

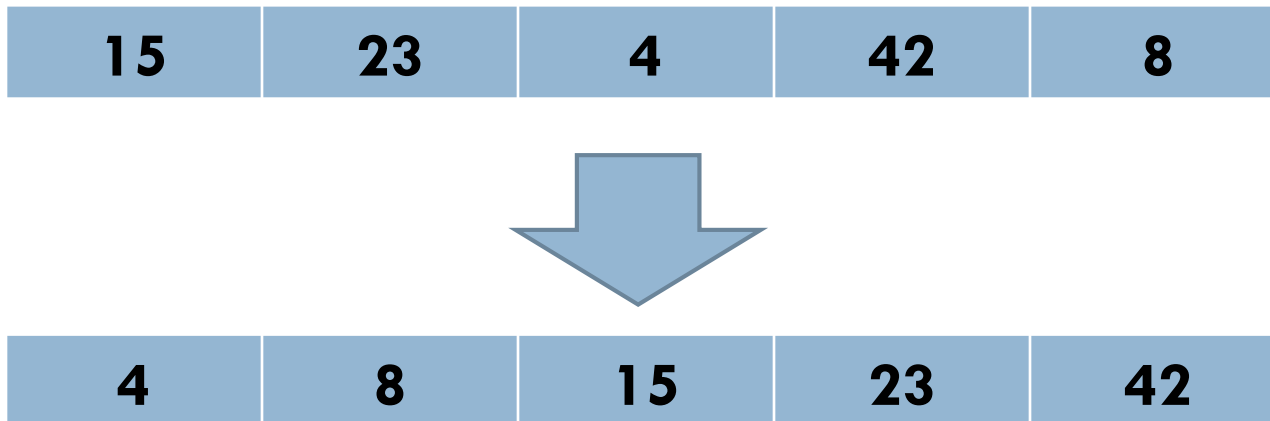
ORDENAÇÃO

Prof. Muriel Mazzetto
Estrutura de Dados

Ordenação

2

- Organizar os elementos em uma ordem específica:
 - Em um conjunto de n chaves $\{k_1, k_2, \dots, k_n\}$, organizá-lo de forma que $k_1 < k_2 < \dots < k_n$.
 - Exemplo:



Ordenação

3

□ Métodos de ordenação mais conhecidos:

- | | | |
|--|---|--------------------|
| □ BubbleSort (por trocas); | } | Simple |
| □ InsertionSort (por inserção direta); | | Muitas comparações |
| □ SelectionSort (seleção direta); | | Poucas buscas |
| □ HeapSort (seleção em árvore); | } | Poucos elementos |
| □ MergeSort (por intercalação); | | Complexos |
| □ QuickSort (por trocas). | | Poucas comparações |
| | | Muitas buscas |
| | | Vários elementos |

QuickSort

4

- Baseado no paradigma “Dividir e Conquistar”:
 - ▣ Divide o problema original em problemas menores e semelhantes.
 - ▣ Vetor é subdividido múltiplas vezes.
- Procedimento recursivo.
- A **complexidade** varia de acordo com os parâmetros:
 - ▣ Ordenação de entrada e escolha do pivô.

QuickSort

5

□ Passos:

- Dividir: escolher um elemento como pivô, dividindo o vetor de forma que os elementos à esquerda sejam menores que o pivô, e os elementos à direita sejam maiores.
- Conquistar: realizar o procedimento de divisão para cada subvetor criado (recursão).
- Combinar: após subdividir todos os elementos do vetor, os dados estarão ordenados.

QuickSort

6

- Selecionar o pivô: primeiro elemento.
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.

QuickSort

7

- Selecionar o pivô: primeiro elemento.
 - ▣ Existem outros métodos de seleção.
 - Meio do vetor, Aleatório, Média de posições, etc.

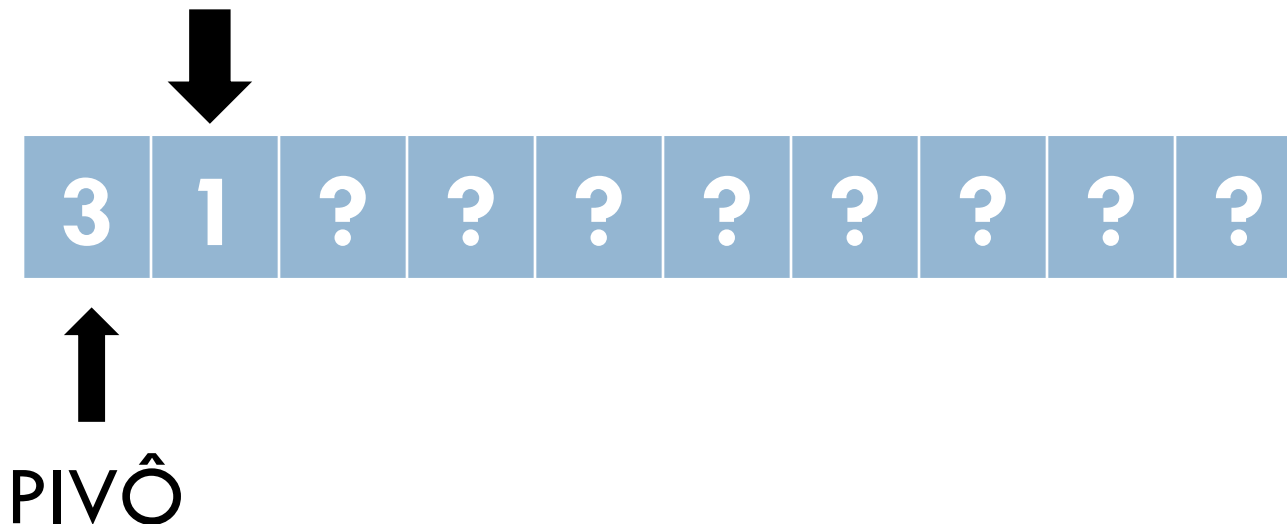


↑
PIVÔ

QuickSort

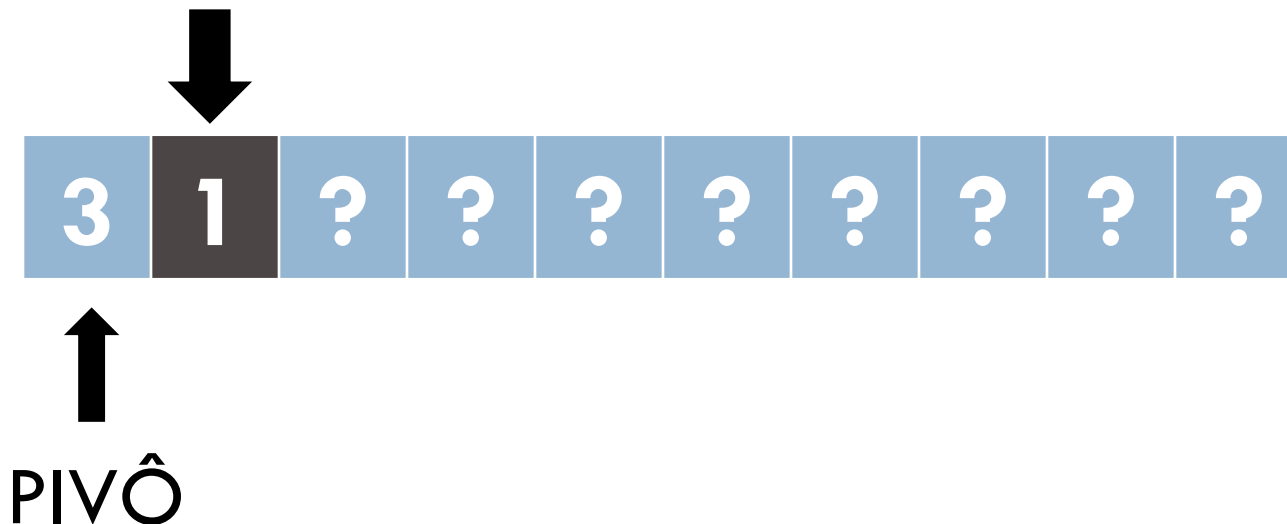
8

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.



9

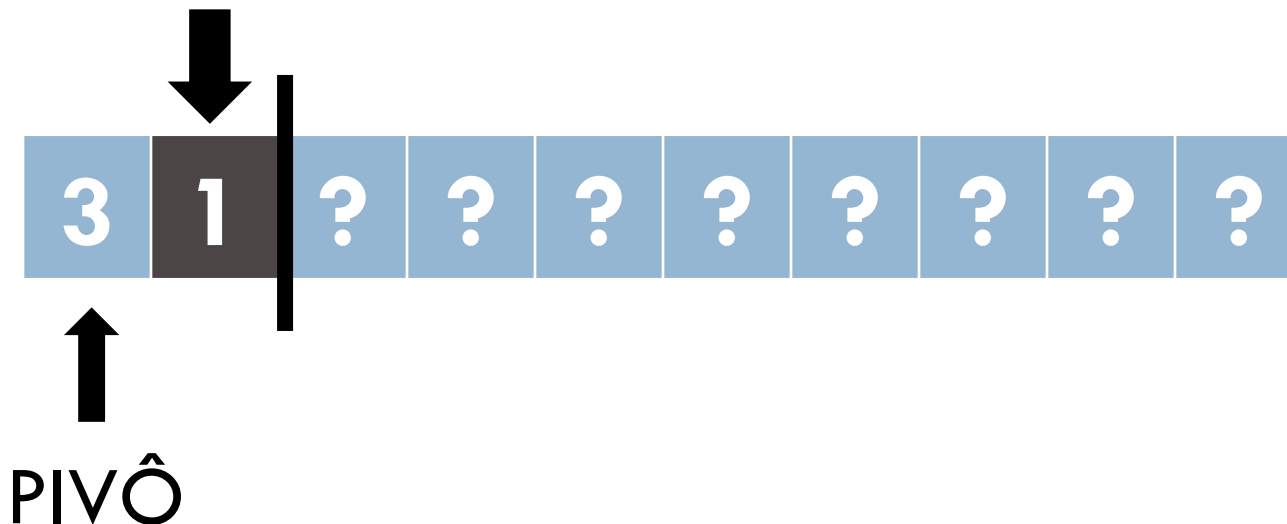
- Menores para a esquerda, maiores para a direita.



QuickSort

10

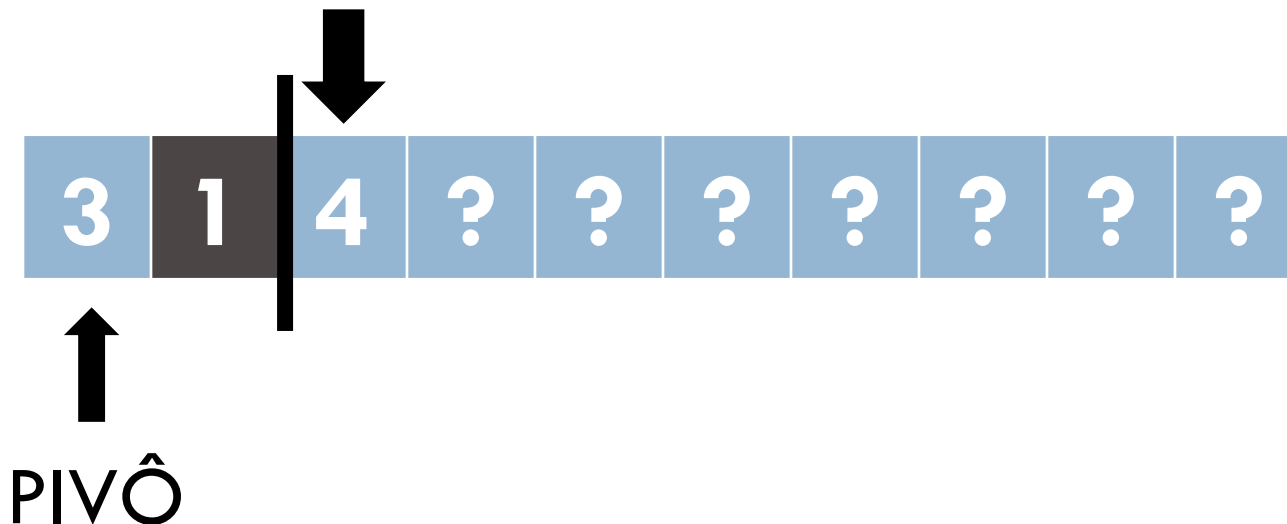
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ **Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.**



QuickSort

11

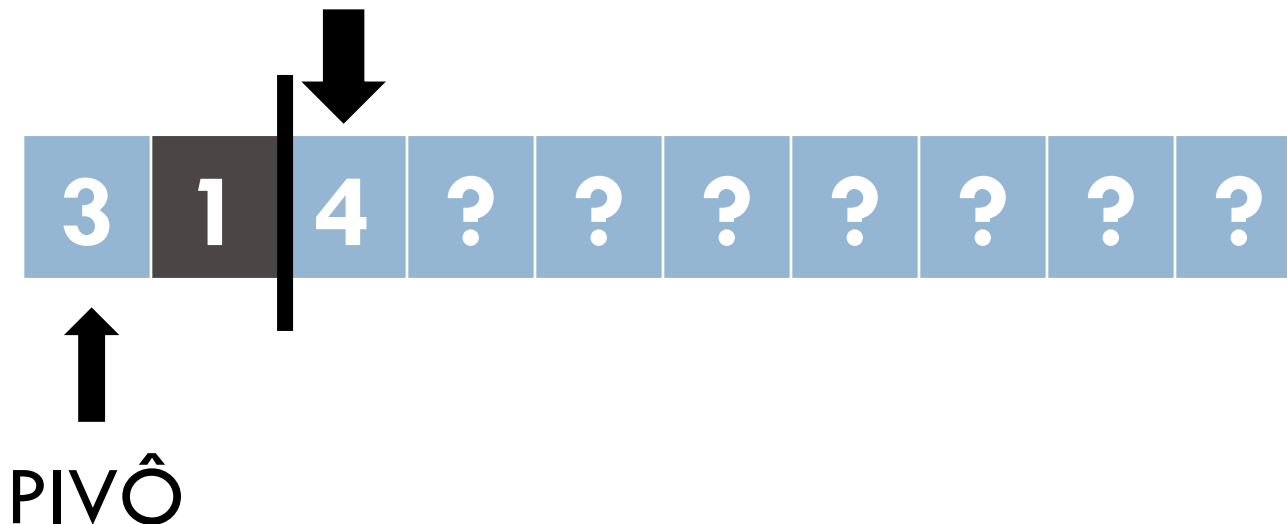
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

12

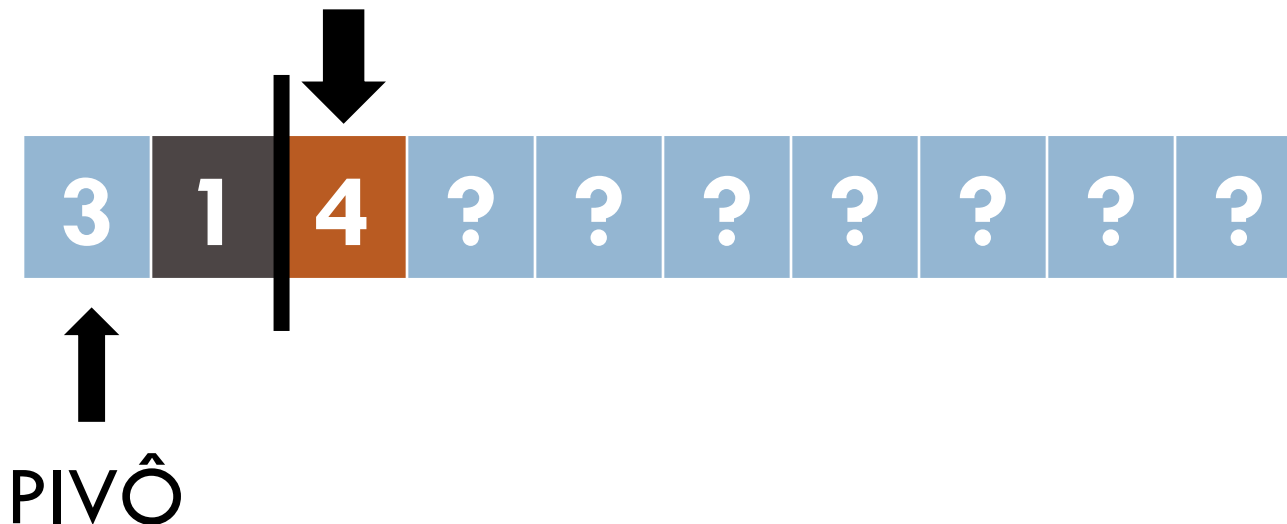
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

13

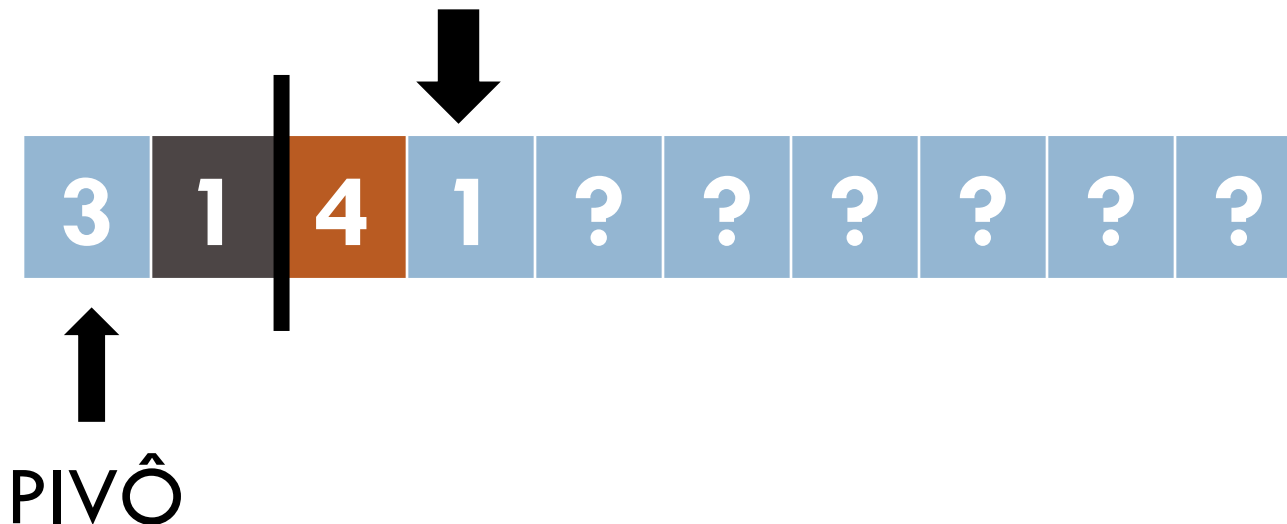
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ **Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.**



QuickSort

14

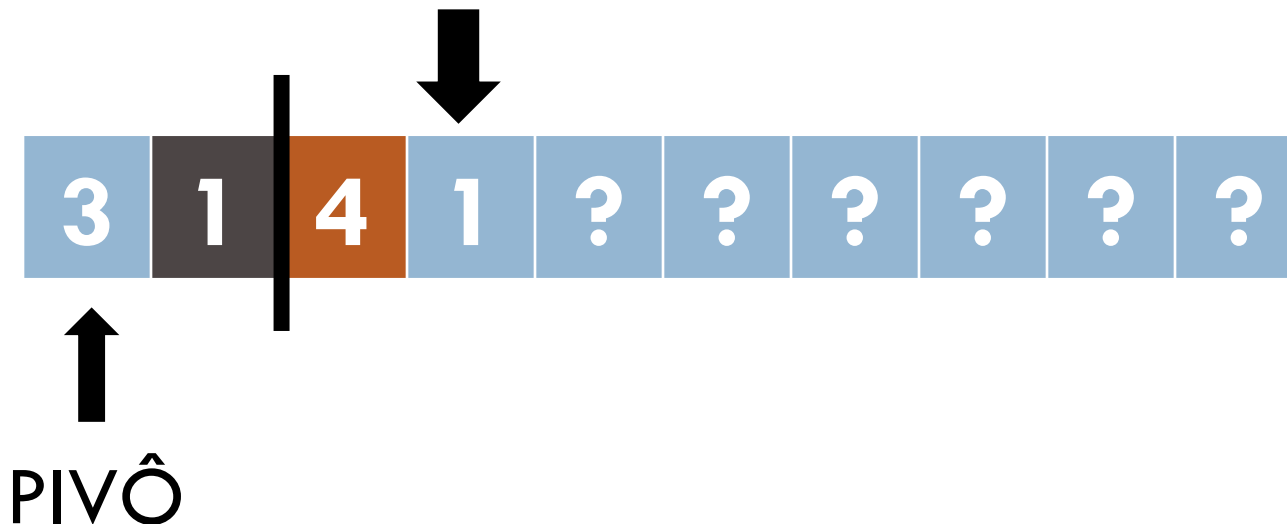
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

15

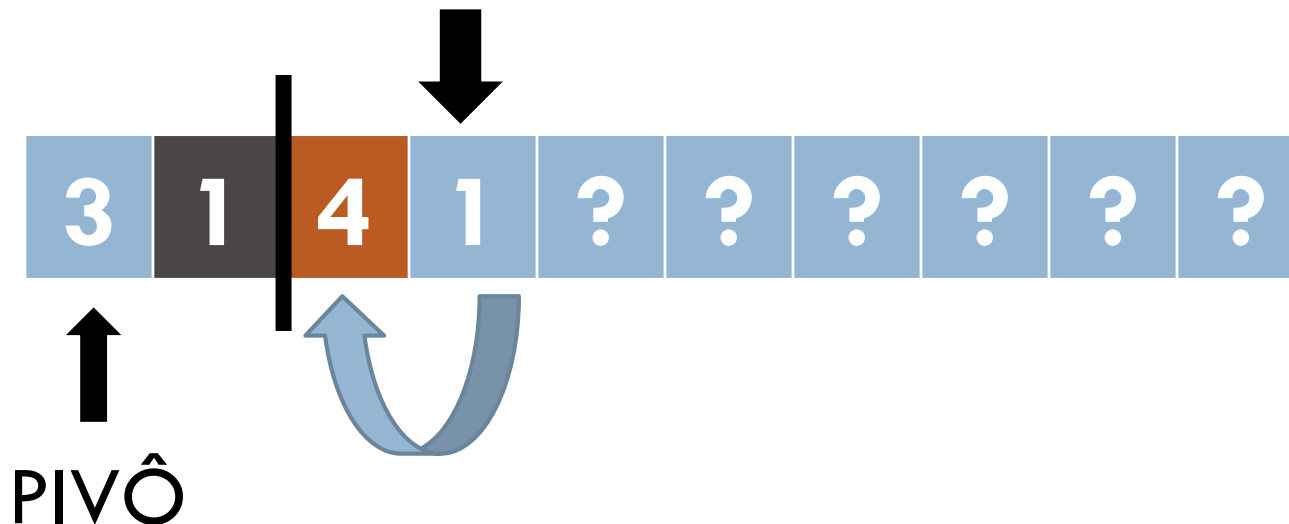
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

16

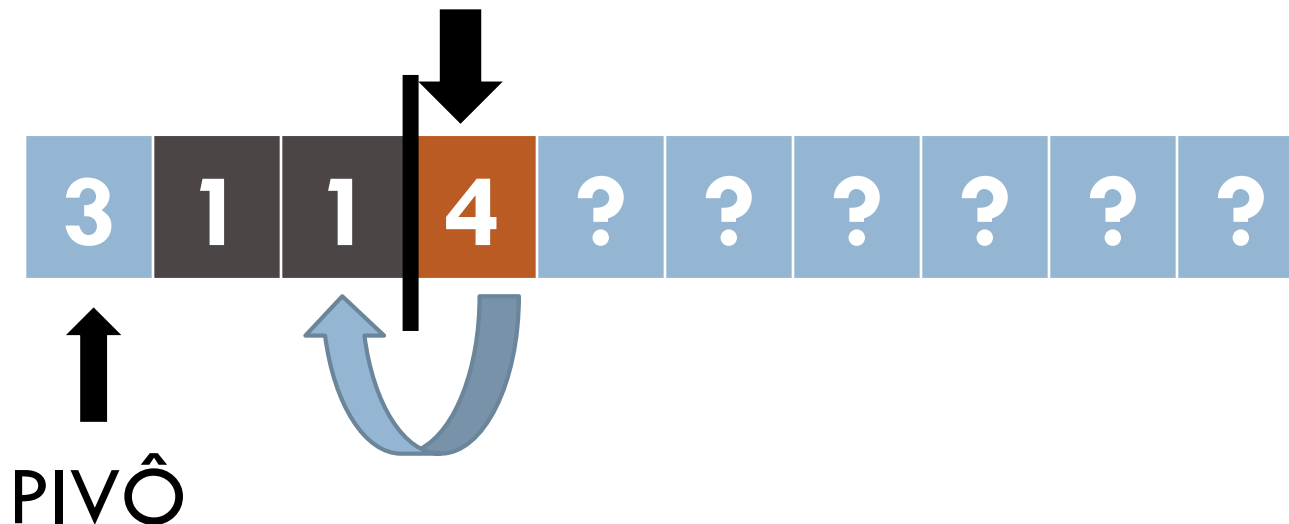
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

17

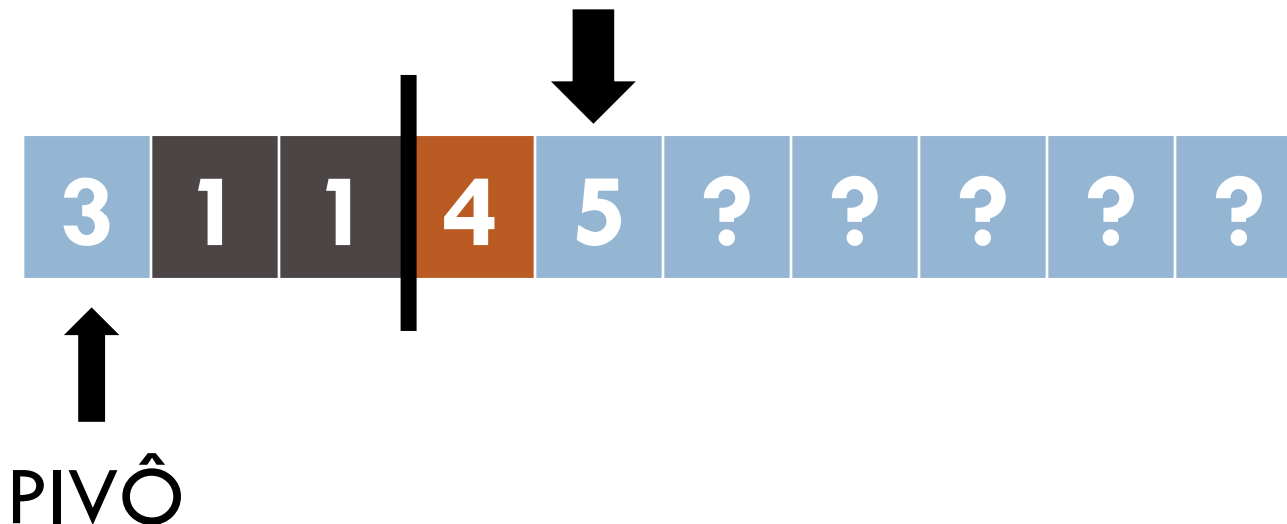
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ **Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.**



QuickSort

18

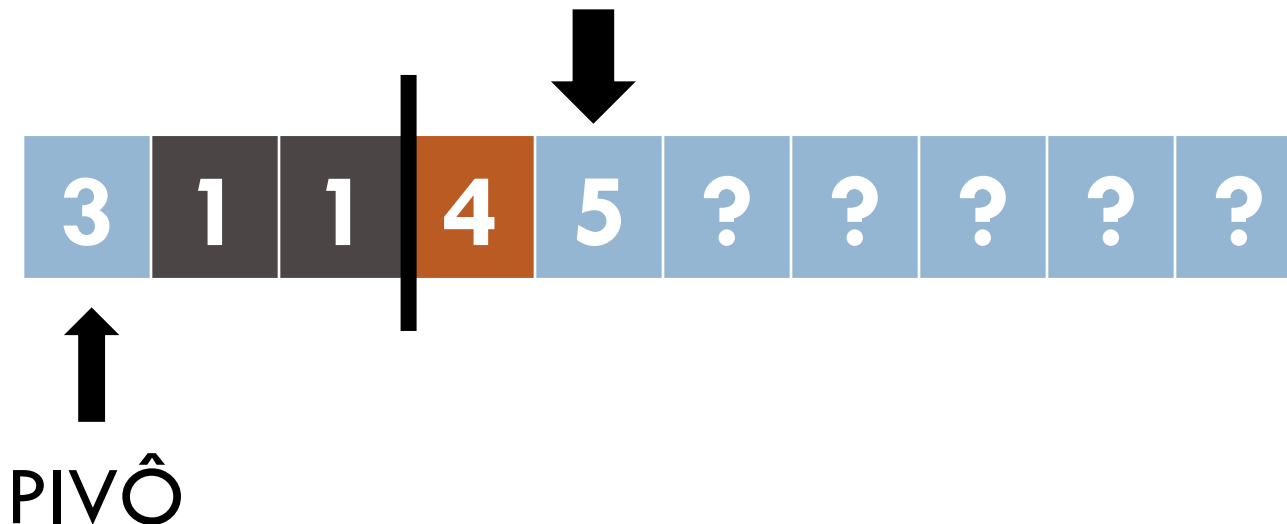
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

19

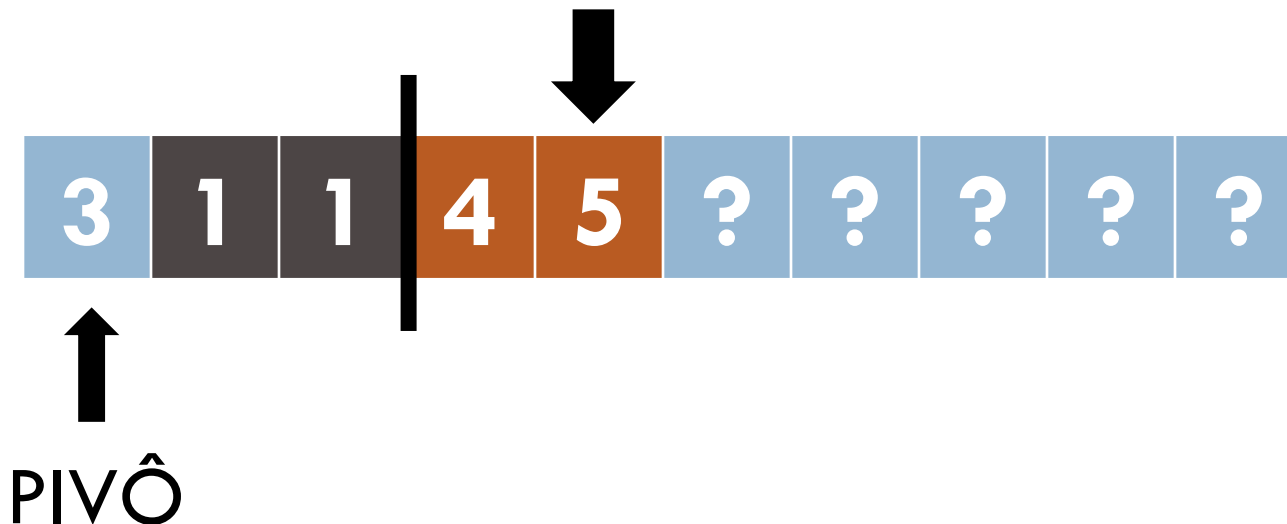
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

20

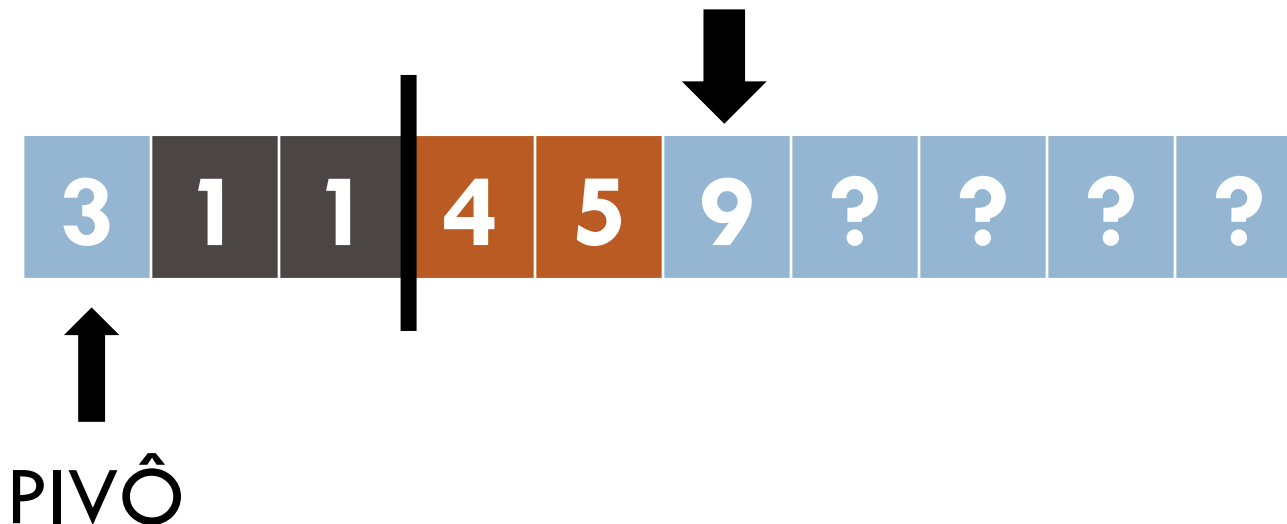
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

21

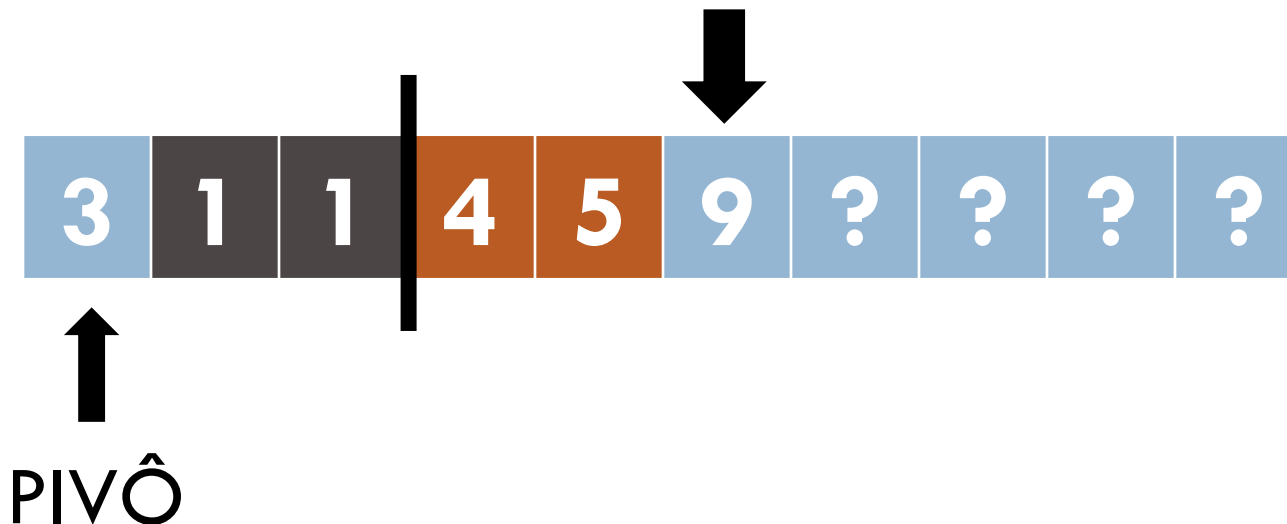
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

22

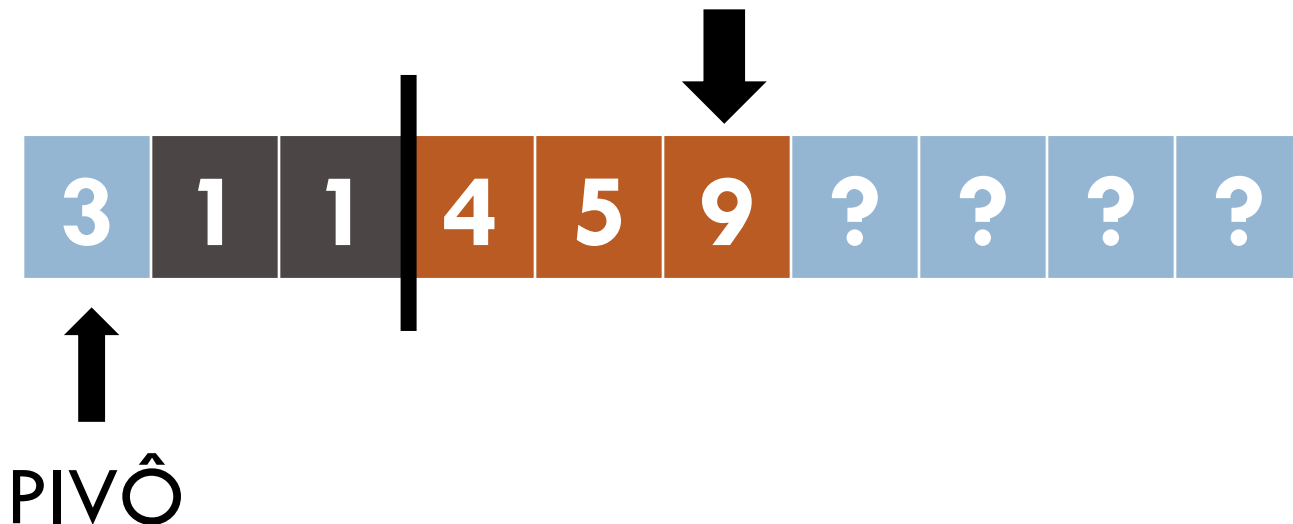
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

23

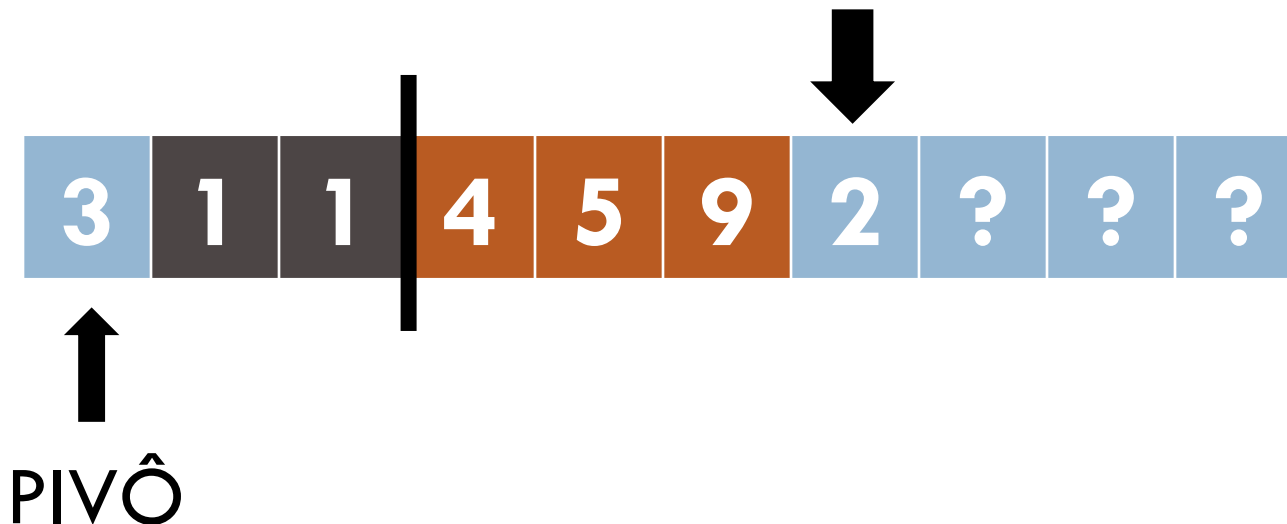
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

24

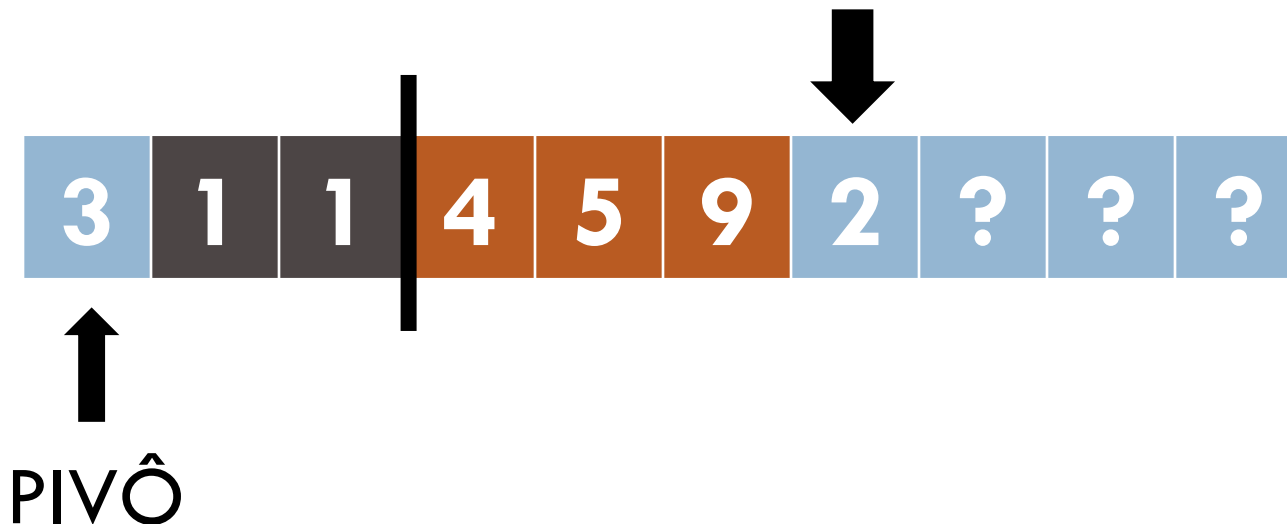
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

25

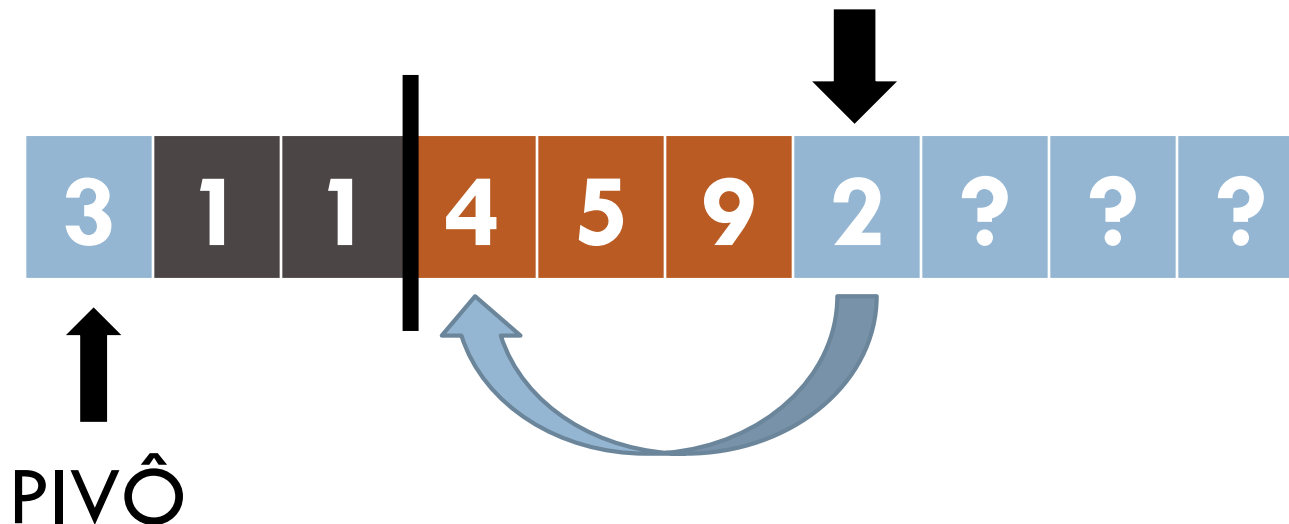
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

26

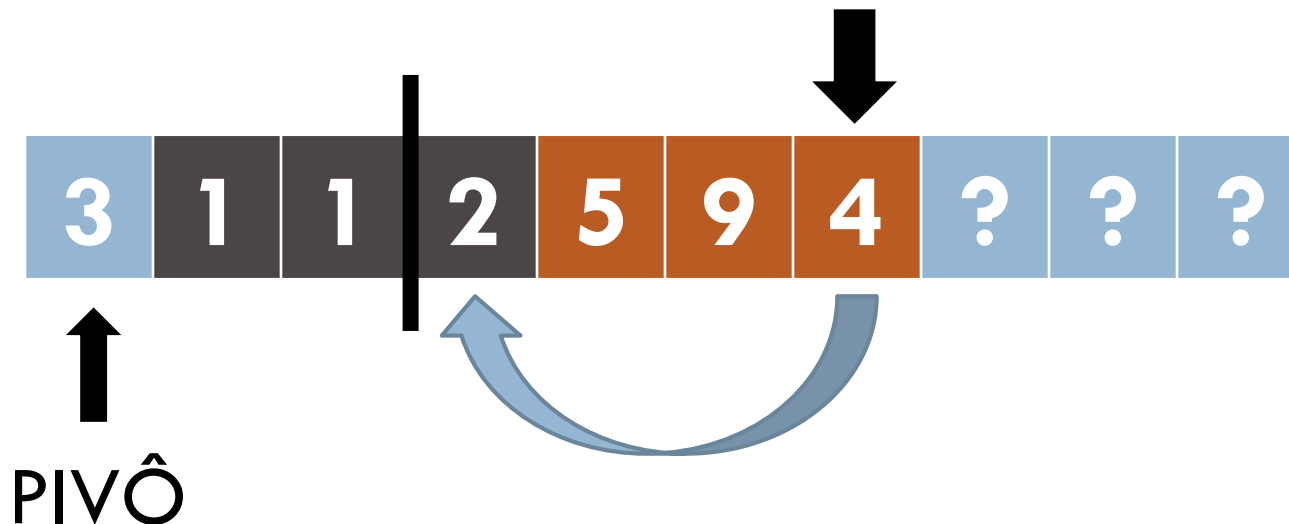
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

27

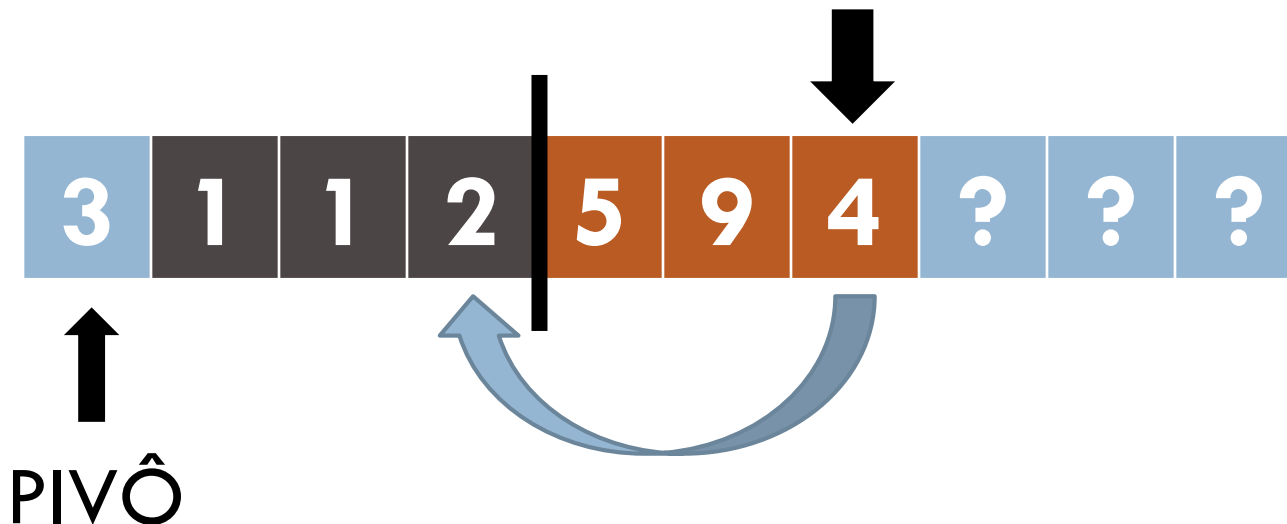
- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

28

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ **Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.**



QuickSort

29

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

30

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

31

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

32

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

33

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

34

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

35

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ Menores para a esquerda, maiores para a direita.
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

36

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

37

- Percorrer o vetor da esquerda para a direita, comparando chaves:
 - ▣ **Menores para a esquerda, maiores para a direita.**
 - **Manter iguais à direita para manter estabilidade.**
 - ▣ Marcar o índice que indica a separação de dir/esq.



QuickSort

38

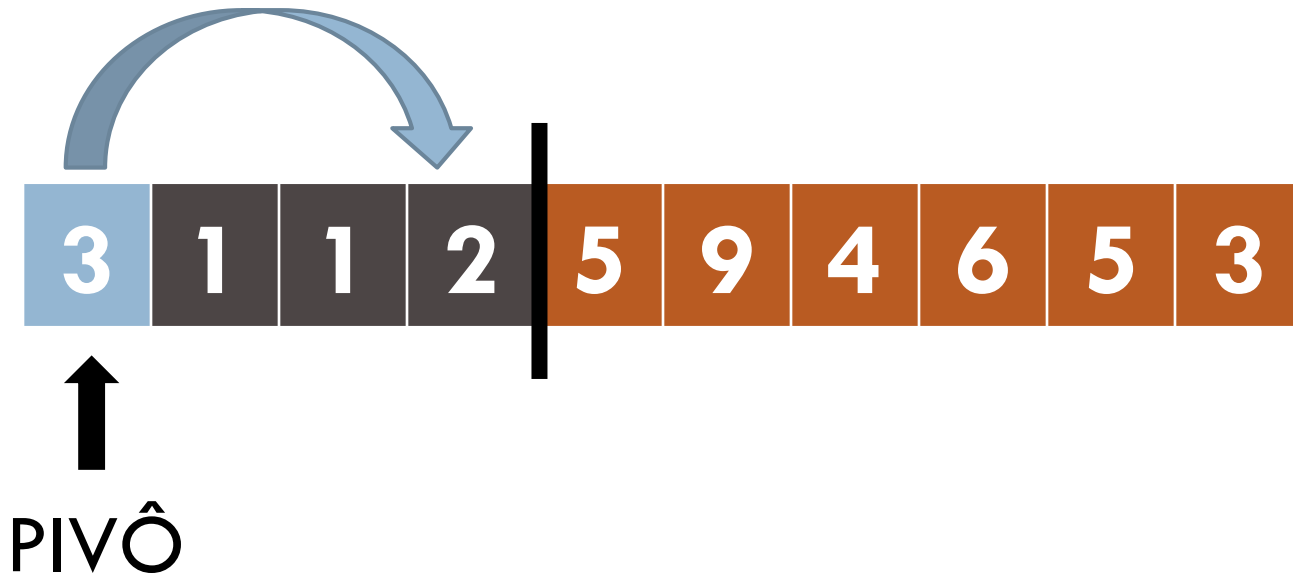
- Posicionar o pivô no local que marca a separação de direita e esquerda.



QuickSort

39

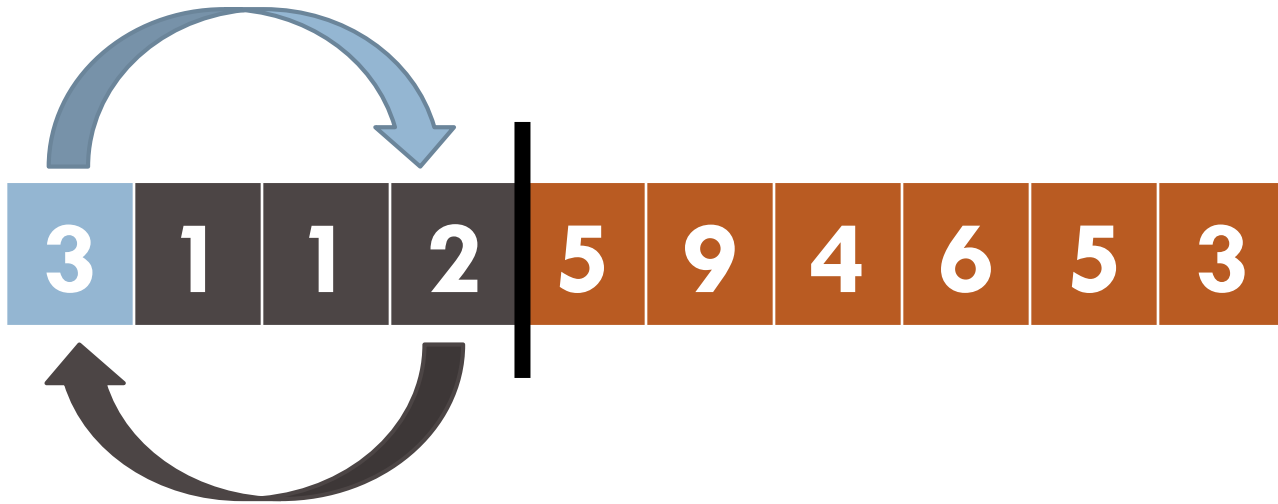
- Posicionar o pivô no local que marca a separação de direita e esquerda.



QuickSort

40

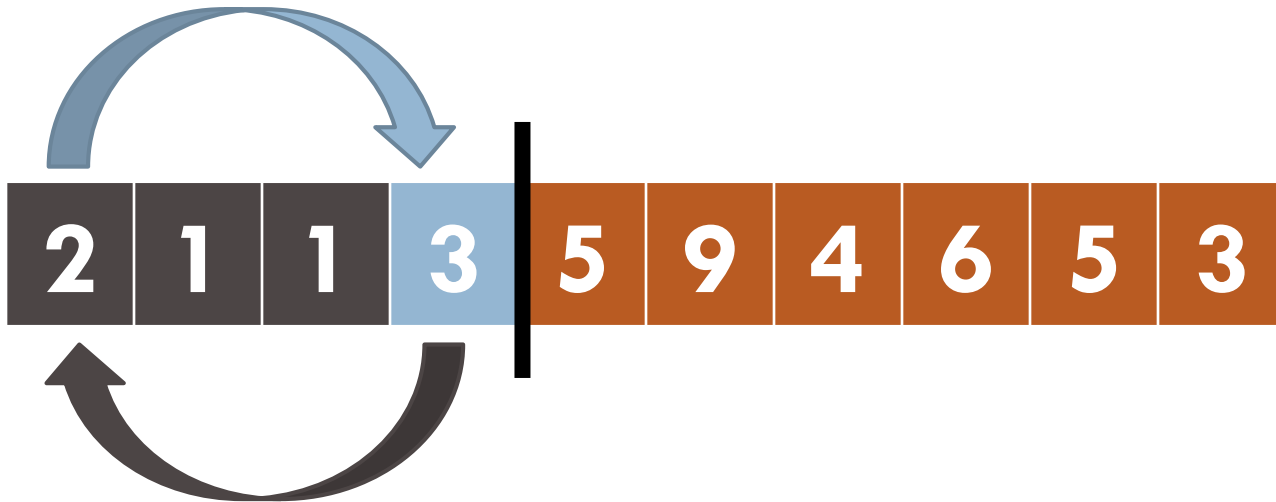
- Posicionar o pivô no local que marca a separação de direita e esquerda.



QuickSort

41

- Posicionar o pivô no local que marca a separação de direita e esquerda.
- ▣ Manter menores para a esquerda e maiores para a direita.



QuickSort

42

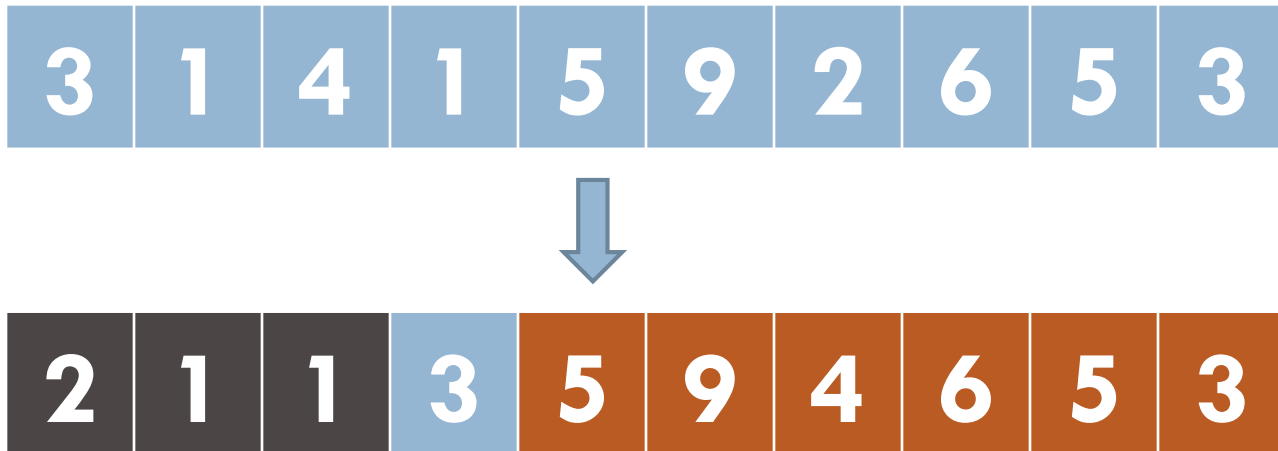
- Posicionar o pivô no local que marca a separação de direita e esquerda.
 - ▣ Manter menores para a esquerda e maiores para a direita.



QuickSort

43

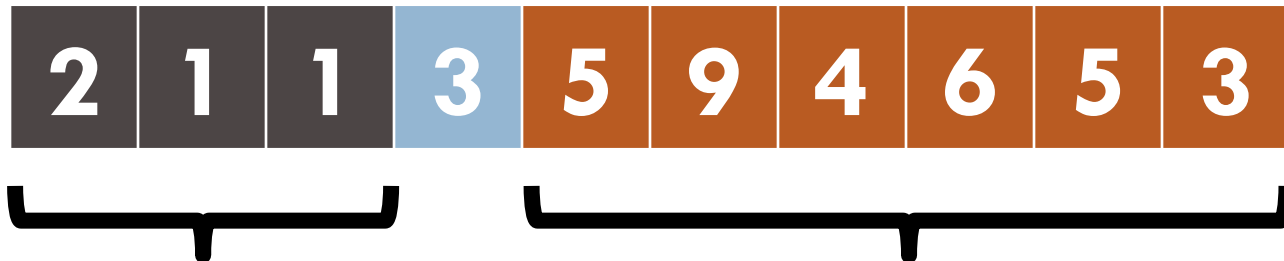
- Posicionar o pivô no local que marca a separação de direita e esquerda.
- ▣ Manter menores para a esquerda e maiores para a direita.



QuickSort

44

- Realizar o mesmo procedimento para cada subvetor criado (esquerda e direita do pivô atual).
- ▣ O pivô atual está fixado na sua posição final, e não será mais alterado.



QuickSort

45

- Exemplo alternativo:
 - ▣ Comparar valores das extremidades.

6 5 3 1 8 7 2 4

QuickSort

46

- Subdivide e organiza recursivamente, até não existir mais partições possíveis.
- Complexidade: $O(n^2)$ no pior caso.
 $O(n \log n)$ no melhor e médio.
- Formas de seleção do pivô influenciam no tempo de execução.
- Pode ser instável.
- Não é adaptável.
- [Vídeo no Youtube](#)

QuickSort

47

- Útil apenas quando se possuem vários elementos.
- Melhoria: em partições pequenas (5 a 20 elementos), utiliza-se uma das funções quadráticas (Selection, Insertion).
- Pior caso: vetor ordenado.
 - ▣ Sempre escolhe o pior pivô (subdivisão ineficiente).
- Melhor pivô é o que consegue subdividir o vetor na metade.

MergeSort

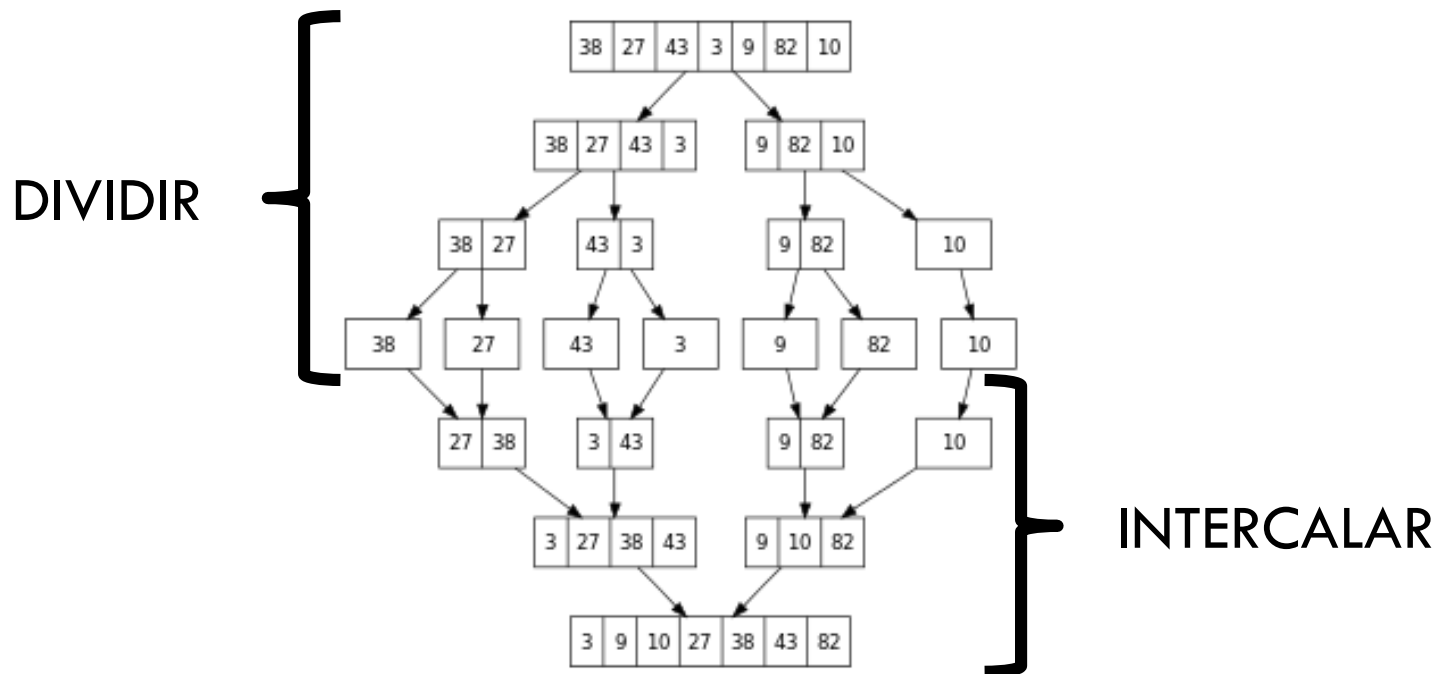
48

- ❑ Baseado no paradigma “Dividir e Conquistar”:
- ❑ Procedimento recursivo.
- ❑ Utiliza a divisão e intercalação de elementos.

MergeSort

49

- Baseado no paradigma “Dividir e Conquistar”:
- Procedimento recursivo.
- Utiliza a divisão e intercalação de elementos.



MergeSort

50

- Utiliza dois procedimentos:

MergeSort

51

- Utiliza dois procedimentos:
 - ▣ MERGE (intercalar): cria dois vetores, cada um correspondente a uma metade do vetor original. Intercala os valores no vetor original.

MergeSort

52

- Utiliza dois procedimentos:
 - ▣ MERGE (intercalar): cria dois vetores, cada um correspondente a uma metade do vetor original. Intercala os valores no vetor original.
 - ▣ MERGE-SORT (ordenação): divide o vetor ao meio, recursivamente, até que os subvetores sejam elementos unitários. Ao fim da chamada recursiva intercala os subvetores utilizando o MERGE (informa índices de início, meio e fim).

MergeSort

53

- Utiliza dois procedimentos:
 - MERGE (intercalar): cria dois vetores, cada um correspondente a uma metade do vetor original. Intercala os valores no vetor original.
 - MERGE-SORT (ordenação): divide o vetor ao meio, recursivamente, até que os subvetores sejam elementos unitários. Ao fim da chamada recursiva intercala os subvetores utilizando o MERGE (informa índices de início, meio e fim).
- Após retornar do último processo recursivo, o vetor está ordenado.

MergeSort

54

- Utiliza dois procedimentos:
 - MERGE (intercalar): cria dois vetores, cada um correspondente a uma metade do vetor original. Intercala os valores no vetor original.
 - MERGE-SORT (ordenação): divide o vetor ao meio, recursivamente, até que os subvetores sejam elementos unitários. Ao fim da chamada recursiva intercala os subvetores utilizando o MERGE (informa índices de início, meio e fim).
- Após retornar do último processo recursivo, o vetor está ordenado.

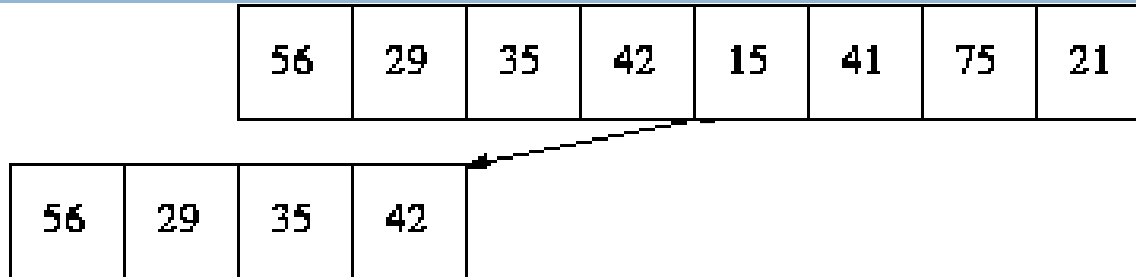
MergeSort

55

56	29	35	42	15	41	75	21
----	----	----	----	----	----	----	----

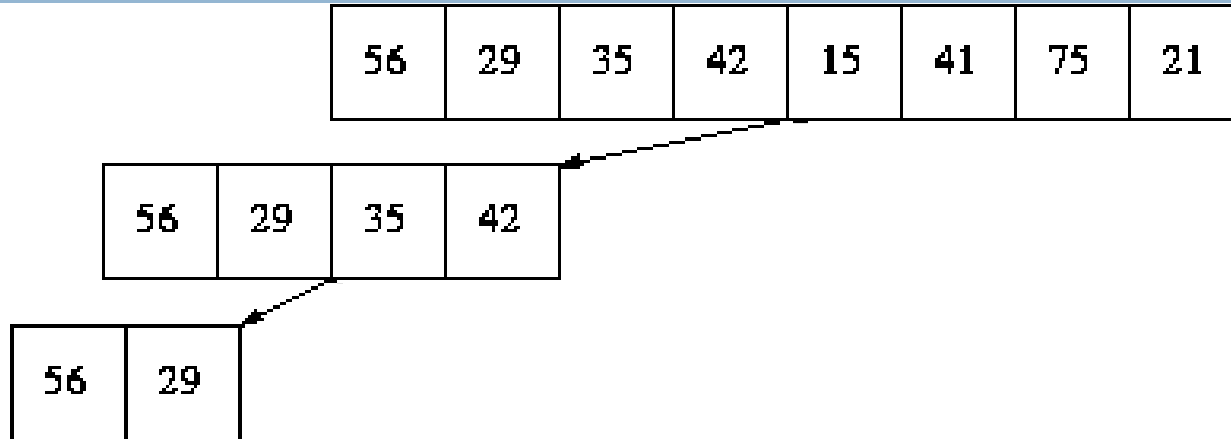
MergeSort

56



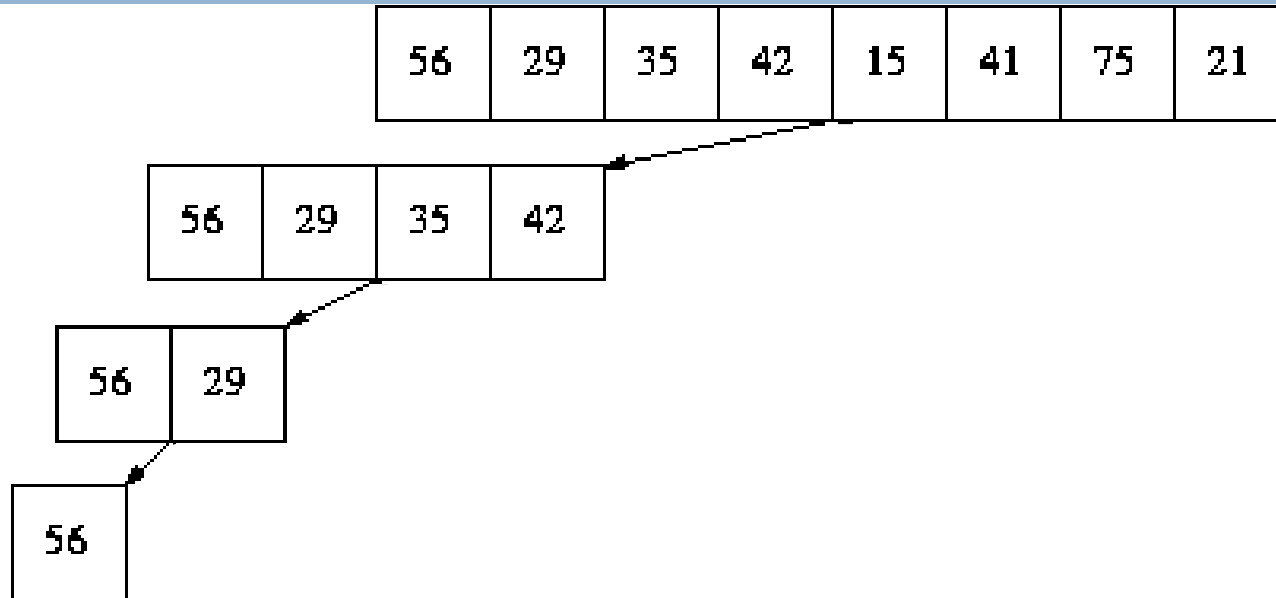
MergeSort

57



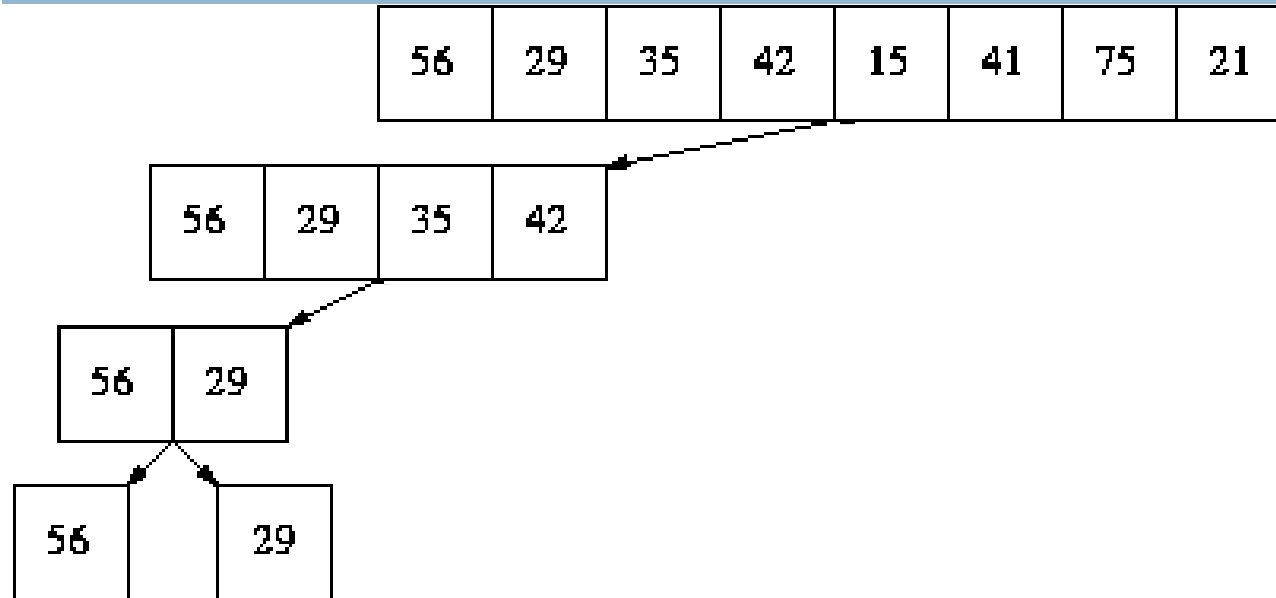
MergeSort

58



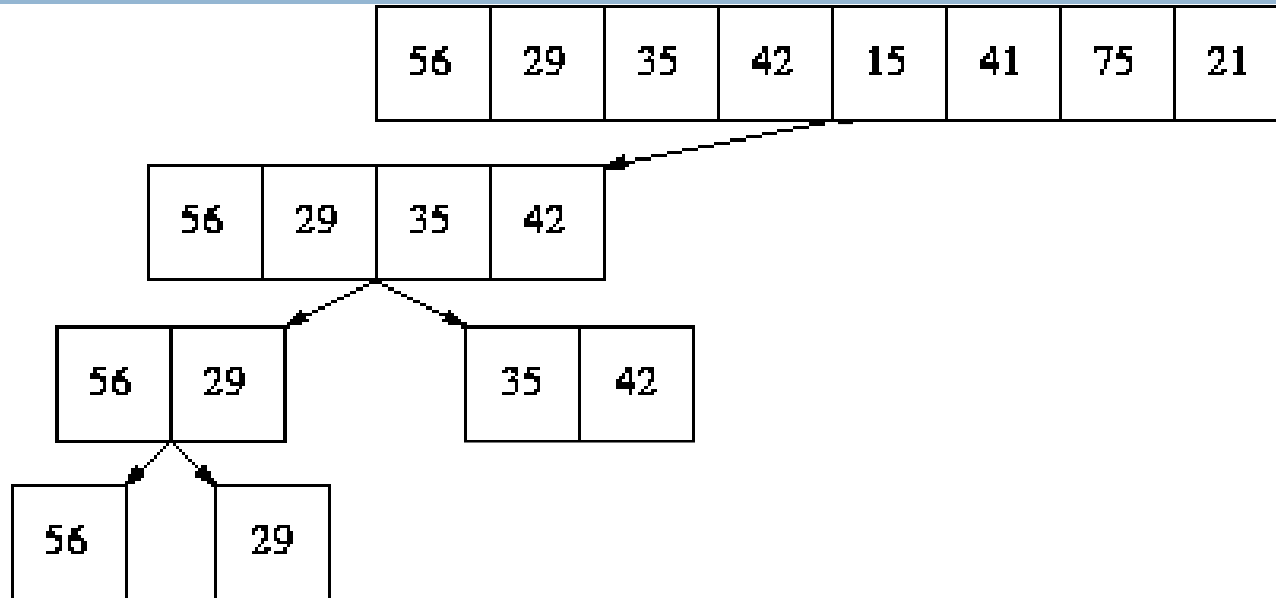
MergeSort

59



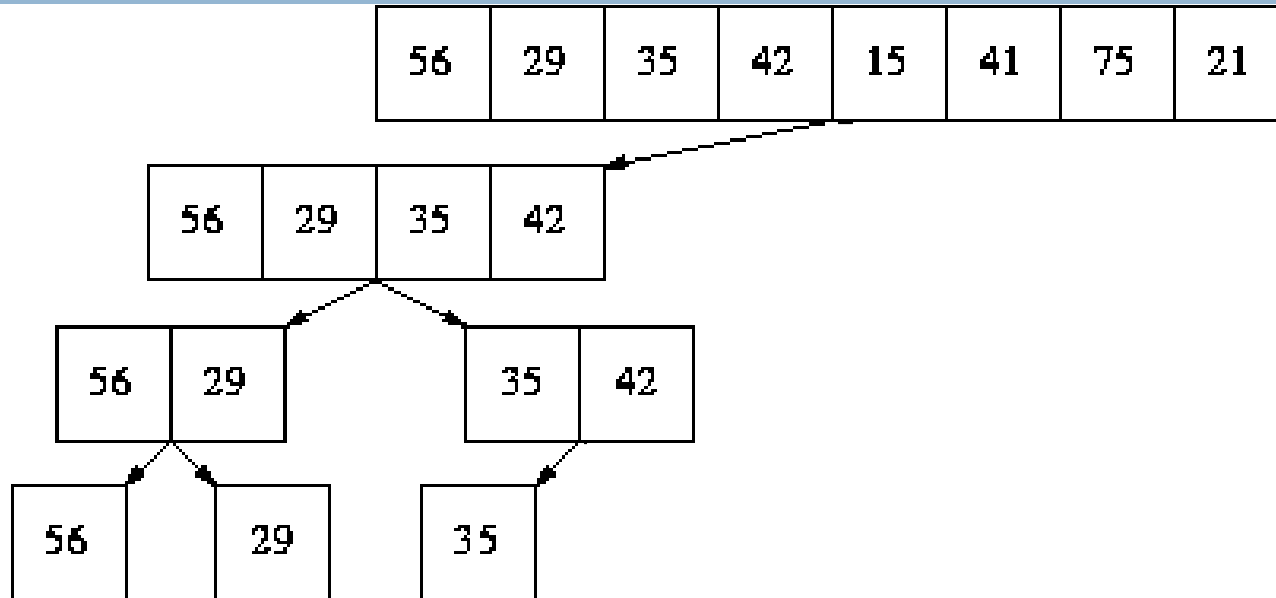
MergeSort

60



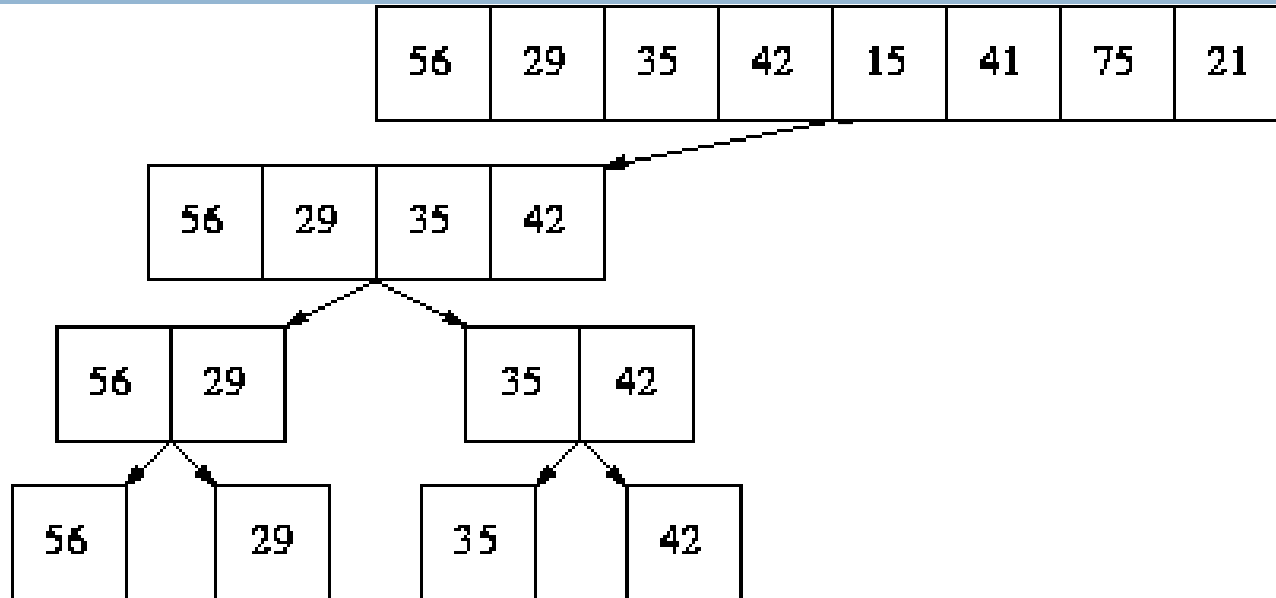
MergeSort

61



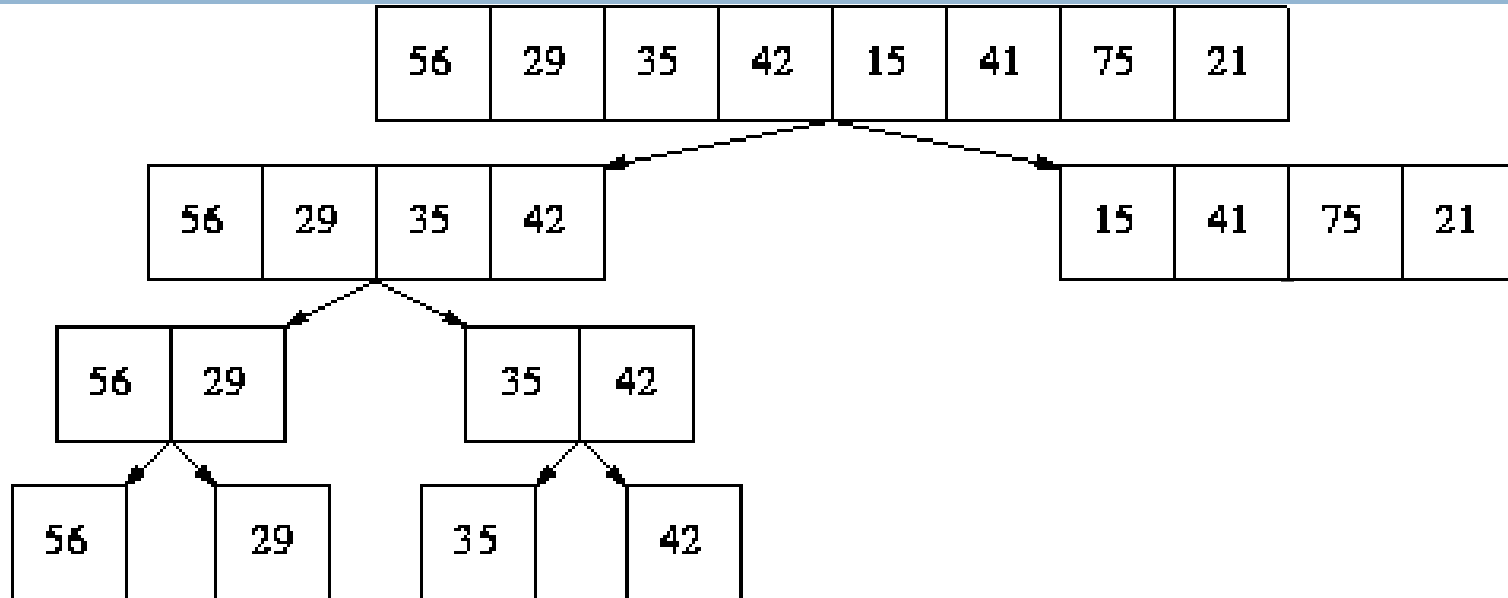
MergeSort

62



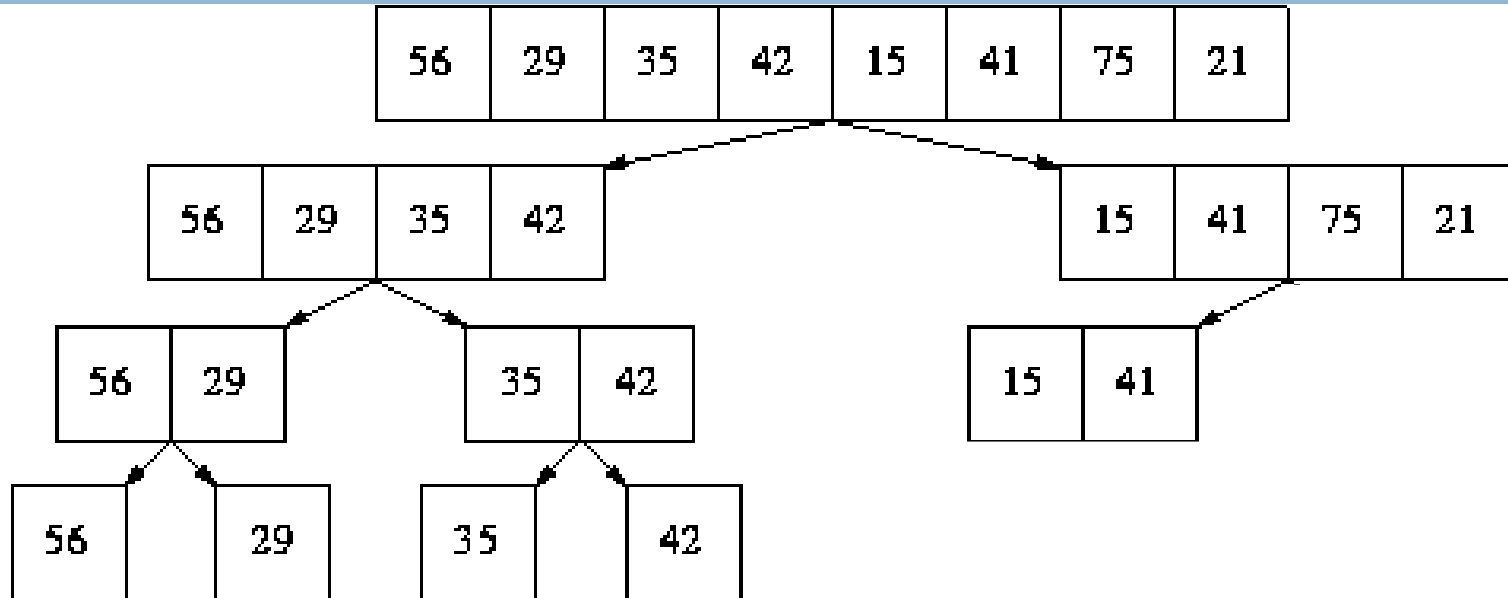
MergeSort

63



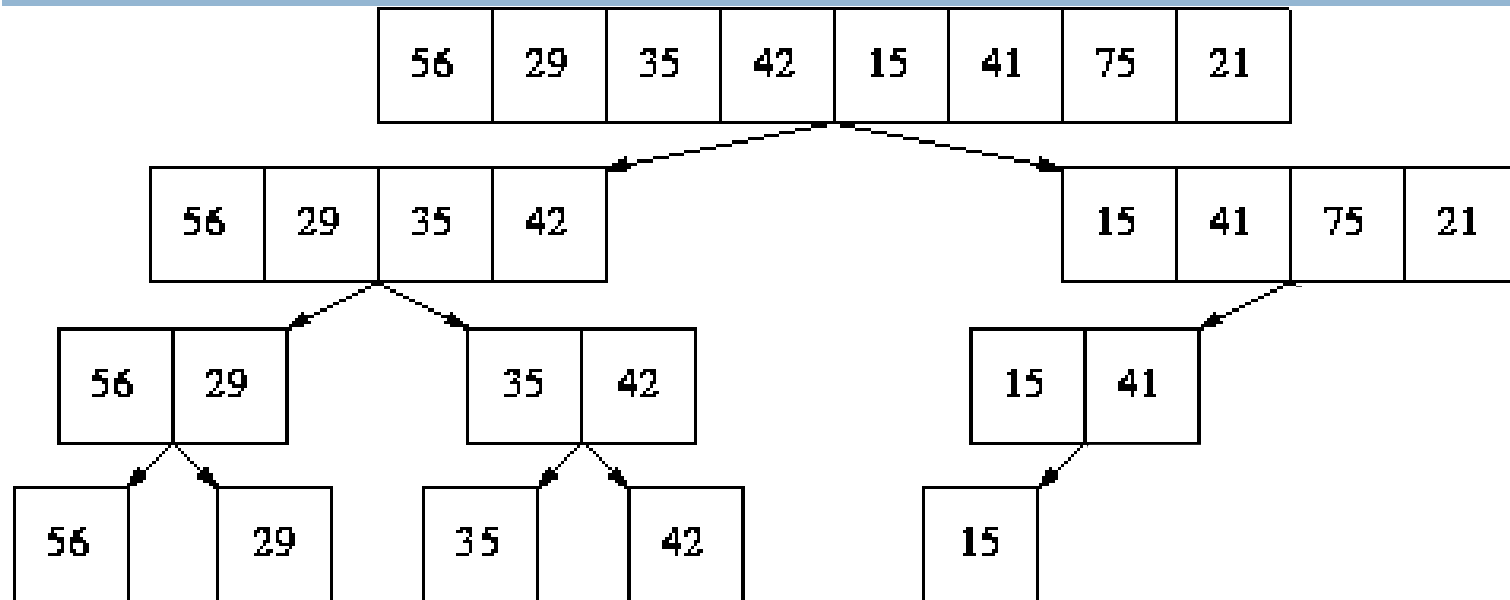
MergeSort

64



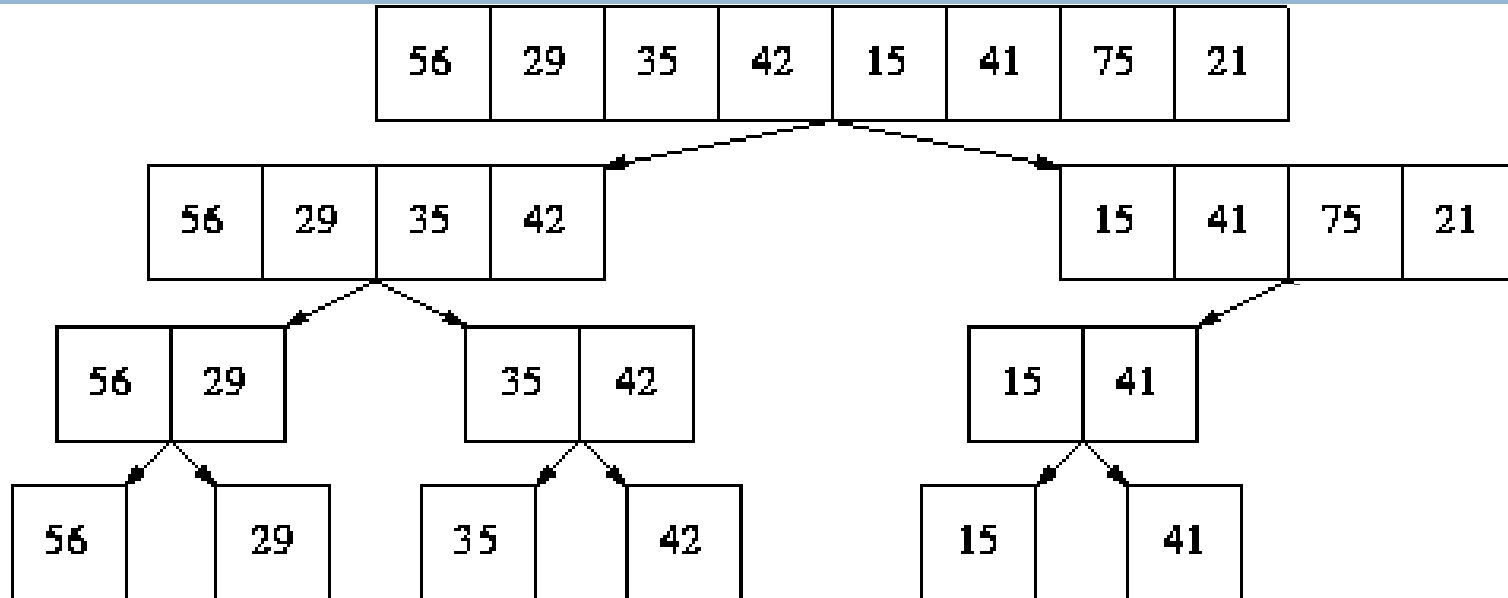
MergeSort

65



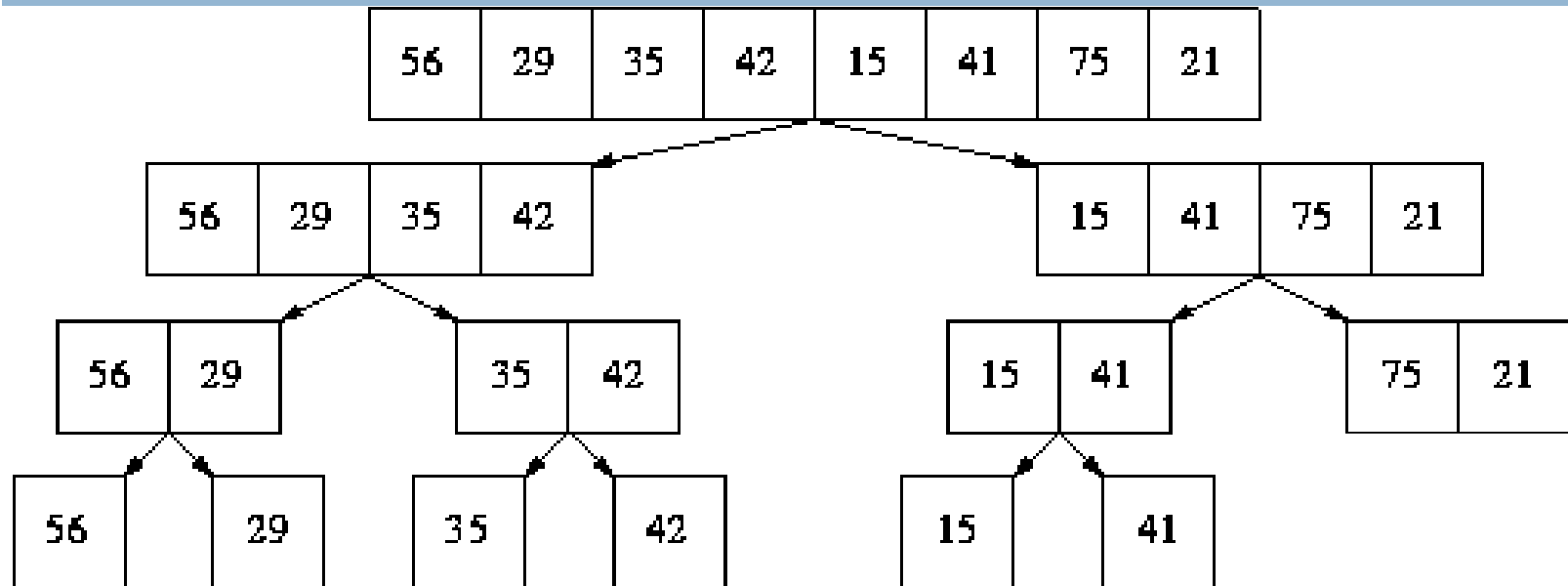
MergeSort

66



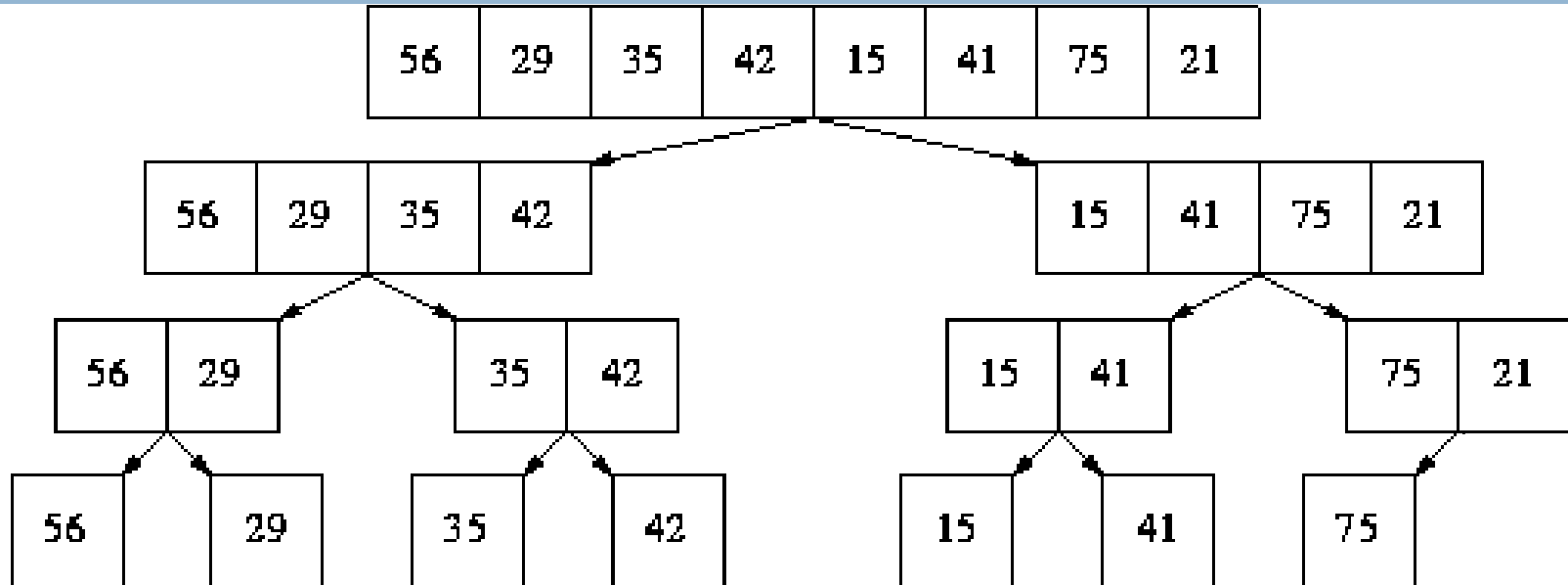
MergeSort

67



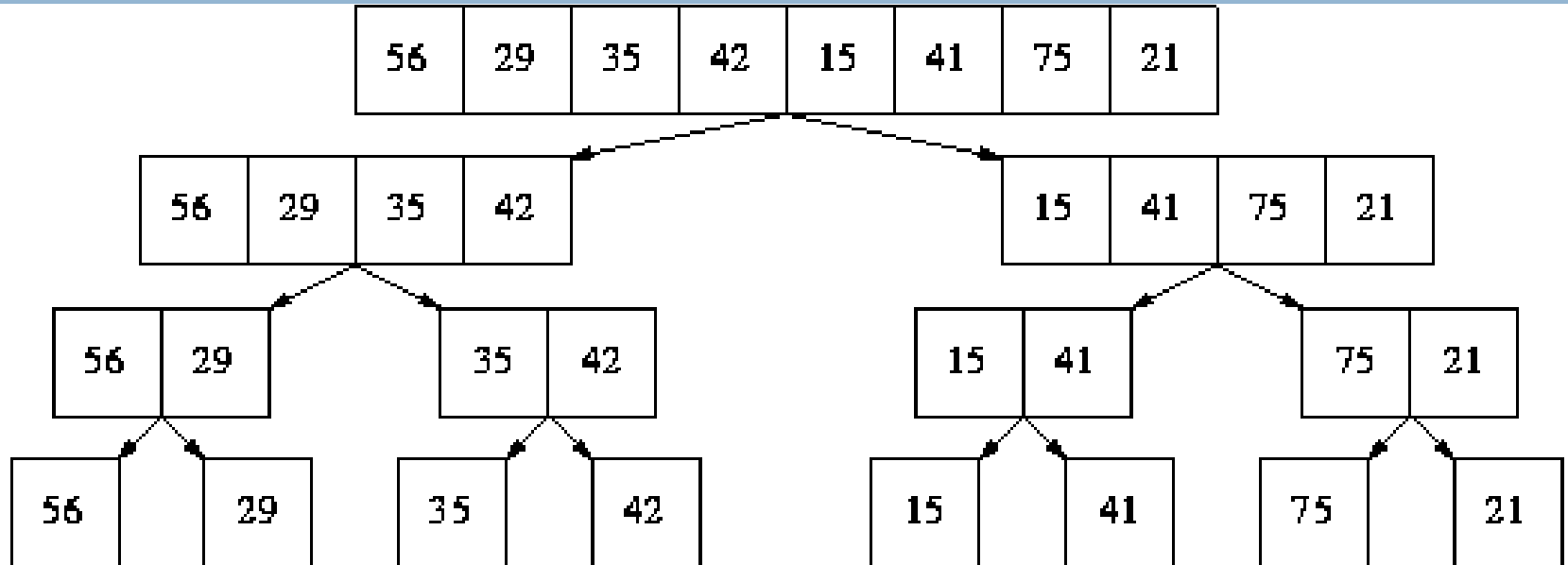
MergeSort

68



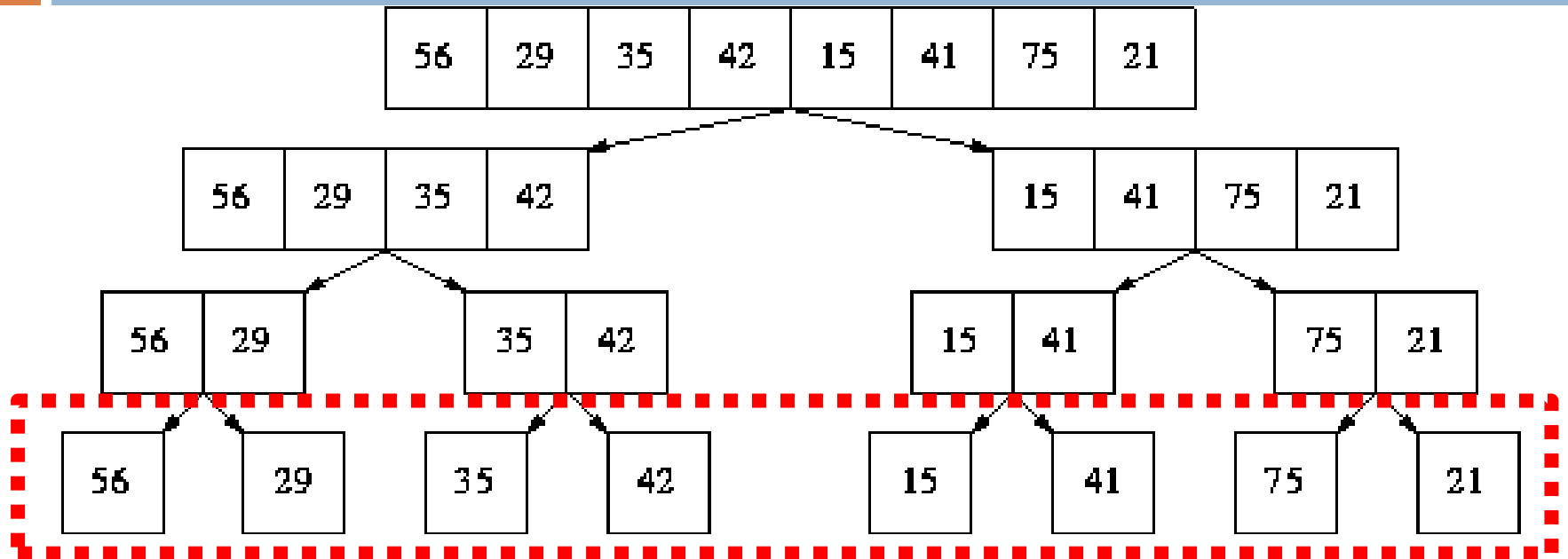
MergeSort

69



MergeSort

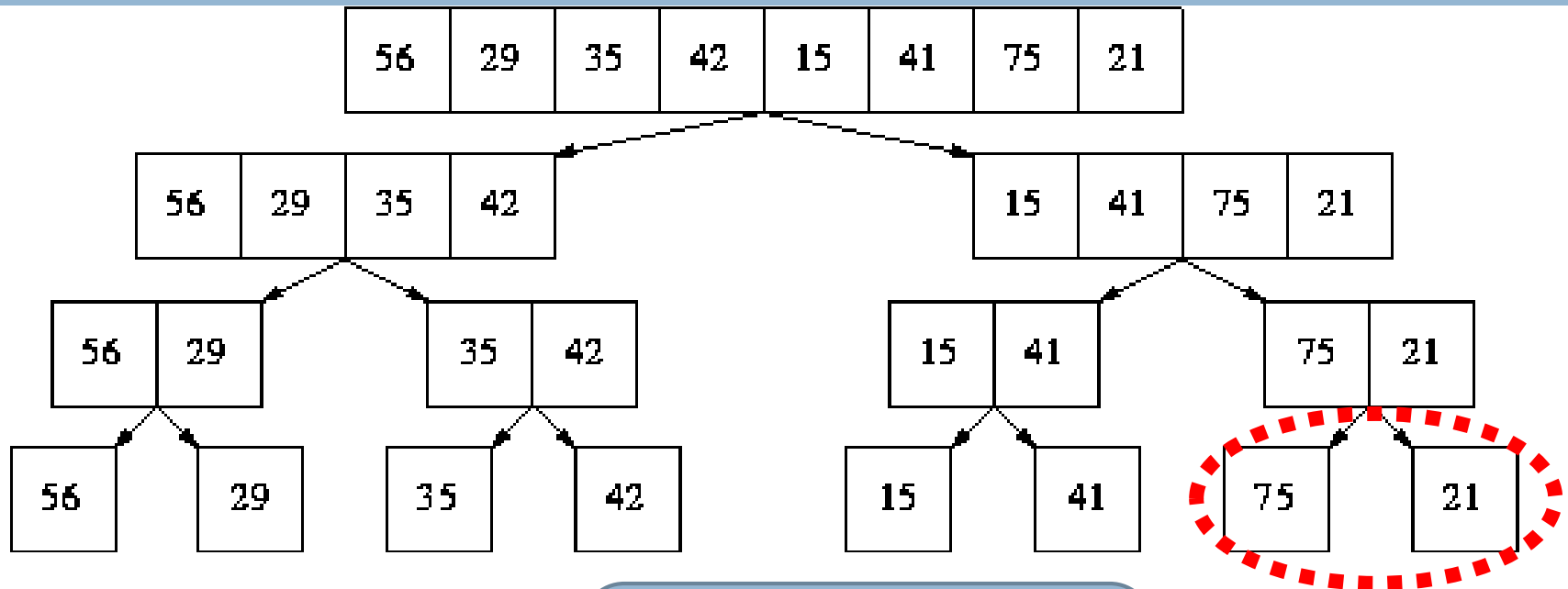
70



INTERCALAR VETORES

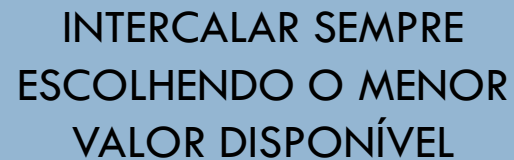
MergeSort

71



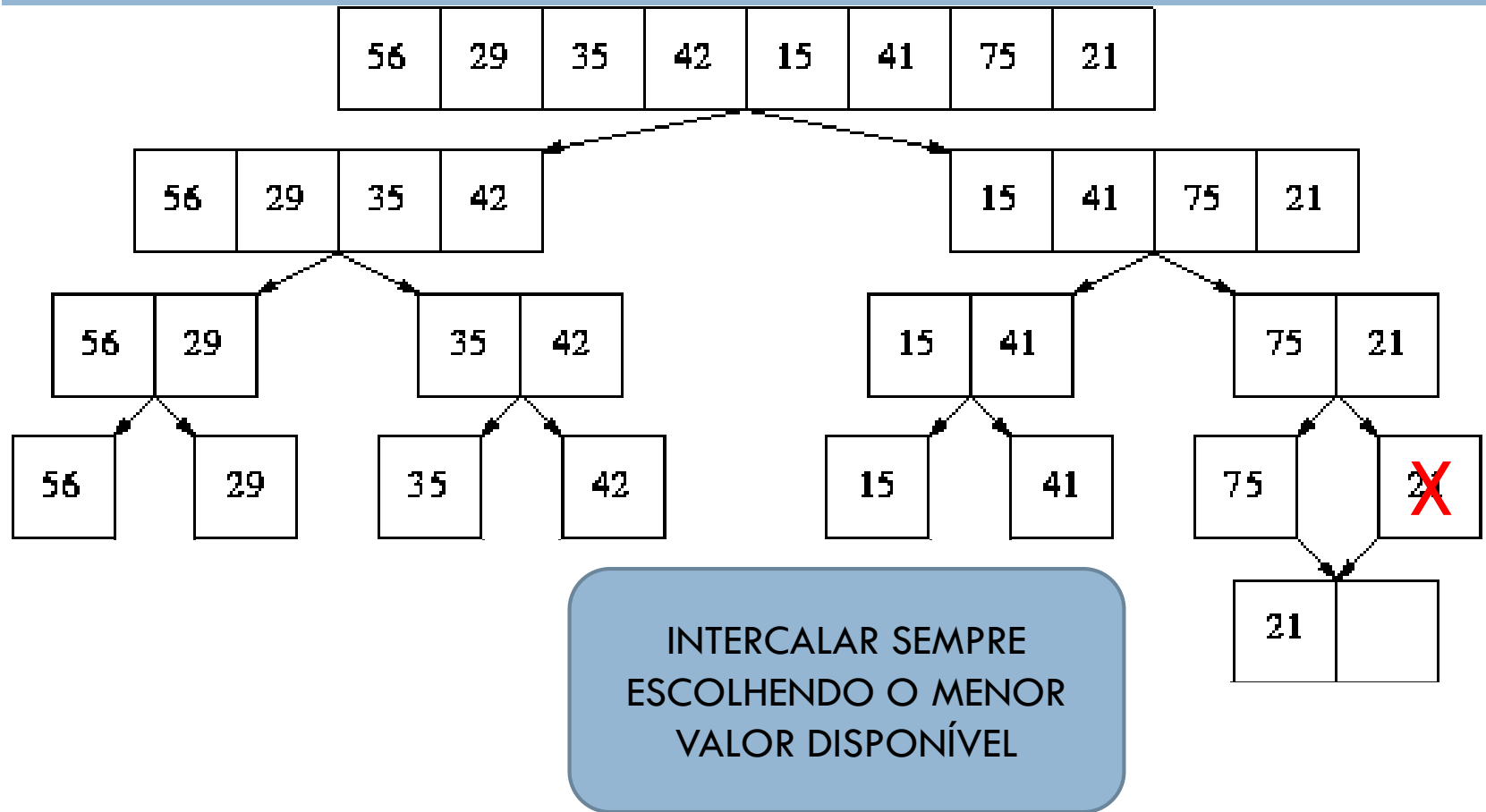
INTERCALAR SEMPRE
ESCOLHENDO O MENOR
VALOR DISPONÍVEL

72



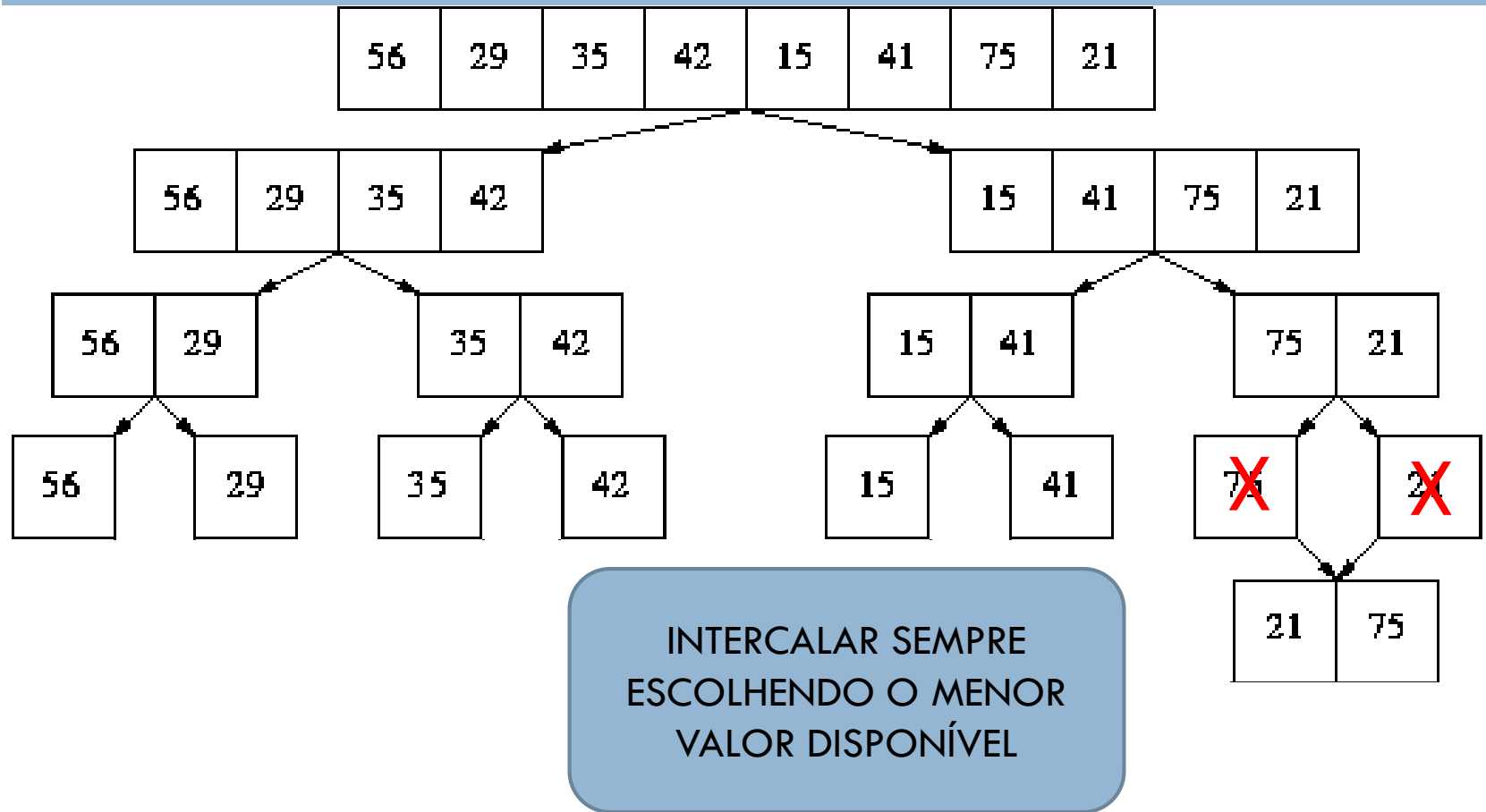
MergeSort

73

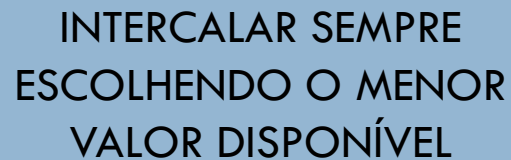


MergeSort

74

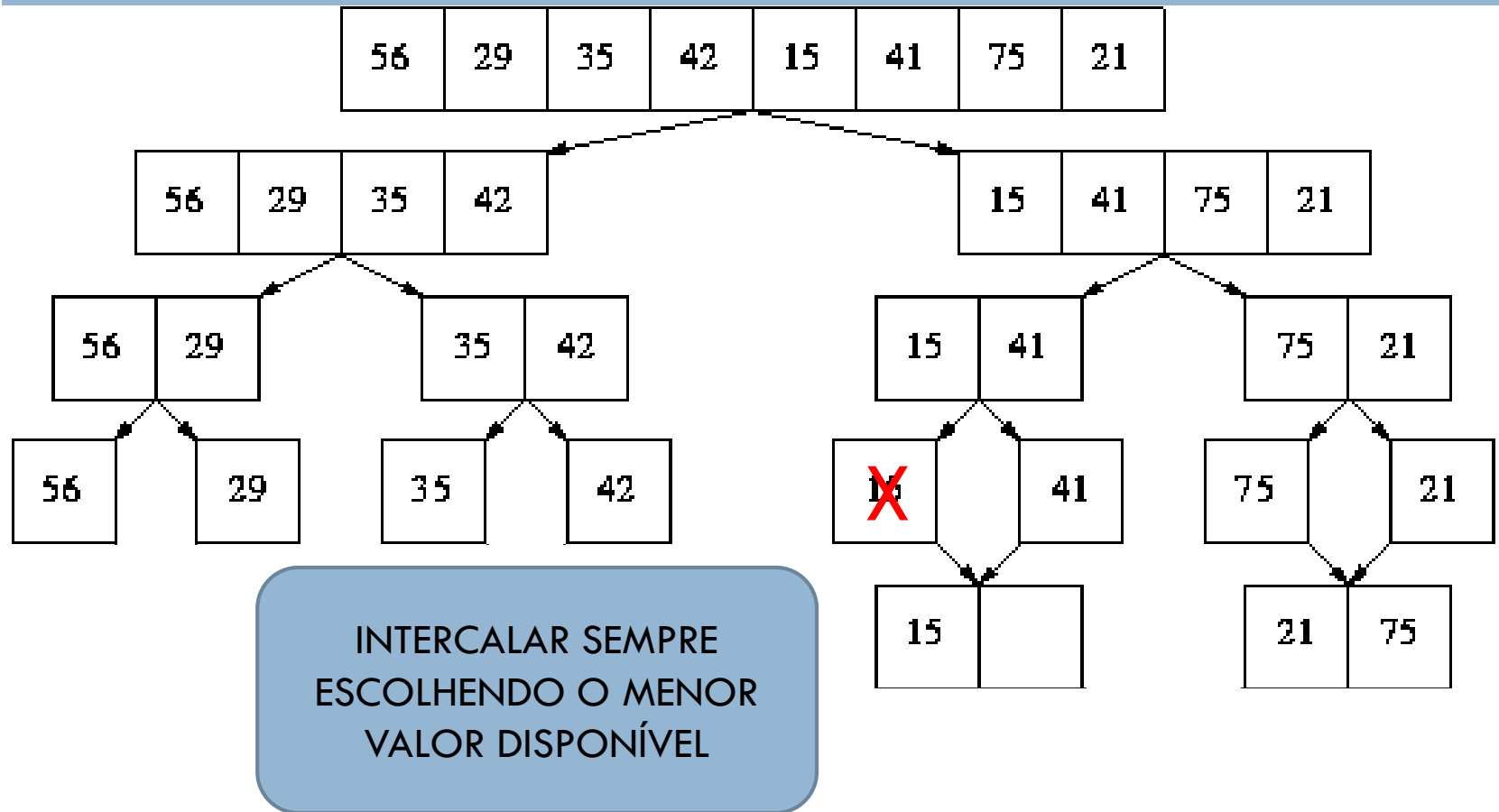


75

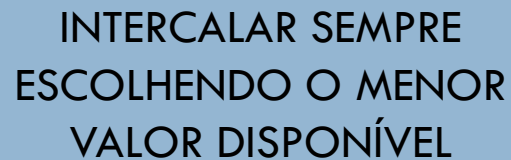


MergeSort

76

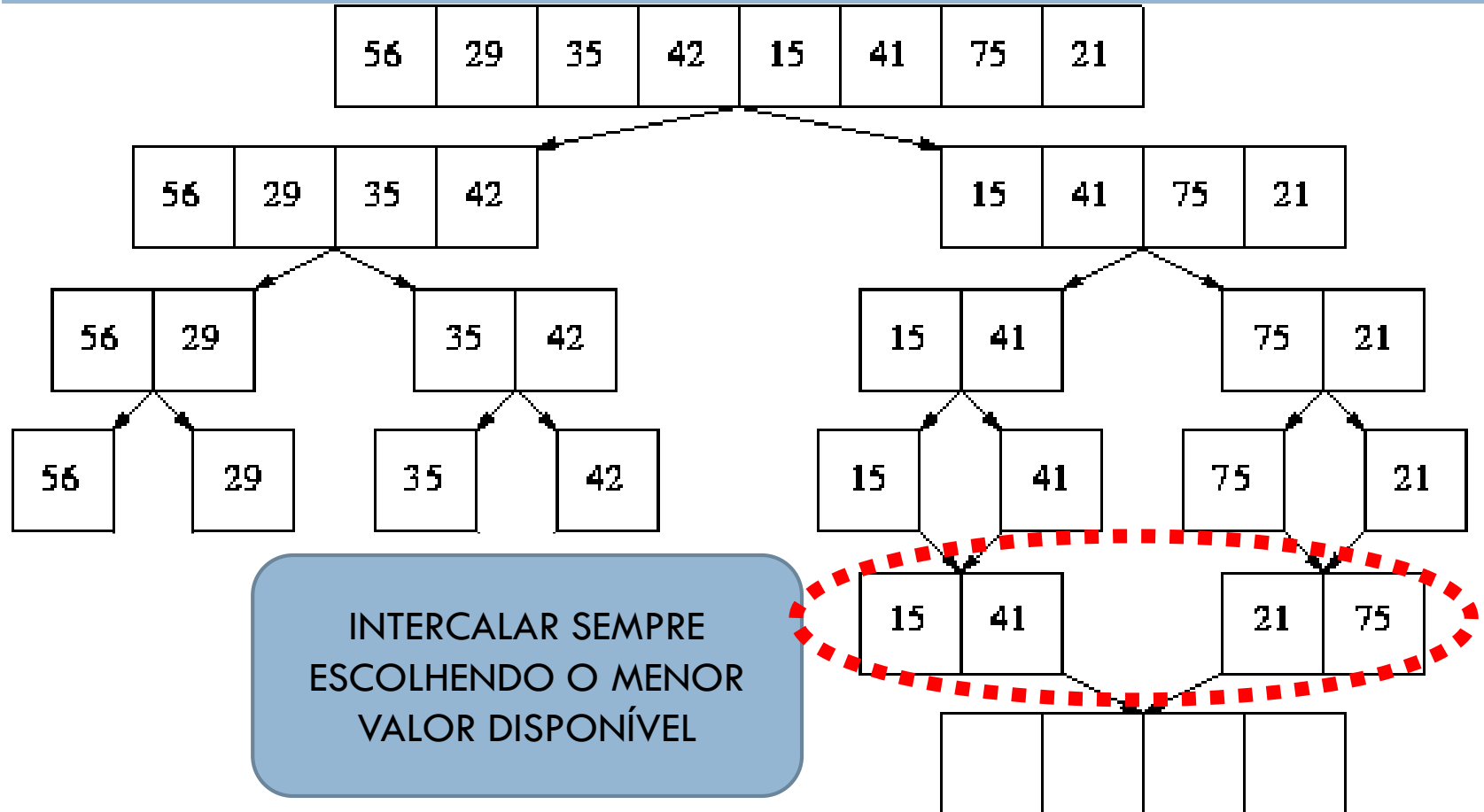


77



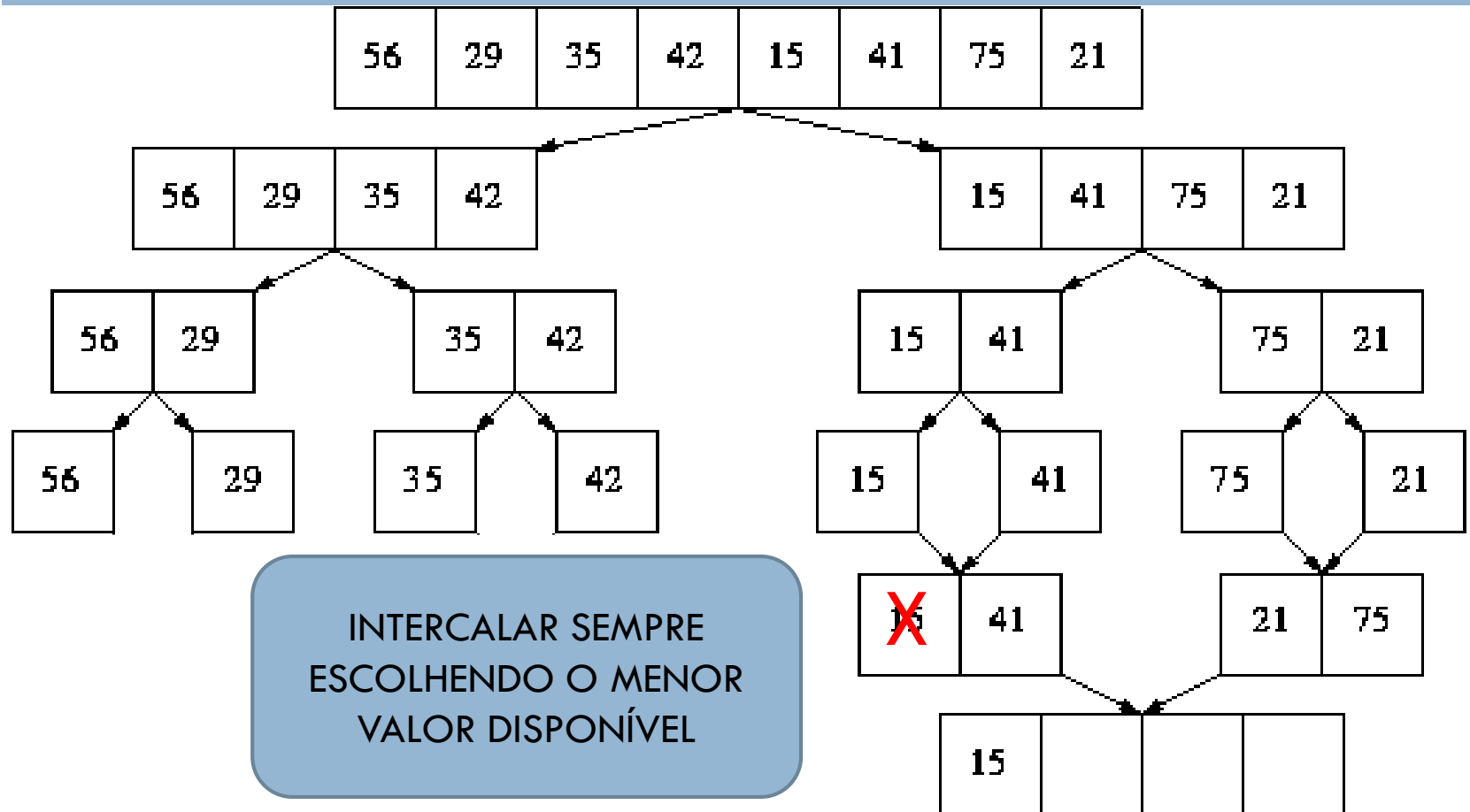
MergeSort

78



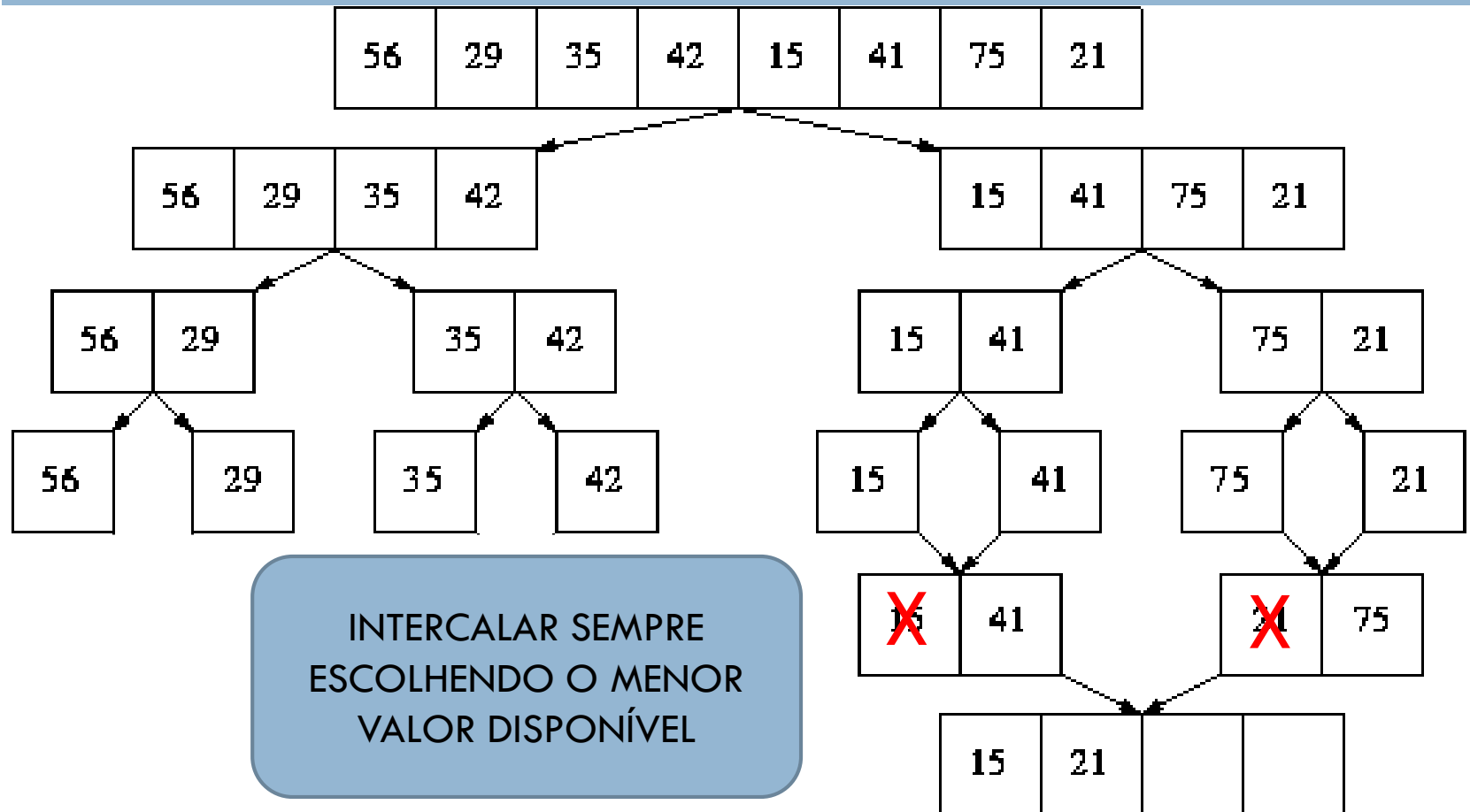
MergeSort

79



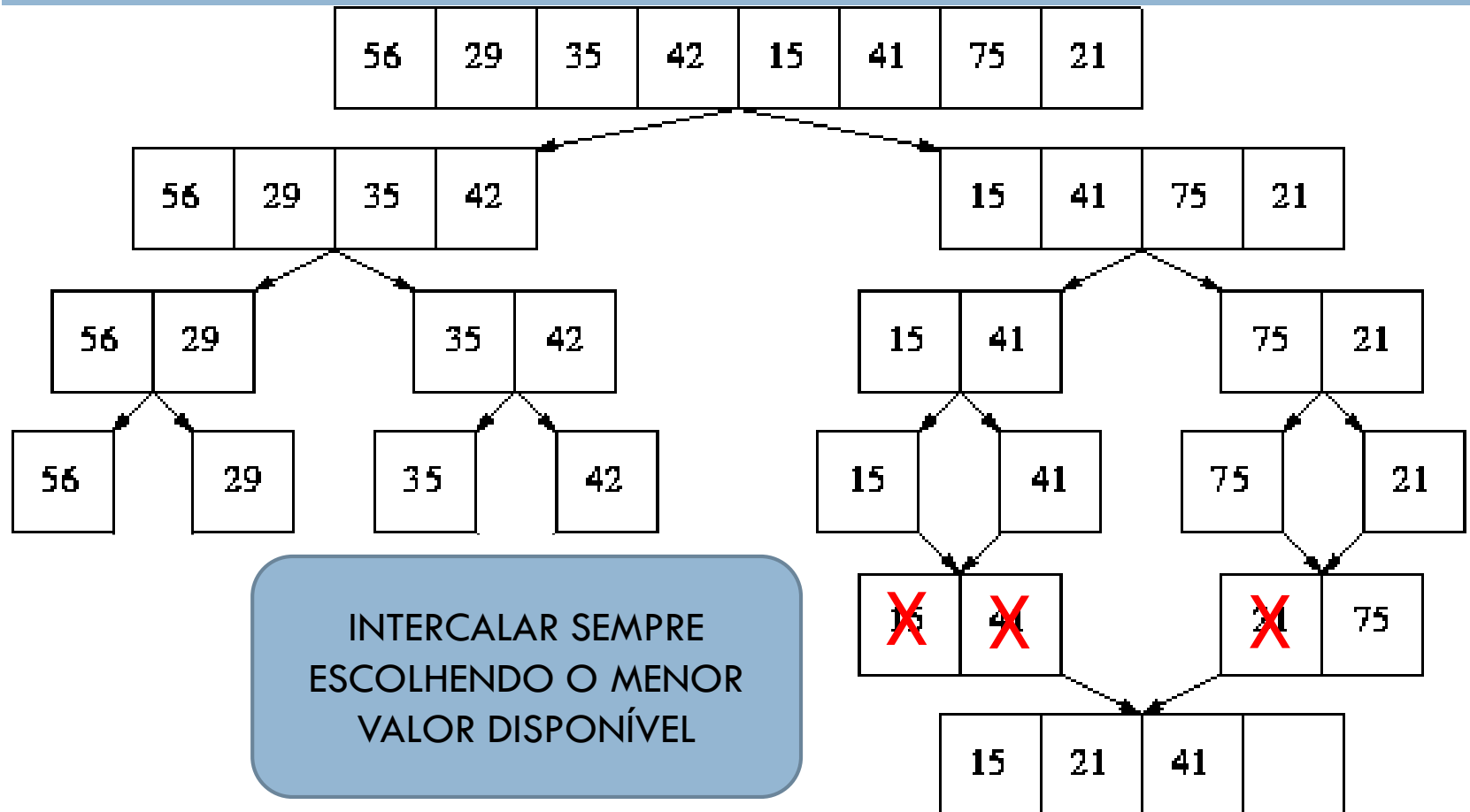
MergeSort

80



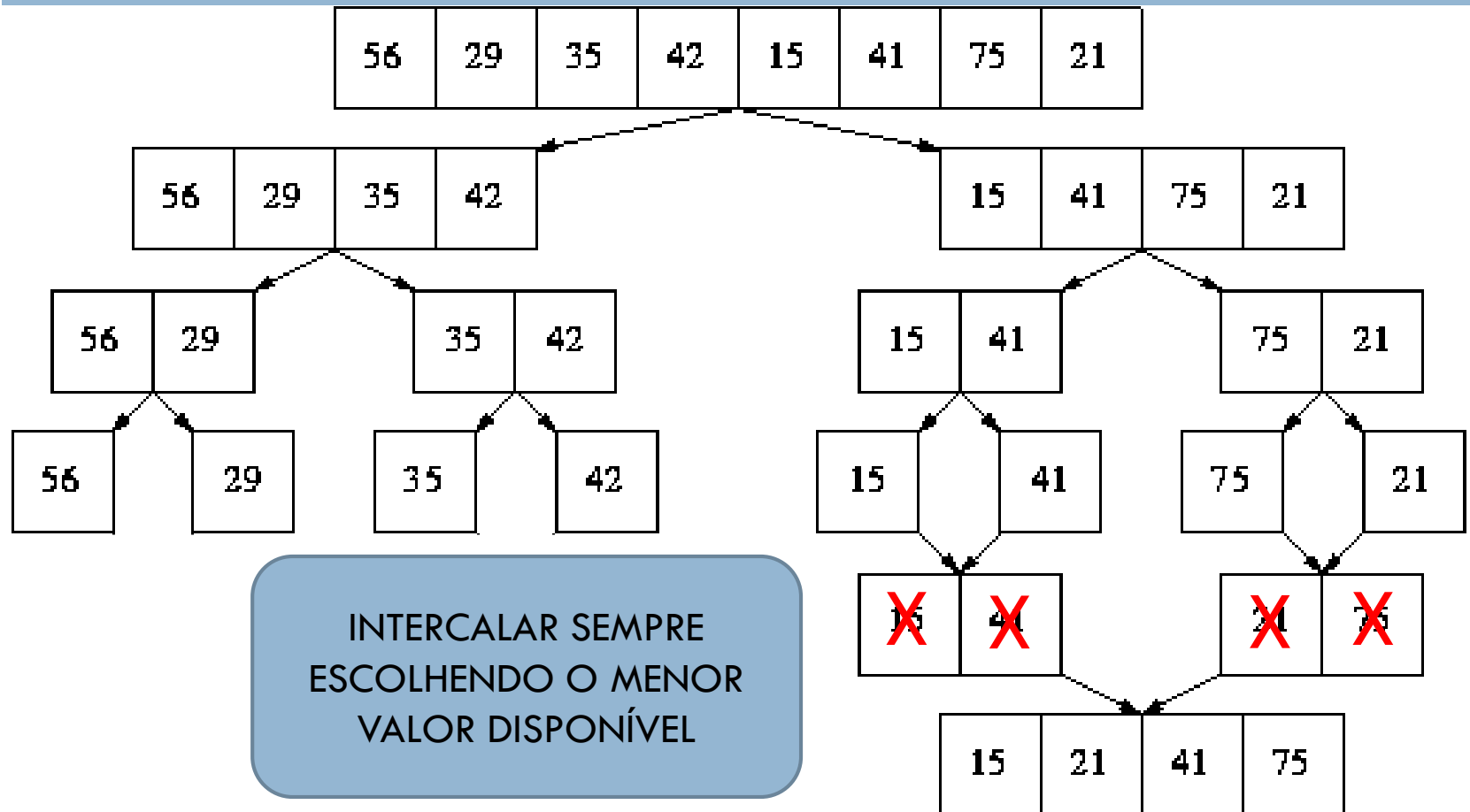
MergeSort

81



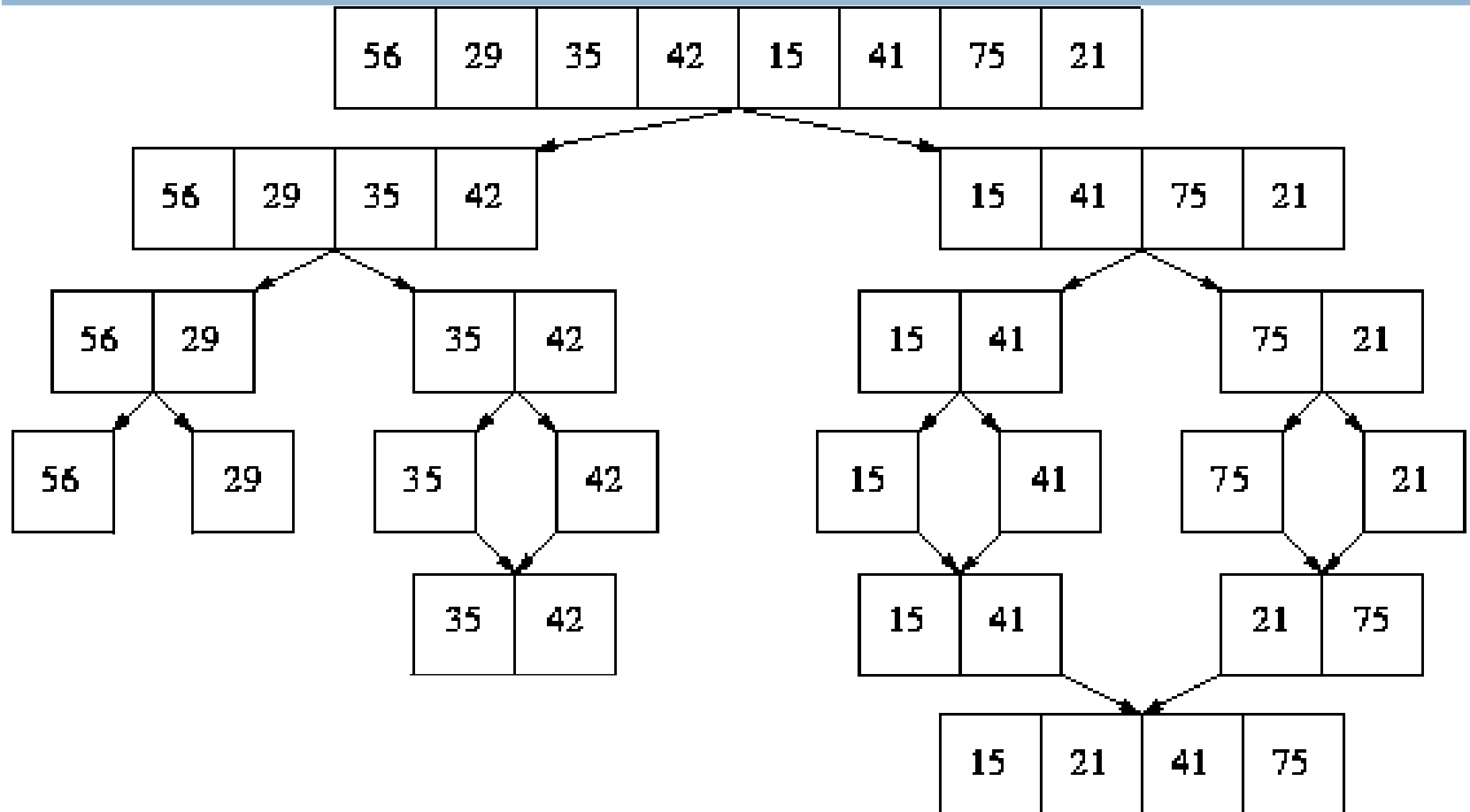
MergeSort

82



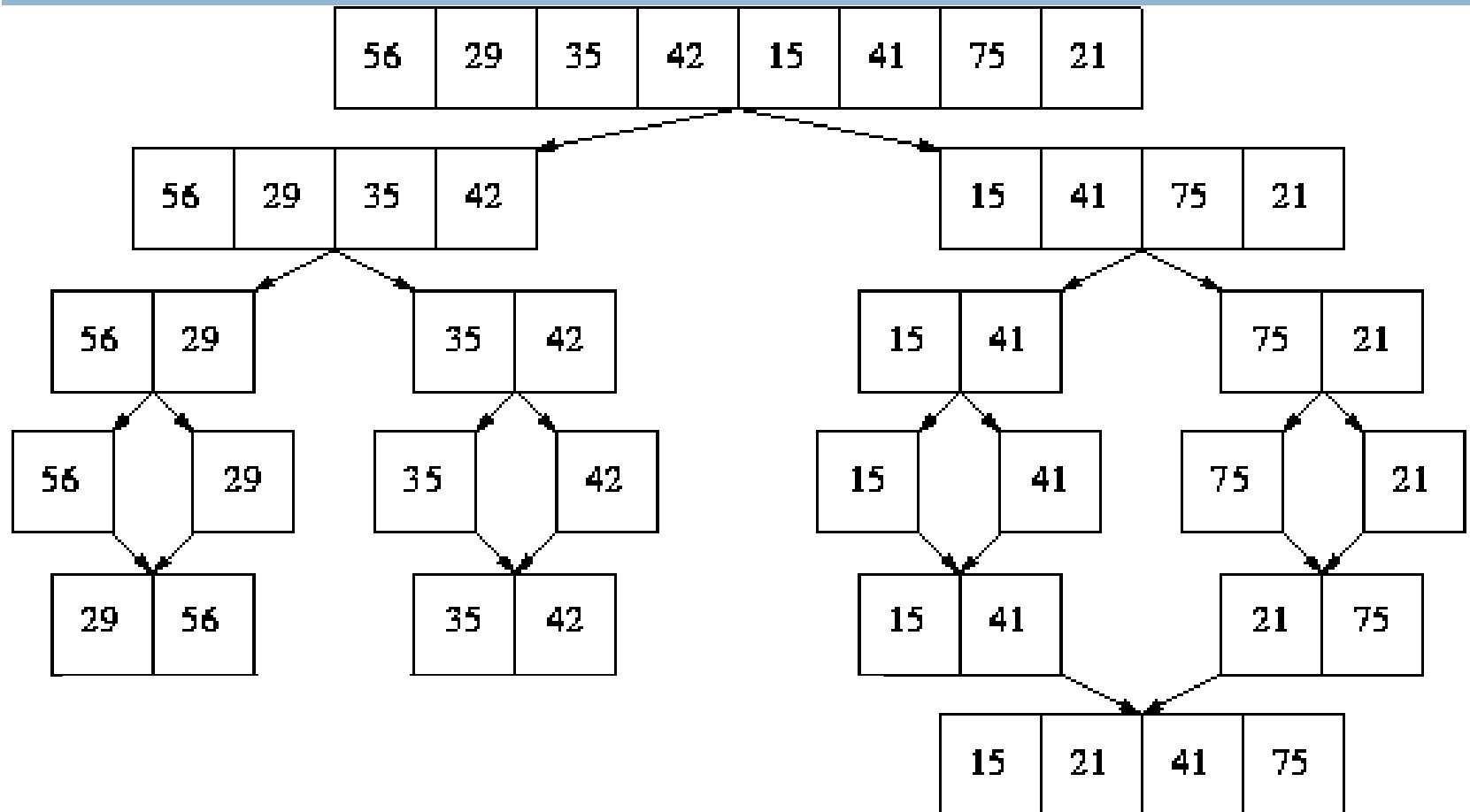
MergeSort

83



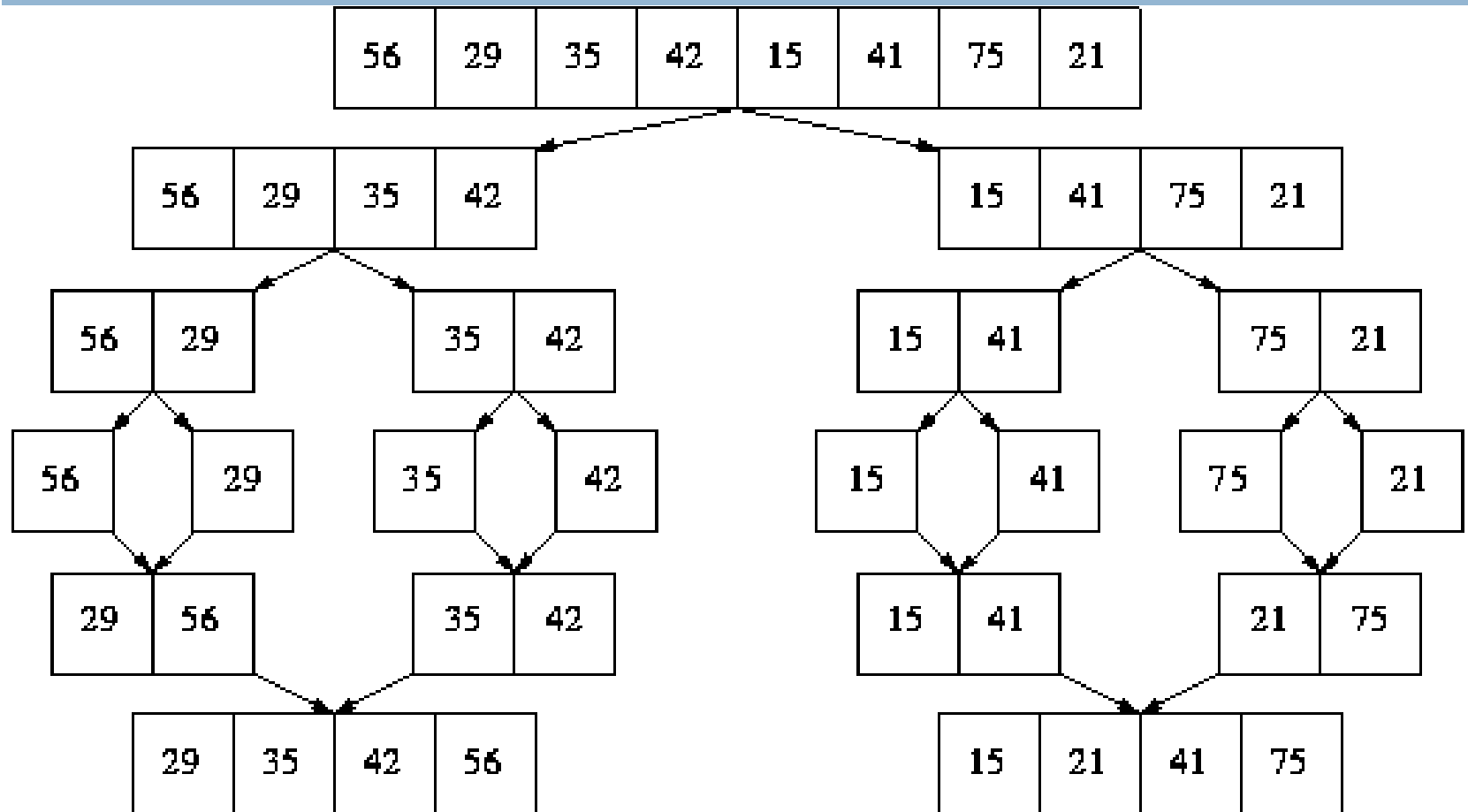
MergeSort

84



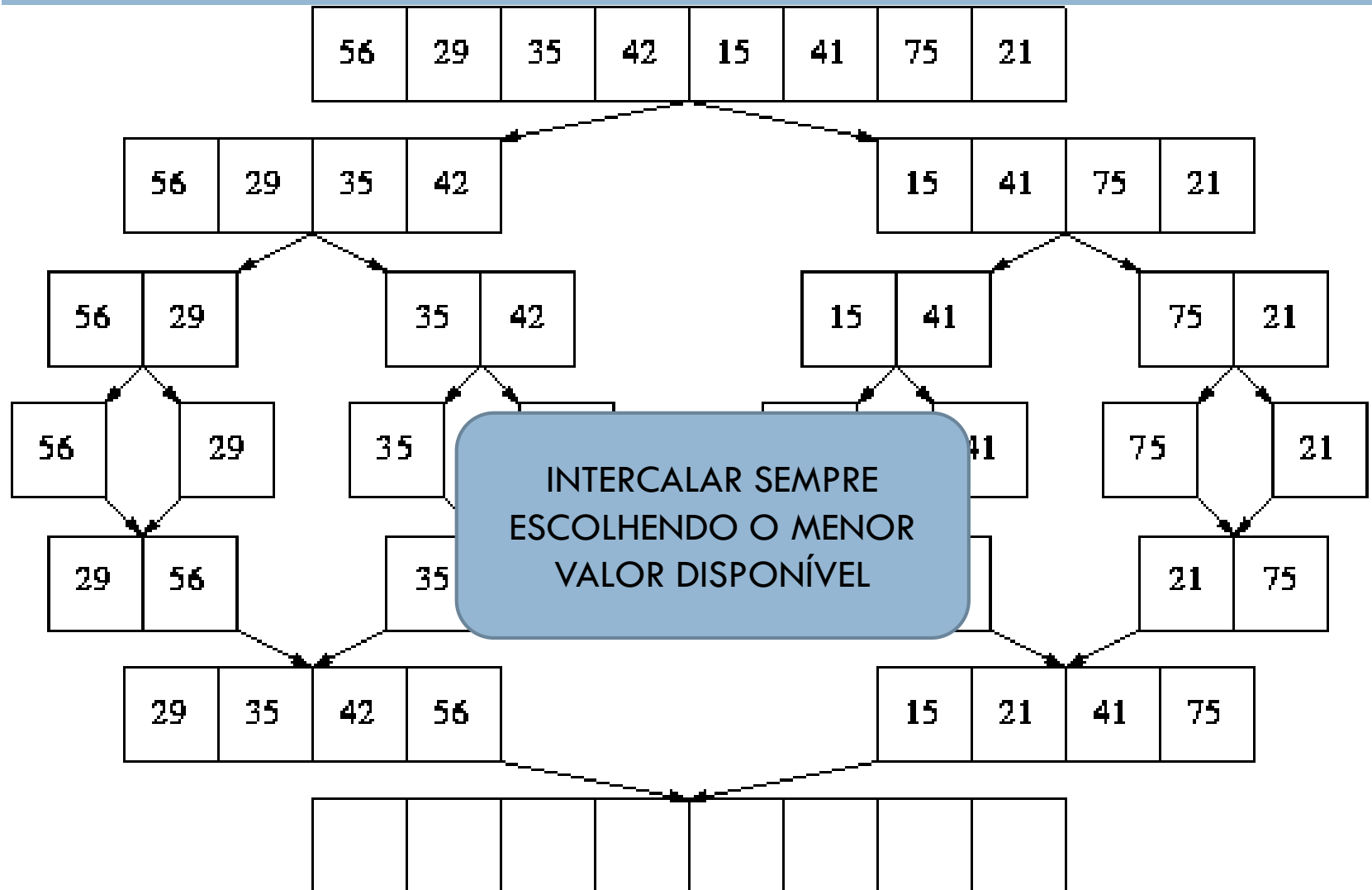
MergeSort

85



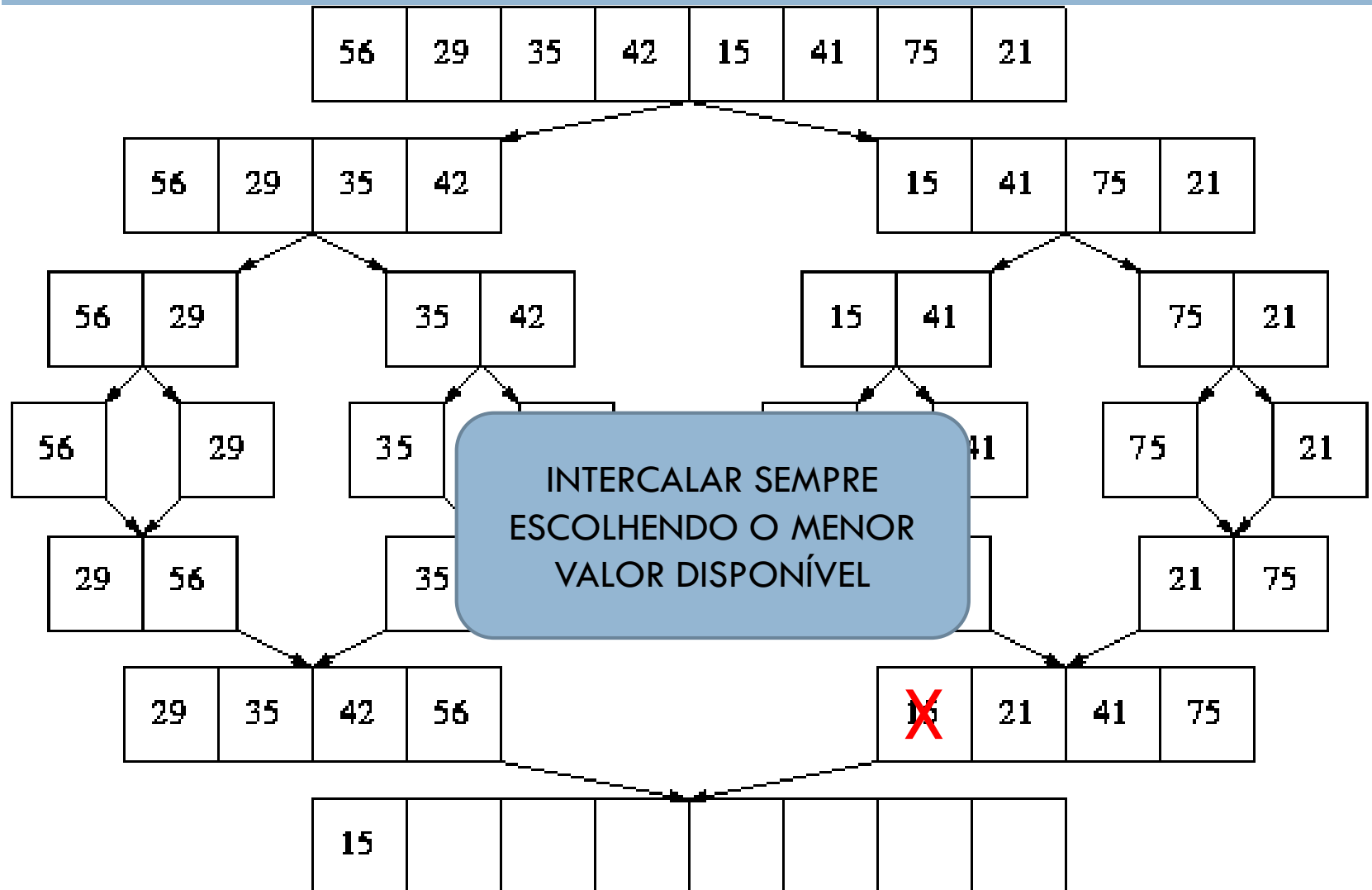
MergeSort

86



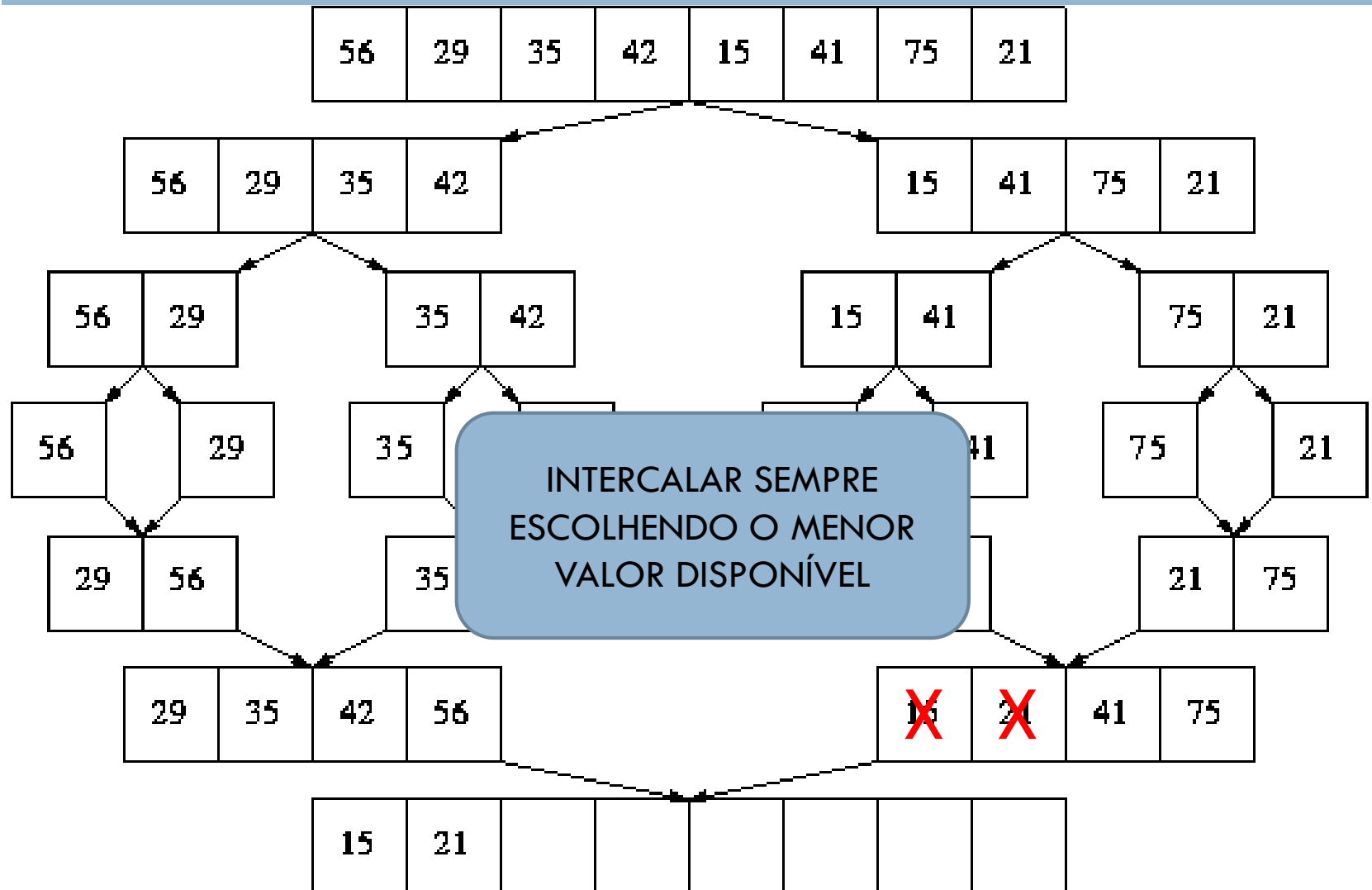
MergeSort

87

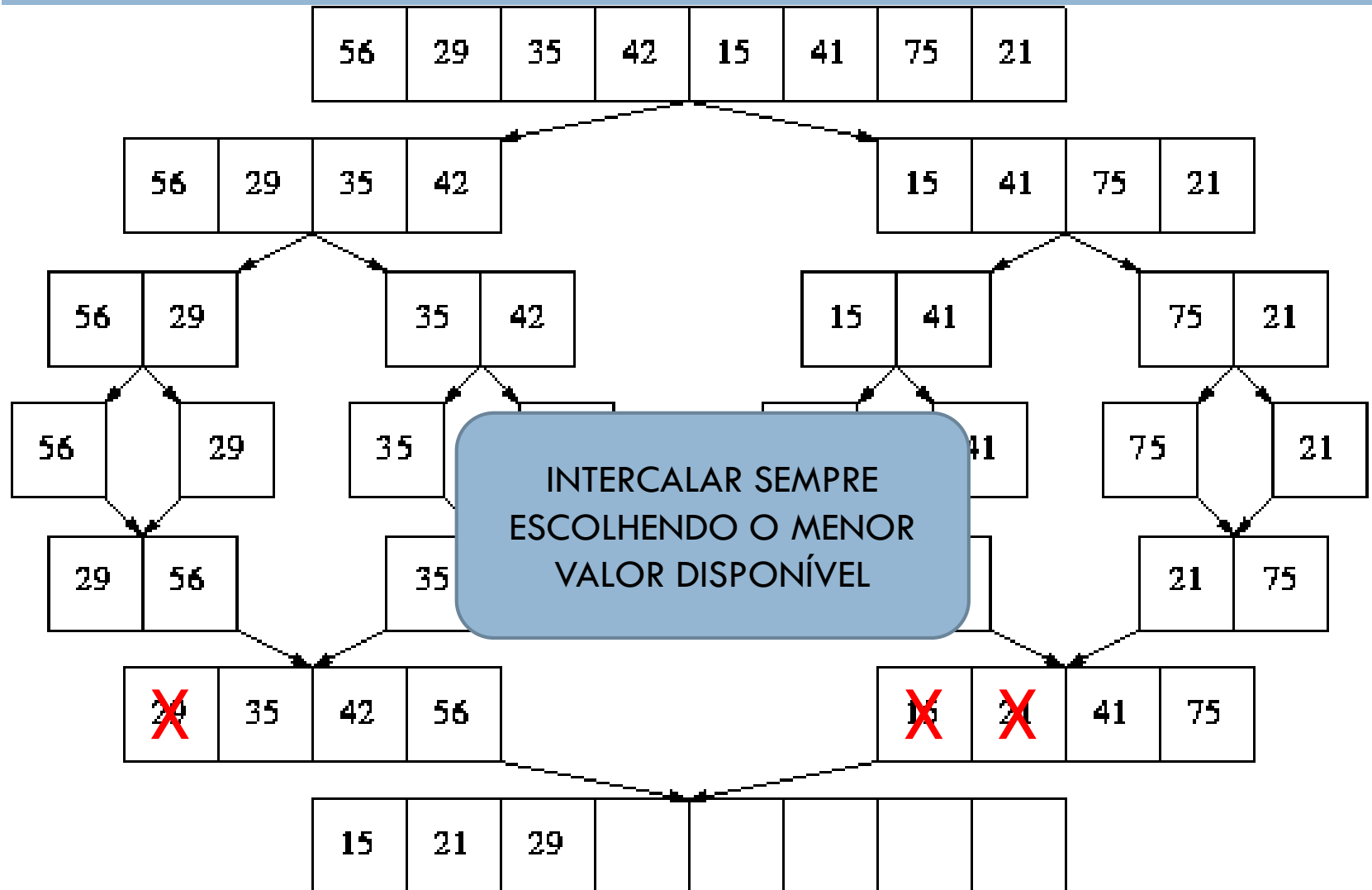


MergeSort

88

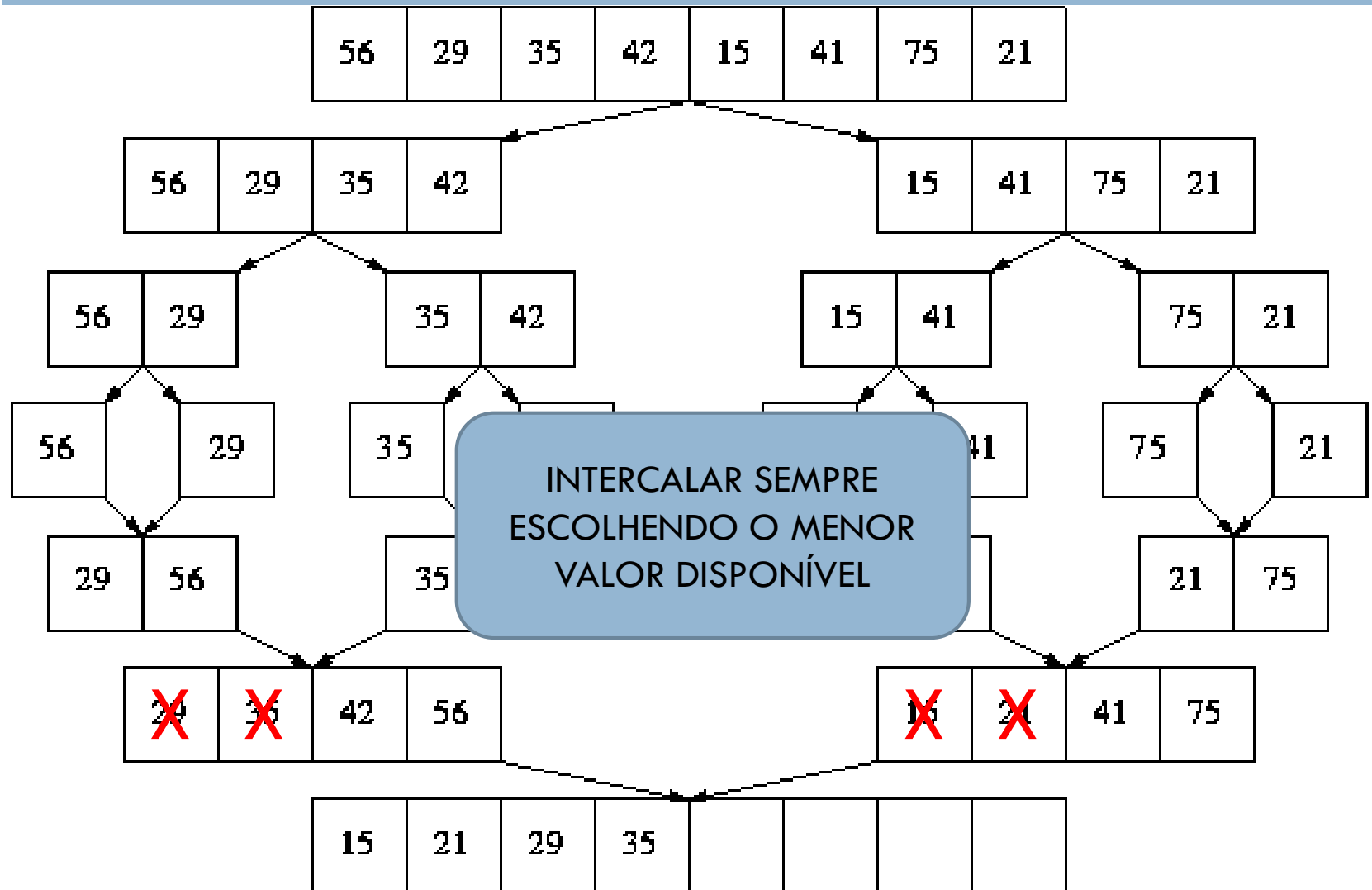


89

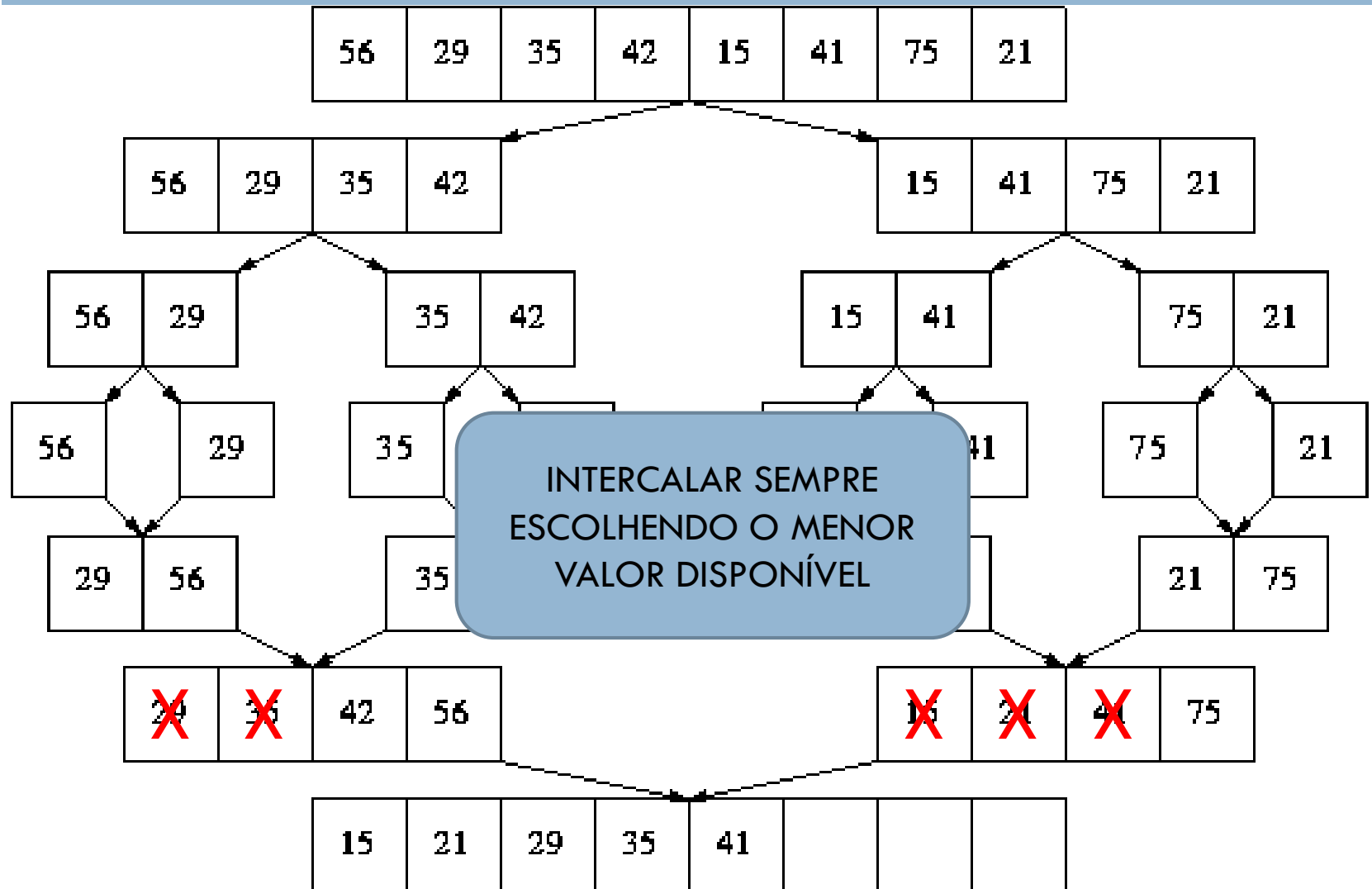


MergeSort

90

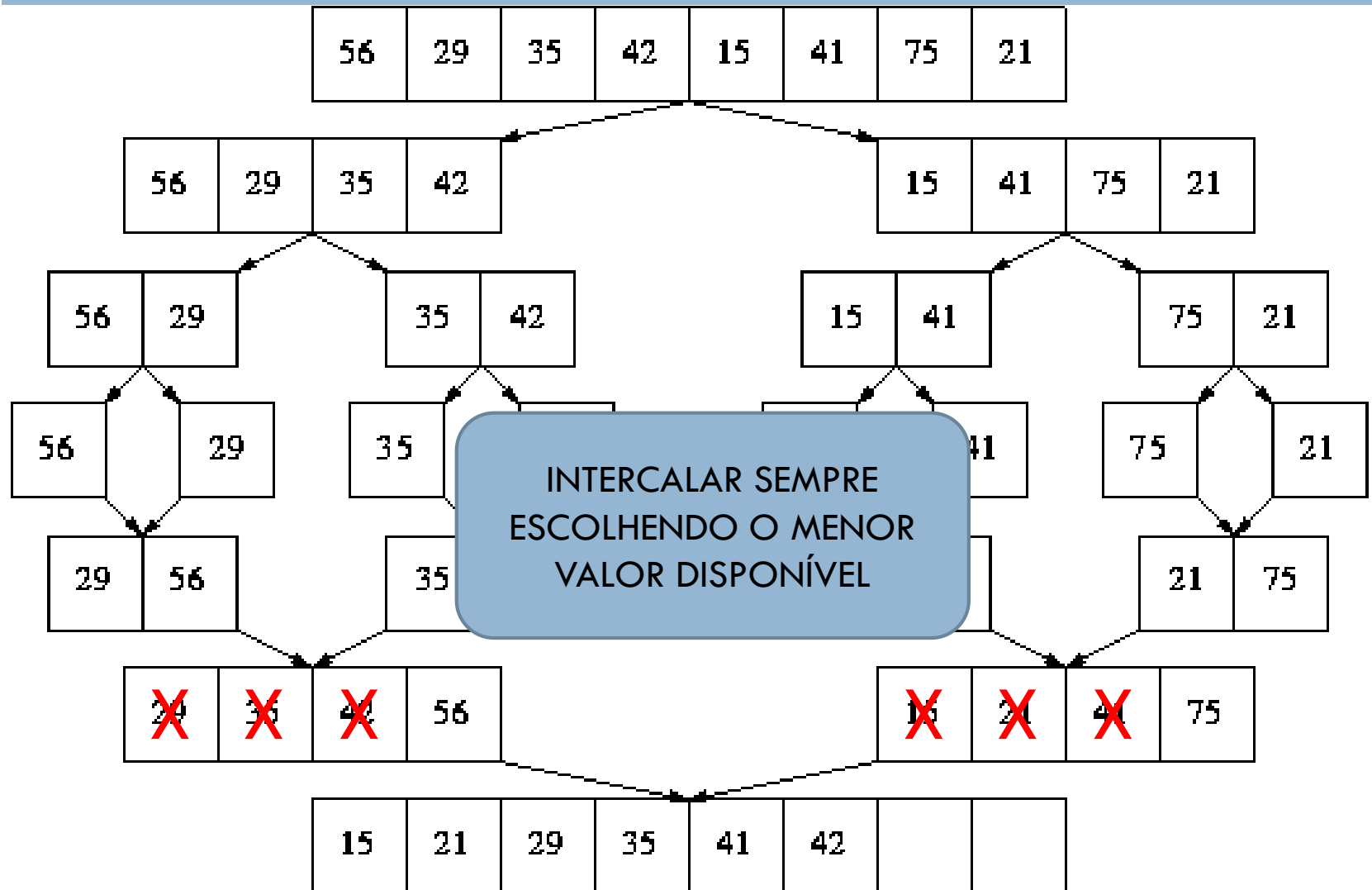


91



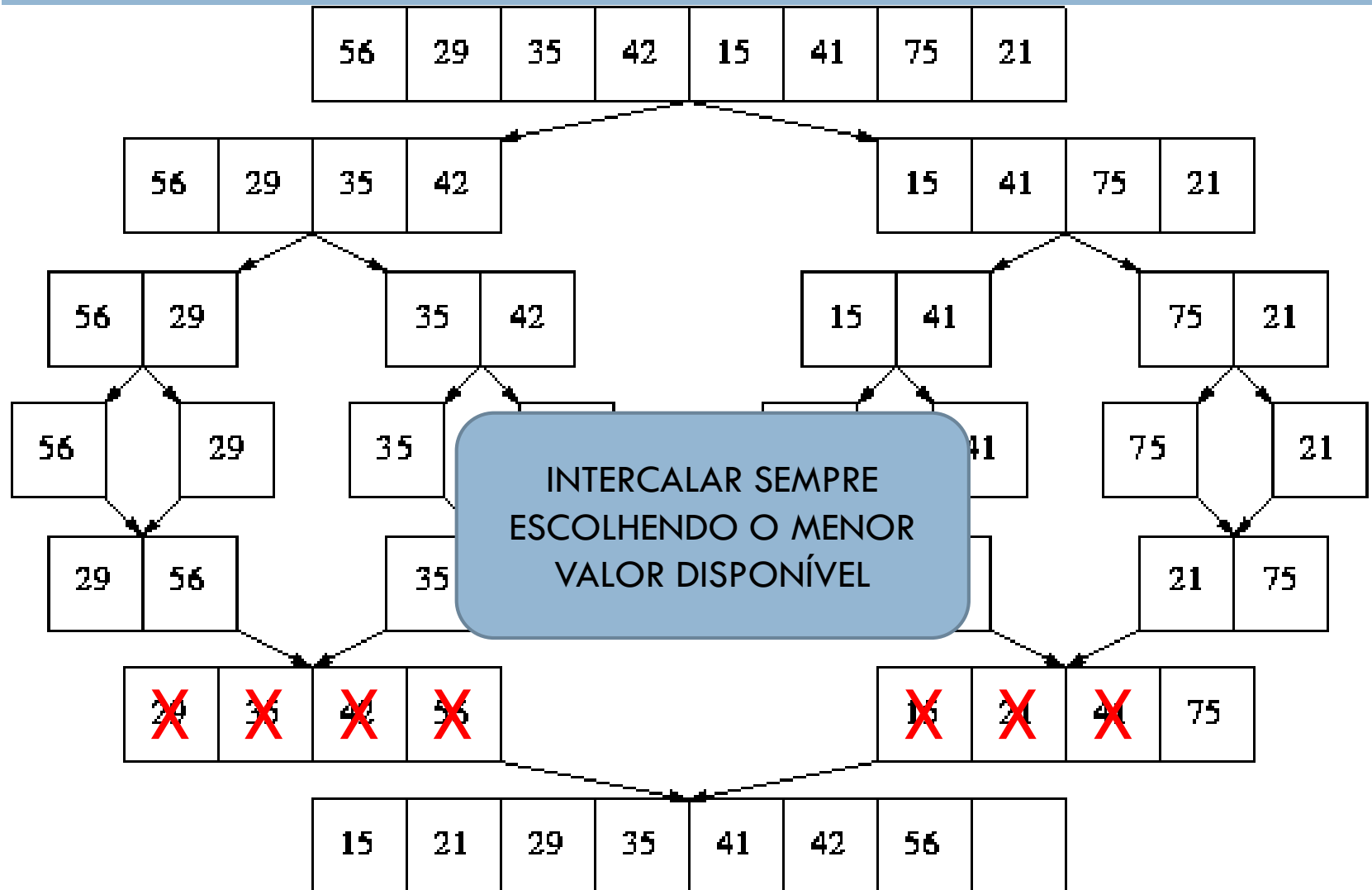
MergeSort

92

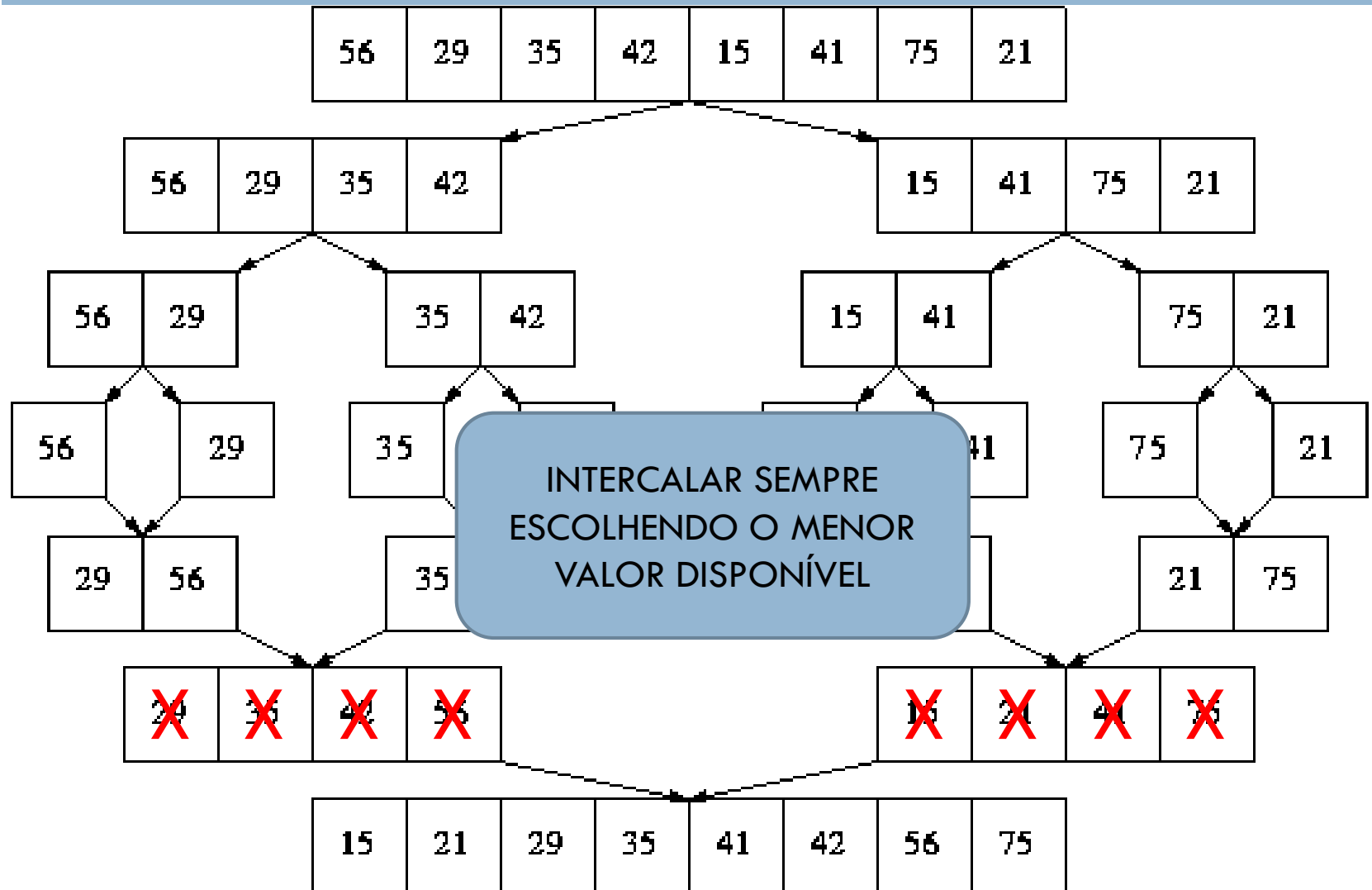


MergeSort

93



94



MergeSort

95

56	29	35	42	15	41	75	21
----	----	----	----	----	----	----	----



15	21	29	35	41	42	56	75
----	----	----	----	----	----	----	----

MergeSort

96



MergeSort

97

□ Exemplo:

6 5 3 1 8 7 2 4

MergeSort

98

- Divide o vetor em intervalos, intercala os valores de cada intervalo até obter a ordenação.
- Complexidade: $O(n \log n)$.
- Algumas implementações consomem muita memória.
- Estável.
- Não é adaptável. Qualquer tipo de entrada irá desencadear o mesmo procedimento.
- [Vídeo no Youtube](#)

HeapSort

99

- Utiliza uma estrutura chamada Heap, que consiste em uma árvore binária.
 - ▣ NÃO É UMA ABB(apenas similar na estrutura).
 - ▣ A ordenação na árvore depende do tipo de ordenação requisitada (crescente ou decrescente).

HeapSort

100

- Utiliza uma estrutura chamada Heap, que consiste em uma árvore binária.
 - ▣ NÃO É UMA ABB(apenas similar na estrutura).
 - ▣ A ordenação na árvore depende do tipo de ordenação requisitada (crescente ou decrescente).
- Utiliza o conceito de árvore em vetor:
 - ▣ A raiz é o primeiro elemento (Vetor[0]);
 - ▣ Para um nó i :
 - Filho da esquerda está em Vetor[2*i + 1];
 - Filho da direita está em Vetor[2*i + 2].

HeapSort

101

- O Heap pode ser ordenado como máximo ou mínimo:
 - ▣ MaxHeap: raiz é o maior elemento, todos os pais são maiores que os seus filhos.
 - ▣ MinHeap: raiz é o menor elemento, todos os pais são menores que os seus filhos.

HeapSort

102

□ Procedimento:

1. Transforma a estrutura do vetor de entrada em um Heap. Normalmente se utiliza MaxHeap. Inicializa *fim* com o último índice do vetor ($\text{tamanho} - 1$).
2. Troca o elemento da raiz ($\text{vetor}[0]$) com o elemento da última posição não alterada ($\text{vetor}[\text{fim}]$).
3. Subtrai uma posição do *fim*. O elemento já está ordenado em sua posição.
4. Arranja Heap novamente (para reorganizar o heap).
5. Repete os passos 2, 3 e 4 até que *fim* alcance o índice 1.

HeapSort

103

0	1	2	3	4	5	6	7
8	6	7	1	5	3	2	4

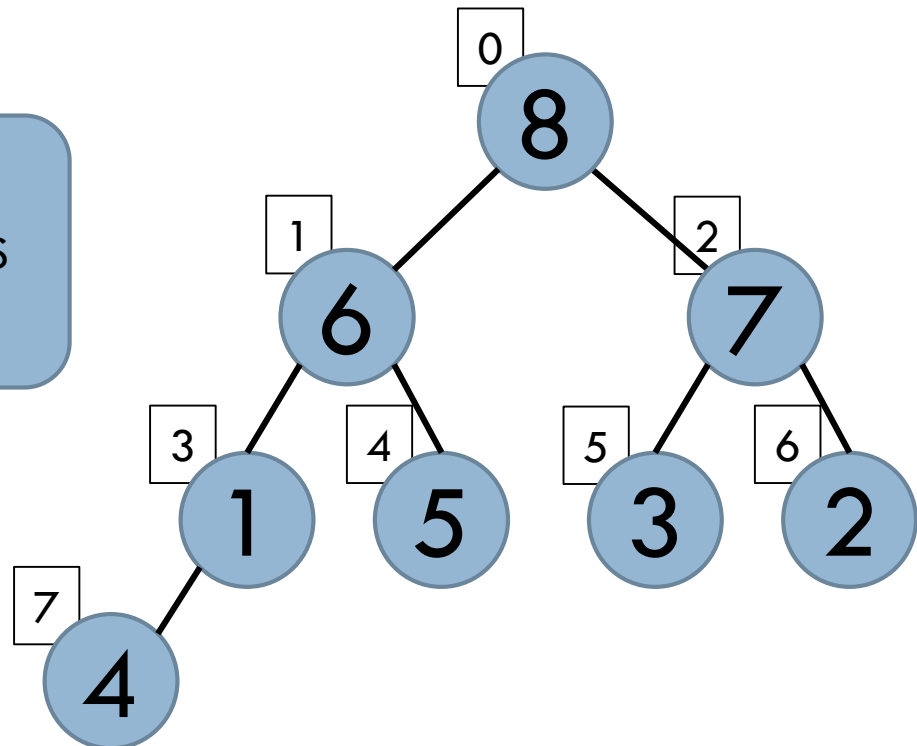
USAR REGRAS DE FILHOS DA
ESQUERDA E DIREITA EM VETORES
PARA MONTAR UMA HEAP.

HeapSort

104

0	1	2	3	4	5	6	7
8	6	7	1	5	3	2	4

USAR REGRAS DE FILHOS DA
ESQUERDA E DIREITA EM VETORES
PARA MONTAR UMA HEAP.

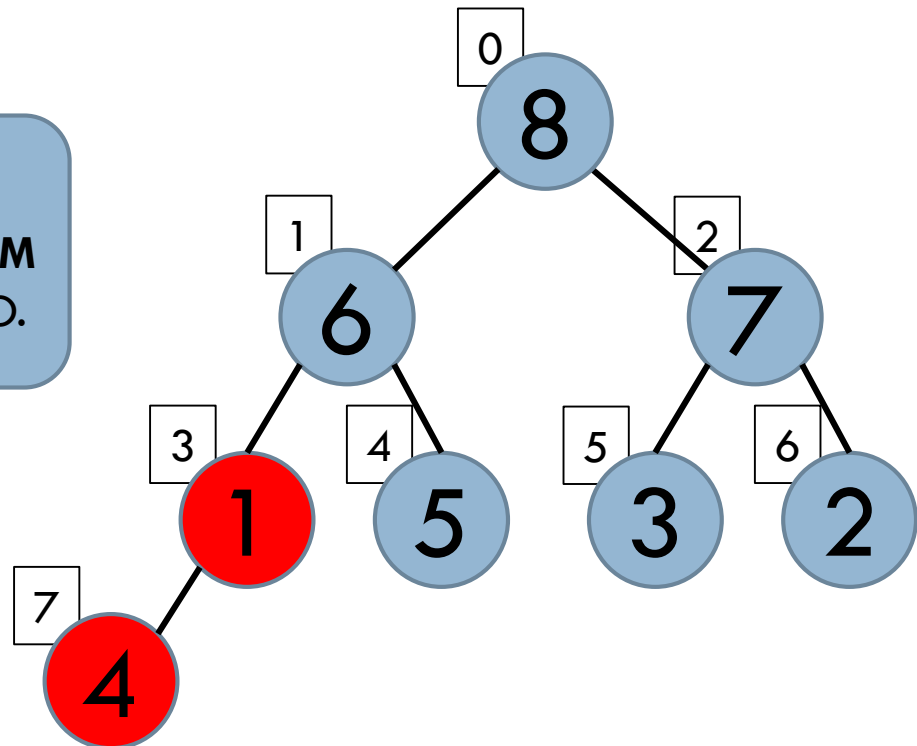


HeapSort

105

0	1	2	3	4	5	6	7
8	6	7	1	5	3	2	4

SE DURANTE A CONSTRUÇÃO
ALGUM ELEMENTO **SAIR DA ORDEM
DA HEAP**, ELE DEVE SER AJUSTADO.

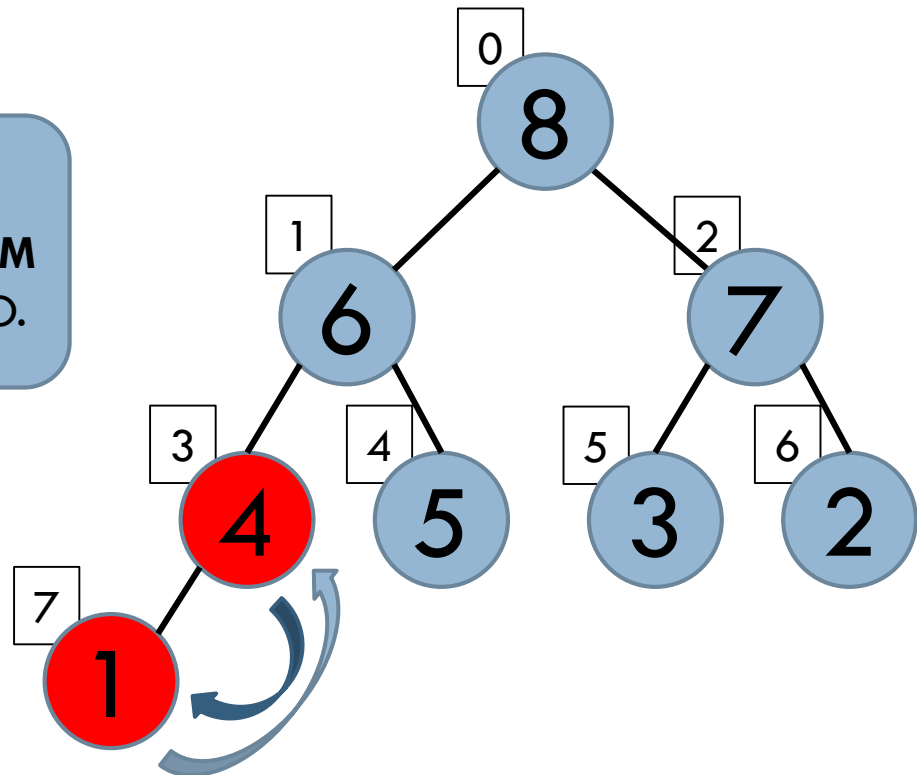


HeapSort

106

0	1	2	3	4	5	6	7
8	6	7	4	5	3	2	1

SE DURANTE A CONSTRUÇÃO
ALGUM ELEMENTO **SAIR DA ORDEM
DA HEAP**, ELE DEVE SER AJUSTADO.

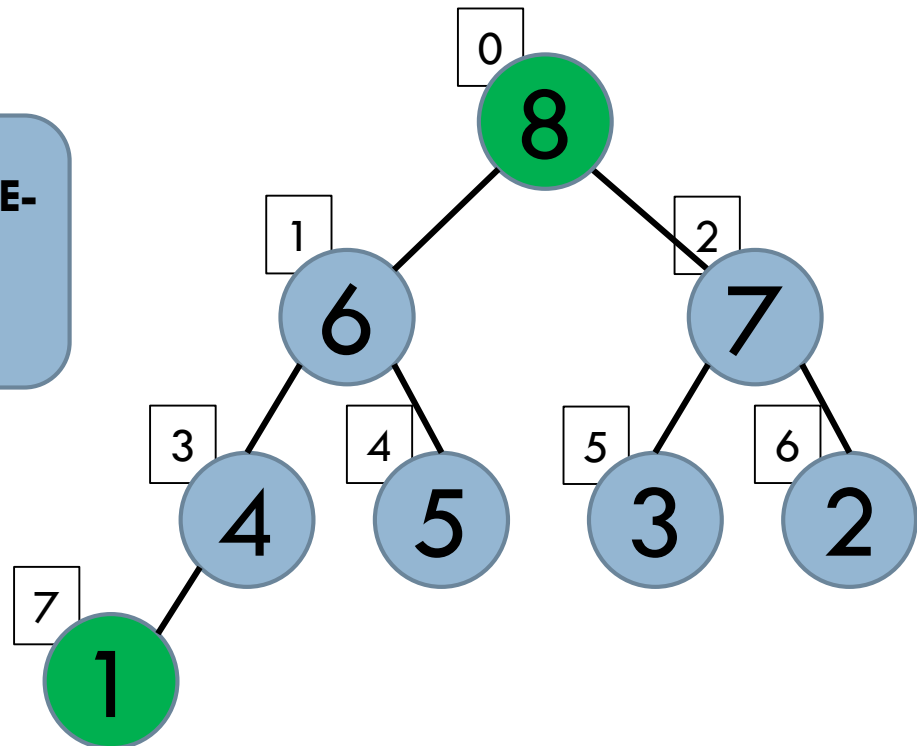


HeapSort

107

0	1	2	3	4	5	6	7
8	6	7	4	5	3	2	1

APÓS CONSTRUIR A HEAP, **INVERTE-SE** A RAIZ COM O ÚLTIMO ELEMENTO DO VETOR.

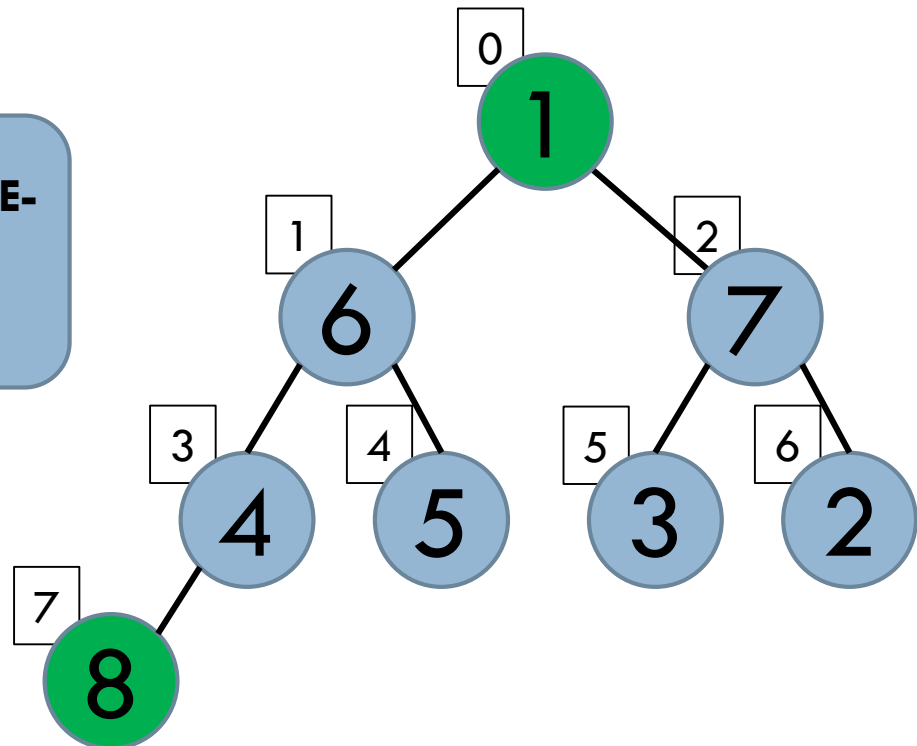


HeapSort

108

0	1	2	3	4	5	6	7
1	6	7	4	5	3	2	8

APÓS CONSTRUIR A HEAP, **INVERTE-SE** A RAIZ COM O ÚLTIMO ELEMENTO DO VETOR.

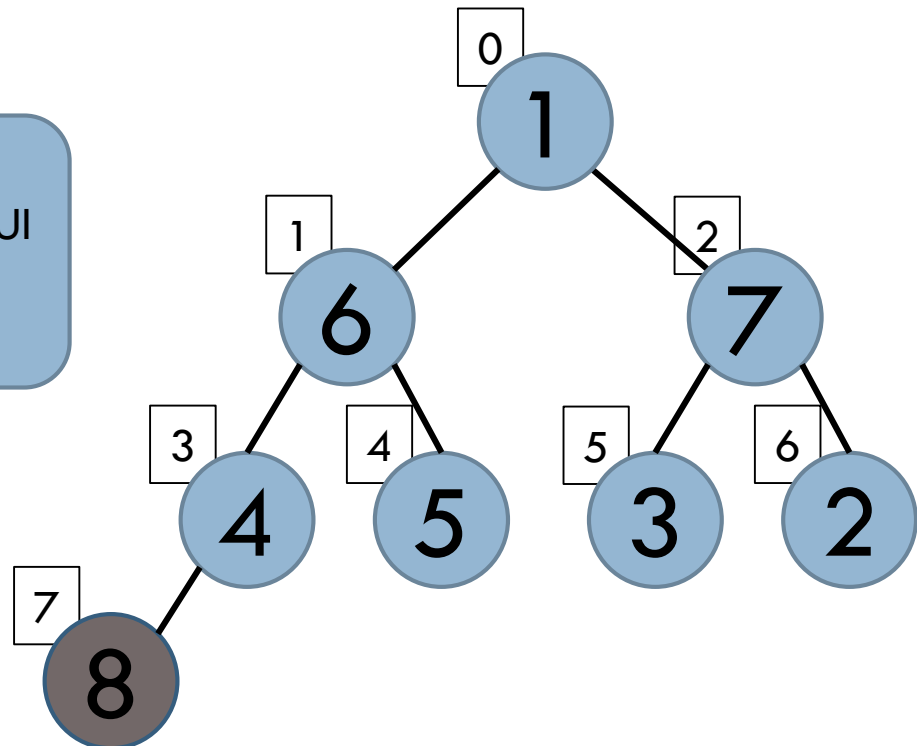


HeapSort

109

0	1	2	3	4	5	6	7
1	6	7	4	5	3	2	8

GARANTE-SE QUE O ÍNDICE POSSUI
O MAIOR VALOR DA ÁRVORE.

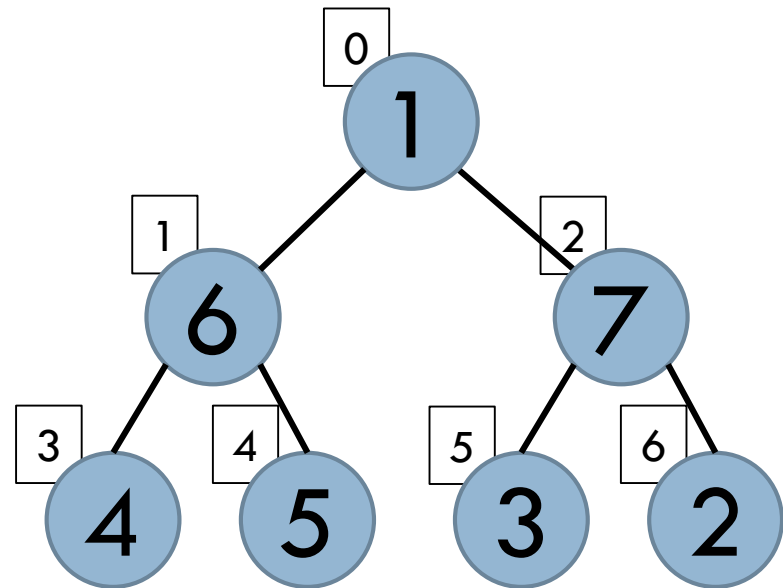


HeapSort

110

0	1	2	3	4	5	6	7
1	6	7	4	5	3	2	8

A HEAP É RECONSTRUIDA PARA A PRÓXIMA ITERAÇÃO, DESCARTANDO O ÚLTIMO ÍNDICE.

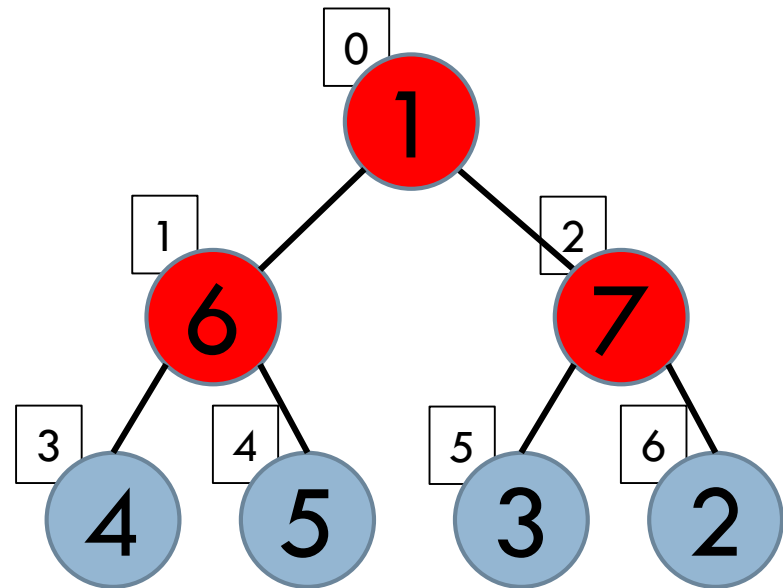


HeapSort

111

0	1	2	3	4	5	6	7
1	6	7	4	5	3	2	8

SE DURANTE A CONSTRUÇÃO
ALGUM ELEMENTO **SAIR DA ORDEM
DA HEAP**, ELE DEVE SER AJUSTADO.

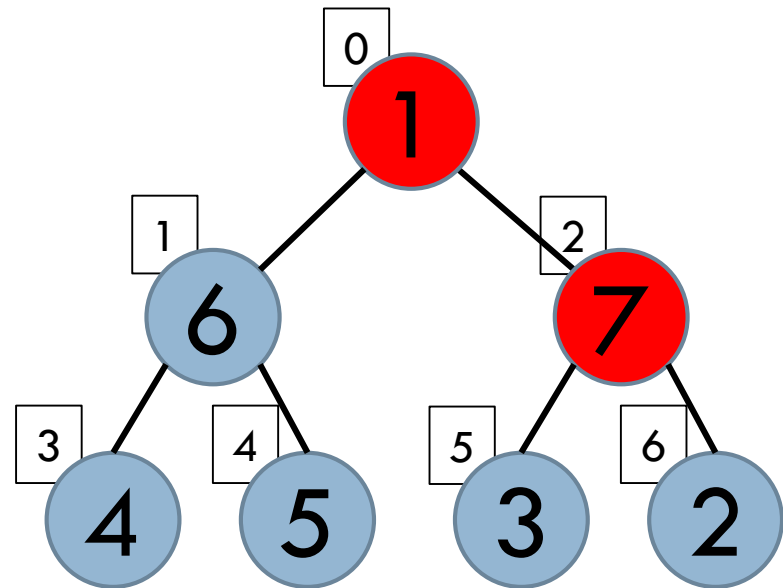


HeapSort

112

0	1	2	3	4	5	6	7
1	6	7	4	5	3	2	8

REALIZAR TROCA SELECIONANDO O
MAIOR FILHO.

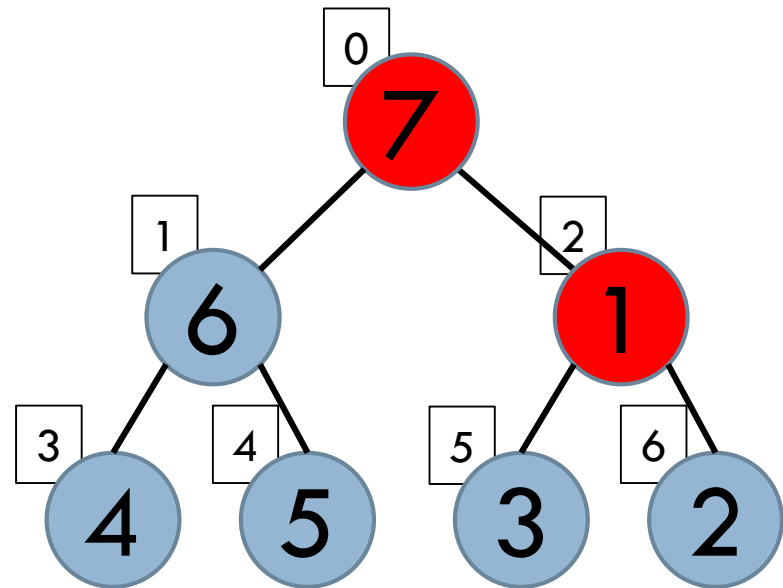


HeapSort

113

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	1	4	5	3	2	8

REALIZAR TROCA SELECIONANDO O
MAIOR FILHO.



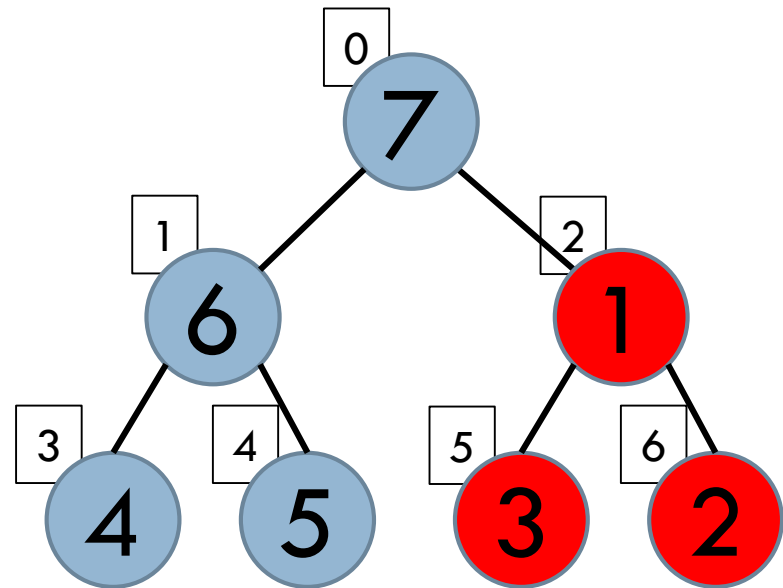
HeapSort

114

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	1	4	5	3	2	8

SE DURANTE A CONSTRUÇÃO
ALGUM ELEMENTO **SAIR DA ORDEM
DA HEAP**, ELE DEVE SER AJUSTADO.

A PROPAGAÇÃO DEVE
SER ANALISADA PARA
TODOS OS FILHOS.

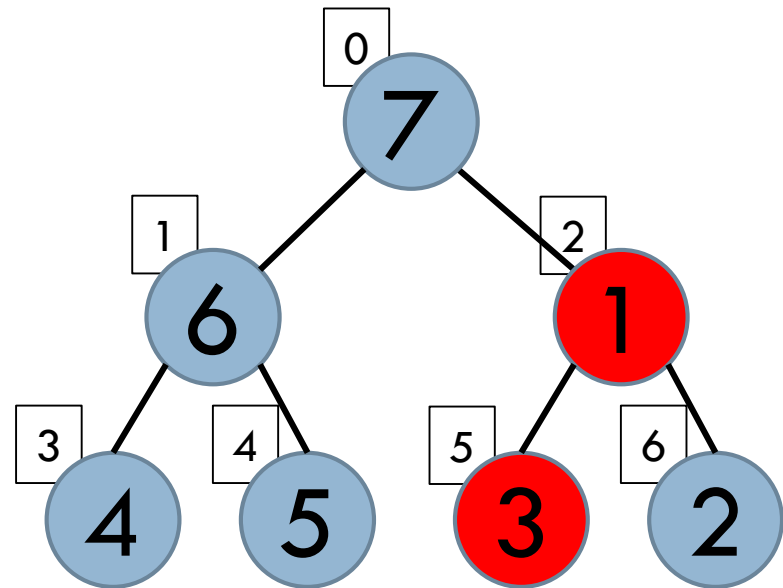


HeapSort

115

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	1	4	5	3	2	8

REALIZAR TROCA SELECIONANDO O
MAIOR FILHO.

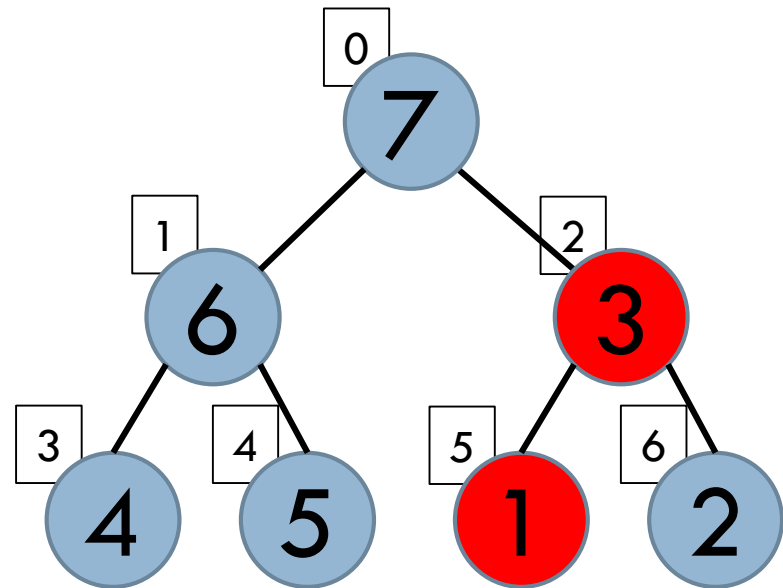


HeapSort

116

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	3	4	5	1	2	8

REALIZAR TROCA SELECIONANDO O
MAIOR FILHO.

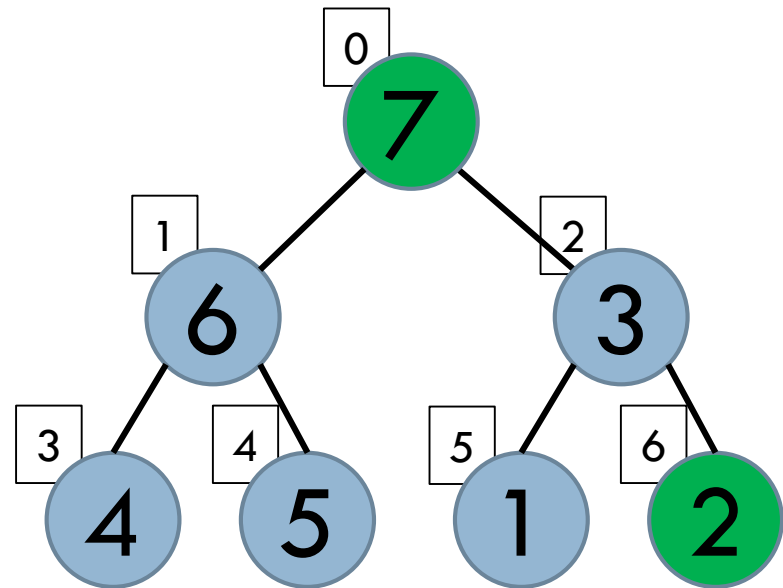


HeapSort

117

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	3	4	5	1	2	8

APÓS CONSTRUIR A HEAP, **INVERTE-SE** A RAIZ COM O ÚLTIMO ELEMENTO DO VETOR.

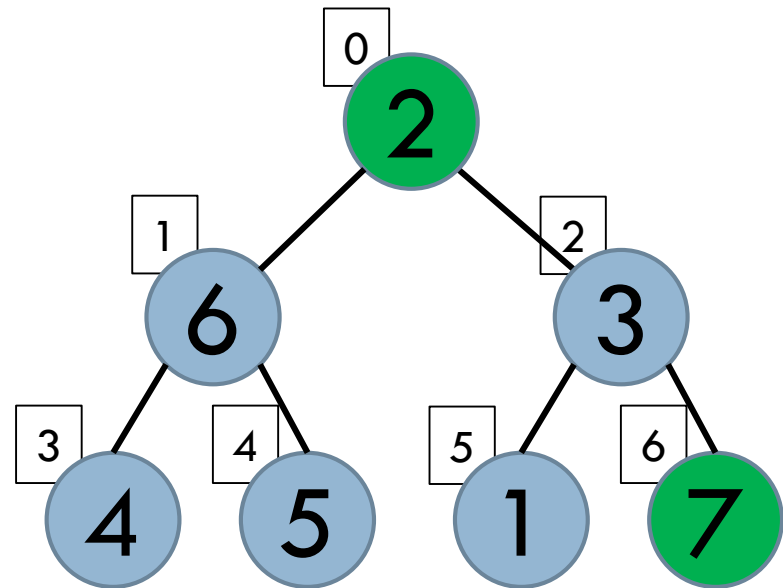


HeapSort

118

0	1	2	3	4	5	6	7
2	6	3	4	5	1	7	8

APÓS CONSTRUIR A HEAP, **INVERTE-SE** A RAIZ COM O ÚLTIMO ELEMENTO DO VETOR.

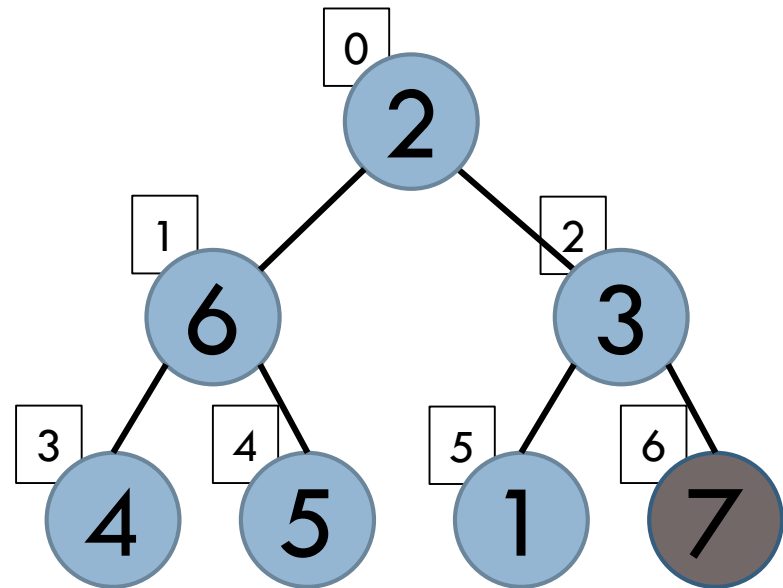


HeapSort

119

0	1	2	3	4	5	6	7
2	6	3	4	5	1	7	8

GARANTE-SE QUE O ÍNDICE POSSUI
O MAIOR VALOR DA ÁRVORE.



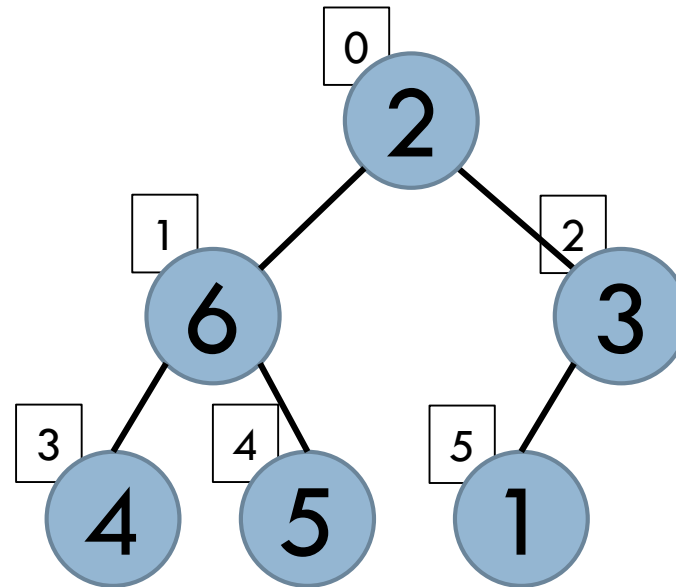
HeapSort

120

0	1	2	3	4	5	6	7
2	6	3	4	5	1	7	8

A HEAP É RECONSTRUIDA PARA A PRÓXIMA ITERAÇÃO, DESCARTANDO O ÚLTIMO ÍNDICE.

O PROCESSO DE RECONSTRUÇÃO E REMOÇÃO DA RAIZ OCORRE ATÉ O ORDENAR TODOS OS ELEMENTOS DO VETOR.



HeapSort

121

□ Exemplo:

6 5 3 1 8 7 2 4

HeapSort

122

- ❑ Utiliza uma estrutura de árvore para organizar os dados. Preenche o vetor original com as raízes do Heap em cada iteração.
- ❑ Complexidade: $O(n \log n)$ em todos os casos.
- ❑ Melhor forma de resolução, de acordo com a complexidade.
- ❑ É instável.
- ❑ Não é adaptável.
- ❑ [Vídeo no Youtube](#)