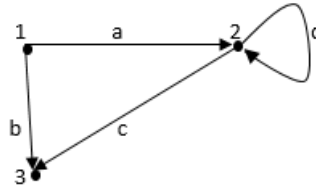


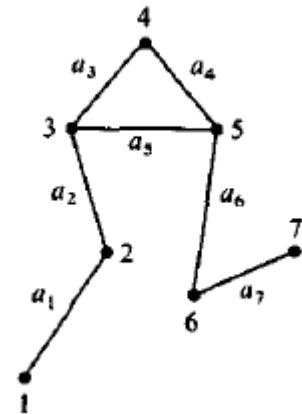
LISTA 8 - TEORIA DE GRAFOS

1. Dê a função g que é parte da definição formal do grafo direcionado ilustrado.



2. Responda as perguntas a seguir sobre o grafo na figura abaixo:

- O grafo é simples?
- O grafo é completo?
- O grafo é conexo?
- Você pode encontrar dois caminhos de 3 para 6?
- Você pode encontrar um ciclo?
- Você pode encontrar uma aresta cuja remoção transformará o grafo em um grafo acíclico?
- Você pode encontrar uma aresta cuja remoção transformará o grafo em um grafo não-conexo?

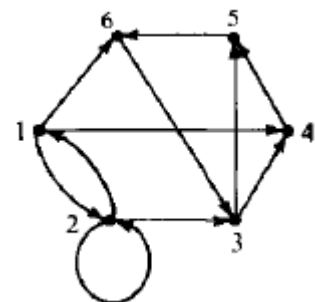


3. Esboce um desenho para cada um dos grafos indicados a seguir:

- Um grafo simples com três vértices, cada um de grau 2;
- Um grafo com quatro vértices e ciclos de comprimento 1, 2, 3 e 4;
- Um grafo não completo com quatro vértices, cada um de grau 4.

4. Use o grafo direcionado na figura para responder às perguntas abaixo:

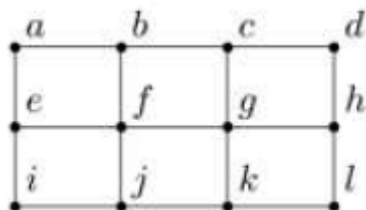
- Quais vértices são acessíveis a partir do vértice 3?
- Qual o comprimento do caminho mais curto do vértice 3 para o vértice 6?
- Qual o caminho de comprimento 8 do vértice 1 para o 6?



5. Desenhe um grafo com cada uma das características a seguir, ou explique por que não existe um tal grafo:

- Quatro vértices de graus 1, 2, 3, 4 respectivamente;
- Simples com quatro vértices de graus 1, 2, 3, 4, respectivamente;

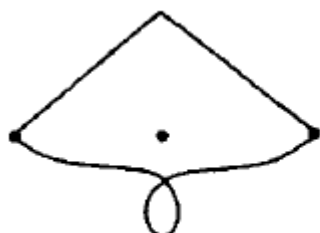
- (c) Quatro vértices de graus 2, 3, 3, 4, respectivamente;
- (d) Quatro vértices de graus 2, 3, 3, 3, respectivamente.
6. O grafo dos estados do Brasil é definido assim: cada vértice é um dos estados da República Federativa do Brasil; dois estados são adjacentes se têm uma fronteira comum. Faça um desenho do grafo. Quantos vértices tem o grafo? Quantas arestas? Calcule os valores de δ e Δ para o grafo resultante, onde δ é o menor grau dos vértices e Δ é o maior grau.
7. A partir do grafo gerado no exercício acima, remova o mínimo possível de arestas (fronteira entre os estados) de modo que o grafo se torne uma árvore. Calcule os valores dos parâmetros δ e Δ para o grafo resultante.
8. Seja $V = \{a, b, c, d, e\}$ e $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Verifique se o grafo $G = (V, A, g)$ é um caminho, onde a função g é dada por: $g(a_1) = d - e, g(a_2) = b - c, g(a_3) = c - a, g(a_4) = b - e$.
9. Seja $V = \{a, b, c, d, e\}$ e $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$. Verifique se o grafo $G = (V, A, g)$ é um ciclo, onde a função g é dada por: $g(a_1) = b - c, g(a_2) = b - d, g(a_3) = e - a, g(a_4) = e - d, g(a_5) = a - c$.
10. Seja G o grafo representado na figura abaixo e X o conjunto $\{a, b, e, f, g, l\}$. Faça um subgrafo de G com os vértices do conjunto X .



11. Dado um grafo G com 8 vértices e 6 arestas. Este grafo é conexo? Justifique sua resposta.
12. A companhia aérea Voadora Airways tem nove vôos diários, como segue:
- | | |
|---|-------------------------------------|
| 103 de Manaus para Salvador | 301 de Belo Horizonte para Brasília |
| 106 de Salvador para Manaus | 305 de São Paulo para Curitiba |
| 201 do Rio de Janeiro para São Paulo | 308 de Curitiba para Rio de Janeiro |
| 203 do Rio de Janeiro para Belo Horizonte | 401 de Brasília para São Paulo |
| 204 de Belo Horizonte para Rio de Janeiro | |

Descreva os dados por meio de um grafo direcionado G .

13. Qual dos grafos a seguir não é isomorfo aos outros e por quê?



(a)

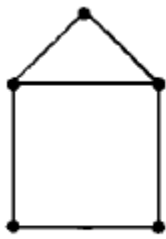


(b)

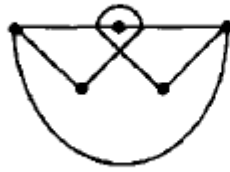


(c)

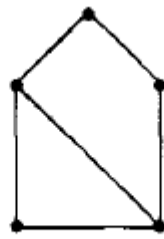
14. Qual dos grafos a seguir não é isomorfo aos outros e por quê?



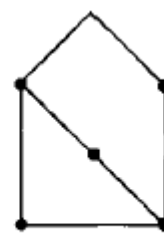
(a)



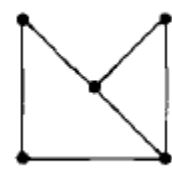
(b)



(c)

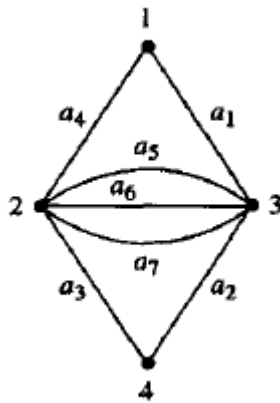


(d)

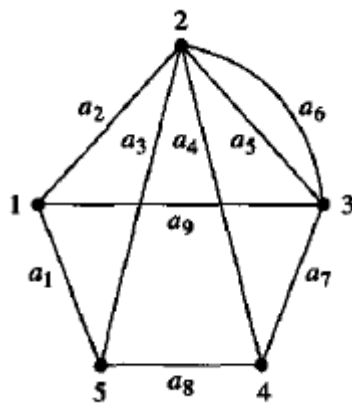
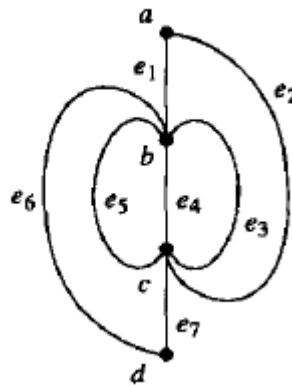


(e)

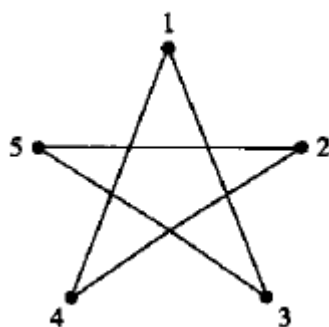
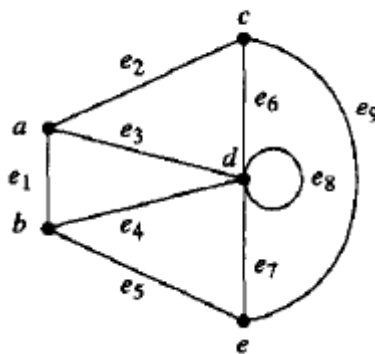
15. Decida se os dois grafos são isomorfos. Se forem, dê uma função ou funções que estabeleçam o isomorfismo; se não forem, explique por quê.



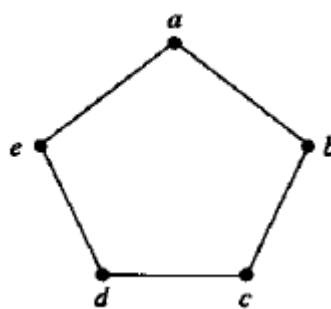
(a)

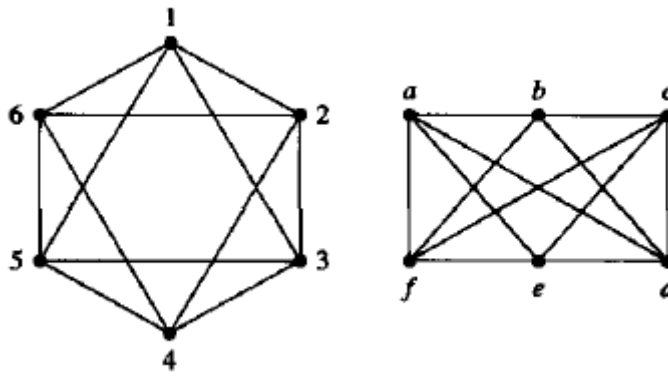


(b)

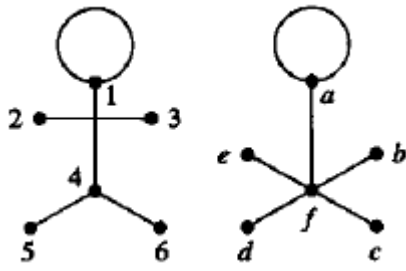


(c)



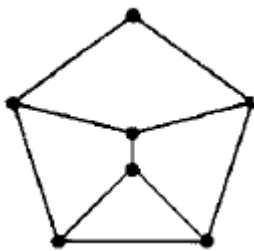


(d)

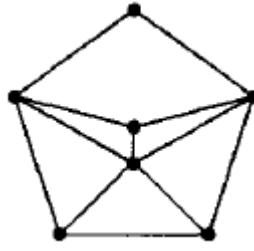


(e)

16. Desenhe todos os grafos não-isomorfos simples com dois vértices.
17. Desenhe todos os grafos não-isomorfos simples com três vértices.
18. Colorir um grafo é atribuir uma cor a cada nó de modo que dois nós adjacentes nunca tenham a mesma cor. O número cromático de um grafo é o menor número de cores necessário para se colorir um grafo. Encontre o número cromático dos grafos a seguir:

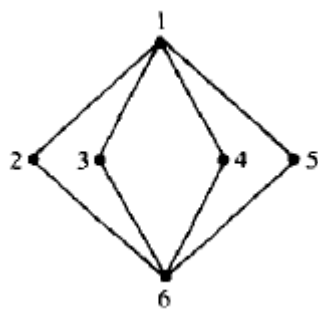


(a)

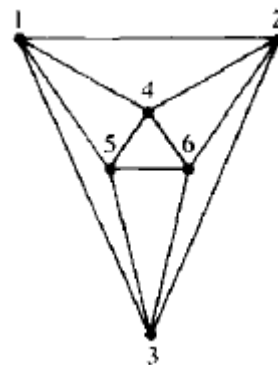


(b)

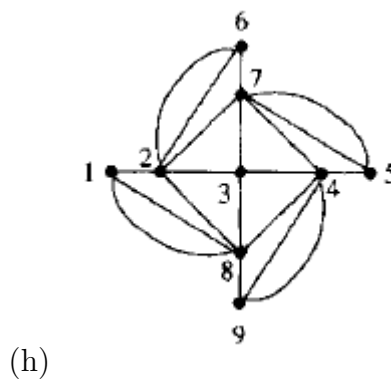
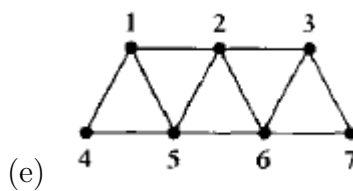
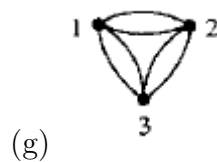
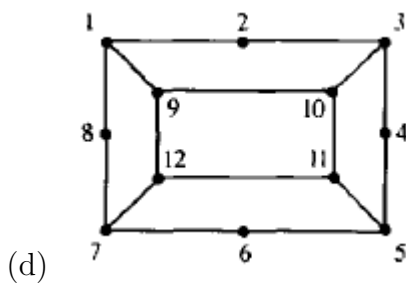
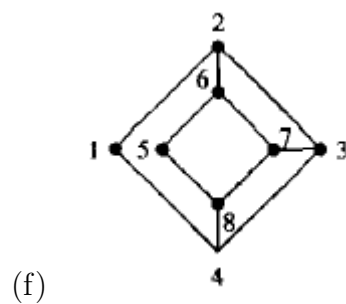
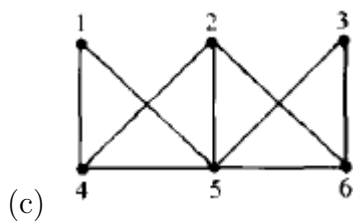
19. Determine se o grafo tem um caminho de Euler.



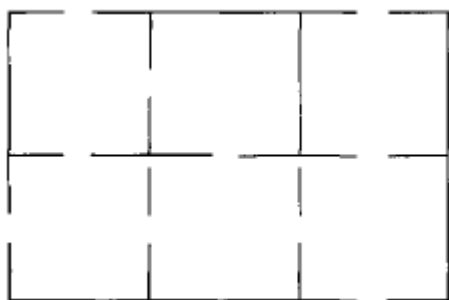
(a)



(b)



20. Decida por tentativa e erro se existem circuitos hamiltonianos para os grafos do exercício anterior.
21. É possível entrar e sair de cada quarto na casa ilustrada na figura a seguir de modo que cada porta da casa seja usada exatamente uma vez? Por quê?



22. Lembre-se de que K_n , denota o grafo simples completo de ordem n .
- (a) Para que valores de n existe um caminho de Euler em K_n ?
- (b) Para que valores de n existe um circuito hamiltoniano em K_n ?

GABARITO

- | | | |
|--|---|--|
| <p>1.</p> <p>2.</p> <p>3.</p> <p>4. (a) 4, 5, 6</p> <p style="padding-left: 20px;">(b) Comprimento 2</p> <p style="padding-left: 20px;">(c) Listando os nós: 1-2-1-2-2-1-4-5-6</p> <p>5.</p> <p>6.</p> <p>7.</p> <p>8.</p> <p>9.</p> | <p>10.</p> <p>11.</p> <p>12.</p> <p>13. (b), pois não tem vértice de grau 0.</p> <p>14.</p> <p>15. (e) Não isomorfos; o grafo II tem um nó de grau 5 e o grafo I não tem.</p> | <div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;"> </div> <p>16.</p> <p>17.</p> <p>18. (a)3</p> <p>19. (a) Sim (f) Não</p> <p>20. (a) Não (f) Sim</p> <p>21.</p> <p>22. (a) $n=2$ ou $n=$ qualquer número ímpar</p> <p style="padding-left: 20px;">(b) $n > 2$</p> |
|--|---|--|