

Seminario de Investigación Avanzado (Análisis): Teoría de Dispersión para Sistemas Discretos

Dr. Miguel Arturo Ballesteros Montero
(2026-2)

1 Resumen

En este curso se estudiará la teoría de dispersión para sistemas discretos, un área fundamental para comprender el comportamiento asintótico de sistemas cuánticos. El objetivo principal será analizar cómo evolucionan los estados cuánticos cuando el tiempo tiende a $\pm\infty$, y en particular, si estos tienden a estados “libres” en ausencia de interacción. Se estudiarán los operadores de onda y de dispersión, que permiten capturar y describir esta evolución asintótica, así como caracterizar la interacción entre partículas a largo plazo.

El enfoque estará centrado en herramientas matemáticas rigurosas que permiten abordar estos fenómenos en el contexto de estructuras discretas, prestando especial atención a las técnicas espectrales, el análisis de operadores y los límites temporales en infinito. La discusión se basará en literatura especializada y actualizada, que será proporcionada por el profesor [[1], [2], [3], [4], [5]].

El curso se desarrollará a través de presentaciones preparadas por los estudiantes, con temas seleccionados en coordinación con el profesor. De acuerdo con los intereses del grupo y el tiempo disponible, podría incluirse de manera complementaria una introducción a los métodos de integral de trayectoria para la ecuación de Schrödinger, como una perspectiva alternativa sobre la evolución temporal en sistemas cuánticos [[6], [7]].

2 Requisitos

- Teoría de Dispersión General
- Teoría de la Medida
- Análisis Funcional Avanzado
- Análisis de Fourier
- Teoría de Operadores en Espacios de Hilbert
- Espacios de Funciones
- Teoría de Distribuciones
- Análisis Micro-Local

- Operadores Pseudo-Diferenciales
- Integrales Oscilatorias
- Nociones de Física Matemática (Cuántica y Clásica)

3 Temario

Dependiendo del grupo, el curso va a cubrir temas en las siguientes áreas.

- Fundamentos de la teoría de dispersión
 - Enfoque estacionario y representaciones explícitas.
 - Operadores de onda, matriz de dispersión, función de cambio espectral, sección eficaz.
- Métodos analíticos aplicados
 - “Smooth Method”.
 - Método de clase traza.
- Problemas unidimensionales
 - Dispersión en la semirrecta discreta.
 - Dispersión en la recta discreta completa.
- Análisis de energías extremas
 - Asintótica del núcleo resolvente a bajas y altas energías.
- Estudio de la matriz de dispersión.
 - Métodos asintóticos.
- “Spectral Shift Function”
 - Métodos abstractos y concretos.
 - El determinante perturbativo e identidades de traza.

Si el tiempo lo permite se estudiará los siguientes temas para la integral de trayectoria:

1. Extensión de operadores pseudo-diferenciales, Teorema de Calderon-Vaillancourt.
2. Método de fase estacionaria.
3. Método de Ichinose para la integral de trayectoria con potenciales de crecimiento cuadrático.
4. Método de Kumano-Go, problema de Hamilton Jacobi y expansión semi-clásica.
5. Extensión de los métodos a la integral de trayectoria en espacio fase.

References

- [1] Yafaev, D.. (2010). Mathematical Scattering Theory: Analytic Theory. 10.1090/surv/158.
- [2] D. R. Yafaev, Mathematical scattering theory: General theory, Amer. Math. Soc., Providence, Rhode Island, 1992
- [3] Z. S. Agranovich and V. A. Marchenko, The inverse problem of scattering theory, Gordon and Breach, New York, 1963.
- [4] W. O. Amrein, J. M. Jauch and K. B. Sinha, Scattering theory in quantum mechanics, Benjamin, New York, 1977.
- [5] J. Dereziński and C. Gérard, Scattering theory of classical and quantum N particle systems, Springer-Verlag, 1997.
- [6] Fujiwara, Daisuke. (2017). Rigorous Time Slicing Approach to Feynman Path Integrals. Springer Tokyo.
- [7] Kumano-go, Hitoshi (1982). Pseudo-differential operators. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.