

Молодость старика Ли

Старик Ли в молодости был очень популярным музыкантом. Его обожали фанаты, а его песни слушали миллиарды раз. Спустя годы одним зимним вечером Ли решил переслушать старые хиты на своем граммофоне. Но вот беда, и пластинка, и граммофон износились и большую часть звуков просто не воспроизводят, а название песни он сам уже и не помнит. Ли обратился к нам за помощью с просьбой восстановить звучание его молодости. Прослушав его пластинку нам удалось замерить громкость уцелевших звуков, постараемся из них восстановить оригинал.

Мы знаем, что звук – это волна, а любую точку волны можно приблизить суммой синусов и косинусов из $m = 4000$ слагаемых:

$$\hat{y}_i = \sum_{j=1}^m w_j \cos\left(2\pi \frac{j \cdot i}{N}\right) - w_{m+j} \sin\left(2\pi \frac{j \cdot i}{N}\right), \quad (1)$$

где i – момент времени в записи, \hat{y}_i – значение громкости в этот момент, а N – общее число точек в записи (в нашей задаче $N = 57600$).

На вход вы получаете файл со случайным подмножеством временных точек в формате (порядковый номер, значение громкости). Размер подмножества составляет 25% от полного числа точек. Ваша задача – с помощью градиентного спуска восстановить коэффициенты w_1, \dots, w_{2m} , с помощью которых можно будет восстановить запись. Алгоритм градиентного спуска можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} w_j^0 &= 0 \\ w_j^k &= w_j^{k-1} - \eta J_j \end{aligned}$$

где J – градиент функции ошибки. На практике для ускорения вычислений часто используется стохастический градиентный спуск. От обычного он отличается тем, что считается не по всем объектам, а по их подмножеству размера b . То есть как каждой итерации случайно берутся b индексов объектов и градиент находится только по этим объектам. В качестве функции ошибки предлагается использовать MSE:

$$MSE(w) = \frac{1}{2b} \sum_{i=1}^b \left(\left(\sum_{j=1}^{2m} x_{ij} w_j \right) - y_i \right)^2,$$

где b – количество объектов в батче, а x_{ij} – значение j -го признака i -го объекта (в нашем случае значение соответствующего синуса или косинуса):

$$x_{ij} = \begin{cases} \cos\left(2\pi \frac{j \cdot i}{N}\right), & j \leq m \\ \sin\left(2\pi \frac{j \cdot i}{N}\right), & j > m \end{cases}$$

Тогда:

$$J_k = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b x_{ik} \left(\left(\sum_{j=1}^{2m} x_{ij} w_j \right) - y_i \right)$$

Формат сдачи: Все решения сдаются через телеграм бота @music_task_bot, бот принимает одно решение в минуту. В качестве решения отправьте ему файл со всеми 8000 коэффициентами, записанными через запятую без пробелов. Первые 4000 коэффициентов относятся к косинусам, остальные 4000 – к синусам (как в формуле (1)). Качество решения проверяется по близости к исходной записи и оценивается баллами: минимум – 0 баллов, максимум 100 баллов. Авторам задачи удалось получить 87 баллов. При достижении 40 баллов бот помимо результата будет присылать восстановленную по вашим коэффициентам запись песни. Первые 3 человека, угадавшие название песни, получают дополнительно ценные призы, присылать название песни следует одним сообщением, например, "yellow submarine". Так же ценные призы получают 5 человек с наибольшим баллом!

P.S. При решении задачи советуем использовать значение $\eta = 0.01$, также настоятельно рекомендуем следить за значением ошибки в процессе обучения, если он не уменьшается, то где-то точно есть ошибка. Размер батча стоит брать не слишком большим, но и не слишком маленьким, для этой задачи хорошим значением будет 1000.