$$

donc
$$AC =$$
 ou $AC = -$

or une longueur est toujours positive

$$donc AC = cm$$

donc
$$AC \approx$$
 cm (à 0,01 cm près)

III) RÉCIPROQUE DU THÉORÈME

Propriété:

Dans un triangle, si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres, alors ce triangle est rectangle.

Exercice type n°2 : On connaît les longueurs des trois côtés du triangle et on cherche à montrer qu'il est rectangle.

Soit ABC un triangle tel que AB = 9 cm, BC = 12 cm et AC = 15 cm. Ce triangle est-il rectangle?

Dans le triangle ABC, on a **d'une part** : AC^2 =

et d'autre part : $AB^2 + BC^2 =$

donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$

donc d'après la du théorème de Pythagore,

le triangle ABC est rectangle en B.

IV) CONTRAPOSÉE DU THÉORÈME

Vocabulaire: Propriété – Réciproque - Contraposée

On considère par exemple la propriété toujours vraie :

« S'il pleut dehors, alors il y a des nuages. »

La réciproque de cette propriété s'écrit :

« S'il y a des nuages alors il pleut dehors. »

Remarque: Cette réciproque est ici fausse.

La contraposée de cette propriété s'écrit :

« S'il n'y a pas de nuages, alors il ne pleut pas. »

Remarque : Si une propriété est toujours vraie, alors sa contraposée est toujours vraie aussi !

Pour chacune des propriétés ci-dessous,

- énoncer la réciproque et dire si elle est vraie
- énoncer la contraposée et vérifier qu'elle est bien vraie

Propriété A: « Si j'habite à Paris, alors j'habite dans le 75 »

Propriété B: « Si j'habite à Paris, alors j'habite en France »

Exercice type n°3 : On connaît les longueurs des trois côtés du triangle et on cherche à montrer qu'il <u>n'est pas</u> rectangle.

Soit ABC un triangle tel que AB = 9 cm, BC = 11 cm et AC = 15 cm. Ce triangle est-il rectangle?

Dans le triangle ABC, on a d'une part : AC^2 =

et d'autre part : $AB^2 + BC^2 =$

donc $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$

donc d'après la

du théorème de Pythagore,

le triangle ABC n'est pas rectangle en B.