

SEMINARIO HERRAMIENTAS DE ANÁLISIS ARMÓNICO Y COMPLEJO EN LA TEORÍA DE LOS NÚMEROS

PROPUESTO POR GERÓNIMO URIBE BRAVO

1. OBJETIVO

En este seminario, las y los participantes explorarán las herramientas analíticas requeridas para el estudio de la *Tesis de Tate* (sobre análisis armónico en campos numéricos y la ecuación funcional de funciones ζ cf. [13]) y en la teoría de Funciones L . Dichas herramientas son principalmente de análisis armónico y complejo, a veces acompañadas de interpretaciones probabilísticas. Un lugar especial lo ocupan las funciones ϑ de Jacobi y su relación con el kernel de calor y, por lo tanto, con el movimiento Browniano.

2. TEMAS A EXPLORAR

- Funciones ϑ y las identidades de Jacobi: de sumas a productos. Referencias: [2], [3], [4].
- Funciones ϑ y el semigrupo de calor. Referencias: [7],[6],[8].
- La fórmula de Poisson del análisis armónico abstracto. Referencias:[5], [10].
- La medida de Haar. Referencias: [10].
- Las funciones θ en la probabilidad y en la ecuación funcional de la función ζ . Referencias: [1].
- Funciones L y su utilidad en Teoría de Números. Referencias: [11], [10].
- La tesis de Tate. Referencias: [13], [9], [10], [12].

REFERENCES

- [1] Philippe Biane, Jim Pitman, and Marc Yor, *Probability laws related to the Jacobi theta and Riemann zeta functions, and Brownian excursions*, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) **38** (2001), no. 4, 435–465 (electronic). MR 1848256
- [2] Hei-Chi Chan, *An invitation to q -series*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Hackensack, NJ, 2011, From Jacobi's triple product identity to Ramanujan's "most beautiful identity". MR 2797376
- [3] Heng Huat Chan, *Theta functions, elliptic functions and π* , De Gruyter Textbook, De Gruyter, Berlin, 2020, With a foreword by Bruce Berndt. MR 4202803
- [4] Kai Lai Chung, *A cluster of great formulas*, Acta Math. Acad. Sci. Hungar. **39** (1982), no. 1-3, 65–67. MR 653674
- [5] William Feller, *An introduction to probability theory and its applications. Vol. II.*, Second edition, John Wiley & Sons Inc., New York, 1971. MR 0270403
- [6] Gabriele Grillo, *Heat kernels and theta functions*, Exposition. Math. **14** (1996), no. 2, 181–186. MR 1395256
- [7] Anders Karlsson, *Applications of heat kernels on abelian groups: $\zeta(2n)$, quadratic reciprocity, Bessel integrals*, Number theory, analysis and geometry, Springer, New York, 2012, pp. 307–320. MR 2867922
- [8] Anders Karlsson and Markus Neuhauser, *Heat kernels, theta identities, and zeta functions on cyclic groups*, Topological and asymptotic aspects of group theory, Contemp. Math., vol. 394, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2006, pp. 177–189. MR 2216714
- [9] James-Michael Leahy, *An introduction to Tate's thesis*, Master's thesis, McGill University, 2011.
- [10] Davide Lombardo, *L -functions*, Springer, 2025.
- [11] Dinakar Ramakrishnan and Robert J. Valenza, *Fourier analysis on number fields*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 186, Springer-Verlag, New York, 1999. MR 1680912
- [12] Sebastián Carrillo Santana, *The Riemann Zeta Function and Tate's thesis*, Master's thesis, Pontificia Universidad Javeriana, Colombia, 2021.
- [13] J. T. Tate, *Fourier analysis in number fields, and Hecke's zeta-functions*, Algebraic Number Theory (Proc. Instructional Conf., Brighton, 1965), Academic Press, London, 1967, pp. 305–347. MR 217026