

### Atividade Extra de Teoria dos Grafos

1. Em um escritório com sete funcionários, decidiu-se fazer uma pesquisa para avaliar quem deveria ocupar o cargo de coordenador de produção. Como Gleice e Bruna eram as funcionárias mais antigas da empresa, seu chefe pediu para que elas sugerissem dois possíveis nomes para assumirem o cargo. Acreditando que as pessoas escolhidas por elas seriam amigos em comum das duas, seu chefe decidiu consultar uma rede social, na qual todos os seus funcionários fazem parte, e constatou o seguinte:

- Ana possui quatro amigos de seu trabalho nessa rede social, são eles, Bruna, Caio, Elen e Gleice;
- Bruna possui três amigos, Ana, Fábio e Gleice;
- Caio possui dois amigos, Ana e Daiana;
- Daiana possui dois amigos, Caio e Elen;
- Elen possui três amigos, Ana, Daiana e Gleice;
- Fábio possui dois amigos, Bruna e Gleice;
- Gleice possui quatro amigos, Ana, Bruna, Elen e Fábio.

a) Analisando essas relações de amizades, quais devem ser as duas prováveis indicações de Bruna e Gleice?

b) Justifique a resposta da letra (a) representando a social da empresa por meio de um grafo.

c) Descreva os conjuntos  $V$  (de vértices),  $A$  (de arestas) e as funções  $g$  (que associam um par de vértices a uma aresta) do grafo da letra (b).

d) Crie um grafo isomorfo ao grafo da letra (b) que evidencie as possíveis indicações de Bruna e Gleice.

2. Os grafos também podem ser representados através de matrizes ou tabelas. Nessas tabelas, representam-se os vértices como linhas e colunas, e as entradas são binárias. O valor 0 significa que não há ligação entre os vértices representados, já o valor 1 significa que há uma aresta que liga os dois vértices.

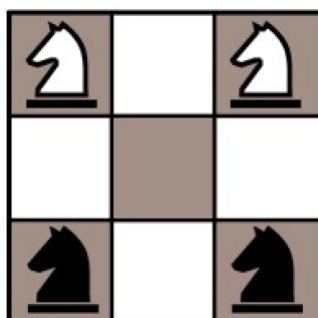
a) A tabela abaixo corresponde à rede social do exercício número 1. Termine de completá-la. (Obs.: Cada vértice foi nomeado com a primeira letra do nome do funcionário correspondente, ex. Ana = A)

Vértices	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	1	0	1
B							
C							
D							
E							
F							
G							

b) Computacionalmente, qual das representações vistas até agora é mais útil? Por quê?

3. O cavalo no xadrez tem um movimento em L, ou seja, a peça se move sempre duas casas em uma direção ortogonal e depois mais uma casa em uma direção perpendicular à movida anteriormente, podendo passar por cima de qualquer peça durante essa ação. Entretanto, a casa que encerra seu movimento deve estar vazia, ou com uma peça adversária, situação na qual ocorreria uma captura.

Agora, pense na seguinte situação: há um mini tabuleiro de xadrez (mini pois este possui apenas 3 linhas e 3 colunas, ou seja, 9 espaços). Da esquerda para direita e de baixo para cima, usaremos as letras A, B e C para marcar as colunas e os números 1, 2 e 3 para marcar as linhas. Assim teremos as casas marcadas como A1, A2, A3, B1, B2, B3, C1, C2 e C3. Com essa condição, coloquemos agora um cavalo em cada canto (casas A1, A3, C1 e C3), de forma que na linha 3 estejam 2 cavalos Brancos (casas A3 e C3) e na linha 1 fiquem 2 cavalos negros, como na figura:



- a) Agora tente, usando o movimento do cavalo e sem capturar qualquer peça, colocar os cavalos brancos nas casas A1 e C3 e os cavalos negros nas casas A3 e C1. É possível?  
b) Represente esse problema através de um grafo.
4. Considere a tabela de tarefas para a construção de uma casa de madeira.

Tarefas	Pré-requisitos	Dias
1. Limpeza do terreno	Nenhum	4
2. Produção e colocação da fundação	1	3
3. Produção e colocação da estrutura	2	7
4. Colocação das tábuas externas	3	4
5. Colocação do telhado	3	6
6. Instalação do encanamento e fiação	4 e 5	6
7. Colocação dos batentes de janelas e portas	3	5
8. Instalação de janelas e portas	6	5
9. Pintura interior	7 e 8	5

- a) Represente essa sequência de tarefas através de um grafo valorado e direcionado (orientado).
- b) Os grafos orientados e valorados podem ser representados através de matrizes de incidência. Na matriz de incidência, cada linha representa um vértice e cada coluna representa uma aresta. A respeito das entradas, representa-se com +(valor da aresta) o vértice que a aresta sai e com -(valor da aresta) o vértice em que ela chega. Represente o grafo da letra (a) através de uma tabela/matriz de incidência.
- c) Qual o tempo mínimo para construção dessa casa?
5. Sete pessoas (A, B, C, D, E, F e G) moram numa mesma cidade. Cada uma delas conhece as outras seis. São pares de pessoas que se gostam: AB, BC, CD, DE, EF, FA, DG e

DF. Qualquer outro par, que não estes, refere-se a duas pessoas que não se gostam. Há, dentre essas sete pessoas, alguma que seja mais (menos) popular do que todas as outras? Quem?

- a) Represente essa situação através de um grafo.
- b) Represente essa situação através de uma matriz de incidência.
- c) Some os valores de cada linha da matriz da letra (b). O que você observou?

Referências:

BRIA, J. Grafos, por que não. Caderno de Licenciatura em Matemática UFF, 2014.

JURKIEWICZ, S. Grafos: Uma introdução. São Paulo: OBMEP, 2009.

LUCAS, T. M. Grafos no ensino médio : uma proposta de atividade. Dissertação. Campos dos Goytacazes, 2017.