

Отчет по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Габриэль Тьерри

Содержание

Цель работы	5
Задание	6
Теоретическое введение	7
Выполнение лабораторной работы	8
Вывод	16
Список литературы	17

Список таблиц

Список иллюстраций

1	sol №1(Julia)	9
2	Граф №1(Julia)	10
3	Граф №1(Openmodelica)	11
4	sol	13
5	Граф №2(Julia)	13
6	Граф №2(Openmodelica)	15

Цель работы

Построить графики изменения числа особей в группах с помощью простейшей модели эпидемии, рассмотреть, как будет протекать эпидемия в различных случаях.

Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=14\ 041$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=131$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=71$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0)-R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$
2. если $I(0) > I^*$

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{ds}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при это приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0)=0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

Выполнение лабораторной работы

1.1 Решение для случая 1 на Julia: $I(0) \leq I^*$

```
begin
```

```
import Pkg
Pkg.add("LaTeXStrings")
Pkg.activate()
using DifferentialEquations
using LaTeXStrings
import Plots
```

```
end
```

```
begin
```

```
N = 14041.0 #общая численность популяции
I0 = 131.0 #количество инфицированных особей в начальный момент времени
R0 = 71.0 #количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени
S0 = N-I0-R0 #количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени
t0 = 0.0 #начальное Время
a = 0.01 #коэффициент заболеваемости
```



```

    b = 0.02 #коэффициент выздоровления
end

#случай, когда  $I(0) \leq I^*$ 
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = 0.0
    du[2] = -b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end

begin
    U0 = [S0, I0, R0] #начальные значения
    T = [0.0, 200.0]
    prob = ODEProblem(F!, U0, T)
end

```

3/18/23, 10:45 AM

sol =

Small analysis.jl — Pluto.jl

	timestamp	value1	value2	value3
1	0.0	13839.0	131.0	71.0
2	0.01	13839.0	130.974	71.0262
3	0.02	13839.0	130.948	71.0524
4	0.03	13839.0	130.921	71.0786
5	0.04	13839.0	130.895	71.1048
6	0.05	13839.0	130.869	71.1309
7	0.06	13839.0	130.843	71.1571
8	0.07	13839.0	130.817	71.1833
9	0.08	13839.0	130.791	71.2094
10	0.09	13839.0	130.764	71.2356
	: more			

Рис. 1: sol №1(Julia)

```
sol = solve(prob, saveat = 0.01)
```

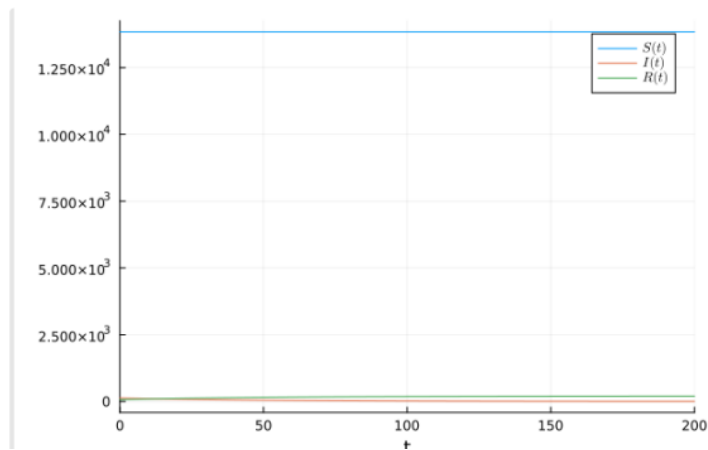


Рис. 2: Граф №1(Julia)

Результат

```
Plots.plot(sol, label = [L"$S(t)$" L"$I(t)$" L"$R(t)$"])
```

1.2 Решение для случая 1 на Openmodelica: $I(0) \leq I^*$

model LAB6

//случай, когда $I(0) \leq I^*$

constant Real a=0.01;//коэффициент заболевания

constant Real b=0.02;//коэффициент выздоровления

constant Real N=14041;//количество проживающих на острове

Real I;//инфицированные особи

Real R;//здоровые особи с иммунитетом к болезни

Real S;//здоровые особи, восприимчивые к болезни

initial equation

I=131;//количество инфицированных особей

R=71;//количество здоровых особей с иммунитетом к болезни

$S=N-I-R$;//количество здоровых особей, восприимчивых к болезни

equation

$\text{der}(S)=0$;//изменение количества здоровых особей, восприимчивых к болезни

$\text{der}(I)=-b \cdot I$;//изменение количества инфицированных особей

$\text{der}(R)=b \cdot I$;//изменение количества здоровых особей с иммунитетом

end LAB6;

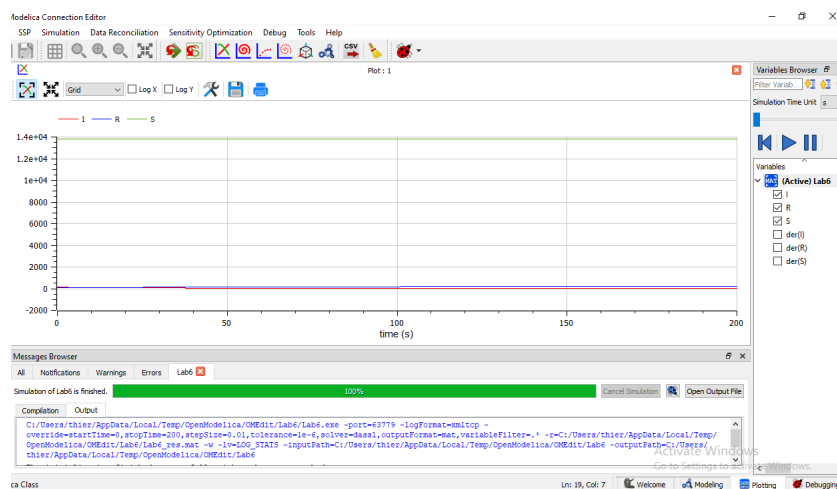


Рис. 3: Граф №1(Openmodelica)

Результат

2.1 Решение для случая 2 на Julia: $I(0) > I^*$

begin

import Pkg

Pkg.add("LaTeXStrings")

Pkg.activate()

using DifferentialEquations

using LaTeXStrings

```

import Plots

end

begin
    N = 14041.0 #общая численность популяции
    I0 = 131.0 #количество инфицированных особей в начальный момент времени
    R0 = 71.0 #количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени
    S0 = N-I0-R0 #количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени
    t0 = 0.0 #начальное Время
    a = 0.01 #коэффициент заболеваемости
    b = 0.02 #коэффициент выздоровления
end

#случай, когда  $I(0) > I^*$ 
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = -a*u[1]
    du[2] = a*u[1]-b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end

begin
    U0 = [S0, I0, R0] #начальные значения
    T = [0.0, 200.0]
    prob = ODEProblem(F!, U0, T)
end

```

sol =

	timestamp	value1	value2	value3
1	0.0	13839.0	131.0	71.0
2	0.01	13837.6	132.357	71.0263
3	0.02	13836.2	133.715	71.0529
4	0.03	13834.8	135.071	71.0798
5	0.04	13833.5	136.428	71.107
6	0.05	13832.1	137.783	71.1344
7	0.06	13830.7	139.139	71.1621
8	0.07	13829.3	140.494	71.19
9	0.08	13827.9	141.848	71.2183
10	0.09	13826.6	143.203	71.2468
	: more			

Рис. 4: sol

```
sol = solve(prob, saveat = 0.01)
```

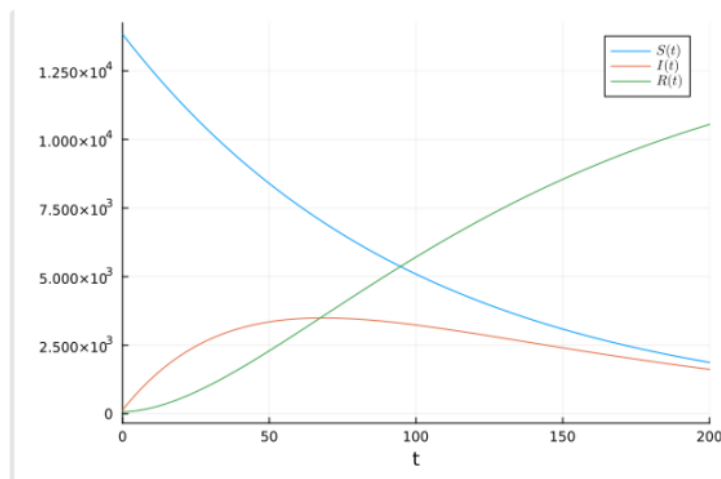


Рис. 5: Граф №2(Julia)

Результат

```
Plots.plot(sol, label = [L"$S(t)$" L"$I(t)$" L"$R(t)$"])
```

2.2Решение для случая 2 на Openmodelica: $I(0) > I^*$

model LAB6_Part2

//случай, когда $I(0) > I^*$

constant Real a=0.01;//коэффициент заболевания

constant Real b=0.02;//коэффициент выздоровления

constant Real N=14041;//количество проживающих на острове

Real I;//инфицированные особи

Real R;//здоровые особи с иммунитетом к болезни

Real S;//здоровые особи, восприимчивые к болезни

initial equation

I=131;//количество инфицированных особей

R=71;//количество здоровых особей с иммунитетом к болезни

S=N-I-R;//количество здоровых особей, восприимчивых к болезни

equation

der(S)=-a*S;//изменение количества здоровых особей, восприимчивых к болезни

der(I)=a*S-b*I;//изменение количества инфицированных особей

der(R)=b*I;//изменение количества здоровых особей с иммунитетом

end LAB6_Part2;

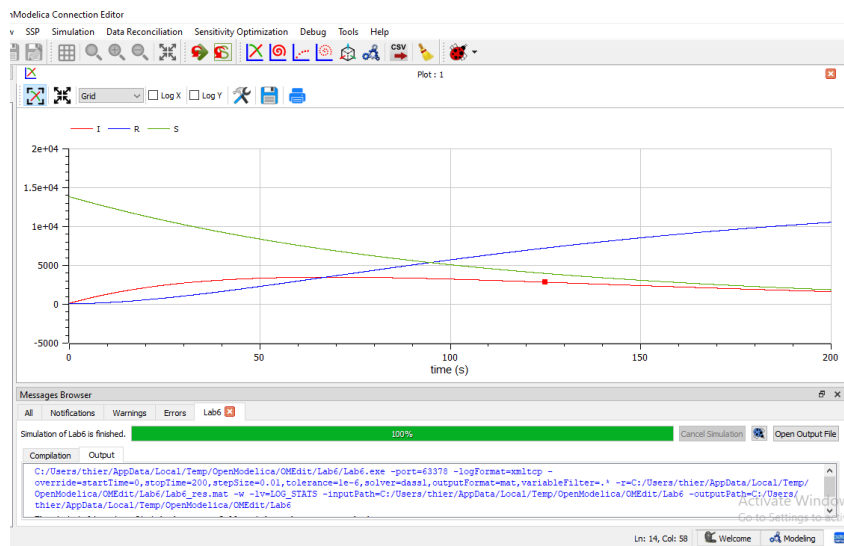


Рис. 6: Граф №2(Openmodelica)

Результат

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы я научился строить графики изменения числа особей в группах с помощью простейшей модели эпидемии, рассмотрел, как будет протекать эпидемия в различных случаях.

Список литературы