**基于温度控制系统的多模型分数阶预测函数控制**

**摘要：**本文主要针对工业控制中的非线性特性，利用多模型的方法把系统的全局模型分解为一系列的局部模型集。通过对局部模型集，建立其工作范围内的局部的分数阶模型，设计相应的预测函数控制器，利用不同模型集在当前时刻的误差，求出系统模型集中不同模型的权重系数，再根据权重系数对多个模型之间进行加权得到当前时刻系统的控制量。由于提高了局部模型的精度，从而减少了局部模型集的的误差，增加了系统模型不精确对系统的控制性能造成的影响。最后通过对电加热炉进行实验，对系统的控制性能进行分析,验证了本方法的有效性。

**Keyword:多模型集，分数阶模型，预测函数控制**

1. **简介**

随着实际工业系统越来越复杂化，以及人们对控制精度、原料成本、资源节约等要求的日益提高，基于整数阶理论的控制技术，有时难以获得令人满意的控制效果；而在现实自然界中，实际系统过程在本质上都是分数阶的，运用整数阶系统模型难以更好的去描述某些类型系统的动态过程[1-2],并且针对传统的整数阶控制系统以及整数阶控制器的设计方案，用来控制实际过程中的分数阶系统，一般很难获得良好的控制性能[3]。分数阶微积分理论的提出是解决这一难题的有效途径，运用分数阶系统模型可以更好的描述系统特性，分数阶微积分不仅为自然科学提供了一个新的数学运算工具，而且为解决实际工业过程中的问题提供了一种可行的有效方法[4]。近年来,随着分数阶微积分理论的不断发展,分数阶微积分被逐渐用在控制领域。在分数阶控制策略方面,除了具有代表性的CRONE控制器[5]，控制器[6]，TID控制器[7]等之外,基于分数阶微积分的滑模控制、模型参考自适应控制、鲁棒控制、最优控制等先进控制策略 [8-11] 也体现出整数阶控制方法所不具备的优点。随着理论的发展和实际产业需求的上升，将分数阶微积分理论应用到模型预测控制，也引起了越来越多学者的关注和深入研究。

模型预测控制技术作为具有丰富理论成果和实践应用的先进控制技术的一个分支,其发展已经历基于脉冲响应模型的模型算法控制[12] 、基于阶跃响应模型的动态矩阵控制[13] ,再到基于参数模型的广义预测控制[14]等阶段。模型预测控制技术的优点在于能够显式处理约束[15] ,预测系统未来动态响应,并将约束融入未来的输入、输出或状态变量中,从而把约束显式转换成一个可在线求解的二次规划问题[16] ,但由于实际控制过程中的非线性系统更为普遍，面对非线性系统的控制问题，找到有效的模型预测控制系统的解决方法会变得较为困难。这也吸引了一些研究人员对它进行研究，比如文[17]中提出了具有死区补偿器的非线性MPC用于分布式太阳能收集器。文[18]提出了一种双感应发电机的输入输出反馈线性化的方案。文[19]作者研究了用于氢化苯的反应蒸馏柱的MPC方案。文[20]提出了MPC在机电伺服系统的精密跟踪控制和约束处理中的应用。文[21]中，提出了工业焦炭分馏塔的MPC方案，其控制算法是一种MPC级联控制，内部P控制系统被视为MPC设计的新状态空间模型。

尽管MPC在解决一些工业过程中，取得了一些效果，但非线性系统中离线识别模式的精度不足，仍然是需要考虑的问题。因此，不仅在控制算法中，而且在数学模型中都应考虑延迟，大惯量和参数随时间变化的现象。在非线性系统中，过程的动态响应最终受到模型精度的限制。此外，为了提高流程模型的准确性，必须做出一些努力开发新的建模方法[22]。

多模型控制针对系统中存在强非线性、大工况变化、参数时变的过程是有效的[23-24]。在[25]中，作者提出了多个模型结合贝叶斯定理来描述非线性混合系统。在[26]中，讨论了稀土提取过程中组分含量的多模型预测控制策略。文[27]中，提出了将非线性系统分解为一系列局部线性模型，并且使用这些局部线性模型进行预测的非线性模型预测控制器。系统的控制性能由局部模型反应出控制效果，分数阶系统可以提高模型的精度，改善控制性能。通过把分数阶系统引入到模型集中，建立局部的分数阶模型，从而提高局部模型的精度，减少在局部范围内由于模型精度低而建立模型的数量。分数阶模型与预测函数控制，也将提高模型精度低而导致控制系能差等不良的效果。毫无疑问，我们可以有效地将MPC与分数阶和多种模型结合起来，以处理过程中的大惯性现象和非线性问题[28-31]。

针对上述因素，本文提出了一种多模型分数阶系统的预测函数控制，主要是为了减少预测函数控制对模型的精度的要求，通过把系统中的非线性模型分解为多个局部的线性模型，并对局部的工作范围内建立其分数阶模型，从而提高系统的控制性能。本文主要从以下几个方面做以说明：

（1）通过内模控制器整定PID参数，建立其内部的闭环广义对象。

（2）通过把工作范围划分为不同的区域建立其局部的分数阶模型，并利用outsaloup近似法将局部模型转换为高阶整数模型。

（3）通过系统的模型设计局部的预测函数控制器，最后通过多个模型之间进行加权得到当前时刻系统的控制量。

1. **模型的建立和预测控制器的设计**
   1. **内部模型的建立**

在实际工业过程控制中，两点法是一种常用的建模方法。通过对系统的时域响应曲线进行分析，从而可以得到系统的响应参数。系统对象过程的性能通过其内部模型反应而来，因此得到过程对象的模型，由此可以描述为FOPDT：

 (1)

其中为传递函数，，是通过对过程的时域内输入和输出的拉普拉斯变换，是模型过程的增益，是系统的时间常数,由系统本身所决定的需要辨识的数据，是系统的延迟环节。

FOPDT的时域响应可以描述如下：

 (2)

其中当系统达到稳定后可以表述为，其描述了系统稳定后的输出值。是系统阶跃输入的数值，模型的过程增益可以通过系统达到稳定后输出值与输入值的比值表示。从系统中选取增益比例系数分别为0.39和0.63的两个特殊点，通过对系统的响应曲线可以求取：

 (3)

因此可以得到系统时间常数和系统的延迟时间

 (4)

通过变化后的模型可以得到PID控制器与内模控制间的关系： (5)

对过程模型进行分解,可分解为：

 (6)

其中是一个全通滤波器函数, 包含了所有时滞和右半平面零点, 是具有最小相位特征的传递函数,是稳定且不包含预测项。

内模控制器可以近似为：

 (7)

可以得到PID的参数与内模控制器的关系，从而可以的到系统参数：

 (8)

，，

通过系统中对PID的温度值进行设定，可以得到不同温度范围内的响应曲线，然后对系统中的参数进行试凑，从而得到系统的分数阶模型的参数。

**2.2预测函数控制器的设计**

通过分数阶模型设计其预测函数控制器时，对系统的控制器的设计不利，因此可以通过定理将系统的微分方程转换为传递函数的形式，转换后的分数阶模型可以描述为：

 (9)

其中是分母的阶次，是分子的阶次，是系统的延迟时间。

线性理论中模型的阶次都是整数，从而可以通过Outsaloup近似法将上述的分数阶模型近似的转换为高阶的整数模型，再通过零阶保持器和采样时间TS的作用下，将模型离散化可得如下形式：

 (10)

其中，分别为离散后得到的相应项的系数分别为输入和输出的阶次，为离散后的时滞。

在模型的计算中为了减少对象输出与实际模型的误差，从而引入差分算子，可以进一步得到差分模型为：  (11)

选取状态变量，因此可以得到系统的状态空间模型为：

 (12)

其中，



，

输出的误差可以定义为：

 (13)

在预测函数控制中，控制量是由若干已知的基函数的组合，可以选择基函数为系统的阶跃函数：

 (14)

在控制过程中为了使实际的输出按照预计的参考轨迹运行，而不会使系统在运行中出现控制量的剧烈变化，因此可以选取预估曲线的参考轨迹为：

 (15)



系统的性能指标函数选择为：

 (16)

因此可以得到系统控制量为：

 (17)

其中,



 



**2.3多模型集的加权控制**

由于当前时刻每个模型的输出与此时的电加热炉的实际输出存在偏差，因此当前时刻模型集中每个模型偏差值分别可以表示为：

， (18)

其中，为系统输出通道的实际输出，代表第个子模型与实际输出的偏差。

通过当前时刻模型的偏差和过去时刻模型的偏差，可以选取以下方式得到当前时刻每个子模型对系统的影响权重系数。

， (19)

其中，表示第个子模型的加权系数，表示历史误差。

因此当前时刻的控制量可以表示为：

 (20)

1. **实验装置**



电加热炉的结构图

* 1. **温度测量模块**

温度处理模块主要是由K型热电偶和电压放大器两部分组成。其中K型热电偶是一种工业控制中常用的温度检测器，它的主要特点是温度测量范围的跨度大，无论环境有多恶劣都能准确的采集到合理范围内的数据，结构简单，在温度变化时电偶两端能够快速产生电压信号。K型热电偶会在传感器两端的温度差中产生一个电压值，由于热电偶两端测量的电压很小只有几十毫伏到几百毫伏之间，而上位机处理模块接受到要处理的电压为0-5v之间，从而需要加入了一个信号放大器。通过放大器的连线可以调整信号的放大倍数，从而可以把热电偶输出的电压值调整到符合工控机测量的范围。

* 1. **工业计算机**

工业控制计算机主要是PCI-1802LU转换器，PIO-D24U转换器和程序处理三部分组成。把温度采集到的模拟信号通过PCI-1802LU转换器可以转换为工业计算机能够接受处理的数字信号。上位机通过程序设定，在规定的采样时间中采集转换后的数字信号得到当前电加热炉中的温度值，通过相应的算法控制温度执行器对电加热炉进行加热，将计算得到的控制量转化为对温度执行模块的加热量的占空比信号。

* 1. **执行器**

温度执行模块主要通过继电器进行控制，通过在单位时间内对电加热炉加热的时间提供不同的加热量。其中控制电流通断的时间达到控制加热量效果。通过在继电器输入端的电压值大小来判断加热炉的加热状态，从而使电加热炉的温度上升。当输入电压为5V的情况下，输出端是闭合状态从而有电流流过此时对电加热炉进行加热，否则输出端是断开状态电流为零，停止对电加热炉加热。在周期的时间内通过对继电器的通断时间的调节可以控制电加热的加热时间，实现对电加热炉温度的输入量的控制。

**4实验结果**

**4.1 多模型集的建立**

本文主要针对SXF-4-10电加热炉的实际对象进行实验，在实际工业控制中的温度通常控制在300°C，因此在进行实验时，最终的温度控制目标设定在300°C。首先对电加热炉的工作温度的区间进行划分，通常实验室的温度在20到30摄氏度之间，对温度的区域划分过大将带来实验的数据的计算量偏大，会使得系统的控制能力降低。因此本文主要通过对电加热炉的工作范围划分为0-150摄氏度和150-300摄氏度两个工作区间。通过对内模PI的控制器的设定值分别设定为150和300，采集电加热炉中的温度分别从室温达到150摄氏度稳定时的数据建立模型1和温度在150摄氏度到300摄氏度温度稳定时建立模型2，分别对采集到的两组数据建立分数阶的模型如图5-1所示，可以得到模型参数分别为：

模型1的参数为：



模型2的参数为：



然后通过Outsaloup近似法将上述的分数阶模型近似的转换为高阶的整数模型，其中为了尽可能的表示系统的全部特性选取系统的频率上限为和频率的下限为，为了计算简便但不对模型影响选取系统的阶次为4。通过转换后的高阶模型可以表示为：

模型1的高阶整数模型为：



模型2的高阶整数模型为：



为了了解建立后模型的精确度，分别对建立好的分数阶模型的阶跃响应、整数高阶阶模型的阶跃响应作比较和实际的响应曲线进行比较。从图中可以看出系统的输出响应和实际的输出值相接近，从而达到了预期的效果：





多模型集的建立

**4.2预测函数控制器参数的选择**

通过对不同范围内的高阶整数模型设计其预测函数控制器，在实验的过程中确保系统在没有超调量的情况下，通过多次的实验，从而选定预测函数的控制步数为15，柔化系数为0.98。

**4.3 多模型的加权控制**

由于系统存在10个单位时间的延迟，为了使延迟对系统造成的影响将为最低，从而选择系统过去的10个单位的误差作为系统对加权模型的比例系数的参考。



多模型的控制策略框图

**4.4 应用结果**

本文通过与分数阶模型的预测函数控制，预测函数控制进行对比。从系统的跟踪性能，稳定性能和系统的抗干扰性能三个方面得出以下结论:

系统的跟踪性能是通过对温度设定为300摄氏度，从室温的条件下通过SXF-4-10电加热炉进行控制，使温度最后达到我们所设定的条件。从图中可以看出多模型的分数阶预测函数控制在42分钟左右达到了稳定值，而分数阶单模型和PID控制方法下温度通过了100分钟左右才达到稳定，预测控制函数的则通过了48分钟左右才达到稳定，并且系统在到达设定之后会产生一点超调量，通过很久才会使超调量消除。分数阶模型的预测函数控制其前期的响应速度很快，但是当温度快要达到设定值时，其速度减慢甚至有降低的趋势，经过很久才会是温度达到设定值，因此可以看出分数阶的多模型预测函数控制的跟踪性能比其余的控制效果更优。



系统的跟踪能力



跟踪性能下系统的控制量

系统稳定性能体现了在温度达到设定范围时的精度和在设定值附近的波动性能。为比较系统在达到稳定后的性能，在系统稳定后从中抽取1000组数据对系统在稳定后的平稳性做了一次对比。表中的数据分别从平均值，最大值，最小值，系统的方差和标准差五个不同的方面对系统的稳定性做比较，得到了本方法的控制效果。



系统的稳定性能

系统稳定性能的比较

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| algorithm | MMFPFC | FPFC | PFC |
| Average | 300.047 | 299.599 | 301.109 |
| Maximum | 302 | 302 | 305 |
| Minimum | 299 | 298 | 298 |
| variance | 0.83969 | 0.748947 | 0.922041 |
| Standard  deviation | 0.92718 | 0.86541 | 0.96022 |

系统的性能不仅只是从跟踪性能和平稳性作为依据，系统的抗干扰能力也是系统的一个很重要的性能指标，通过选择系统的柔化系数为0.98，预测步数为20的时候，在系统达到稳定后本文通过对电加热炉打开固定的角度从而使电加热炉产生一个恒定的干扰量，从而测试系统的抗干扰性能。经过测量电加热炉中的温度和计算的到的控制量。从图中可以看出系统对外界的抗干扰能力相接近。



系统的抗干扰能力



抗干扰下系统的控制量

**5 结论**

本文提出了一种多模型的分数阶的预测函数控制，并应用于电加热炉温度控制系统中。通过把分数阶模型引入到预测函数控制系统中，提高局部模型的精度，减少模型集的个数，从而减少了系统的计算量，提高了系统快速性和稳定性。

**参考文献**

[1] West B J, Bologna M, Grigolini P, et al. Physics of Fractal Operators[J]. Physics Today, 2003, 56(12):65-66.

[2] Ghee K C, Kelly J M. Application of fractional derivatives to seismic analysis of base‐isolated models[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1990, 19(2):229-241.

[3] Caponetto R, Fortuna L, Porto D. A new tuning strategy for a non integer order PID controller[C]//First IFAC workshop on fractional differentiation and its application. 2004: 168-173.

[4] Xue D Y, Zhao C N. Fractional order PID controller design for fractional order system[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(5):771-776.

[5] A. Oustaloup, X. Moreau, M. Nouillant, The CRONE suspension, Control.Eng. Pract. 4(8) (1996) 1101–1108.

[6] I. Podlubny, Fractional-order systems and PI λ D μ controllers, IEEE Trans. Autom. Control 44 (1) (1999) 208–214.

[7] B.J. Lurie, Tunable TID controller, US patent 5, 371, 670, December 6, 1994

[8] Zhao G. Fractional-order fast terminal sliding mode control for a class of[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2013, 2013(3):1-10.

[9] El-Sayed A M A, Behiry S H, Raslan W E. Adomian's decomposition method for solving an intermediate fractional advection-dispersion equation[M]. Pergamon Press, Inc. 2010.

[10] Calderón A J, Vinagre B M, Feliu V. Fractional order control strategies for power electronic buck converters[J]. Signal Processing, 2006, 86(10):2803-2819.

[11] Tricaud C, Chen Y Q. An approximate method for numerically solving fractional order optimal control problems of general form[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2010, 59(5):1644-1655.

[12] Zhang Y, Park J H, Chong K T. Model algorithm control for path tracking of wheeled mobile robots[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2010, 11(5):705-714.

[13] Eshaghi S, Kharrati H. A predictive controller based on dynamic matrix control for a non-minimum phase robot manipulator[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2012, 10(3):574-581.

[14] Yong K H, Mjalli F S, Yeoh H K. Generalized predictive control with dual adaptation[J]. Chemical Engineering Science, 2012, 84(52):479-493.

[15]König O, Gregorčič G, Jakubek S. Model predictive control of a DC–DC converter for battery emulation[J]. Control Engineering Practice, 2013, 21(4):428–440.

[16] Yu-Geng XI, De-Wei LI, Shu LIN. Model Predictive Control — Status and Challenges[J]. ZidonghuaXuebao/actaAutomaticaSinica, 2013, 39(3):222–236.

[17] Gálvez-Carrillo M, Keyser R D, Ionescu C. Nonlinear predictive control with dead-time compensator: Application to a solar power plant ☆[J]. Solar Energy, 2009, 83(5):743-752.

[18] Liu X, Kong X. Nonlinear Model Predictive Control for DFIG-Based Wind Power Generation[J]. ActaAutomaticaSinica, 2013, 11(4):1046-1055.

[19] Vishal, M., Juergen, H. (2016). Model predictive control of reactive distillation for benzene hydrogenation. Control Engineering Practice, 52, 103-113.

[20] Lin, C. Y., Liu, Y. C. (2012). Precision Tracking Control and Constraint Handling of Mechatronic Servo Systems Using Model Predictive Control. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 17(4), 593-605.

[21] Zhang, R. D., Cao, Z X., Lu, R. Q., Li, P., Gao, F. R. (2015). State-space predictive-P control for liquid level in an industrial coke fractionation tower. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 12(4), 1516-1524.

[22] Zhang, R., Tao, J., Gao, F. (2016). A new approach of Takagi-Sugeno fuzzy modeling using improved GA optimization for oxygen content in a coke furnace, Industrial & Engineering Chemistry Research, 55(22): 6465-6474.

[23]Porfirio, C. R., Neto, E. A., Odloak, D. (2003). Multi-model predictive control of an industrial C3/C4 splitter. Control Engineering Practice, 11 (7), 765–779.

[24] Townsend, S., Lightbody, G., Brown, M. D., Irwin, G. W. (1998). Nonlinear Dynamic Matrix Control using local models. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 20(1), 47–56.

[25]Nandola, N. N., Bhartiya, S. (2008). A multiple model approach for predictive control of nonlinear hybrid systems. Journal of Process Control, 18, 131–148.

[26] Yang, H., He, L. J., Zhang, Z. Y. (2016). Multiple-model predictive control for component content of CePr/Nd counter current extraction process. Information Science, 360, 244-255.

[27] Agarwal V, Gupta M, Gupta U, et al. A Model Predictive Controller Using Multiple Linear Models for Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR) and ITS Implementation Issue[C]// International Conference on Communication Systems and Network Technologies. 2014:1001-1005.

[28] Li, S. Y., Xi, Y. G. (1999). Switching smoothly of multi-model predictive control systems.Journal of Shanghai Jiao Tong University. 33(11), 1345-1347.

[29]Zeng, J., Xue, D. Yu., Yuan, D. C. (2009). Multi-model predictive control of nonlinear systems. Journal of Northeastern University (Natural Science),30(1), 26-29.

[30] Li, N., Li, S. Y., Xi, Y. G. (2004). Multi-model predictive control based on the Takagi-Sugeno fuzzy models: a case study. Information Sciences, 165 , 247-263.

[31] Da-Zi L I, Jiao C, Guan S T, et al. Research and implementation of a fractional predictive controller[J]. Control Theory & Applications, 2010, 17(9):591-600.