

# Temas Selectos: Gráficas

Jorge Castillejos

## Resumen

Las gráficas cuánticas aparecieron recientemente como una herramienta tanto analítica como algebraica en la teoría cuántica de la información. Estas estructuras están definidas formalmente como sistemas de operadores contenidos en álgebras de matrices. Las gráficas cuánticas fueron introducidas inicialmente para estudiar la capacidad de Shannon de canales cuánticos pero también tienen profundas relaciones con teoría de operadores, grupos cuánticos y geometría no conmutativa.

El objetivo de esta clase es introducir el estudio de dichos objetos así como su reformulación via relaciones cuánticas. También estudiaremos números cromáticos y caminatas aleatorias en el contexto de las gráficas cuánticas. Es recomendable tener conocimientos previos de análisis funcional pero el curso será autocontenido por lo que conocimientos básicos de álgebra lineal, análisis real, topología y probabilidad son suficientes para seguir el curso.

## Temario

1. Preliminares
  - Álgebras de Operadores
  - Mapeos completamente positivos
  - Nociones básicas de teoría cuántica de la información
  - Canales cuánticos
2. Gráficas cuánticas
3. Relaciones cuánticas
4. Matrices de adyacencia cuánticas
5. Gráficas clásicas bajo el lente cuántico
6. Caminatas aleatorias en gráficas cuánticas
7. Número cromático cuántico
8. Gráficas cuánticas aleatorias

## References

- [1] Brannan, M., Eifler, K., Voigt, C., & Weber, M. Quantum Cuntz–Krieger algebras. *Transactions of the American Mathematical Society Series B*, 9, 782–826, 2022. doi:10.1090/btran/88
- [2] Chirvasitu, A., & Wasilewski, M. Random quantum graphs. *Transactions of the American Mathematical Society*, 375, 3061–3087, 2022. doi:10.1090/tran/8584
- [3] Daws, M. Quantum graphs: Different perspectives, homomorphisms and quantum automorphisms. *Communications of the American Mathematical Society*, 4, 117–181, 2024. doi:10.1090/cams/30
- [4] Gromada, D. Some examples of quantum graphs. *Letters in Mathematical Physics*, 112, 122, 2022. doi:10.1007/s11005-022-01603-5
- [5] Wasilewski, M. On quantum Cayley graphs. *Documenta Mathematica*, 29(6), 1281–1317, 2024. doi:10.4171/DM/987
- [6] Weaver, N. Quantum Relations. *Memoirs of the American Mathematical Society*, 215(1010), 81–140, 2012. doi:10.1090/S0065-9266-2011-00637-4
- [7] Weaver, N. Quantum Graphs as Quantum Relations. *The Journal of Geometric Analysis*, 31, 9090–9112, 2021. doi:10.1007/s12220-020-00578-w