

Prof: T. S. Grigera
JTP: Arles Gil Rebaza

Práctica 2 — Funciones de correlación y números aleatorios

Bibliografía: Krauth (2006, Cap. 1), Newman y Barkema (1999, Cap. 1), Press et al. (1992, Cap. 7).

Ejercicio 1. Considere un sistema en el retículo descrito por un hamiltoniano $H(\{S\}) = H_0 - \sum_{\mathbf{r}} h_{\mathbf{r}} S_{\mathbf{r}}$.

a) Demuestre la relación de *fluctuación-disipación estática*

$$\chi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \beta C_c(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad \text{con} \quad \chi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left. \frac{\partial \langle S_{\mathbf{r}} \rangle}{\partial h_{\mathbf{r}'}} \right|_{h=0}, \quad C_c(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle S_{\mathbf{r}} S_{\mathbf{r}'} \rangle - \langle S_{\mathbf{r}} \rangle \langle S_{\mathbf{r}'} \rangle. \quad (2.1)$$

b) Muestre que como consecuencia se sigue que una susceptibilidad divergente implica una longitud de correlación también divergente. Considere por comodidad el caso invariante ante traslaciones, $C_c(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = C(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$.

Para los siguientes ejercicios, utilice algoritmos de generación de números pseudoaleatorios conocidos, tales como alguno de los propuestos en *Numerical Recipes* (Press et al., 1992), de los incluidos en la [GNU Scientific library](#), o bien [RANMAR](#) (en FORTRAN).

Ejercicio 2. Utilice GNUPlot para graficar un histograma de la distribución de los números aleatorios generados (utilice muestras de 10^3 , 10^4 y 10^5 números).

Ejercicio 3. Con la misma secuencia anterior, agrupe los números en pares y ternas y grafique los puntos resultantes en el plano y en el espacio.

Ejercicio 4. Calcule y grafique la función de auto correlación temporal para las siguientes secuencias (utilice al menos 100 secuencias distintas para realizar la estimación).

a) La secuencia r_i de los números producidos por el generador que haya elegido.

b) La secuencia $a_i = w a_{i-1} + (1 - w) r_i$, con $a_1 = r_1$ y $0 < w < 1$.

La última secuencia puede considerarse una versión discreta del proceso $\dot{a} = (w - 1)a + (1 - w)r$. Puede calcular analíticamente el tiempo de relajación de este último ($\tau = 1/(w - 1)$) y compararlo con la relajación obtenida numéricamente.