Lógica para Computação

Professor André Luiz Marasca
UTFPR – Dois Vizinhos

A SEMÂNTICA DA LÓGICA PROPOSICIONAL

Revisão

- Toda linguagem tem seu alfabeto.
- A combinação de símbolos do alfabeto geram as palavras da linguagem.
- Em lógica proposicional, o alfabeto é constituído por símbolos e conectivos proposicionais.
- As palavras da lógica proposicional são denominadas fórmulas.
- As fórmulas podem ser geradas através da combinação de regras básicas.

Subfórmula

- *Seja H uma fórmula da Lógica proposicional, então:*
- *H é uma subfórmula de H*
- *Se H é uma formula do tipo (¬ G), então G é uma subfórmula de H;*
- *Se H é uma formula do tipo: (G v E), (G ∧ E), (G→E) ou (G ↔ E), então G e E são subfórmulas de H;*
- *Se G é subfórmula de H, então toda subfórmula de G é subfórmula de H*

Subfórmula

- As subfórmulas de **$(((P \vee S) \wedge Q) \leftrightarrow R)$** são:
- *$(((P \vee S) \wedge Q) \leftrightarrow R)$;*
- *$((P \vee S) \wedge Q)$;*
- *$(P \vee S)$;*
- *R;*
- *Q;*
- *P;*
- *S.*

Comprimento de uma fórmula

- *Seja H uma fórmula da Lógica Proposicional. O comprimento de H, denotado por comp[H], é definido como segue:*
- *Se H = uma proposição ou é um símbolo de verdade, então comp[H] = 1*
- *comp[¬H] = comp[H] + 1;*
- *comp[H v G] = comp[H] + comp[G] + 1*
- *comp[H Λ G] = comp[H] + comp[G] + 1*
- *comp[H → G] = comp[H] + comp[G] + 1*
- *comp[H ↔ G] = comp[H] + comp[G] + 1*
- Os símbolos de pontuação não são considerados.

Comprimento de uma fórmula

- **Exemplo 1:**
- $(P \rightarrow Q)$ tem tamanho igual a 3

- **Exemplo 2:**
- $((P \land Q) \leftrightarrow R)$ tem tamanho igual a 5

Introdução

- Já sabemos como montar uma fórmula lógica.

- Agora precisamos saber o que significam essas fórmulas.

Introdução

- Quando nós falamos uma frase, ela pode ser verdadeira ou falsa.

- Por exemplo: Comi arroz e carne.

- Se eu não comi arroz, a frase será falsa.

- A única maneira da frase ser verdadeira é se eu comi arroz e comi carne.

Introdução

- O que se tira disso é que, se uma frase é verdadeira ou falsa, depende apenas da validade de suas proposições.

Interpretação

- Quando dizemos que uma proposição é verdadeira ou falsa, estamos dizendo que a interpretação dela é verdadeira ou falsa.

Introdução

- A **interpretação** de P é dada por $I[P]$, logo podemos ter:
- $I[P] = T;$
- $I[P] = F;$

- No caso de $I[P] = T$ e $I[Q] = F$;
- $I[(P \land Q)] = F$

Introdução

- Os símbolos sintáticos definem as fórmulas, que nesse caso são associados à interpretação, dividindo a lógica em **sintaxe** e **semântica**

- **Sintaxe**: é a construção de elementos (fórmulas) baseados no alfabeto, ou seja, a concatenação de símbolos.

- **Semântica**: definição da interpretação dos simbolos e das fórmulas.

Interpretação

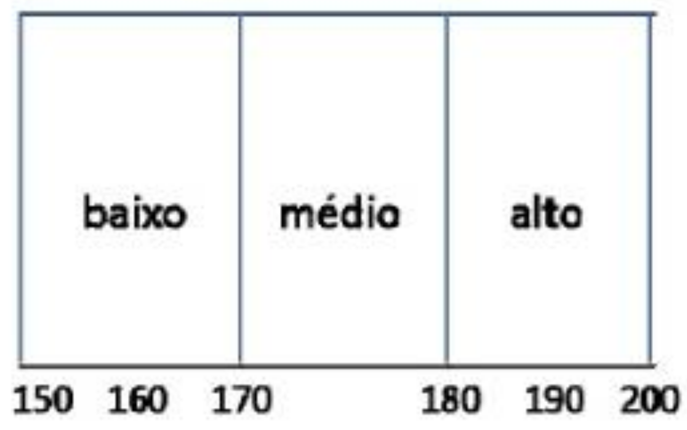
- A Lógica Proposicional é somente possível representar proposições com valores, verdadeiro e falso.
- Ex. “Vou viajar”
- Porém existem sentenças que não podem ser representadas.
- Ex. “Esta sentença é falsa”

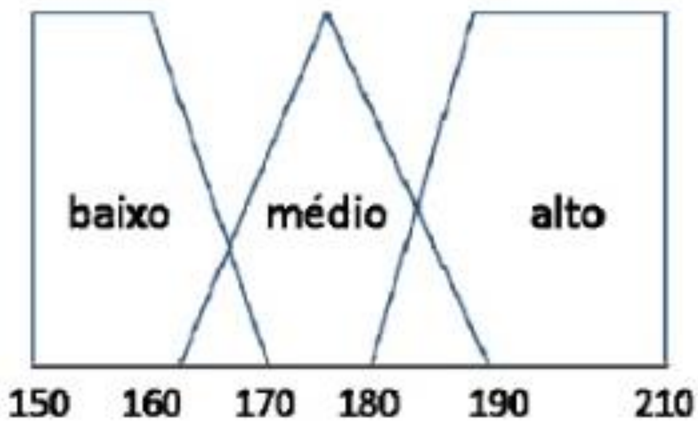
Lógica booleana

- A lógica proposicional que estudaremos nesta disciplina aceita apenas valores verdade ou falso.
- Por exemplo: A porta está aberta.
  - Se for falso, então ela está fechada.
  - Se for verdadeiro ela não está fechada.

Lógica Fuzzy

- Existe uma lógica na qual existem meias verdades, é a logica Fuzzy.
- O exemplo abaixo ilustra a classificação das pessoas de acordo com a altura.
- A esquerda é usando lógica proposicional, a direita lógica Fuzzy.





Semântica dos conectivos

Conectivo ¬

- É a negação na Lógica

- Ex:
- P = “Zé é inteligente”
- ¬P = “Zé não é inteligente”

Semântica dos conectivos

Conectivo V

- A interpretação do conectivo V é a disjunção de duas proposições. Representa a palavra **ou**.
- Ex:
- P = “Vou comer gado”
- Q = “Vou comer porco”
- **OU** só é falso se os dois forem falsos ao mesmo tempo.

Semântica dos conectivos

Conectivo ∧

- A interpretação do conectivo ∧ é a conjunção de duas proposições. Representa a palavra **e**.
- Ex:
- P = “Tiago pulou na piscina”
- Q = “Tiago se molhou”
- **E** só é verdadeiro se os dois forem verdadeiros ao mesmo tempo.

Semântica dos conectivos

Conectivo →

- A interpretação do conectivo → é a da implicação de duas proposições. Na lógica a fórmula *P → Q quer dizer que* ***se*** *P é verdade* ***então*** *Q também é*
- Ex:
- P = “Está chovendo”
- Q = “A rua está molhada”
- Implicação só é falso se o primeiro for verdadeiro e o segundo for falso.

Semântica dos conectivos

Conectivo ↔

- A interpretação do conectivo ↔ é denominado bi-implicação ou bicondicional de duas proposições. Na lógica a fórmula $P \leftrightarrow Q$ *quer dizer que P é verdade* ***se e somente se*** *Q também for.*
- Ex:
- P = “Maria é aprovada em lógica”
- Q = “Maria totaliza mais de 60 pontos em Lógica”
- Bicondicional só verdadeiro se os dois tiverem mesmo valor lógico.