Отчет по лабораторной работе №7

Эффективность рекламы

Габриэль Тьерри

Содержание

Список таблиц

Список иллюстраций

Цель работы

Построить графики распространения рекламы, определить в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Задание

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.895 + 0.0000433n(t))(N - n(t))$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.0000145 + 0.295n(t))(N - n(t))$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.196sin(t) + 0.699cos(t)n(t))(N - n(t))$$

При этом объем аудитории N=1170 , в начальный момент о товаре знает 7 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытиться, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем незнающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что dn/dt - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, n(t) - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом: $\alpha_1(t)(N - n(t))$ где N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $\alpha_1(t) > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$, эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При $\alpha_1(t) >> \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид:

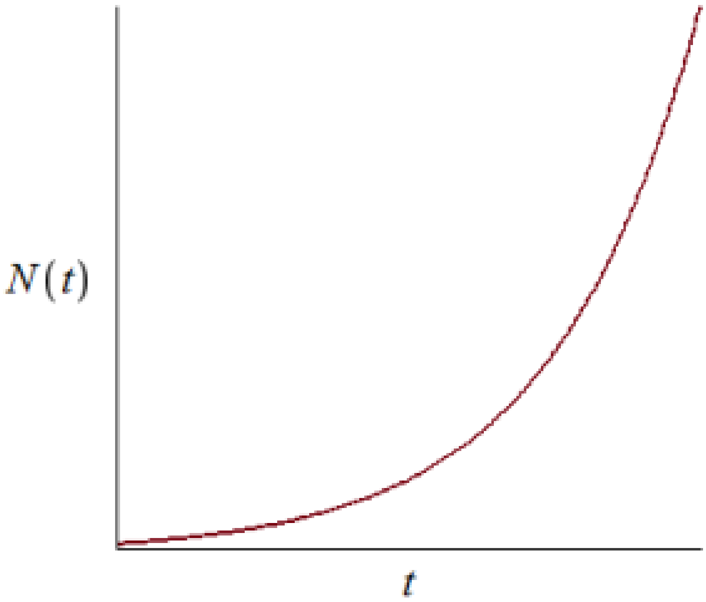
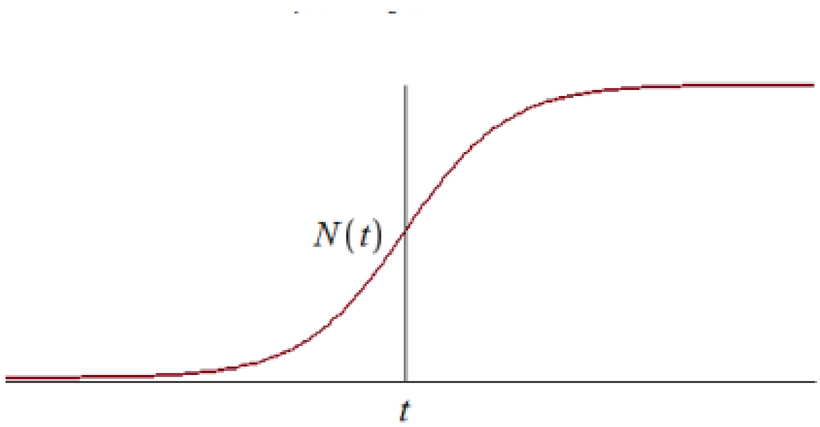


График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае, при $\alpha_1(t) << \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кри-



вой: График логистической кривой

Выполнение лабораторной работы

1.1 Решение для случая 1 на Julia:

```
begin
    import Pkg
    Pkg.add("LaTeXStrings")
    Pkg.activate()
    using DifferentialEquations
    using LaTeXStrings
    import Plots
end

begin
    N = 1170.0
    n0 = 7.0
    a1 = 0.895
    a2 = 0.0000433
    t0 = 0.0
    tmax = 30.0
```

```
end

begin
    U0 = [n0]
    T = [t0, tmax]
    prob = ODEProblem(F!, U0, T)
end

function F!(du, u, p, t)
    du[1] = (0.895 + 0.0000433*u[1])*(N-u[1])
end
```

3/25/23, 11:29 AM Groundbreaking theory.jl — Pluto.jl

sol =

	timestamp	value1
1	0.0	7.0
2	0.01	17.3685
3	0.02	27.6497
4	0.03	37.8441
5	0.04	47.9526
6	0.05	57.9756
7	0.06	67.9138
8	0.07	77.768
9	0.08	87.5386
10	0.09	97.2263
⋮ more		

Рис. 1: sol №1(Julia)

```
sol = solve(prob, saveat = 0.01)
```

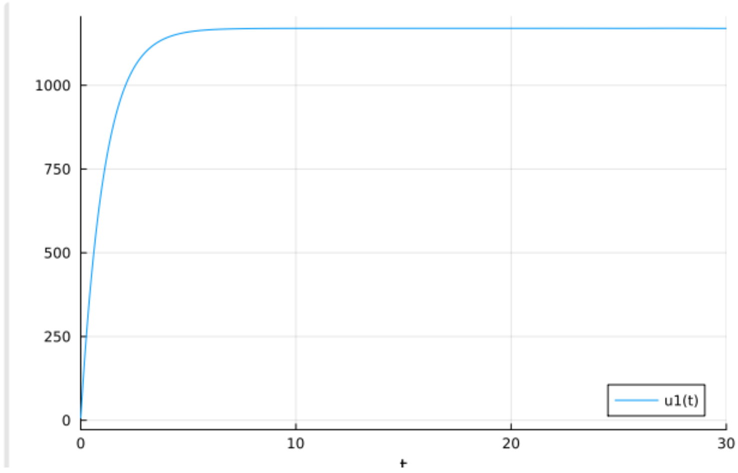


Рис. 2: Граф №1(Julia)

Plots.plot(sol)

1.2 Решение для случая 1 на Openmodelica:

model Lab7Part1

constant Real a1 = 0.895;

constant Real a2 = 0.0000433;

constant Real N = 1170;

Real n;

initial equation

n = 7;

equation

der(n) = (a1+a2*n)*(N-n);

end Lab7Part1;

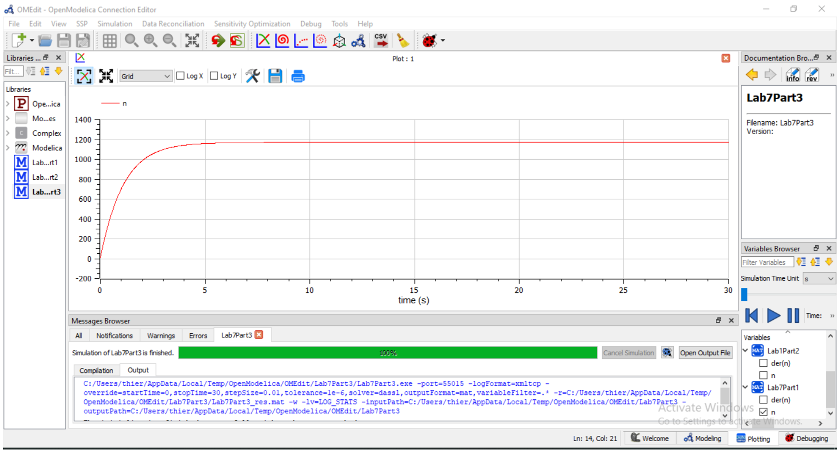


Рис. 3: Граф №1(Openmodelica)

1.3 Решение для случая 2 на Julia:

```
begin
    import Pkg
    Pkg.add("LaTeXStrings")
    Pkg.activate()
    using DifferentialEquations
    using LaTeXStrings
    import Plots
end

begin
    N = 1170.0
    n0 = 7.0
    a1 = 0.0000145
    a2 = 0.295
    t0 = 0.0
    tmax = 30.0
end
```

```
begin
    U0 = [n0]
    T = [t0, tmax]
    prob = ODEProblem(F!, U0, T)
end
```

```
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = (0.0000145 + 0.295*u[1])*(N-u[1])
end
```

3/25/23, 11:31 AM Groundbreaking theory.jl — Pluto.jl

sol =

	timestamp	value1
1	0.0	7.0
2	0.01	186.694
3	0.02	1002.69
4	0.03	1163.85
5	0.04	1169.81
6	0.05	1169.99
7	0.06	1169.99
8	0.07	1169.98
9	0.08	1170.03
10	0.09	1170.39
⋮ more		

Рис. 4: sol №2(Julia)

```
sol = solve(prob, saveat = 0.01)
```

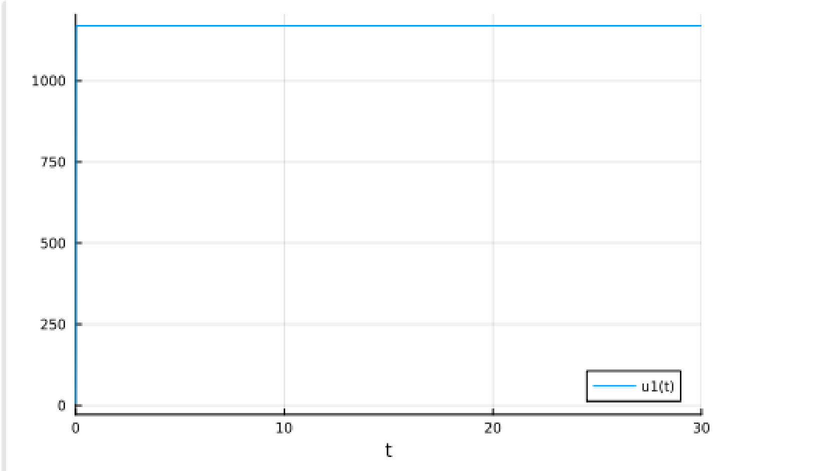


Рис. 5: Граф №2(Julia)

Plots.plot(sol)

Максимальное значение n достигается при time=0.006.

1.4 Решение для случая 2 на Openmodelica:

model Lab1Part2

constant Real a1 = 0.0000145;

constant Real a2 = 0.295;

constant Real N = 1170;

Real n;

initial equation

n = 7;

equation

der(n) = (a1+a2*n)*(N-n);

```
end Lab1Part2;
```

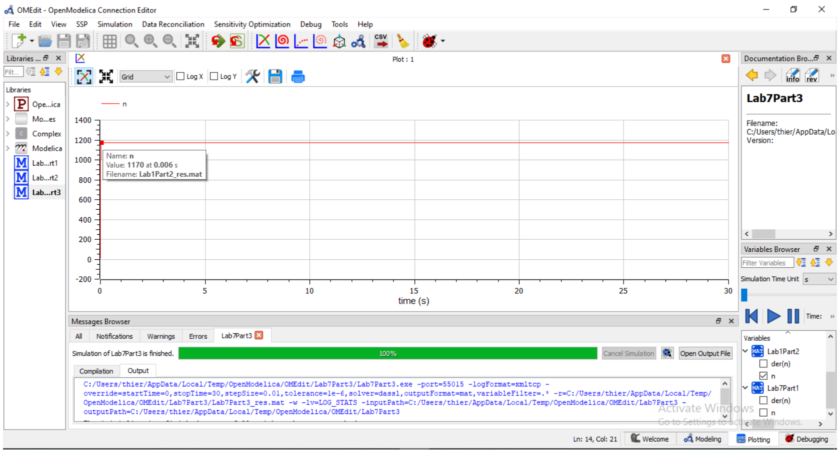


Рис. 6: Граф №2(Openmodelica)

Максимальное значение n достигается при time=0.006.

1.5 Решение для случая 3 на Julia:

```
begin
    import Pkg
    Pkg.add("LaTeXStrings")
    Pkg.activate()
    using DifferentialEquations
    using LaTeXStrings
    import Plots
end


begin
    N = 1170.0
    n0 = 7.0
    t0 = 0.0
    tmax = 30.0
```

```
end
```

```
begin
    U0 = [n0]
    T = [t0, tmax]
    prob = ODEProblem(F!, U0, T)
end
```

```
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = (0.196sin(t) + 0.699cos(t)*u[1])*(N-u[1])
end
```

3/25/23, 11:34 AM

Groundbreaking theory.jl — Pluto.jl

sol =

	timestamp	value1
1	0.0	7.0
2	0.01	1118.08
3	0.02	1169.99
4	0.03	1169.98
5	0.04	1169.75
6	0.05	1169.3
7	0.06	1170.21
8	0.07	1170.04
9	0.08	1169.98
10	0.09	1170.0

⋮ more

Рис. 7: sol №3(Julia)

```
sol = solve(prob, saveat = 0.01)
```

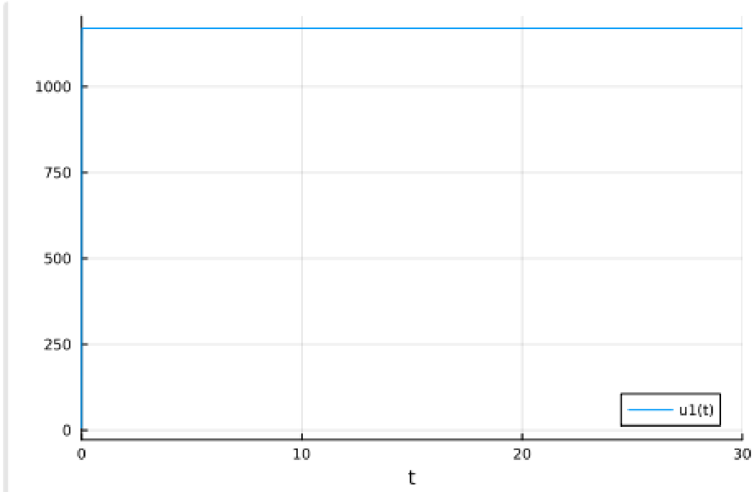


Рис. 8: Граф №3(Julia)

Plots.plot(sol)

1.6 Решение для случая 3 на Openmodelica:

```
model Lab7Part3

Real a1;
Real a2;
constant Real N = 1170;

Real n;

initial equation
n = 7;

equation
a1 = 0.196*sin(time);
a2 = 0.699*cos(time);
der(n) = (a1+a2*n)*(N-n);
```

end Lab7Part3;

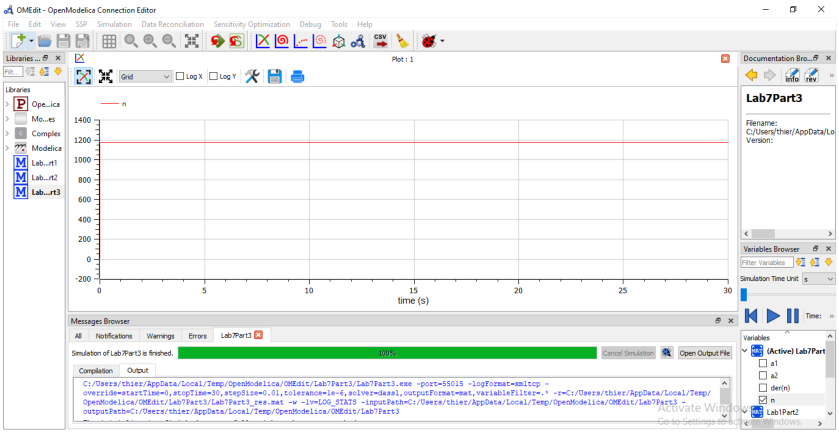


Рис. 9: Граф №3(Openmodelica)

Вопросы к лабораторной работе

1.Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель).

$$\frac{\partial N}{\partial t} = rN$$

где N — исходная численность населения, r — коэффициент пропорциональности, для которого r = b - d (b — коэффициент рождаемости, d — коэффициент смертности), t — время. Модель используется в экологии для расчета изменения популяции особей животных.

2.Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение).

$$\frac{\partial P}{\partial t} = rP(1 - \frac{P}{K})$$

где r — характеризует скорость роста (размножения), K — поддерживающая ёмкость среды (то есть, максимально возможная численность популяции). Исходные предположения для вывода уравнения при рассмотрении популяционной динамики выглядят следующим образом: скорость размножения популяции пропорциональна её текущей численности, при прочих равных условиях; скорость размножения популяции пропорциональна количеству доступных ресурсов, при прочих равных условиях. Таким образом, второй член уравнения отражает конкуренцию за ресурсы, которая ограничивает рост популяции.

3.На что влияет коэффициенты $\alpha_1(t); \alpha_2(t)$ в модели распространения рекламы. $\alpha_1(t)$ — интенсивность рекламной кампании, зависящая от затрат.$\alpha_2(t)$ — интенсивность рекламной кампании, зависящая от сарафанного радио.

4.Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) >> \alpha_2(t)$ При данный условиях получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид:

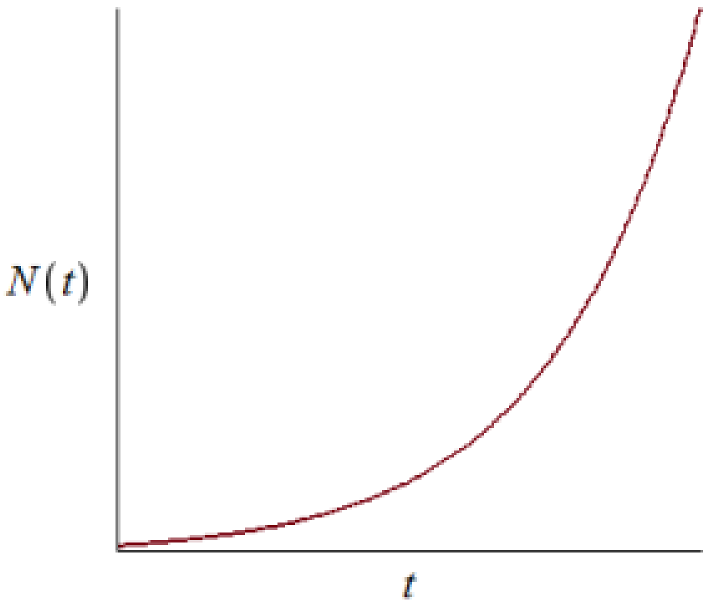


Рис. 1: График решения уравнения модели Мальтуса

5.Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) << \alpha_2(t)$ При данных условиях получаем уравнение логистической кривой.

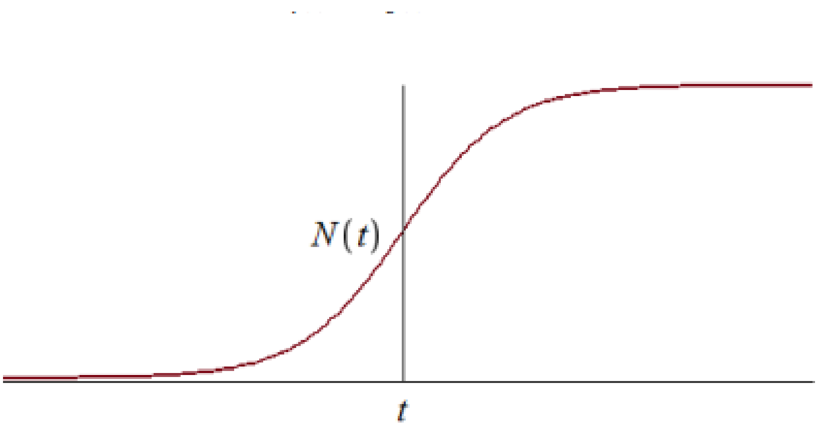


Рис. 2: График логистической кривой

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы я научился строить графики распространения рекламы, определять в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.