Lógica para Computação

André Luiz Marasca

O que é logica?

- Lógica é a analise dos métodos de raciocínio (Mendelson, 1987).
- No nosso estudo de lógica, estamos interessados na forma de uma sentença e não no significado que ela traz.
- Em outras palavras, o que nos interessa é como um argumento está estruturado, e não o seu significado.

Argumento

- Chame-se **argumento**, a afirmação de que um conjunto de proposições iniciais resultem em uma proposição final, que será consequência das primeiras.
- As proposições iniciais, $\mathbf{p_1}$, $\mathbf{p_2}$, ..., $\mathbf{p_n}$, são chamadas **premissas**, do argumento, e uma proposição **c**, é chamada de **conclusão** do argumento.

Estrutura de um argumento X seu conteúdo

- Considere os argumentos:
  - P1: Todo homem é mortal.
  - P2: Sócrates é um homem.
  - C: Portanto, Sócrates é mortal.

  - P1: Todo cachorro late.
  - P2: Bingo é um cachorro.
  - C: Portanto, Bingo late.

Estrutura de um argumento X seu conteúdo

- Do ponto de vista da lógica, estes dois argumentos tem a mesma estrutura:
  - P1: Todo X é Y.
  - P2: Z é X.
  - C: Portanto, Z é Y.
- Ou seja, a estrutura de um argumento é diferente do conteúdo de um argumento!

O que é logica?

- *Conhecimento das formas gerais e regras gerais do pensamento correto e verdadeiro, independente dos conteúdos pensados; regras para demonstração cientifica verdadeira; regras para pensamentos não-científicos; regras sobre o modo de expor conhecimento; regras para verificação da verdade ou falsidade de um pensamento etc. (Chauí, 2002).*

Mais alguns exemplos de proposições

- Se está chovendo, então a rua está molhada.
  - Não está chovendo, então não pode-se dizer se a rua está molhada ou não.
  - Está chovendo, então com certeza, a rua está molhada.
  - A rua está molhada, mas não se sabe se foi causada pela chuva.
  - A rua não está molhada, então não está chovendo.
- Se José estuda e tem boa memória, então ele irá bem na prova.
  - Jose foi mal na prova, então ele não estuda ou não tem boa memória.
  - Jose foi mal na prova, mas ele estuda, então ele não tem boa memória.

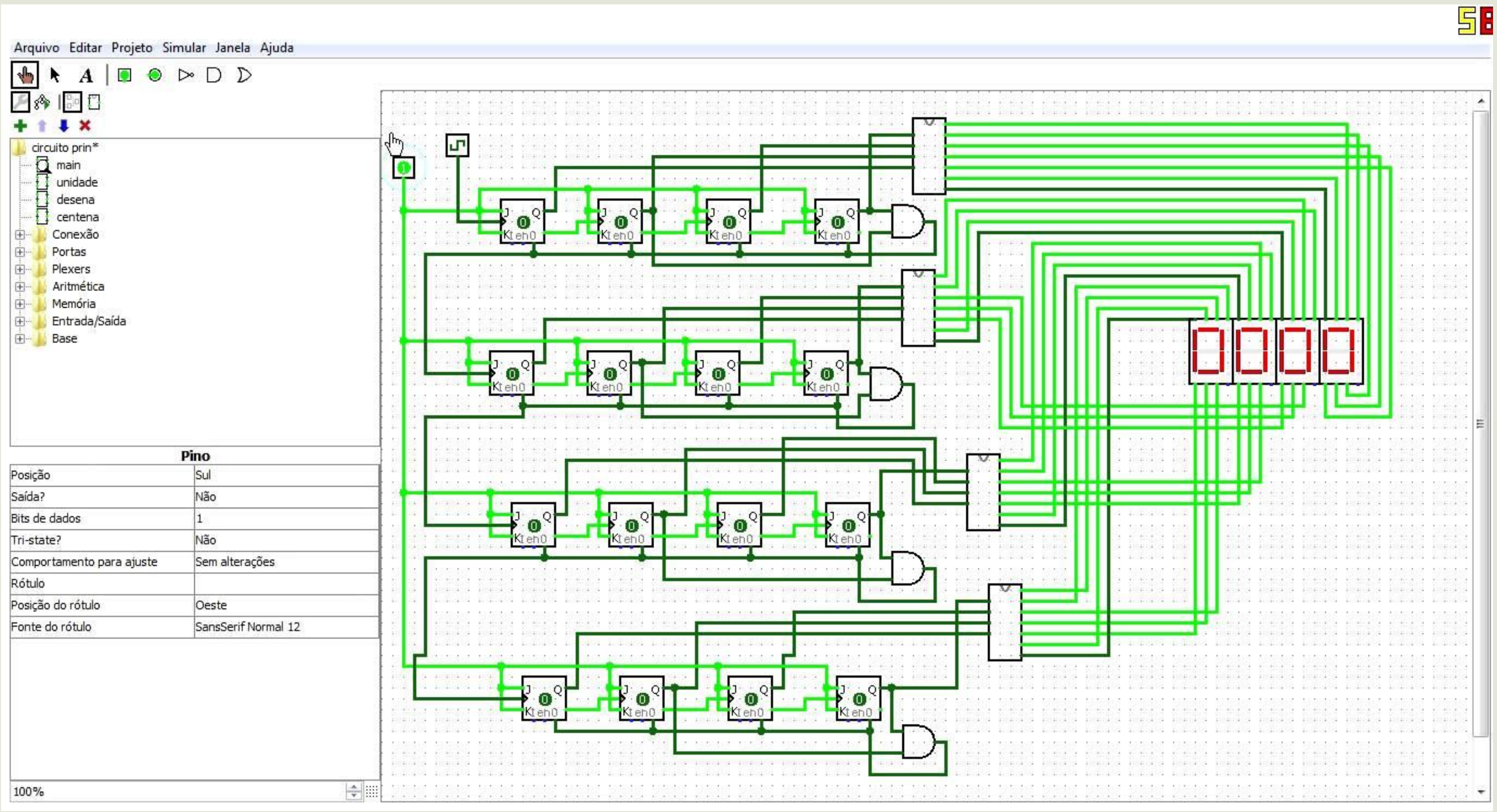
Equivalências lógicas

- Se está chovendo, então a rua está molhada.
  - Não está chovendo ou a rua está molhada.
  - Se a rua não está molhada, então não está chovendo.
- Sou uma boa pessoa.
  - Não é verdade que não sou uma boa pessoa.
  - Não é verdade que é mentira que sou uma boa pessoa.

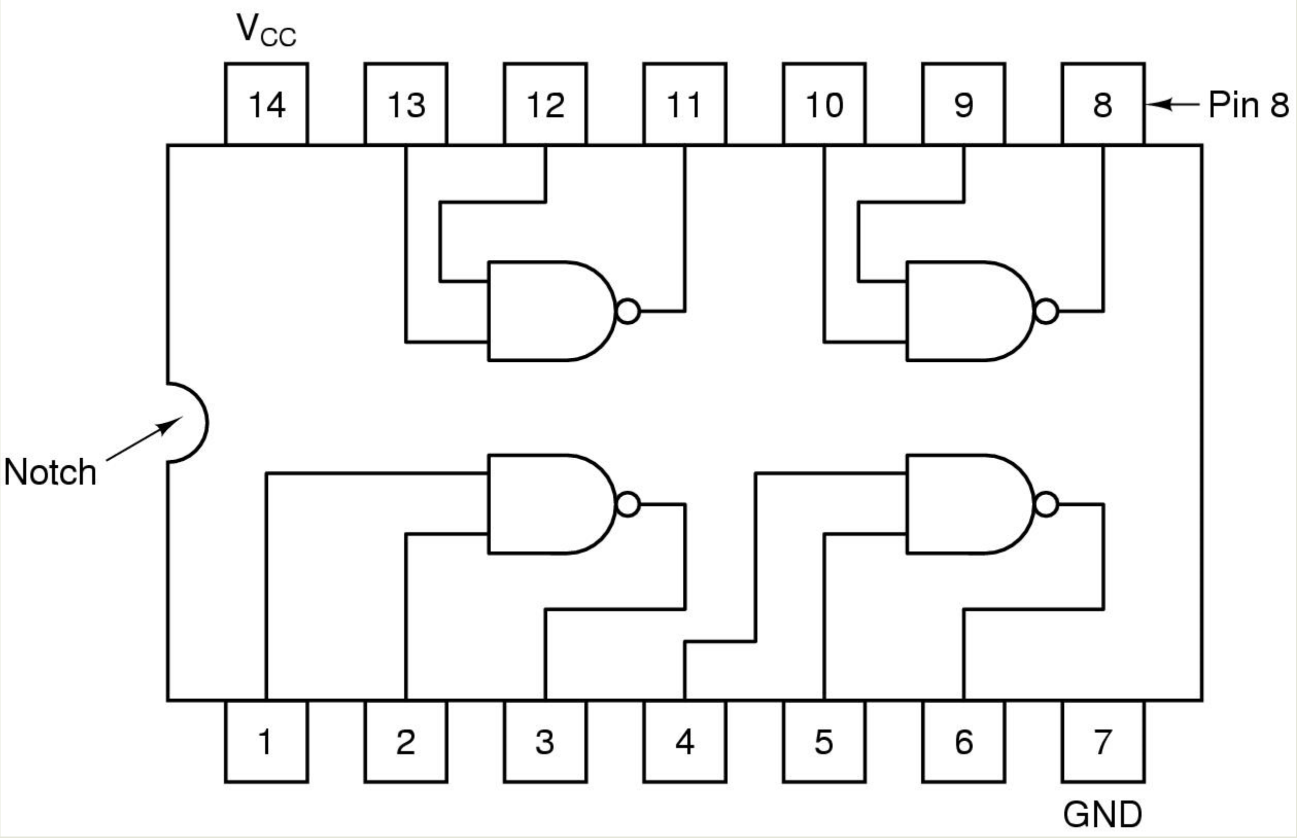
Equivalências lógicas

- Irei assistir o filme, ou não me chamo Luiz.
  - Se eu não assistir o filme, então não me chamo Luiz.
  - Se eu me chamo Luiz, então irei assistir o filme.
- É mentira que João faz medicina e Joana faz engenharia.
  - João não faz medicina ou Joana não faz engenharia.

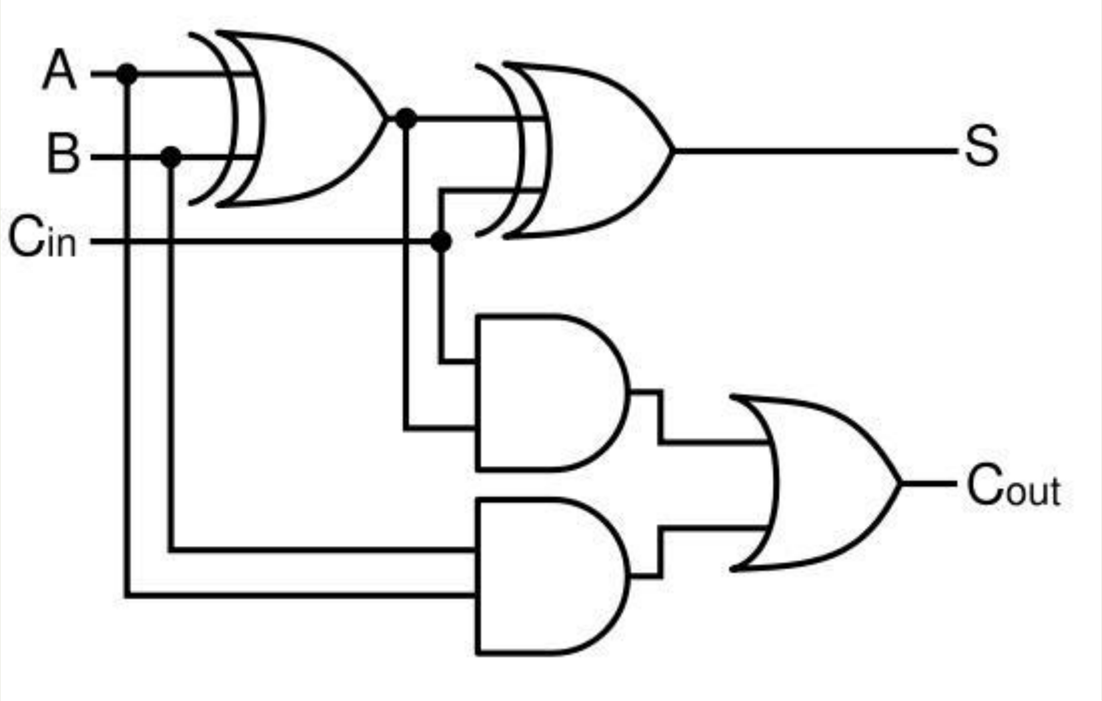
Algumas aplicações para Lógica

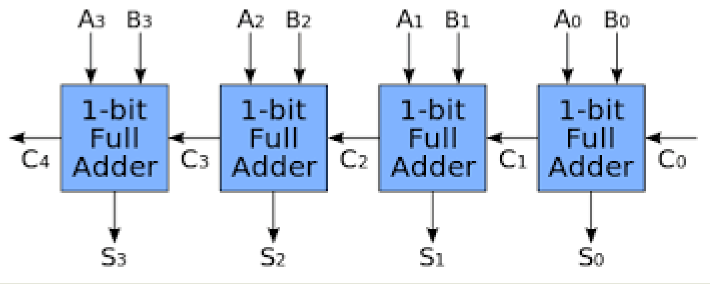


Portas lógicas NAND

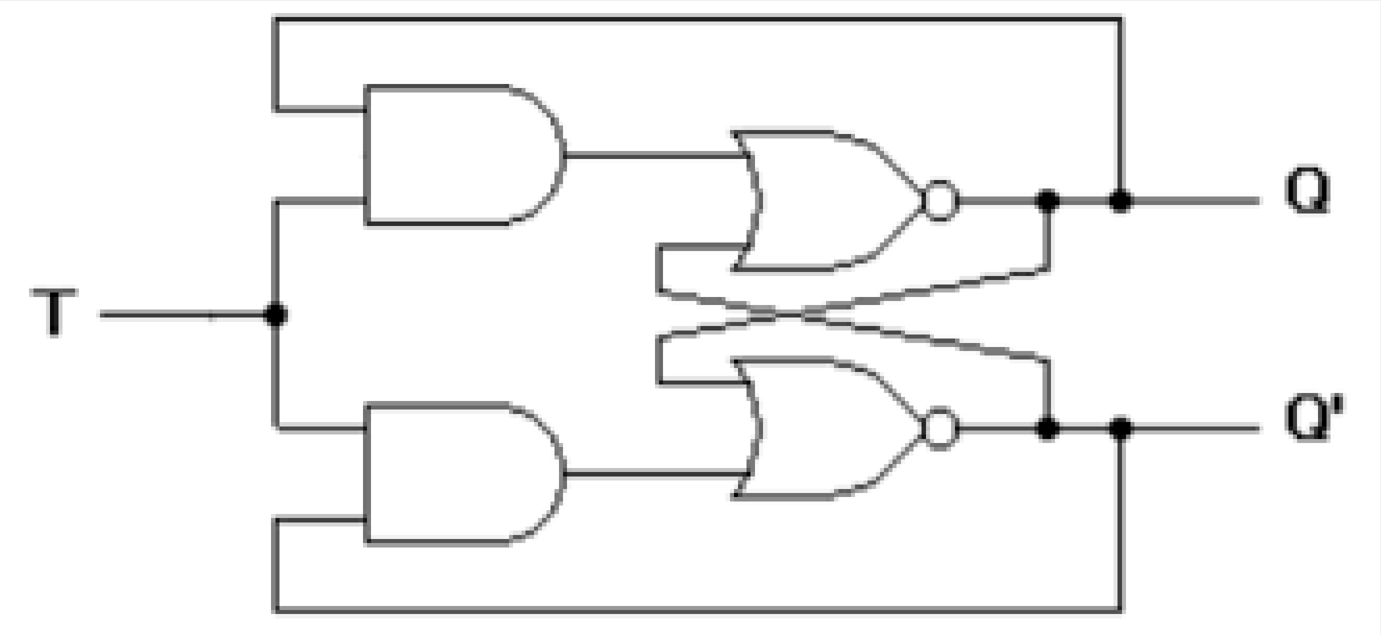


Calculadora digital, Full Adder

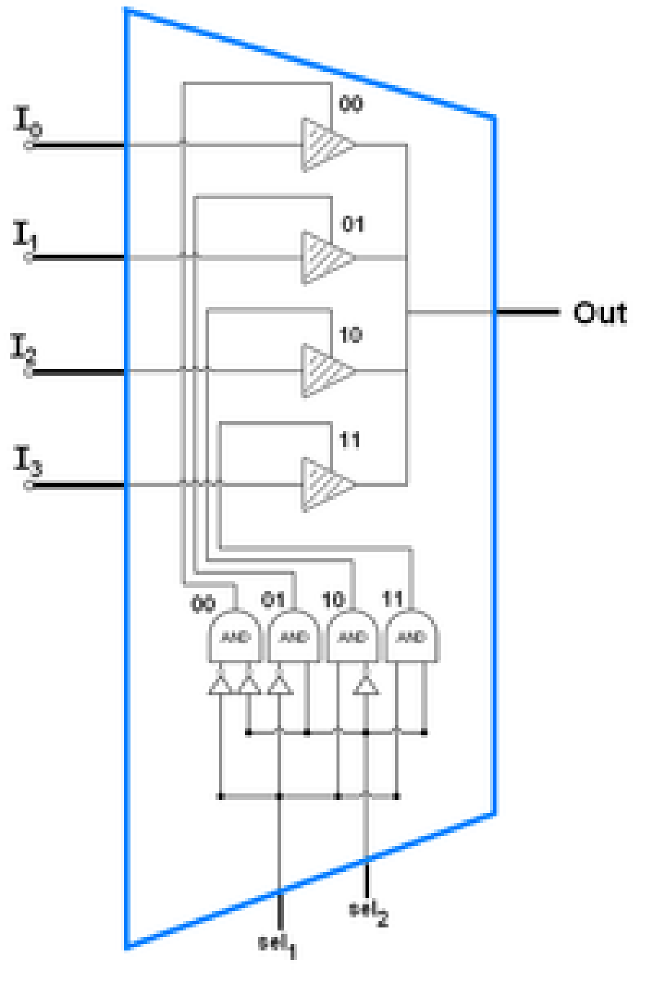




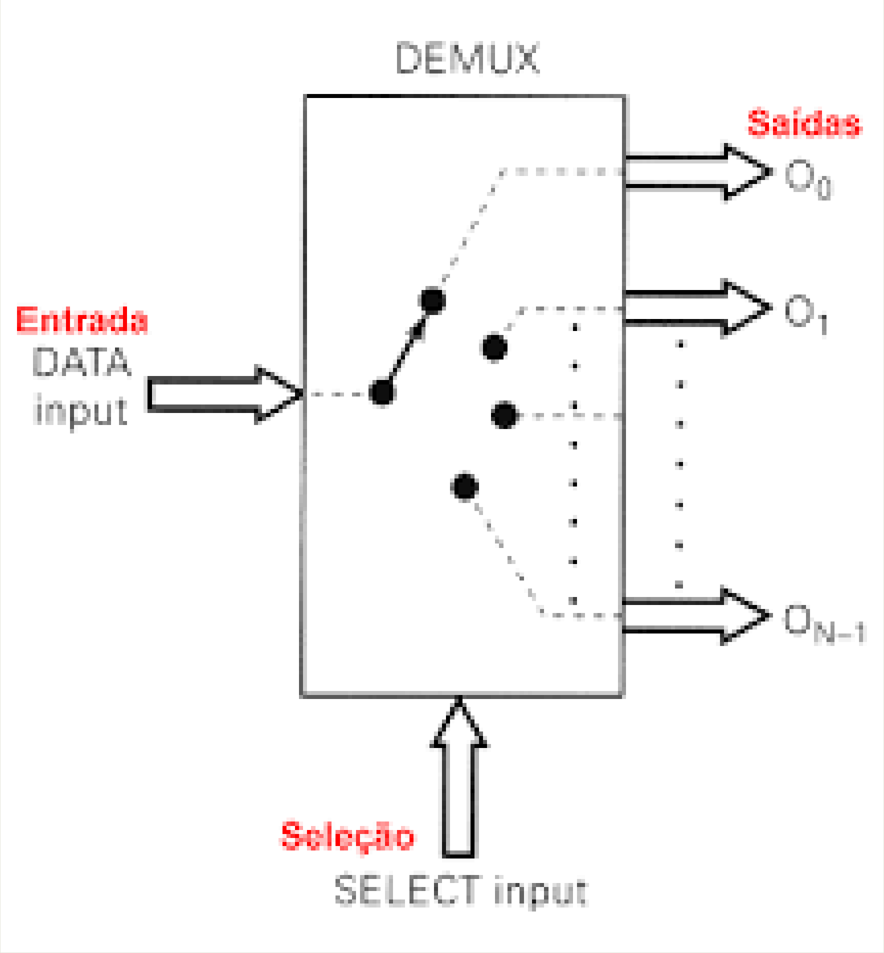
Flip Flop T



Multiplexador



Demultiplexador



Outras aplicações

- Cálculo de complexidade de algoritmos.
- Banco de dados. Simplificar comandos em SQL, que existem operações massivas (para bancos de dados grandes), e elevado custo computacional.
- Desenvolvimento de compiladores (Uso massivo de lógica).
- **Conseguir ler artigos científicos nas áreas formais da computação.**

Lógica proposicional

- A lógica proposicional, assim como qualquer outra linguagem, necessita de alguns elementos para ser definida:
  - Os símbolos que fazem parte da linguagem, no caso da língua portuguesa {a, b, ...,z, A, B, ...,Z}.
  - Em seguida, as palavras da linguagem devem ser definidas. Combinando os símbolos, porém, não é qualquer combinação, por exemplo, ‘d’ com ‘e’, forma ‘de’ que pertence a língua portuguesa.
  - Na lógica proposicional, o equivalente a uma palavra é uma fórmula.

Definição do alfabeto

- Símbolos de Verdade: *true*, *false*
- Símbolos proposicionais: P, Q, R, S, P1, Q1, R1, S1, P2, ...
- Conectivos proposicionais:
  - ($\neg$) (~) "não": negação
  - ($\wedge$) "e": conjunção
  - ($\vee$) "ou": disjunção
  - ($\rightarrow$) "se...então": condicional, implicação
  - ($\leftrightarrow$) "se e somente se": bicondicional, bi-implicação.
  - ($\oplus$) "ou exclusivo": XOR (Não usual)

Fórmulas

- As fórmulas da linguagem lógica proposicional são construídas à partir dos símbolos do alfabeto conforme as regras a seguir:
  - Todo símbolo de verdade é uma formula.
  - Todo símbolo proposicional é uma formula.
  - Se H é uma formula, então $(\neg H)$, a negação de H é uma formula.
  - Se H e G são formulas, então $(H \vee G)$ é uma fórmula. Está formula é a disjunção das formulas H e G.
  - Se H e G são formulas, então $(H \wedge G)$ é uma fórmula. Está formula é a conjunção das formulas H e G.

Fórmulas

- As fórmulas da linguagem lógica proposicional são construídas à partir dos símbolos do alfabeto conforme as regras a seguir:
  - Se H e G são formulas, então $(H \rightarrow G)$ é uma fórmula. Nesse caso H é o antecedente e G é o consequente.
  - Se H e G são formulas, então $(H \leftrightarrow G)$ é uma fórmula. Nesse caso H é o lado esquerdo e G é o lado direito.

Fórmulas

- A partir da fórmula (P V Q) e da fórmula *true*, podemos obter a fórmula:

$$(P \vee Q) \rightarrow \mathit{true}$$

- Exemplos de fórmulas mal formadas:

$$PQ$$

$$R\ \mathit{true} \rightarrow$$

$$\text{true} \rightarrow \leftrightarrow (R\ \mathit{true} \rightarrow)$$

Utilização de parênteses

- Deve-se utilizar parênteses para distinguir as fórmulas, quando necessário:

$$(((P \vee R) \rightarrow \mathit{true}) \leftrightarrow (Q \wedge S))$$

Precedência de operadores

- Assim como na matemática, que há precedência de operadores (multiplicação e divisão, vem antes de adição e subtração), na lógica também ocorre precedência de operadores:

$$2 + 3 * 4 = 2 + (3 * 4)$$

Ordem de precedência

- Maior precedência: ¬
- Precedência intermediaria: →, ↔
- Menor precedência: V, Λ

Ordem de precedência

- Por exemplo, a precedência do operador NOT:
  - $\neg P \vee Q$ é equivalente à $(\neg P) \vee Q$
- Ou ainda:
  - $P \vee Q \rightarrow R$ é equivalente à $P \vee (Q \rightarrow R)$
    - Observação: a ordem de precedência entre $\vee$, $\wedge$ e $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, não é consenso na literatura (cada livro trata como quer).
    - Dessa forma, nesse caso, sempre é aconselhável a utilização de parênteses.

Ordem de precedência

- Mesmo com ordem de precedência, alguns casos podem gerar confusão, por isso o uso de parênteses:

$$P \rightarrow Q \leftrightarrow R$$

  - Possui duas interpretações:
    - $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow R$
    - $P \rightarrow (Q \leftrightarrow R)$

Exercícios

- Quais fórmulas abaixo são válidas:
  - A) VQ
  - B) PQ V *true*
  - C) $(P \land Q) \rightarrow (Q \leftrightarrow \neg R)$
  - D) $\neg\neg P$
  - E) $(P \land Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow P) \lor \neg\neg R)$