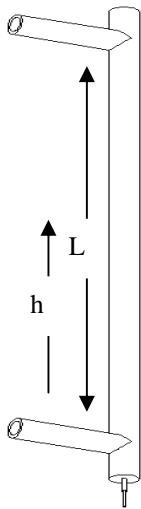


Füllstandsmessung über Kapazität eines Zylinderkondensators

(R.Pretzenbacher)



Ein Plexiglröhrchen (Polycarbonat) wird mit zwei Anschlussstutzen versehen. So zentrisch wie möglich wird innerhalb des Röhrchens ein isolierter Schaltdraht (PE-Isolation) gespannt, und das Röhrchen wird oben und unten wasserdicht verschlossen. Der Leiter des Schaltdrahtes muss zum Innenraum des Röhrchens vollkommen galvanisch getrennt sein. Zwischen den beiden Anschlussstutzen wird das Röhrchen nun mit Alufolie so gleichmässig wie möglich umwickelt und anschliessend wird die Folie mit einem blanken Anschlussdraht mit Isolierband fixiert. Dieser blanke Anschlussdraht und das aus dem Röhrchen herausragende Ende des Schaltdrahtes bilden die Anschlusselektroden für den Messkondensator.

L = die Länge des aktiven Rohres (wo es mit Alu-Folie umwickelt ist).
h = die Höhe des Wasserstandes

Ein Zylinderkondensator ist ein rotationssymmetrisches Gebilde, und somit kann die Kapazität ziemlich praxisgerecht mit

$$c = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot l}{\ln\left(\frac{d_a}{d_i}\right)} \quad \text{angegeben werden,}$$

wenn $l \gg d$ d.h. die Länge viel größer als der Durchmesser ist.

$\epsilon_0 \dots 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$ Dielektrizitätskonstante des leeren Raumes (oder Luft)

$\epsilon_r \dots$ relative Dielektrizitätskonstante (Materialkonstante)

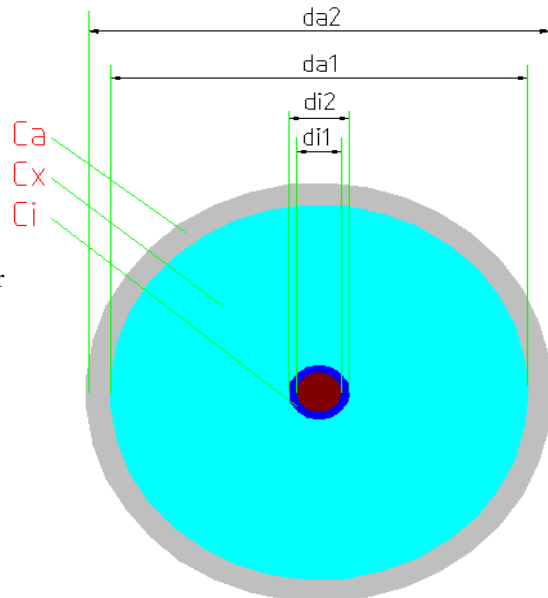
$l \dots$ Länge des Zylinders

$d_a \dots$ Durchmesser bei der äusseren Elektrode (hier d_{a2})

$d_i \dots$ Durchmesser der inneren Elektrode (hier d_{i1})

Fast man die Konstanten Zusammen und reduziert m auf mm erhält man die Gleichung:

$$c = \frac{0.0556 \cdot \epsilon_r}{\ln\left(\frac{d_a}{d_i}\right)} \cdot l \quad \text{pF/mm}$$

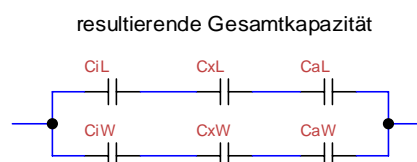


Besteht nun ein Zylinderkondensator aus mehreren konzentrischen Schichten, bildet jede Schicht eine Teilkapazität (hier C_a, C_x, C_i). Die Gesamtkapazität ergibt sich nun aus der Serienschaltung der Teilkapazitäten.

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_i} + \frac{1}{C_x} + \frac{1}{C_a}$$

Teilt man nun den Zylinderkondensator in jenen Teil der bereits mit Wasser (oder einem anderen Elektrolyten) gefüllt ist C_w und jenen Teil der noch mit Luft gefüllt ist C_L , erhält man als Kapazität des ganzen Röhrchens $C_R = C_w + C_L$ (also eine Parallelschaltung), wobei der Teil in Wasser eine Länge h , und der Teil in Luft eine Länge $(L-h)$ besitzt.

Und somit das Ersatzschaltbild der Anordnung:



Das Tolle an der Sache ist, daß die relative Dielektrizitätskonstante von Luft (ϵ_r) 1.0 , und die von Wasser abhängig von der Temperatur zwischen 55 und 88 (Bei 10° ca. 83.0) ist.

Die Dielektrizitätskonstante von Plexiglas (Polykarbonat) liegt bei 3.0 und die der Schalthdrhlsisolierung (Polyethylen) bei 2.3. Für PVC zwischen 4 und 5

Also ergibt sich für die Teilkapazitäten C_X in Luft und Wasser ein ziemlich großer Unterschied, was dem Messprinzip zu gute kommt.

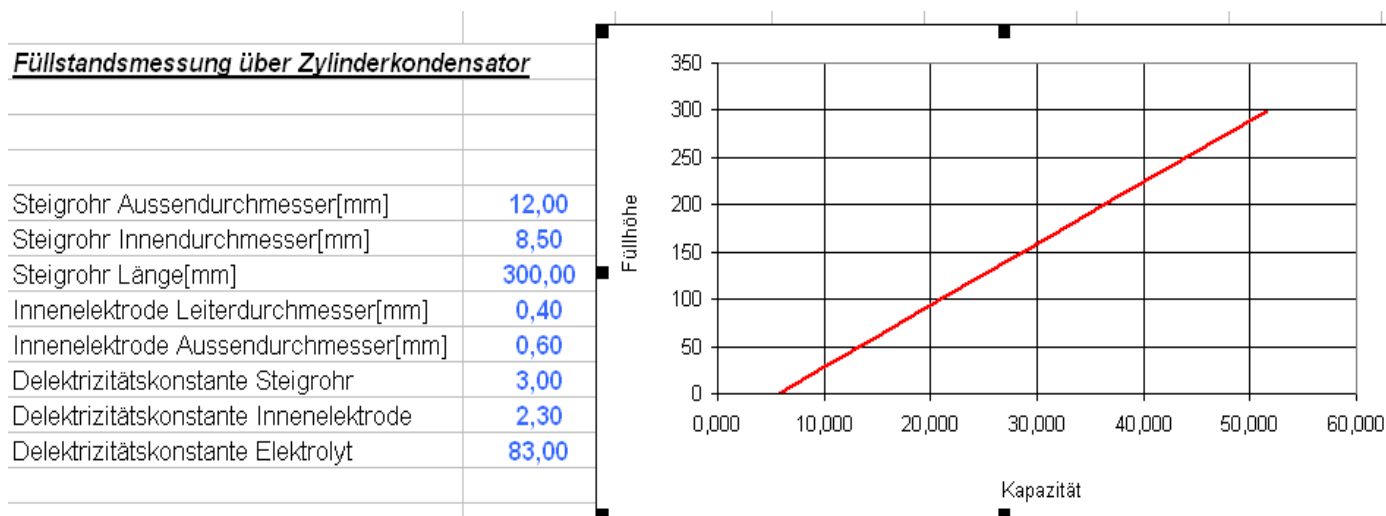
Teilkapazitäten in luftgefülltem Teil:

$$C_{iL} = \frac{0.0556 \cdot 2.3 \cdot (1 - h)}{\ln\left(\frac{di2}{di1}\right)} \quad C_{xL} = \frac{0.0556 \cdot 1 \cdot (1 - h)}{\ln\left(\frac{da1}{di2}\right)} \quad C_{aL} = \frac{0.0556 \cdot 3 \cdot (1 - h)}{\ln\left(\frac{da2}{da1}\right)}$$

Teilkapazitäten in wassergefülltem Teil:

$$C_{iW} = \frac{0.0556 \cdot 2.3 \cdot h}{\ln\left(\frac{di2}{di1}\right)} \quad C_{xW} = \frac{0.0556 \cdot 83 \cdot h}{\ln\left(\frac{da1}{di2}\right)} \quad C_{aW} = \frac{0.0556 \cdot 3 \cdot h}{\ln\left(\frac{da2}{da1}\right)}$$

Bemüht man nun ein Tabellenkalkulationsprogramm ein wenig, um den Zusammenhang resultierende Gesamtkapazität zu Wasserstand sichtbar zu machen, entdeckt man, daß dieser Zusammenhang bei Verwendung einer **festen Dielektrizitätskonstante** von Wasser 100% linear ist.



Nun kann man mit dem Steigrohrkondensator und einer mehr oder weniger bekannten Induktivität einen Parallelschwingkreis aufbauen, die Resonanzfrequenz messen und mit der bekannten Beziehung

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

die Steigrohrkapazität errechnen, und damit über obigen Zusammenhang die Wasserstandshöhe im Steigrohr.

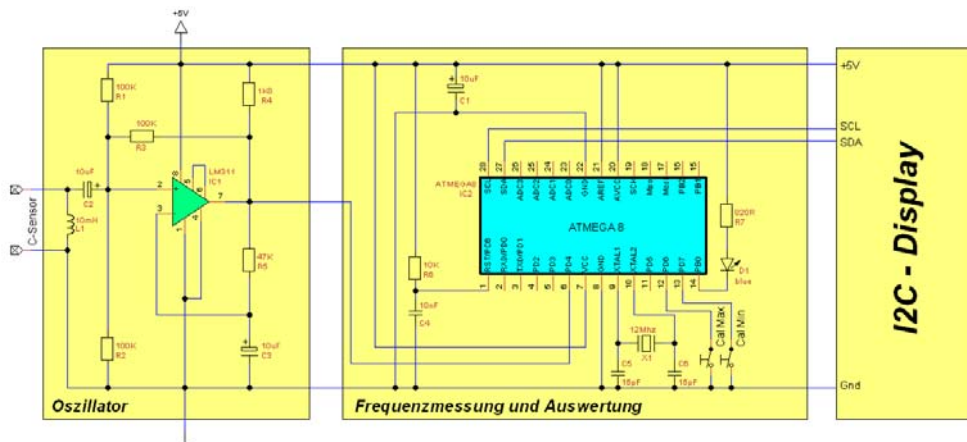
Temp.(°C)	Epsilon
0	87,69
10	83,82
20	80,08
25	78,25
30	76,94
40	73,02
50	69,70
60	66,51
70	63,45
80	60,54
90	57,77
100	55,15

Mißt man nun die Kapazität bei leerem Steigrohr C_{min} bei $h=0$ und die Kapazität bei vollem Steigrohr C_{max} bei $h=L$, ergibt sich der Zusammenhang über die Geradengleichung:

$$h = \frac{L \cdot (C_{gemessen} - C_{min})}{C_{max} - C_{min}}$$

Damit spielt weder die mechanische Genauigkeit des Aufbaues, noch die Genauigkeit der Referenzinduktivität, noch die Absolutgenauigkeit der Frequenzmessung noch das Vorhandensein von parasitären Kapazitäten, noch die Dielektrizitätskonstanten der eingesetzten Stoffe eine Rolle.

Schaltungstechnische Realisierung



Die Oszillatoreinheit sollte so nahe wie möglich am Sensor angebracht sein, um einerseits parasitäre Leitungskapazitäten, und andererseits eine Beeinflussung der Sensorleitungskapazitäten durch nahe leitende Gegenstände zu minimieren.

Die Auswertung kann mit fast jedem uP oder PIC erfolgen, hier wurde ein Atmega8 verwendet, da die Möglichkeit der Berechnung in „float“ mit dem AVR-GCC die Sache sehr erleichtert.

Über den PIN T0 (PD4) zählt Timer0 die Impulse des Oszillators. Mit Timer 1 wird die Zeitbasis von einer Sekunde erzeugt. Die Frequenzmessung wurde noch mit einem externen Frequenzzähler abgeglichen.

(wäre aber nicht nötig). Unter Berücksichtigung der parasitären Leitungskapazitäten hier ca. 33pF stimmen die Messergebnisse erstaunlich genau mit den theoretisch ermittelten Werten überein

Dies lässt darauf schließen, daß auch die Methode über die rein theoretische Berechnung (ohne MIN-MAX Kalibrierung) bei Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit des Elektrolyten mit erträglichem Aufwand realisierbar ist.

Software

Kapazität Messen

```
//Frequenzmessung vorbereiten
TCCR1B=0b00011000;           //Zeittakt anhalten
TCCR0=0;                       //Frequenzzaehler anhalten
TCNT0=0; t0over=0;           //Frequenzzaehler loeschen
TCNT1=0;                       //Zeitzaehler loeschen

//Start Frequenzmessung
TCCR0=0b00000110;           //Impulszaehler Starten
TCCR1B=0b00011100;         //Zeitbasis starten
//Warten bis Zeitbasis abgelaufen
while (!(TIFR&(1<<ICF1)));
TCCR0=0;                       //Frequenzzaehler anhalten
TIFR|=(1<<ICF1);             //Ueberlaufbit loeschen
pulse=((U32)t0over<<8)+(U32)TCNT0; //Zusammenbau Zaehlerwert
//Berechnung Kapazitaet
#define ZWEIPI 39.44          //=(2*Pi hoch 2)
#define L 10E-3               //Referenzinduktivitaet 10mH
#define C0 33.0               //parasitaere Systemkapazitaet in pF
float C = 0.00;
float F = 0.0;

F=(float)pulse*(float)pulse;   //Frequenz quadrieren
C=1/(ZWEIPI*L*F);              //Kapazitaet berechnen
C=C*1E12-C0;                   //auf pF skalieren und offset abziehen.
Cfix=(U32)(C*10);              //auf LongInt wandeln + eine Kommast.
```

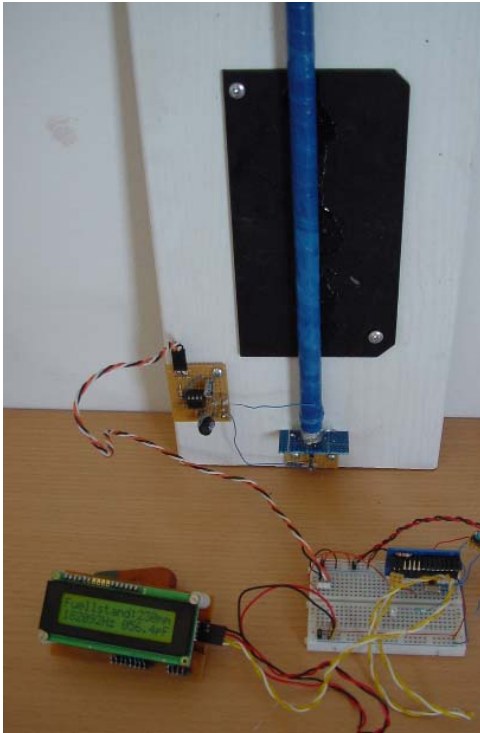
Einstellung der Timer(12Mhz Quarz)

```
//Port D.4 als Eingang mit Pullup
//Frequenzzaehleingang Timer 0
DDRD&=~(1<<PIN4);
PORTD|=(1<<PIN4);
//Timer 0 als externer Impulszaehler
//mit Interrupt bei Overflow
TCCR0=0b00000110;
TIMSK|=(1<<TOIE0);
//Timer 1 als Zeitbasis im CTC Mode
//Laufzeit 1 Sekunde
//12Mhz/256/46875=1
TCCR1A=0;
TCCR1B=0b00011100;
ICR1=46838; //mit Frequenzzaehler getrimmt - 46875 wäre theoretisch
```

Berechnung Elektrolythöhe

```
float K=0;
float D=0;
float Y=0;
U32 Yfix=0;
U16 iHMAX;
U16 iHMIN;
U16 iCMAX;
U16 iCMIN;
//Grenzdaten aus EEprom lesen
//Wurden früher über eine Referenzmessung ins Eeprom geschrieben
cli(); //Interrupts aus wegen EEPROM
iHMIN=(U16)(readEE(HMIN+1)<<8)+(U16)readEE(HMIN);
iHMAX=(U16)(readEE(HMAX+1)<<8)+(U16)readEE(HMAX);
iCMIN=(U16)(readEE(CMIN+1)<<8)+(U16)readEE(CMIN);
iCMAX=(U16)(readEE(CMAX+1)<<8)+(U16)readEE(CMAX);
sei();
//zur Sicherheit
if (Cfix<iCMIN) {Cfix=iCMIN;}
//Geradengleichung ermitteln Y=K*X+D
K=(float)iHMAX/((float)iCMAX-(float)iCMIN);
D=-K*(float)iCMIN;
Y=(float)Cfix*K+D;
//Wasserstanshöhe in mm
Yfix=(U32)Y;
```

Testaufbau:



Wie bereits vorher erwähnt funktioniert diese einfache Variante nur, wenn man davon ausgeht, daß die Dielektrizitätskonstante des Elektrolyten (hier Wasser) nach der Kalibrierung halbwegs konstant bleibt. Der Fehler bei Temperaturänderungen des Elektrolyten hängt von den mechanischen Dimensionen des Messröhrchens ab, und beträgt beim Testaufbau ca. 1mm/20°C.

Ist dies nicht akzeptabel, muss zusätzlich noch die Temperatur des Elektrolyten gemessen werden und aus einer Tabelle (siehe Seite 2) die aktuelle Dielektrizitätskonstante ermittelt werden.

Die einfache Kalibriermöglichkeit funktioniert dann leider nicht mehr, und der Flüssigkeitsstand muss über die theoretischen Gleichungen ermittelt werden. In diesem Fall ist Genauigkeit bei der Steigrohrherstellung, die Exaktheit der Röhrchen- und Innenleiterisolation dielektrizitätskonstanten sowie die Genauigkeit der Referenzinduktivität und der Frequenzmessung für ein gutes Messergebnis sehr wichtig. Ebenfalls muss die parasitäre Zuleitungskapazität genau ausgemessen werden.

Materialauswahl:

Als Innenleiter eignet sich ein mit PE (Polyethylen) isolierter Draht besser als ein mit PVC isolierter, da die Dielektrizitätskonstante von PE ziemlich Genau zwischen 2.28 und 2.30 liegt. Am sichersten nimmt man ein Stück KOAX-Kabel entfernt den Aussen-Mantel und das Schirmgeflecht. Ist das Dielektrikum transparent, handelt es sich um Solid Polyethylen mit $\epsilon_r = 2.30$. Das Röhrchen kann natürlich auch aus Glas bestehen (ϵ_r zwischen 6 und 8).



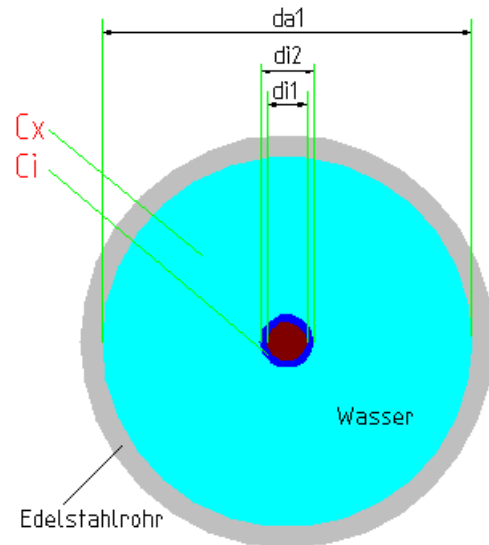
Vereinfachung:

Noch einfacher geht es, wenn man zulässt, daß der Sensor mit dem Elektrolyten in galvanischen Kontakt treten darf, und der Elektrolyt eine elektrische Leitfähigkeit besitzt (z.B. normales Wasser). In diesem Falle fungiert der Elektrolyt als Aussenleiter des Kondensators und die Kapazitätsformel reduziert sich auf:

Kapazität des Sensors im Wasser:
$$C_W = \frac{0.0556 \cdot 2.3}{\ln\left(\frac{d_{i2}}{d_{i1}}\right)} \cdot h$$

Kapazität des Sensors in Luft:
$$\frac{1}{C_L} = \frac{1}{C_{iL}} + \frac{1}{C_{xL}}$$

$$C_{xL} = \frac{0.0556 \cdot 1}{\ln\left(\frac{d_{a1}}{d_{i2}}\right)} \cdot (1 - h) \quad C_{iL} = \frac{0.0556 \cdot 2.3}{\ln\left(\frac{d_{i2}}{d_{i1}}\right)} \cdot (1 - h)$$



Die Gesamtkapazität ergibt sich dann aus der Parallelschaltung von C_W und C_L ($C = C_W + C_L$)

Der Wasserstand kann wie gehabt, nach Ermittlung der Kapazitäten von leerem und vollem Rohr, errechnet werden.

$$h = \frac{L \cdot (C_{\text{gemessen}} - C_{\text{min}})}{C_{\text{max}} - C_{\text{min}}}$$

Die Temperaturabhängigkeit des Elektrolyten ist weitestgehend ausgeschaltet, sofern dessen Leitfähigkeit viel grösser ist als die Leitfähigkeit der Isolierung des Innenleiters. (Dies ist z.B. bei (Leitungs-)Wasser immer gegeben).

Die Herstellung des Sensors ist ein bisschen knifflig, da die Innenelektrode auf einer Seite nicht befestigt werden kann. Am einfachsten ist es, man nimmt ein dünnes Messingröhrchen (vom Baumarkt) und isoliert dieses mit einem Schrumpfschlauch, sodaß das Messing nicht mit dem Elektrolyten in Berührung kommt. Nun ist nur noch die Kunst gefragt Messingröhrchen und Edelstahl-(oder Kupferrohr) so an einer Halterung zu befestigen, daß die beiden Rohre so konzentrisch wie möglich sind. Je nach Aussenrohrdurchmesser geht ein Durchgebohrter Plastiksektorkorken recht gut. (Achtung: Entlüftungsbohrung nicht vergessen).

Informationsquellen:

C.Hoffmann	„Das elektromagnetische Feld“ Lehrbuch TU-Wien (Inst.f. theoretische ET)
WIKIPEDIA	Tabelle Epsilon Wasser in Abh. der Temperatur (Internet)
Atmel	Datasheet ATMEGA 8 (Internet)
Fairchild	Datasheet LM311 (Internet)
Borealis	Materialdatenblatt Polyethylen, PVC, Polycarbonat (Internet)