Modelos probabilísticos

Julienne Borges

Exercícios Resolvidos

Utilizando o R e o Microsoft Excel

PUC Minas Virtual

Vamos relembrar as funções?

Distribuição Binomial – Utilizando o Excel

Distribuição Binomial para o cálculo de **$P(X=x)$** =DISTR.BINOM(x;n;p;**FALSO**)

Distribuição Binomial para o cálculo de **$P(0 \leq X \leq x) = P(X \leq x)$** =DISTR.BINOM(x;n;p;**VERDADEIRO**)*

*Os resultados exibidos mostrarão a probabilidade acumulada!

Distribuição Binomial – Utilizando o R

Distribuição Binomial para o cálculo de $P(X=x)$ — dbinom(x,size,prob,log = FALSE)

Distribuição Binomial para o cálculo de $P(0 \leq X \leq x) = P(X \leq x)$ — pbinom(x,size,prob,**lower.tail=TRUE**,log = FALSE)

onde:

size = n

prob= p

lower.tail=TRUE → Fornece a probabilidade acumulada → $P(X \leq x)$

lower.tail=FALSE → Fornece a probabilidade acima de x → $P(X>x)$

log=FALSE → Fornece as probabilidades numéricas e não em escala logarítmica.

Distribuição Binomial - Exemplo

Suponha que 5% de todas as peças que saiam de uma linha de produção sejam defeituosas. Se 10 dessas peças forem escolhidas e inspecionadas, pede-se:

Observe que temos:

- ✓ Um experimento com somente duas opções de resposta (peças defeituosas ou não defeituosas);
- ✓ Um número fixo e independente de vezes que o experimento será repetido (10 amostras);
- ✓ A probabilidade de peças defeituosas é constante $p=0,05$ e, consequentemente, a probabilidade de peças não defeituosas $q=1-p=0,95$.

Dessa forma, podemos dizer que o modelo binomial se adapta bem à situação proposta no exemplo, ou seja, $X \sim B(10; 0,05)$.

a) Identifique a variável aleatória estudada. Quais valores ela pode assumir?

X: número de peças defeituosas produzidas

x= 0, 1, 2,..., 10.

b) Calcule o número médio de peças defeituosas e, também, o desvio padrão.

Média: E(X) = np = 10.0,05 = 0,5

Variância: σ^2 = npq = 10.0,05.0,95 = 0,475

Desvio padrão: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ = 0,6892

c) Qual é a probabilidade de obtermos **exatamente 7** peças defeituosas?

$$P(X=7)=\binom{10}{7}.0{,}05^{7}.(1-0{,}05)^{10-7}=8{,}03789\times10^{-8}$$

Utilizando o Microsoft Excel:

=DISTR.BINOM(7;10;0,05;**FALSO**)

Resultado:

8,03789E-08

Utilizando o R:

dbinom(7,10,0.05,log=FALSE)

Resultado:

8.037891e-08

c) Qual é a probabilidade de obtermos no máximo 2 peças defeituosas?

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}9884$$

$$P(X = 0) = \binom{10}{0} .0{,}05^{0}.(1 - 0{,}05)^{10-0} = 0{,}5987$$

$$P(X = 1) = \binom{10}{1} .0{,}05^{1}.(1 - 0{,}05)^{10-1} = 0{,}3151$$

$$P(X = 2) = \binom{10}{2} .0{,}05^{2}.(1 - 0{,}05)^{10-2} = 0{,}0746$$

Observe que a probabilidade diminui à medida que nos afastamos da média!

Utilizando o Microsoft Excel:
=DISTR.BINOM(2;10;0,05;**VERDADEIRO**)
Resultado:
0,988496443

Utilizando o R:
pbinom(2,10,0.05,**lower.tail=TRUE**,log = FALSE)
Resultado:
0.9884964

Agora é com você!

c) Qual é a probabilidade de obtermos **mais de 3 peças** defeituosas?

Agora é com você!

c) Qual é a probabilidade de obtermos mais de 3 peças defeituosas?

$$P(X>3) = 1-P(X\leq 3)$$

Utilizando o Microsoft Excel:

=DISTR.BINOM(3;10;0,05;**VERDADEIRO**) → 0,998971502

Observe que será necessário fazer 1-0,998971502=0,001028498

Utilizando o R:

pbinom(3,10,0.05,**lower.tail=FALSE**,log = FALSE) → 0.001028498

Distribuição Binomial – Exercício 1

Cada amostra de ar tem 10% de chance de conter uma certa molécula rara. Considere que as amostras sejam independentes com relação à presença da molécula rara. Encontre a probabilidade de que em 18 amostras:

a) Exatamente 2 contenham a molécula rara.
b) No mínimo 4 amostras contenham a molécula rara.
c) De 3 a 7 amostras contenham a molécula rara.
d) O número médio e a variância de moléculas raras.

Respostas: a) 0,2835 b) 0,0982 c) 0,2660 d) 1,8 e 1,62.

Distribuição Binomial – Exercício 1 - Resolução

Cada amostra de ar tem 10% de chance de conter uma certa molécula rara. Considere que as amostras sejam independentes com relação à presença da molécula rara. Encontre a probabilidade de que em 18 amostras:

X: número de moléculas raras encontradas.
x: 0, 1, 2, 3...,18
n=18 e p=0,1

a) Exatamente 2 contenham a molécula rara. → P(X=2)

Utilizando o Microsoft Excel:
=DISTR.BINOM(2;18;0,1;FALSO)
Resultado:
0,283512

Utilizando o R:
dbinom(2,18,0.1,log=FALSE)
Resultado:
0.2835121

Distribuição Binomial – Exercício 1 - Resolução

b) **No mínimo 4** amostras contenham a molécula rara.

→ $P(X \geq 4)=1 - P(X<4)=1-P(X \leq 3) = 1-[P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)]$

Utilizando o Microsoft Excel:
=DISTR.BINOM(3;18;0,1;**VERDADEIRO**) → 0,901803
Observe que será necessário fazer 1-0,901803=0,098197

Utilizando o R:
pbinom(3,18,0.1,**lower.tail=FALSE**,log = FALSE) → 0.09819684

Distribuição Binomial – Exercício 1 - Resolução

c) De 3 a 7 amostras contenham a molécula rara.

→ $P(3 \leq X \leq 7) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + P(X=7) = 0{,}266031$

Utilizando o Microsoft Excel:

=DISTR.BINOM(3;18;0,1;FALSO) → **0,168007**
=DISTR.BINOM(4;18;0,1;FALSO) → **0,070003**
=DISTR.BINOM(5;18;0,1;FALSO) → **0,021779**
=DISTR.BINOM(6;18;0,1;FALSO) → **0,005243**
=DISTR.BINOM(7;18;0,1;FALSO) → **0,000999**

Utilizando o R:

dbinom(3,18,0.1,log=FALSE) → 0.1680072
dbinom(4,18,0.1,log=FALSE) → 0.07000298
dbinom(5,18,0.1,log=FALSE) → 0.02177871
dbinom(6,18,0.1,log=FALSE) → 0.005243022
dbinom(7,18,0.1,log=FALSE) → 0.0009986708

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ...18

Dica:

Outra opção seria fazer $P(3 \leq X \leq 7) = P(X \leq 2) - P(X \leq 7) = 0{,}266204 - 0{,}0001734573 = 0{,}2660305$

Distribuição Binomial – Exercício 1 - Resolução

d) O número médio e a variância de moléculas raras.

X: número de moléculas raras encontradas.
x: 0, 1, 2, 3...,18
n=18 e p=0,1

Média:
E(X) = np = 18x0,1=1,8

Variância:
σ^2 = npq = 18x0,1x0,9 = 1,62
→ E se fosse pedido o desvio padrão? $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1{,}62} = 1{,}272792$

Vamos relembrar as funções?

Distribuição Poisson – Utilizando o Excel

Distribuição Poisson para o cálculo de **$P(X=x)$** =DIST.POISSON(x;lambda;**FALSO**)

Distribuição Poisson para o cálculo de **$P(0 \leq X \leq x) = P(X \leq x)$** =DIST.POISSON(x;lambda;**VERDADEIRO**)*

*Os resultados exibidos mostrarão a probabilidade acumulada!

Distribuição Poisson – Utilizando o R

Distribuição Poisson para o cálculo de **P(X=x)**	**d**pois(x, lambda, log = FALSE)
Distribuição Poisson para o cálculo de **P(0≤X≤x) = P(X≤x)**	**p**pois(x, lambda, **lower.tail = TRUE**, log.p = FALSE)

onde:

lower.tail=TRUE → Fornece a probabilidade acumulada → P(X≤x)

lower.tail=FALSE → Fornece a probabilidade acima de x → P(X>x)

log=FALSE → Fornece as probabilidades numéricas e não em escala logarítmica.

Distribuição Poisson – Exemplo

Uma central telefônica recebe, em média, **cinco** chamadas por minuto.

a) Defina a variável aleatória.

X: **Número de chamadas** recebidas **por minuto**.

x: 0, 1, 2, ...

λ = 5 chamadas **por minuto**

X ~ Po(**5**)

b) Calcule a probabilidade de que, durante um intervalo de **um minuto**, a central telefônica **não receba chamada**.

$$P(X = 0) = \frac{e^{-5}.5^{0}}{0!} = 0,0067$$

Utilizando o Excel:
=DIST.POISSON(0;5;**FALSO**)
Resultado: 0,006737947

Utilizando o R:
dpois(0,5,log=FALSE)
Resultado: 0.006737947

c) Calcule a probabilidade de que, durante um intervalo de **um minuto**, a central telefônica receba, **no máximo, uma** chamada.

.

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0{,}0067 + 0{,}0337 = 0{,}0404$$

$$P(X = 1) = \frac{e^{-5} . 5^{1}}{1!} = 0{,}0337$$

Utilizando o Excel:
=DIST.POISSON(1;5;**VERDADEIRO**)
Resultado: 0,040427682

Utilizando o R:
ppois(1,5, **lower.tail = TRUE**, log.p = FALSE)
Resultado: 0.04042768

d) Calcule a probabilidade de que, durante um intervalo de um minuto, a central telefônica receba mais de duas chamadas.

- P(X>2)=1-P(X≤2)=1-P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=1-0,1246=0,8754

$$P(X=2)=\frac{e^{-5}.5^{2}}{2!}=0,0842$$

Utilizando o Excel:
=DIST.POISSON(2;5;**VERDADEIRO**)
Resultado: 0,124652019
Lembre-se de calcular 1- 0,124652019=0,875347981

Utilizando o R:
ppois(2,5, **lower.tail = FALSE**, log.p = FALSE)
Resultado: 0.875348

e) Durante um intervalo de **quatro minutos**, qual a probabilidade de que ocorram **15 chamadas**?

Nesse caso, como o intervalo de tempo foi alterado, o parâmetro da distribuição também irá sofrer alteração proporcional, ou seja, λ= 5 chamadas por minuto passará a ser λ= **20 chamadas por quatro minutos**. Assim:

$$P(X = 15) = \frac{e^{-20}.20^{15}}{15!} = 0,0516$$

Utilizando o Excel:
=DIST.POISSON(15;20;FALSO)
Resultado: 0,051648854

Utilizando o R:
dpois(15,20,log = FALSE)
Resultado: 0.05164885

Distribuição Poisson – Exercício 2

Falhas ocorrem, ao acaso, ao longo do comprimento de um fio delgado de cobre. Suponha que o número de falhas siga a distribuição de Poisson, com uma média de 2,3 falhas por milímetro.

a) Determine a probabilidade de existir exatamente 2 falhas em 1 milímetro de fio.
b) Determine a probabilidade de existir **entre 2 e 4** falhas em 1 milímetro de fio.
c) Determine a probabilidade de 10 falhas em 5 milímetros de fio.
d) Determine a probabilidade de existir, no mínimo, uma falha em 2 milímetros de fio.

Respostas: a) 0,2652 b)0,2033 c) 0,1129 d) 0,99

Distribuição Poisson – Exercício 2 - Resolução

Falhas ocorrem, ao acaso, ao longo do comprimento de um fio delgado de cobre. Suponha que o número de falhas siga a distribuição de Poisson, com uma média de 2,3 falhas por milímetro.

X: número de falhas por milímetro.

x: 0, 1, 2, 3...

λ = 2,3 falhas por mm

a) Determine a probabilidade de existir exatamente 2 falhas em 1 milímetro de fio.

→ P(X=2)

Utilizando o Excel:
=DIST.POISSON(2;2,3;FALSO)
Resultado: 0,265185

Utilizando o R:
dpois(2,2.3,log=FALSE)
Resultado: 0.2651846

Distribuição Poisson – Exercício 2 - Resolução

b) Determine a probabilidade de existir entre 2 e 4 falhas em 1 milímetro de fio.

→ $P(2<X<4) = P(X=3)$

Utilizando o Excel:
=DIST.POISSON(3;2,3;FALSO)
Resultado: 0,203308

Utilizando o R:
dpois(3,2.3,log=FALSE)
Resultado: 0.2033082

c) Determine a probabilidade de 10 falhas em 5 milímetros de fio.

→ $P(X=10)$

Primeiramente devemos alterar proporcionalmente o nosso parâmetro, ou seja, λ = 11,5 falhas por 5 mm.

Utilizando o Excel:
=DIST.POISSON(10;11,5;FALSO)
Resultado: 0,112935

Utilizando o R:
dpois(10,11.5,log=FALSE)
Resultado: 0.1129351

Distribuição Poisson – Exercício 2 - Resolução

D) Determine a probabilidade de existir, **no mínimo**, uma falha em 2 milímetros de fio.

→ $P(X \geq 1) = 1 - P(X<1) = 1 - P(X=0)$

Primeiramente devemos alterar proporcionalmente o nosso parâmetro, ou seja, λ = 4,6 falhas por 2 mm.

Utilizando o Excel:
=DIST.POISSON(0;4,6;VERDADEIRO)
Resultado: 0,0100
Lembre-se de calcular 1- 0,0100=0,99

Utilizando o R:
ppois(0, 4.6, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
Resultado: 0,9899482

Vamos relembrar as funções?

Distribuição Exponencial – Utilizando o Excel

Distribuição exponencial para o cálculo de P(0<X<x)	=DISTR.EXPON(x;alfa;VERDADEIRO)*

*Os resultados exibidos mostrarão a probabilidade acumulada!

Distribuição Exponencial – Utilizando o R

Distribuição exponencial para o cálculo de $P(0<X\leq x)$	pexp(x, rate = alfa, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

onde:
alfa= parâmetro da distribuição exponencial
lower.tail=TRUE → Fornece a probabilidade acumulada → $P(X\leq x)$
lower.tail=FALSE → Fornece a probabilidade acima de x → $P(X>x)$
log=FALSE → Fornece as probabilidades numéricas e não em escala logarítmica.

Distribuição Exponencial – Exemplo

A **vida útil de uma lâmpada** (em horas) é modelada através da distribuição exponencial com parâmetro 1/8000.

X: Tempo de duração da lâmpada (em horas)
X ~ exp (1/8000)

a) Calcule o tempo médio de duração dessas lâmpadas.

A média de uma variável descrita pela distribuição exponencial é $E(X)=1/\alpha$, ou seja, como $\alpha=1/8000$ teremos um **tempo médio de duração de 8000 horas.**

Distribuição Exponencial – Exemplo

b) Calcule a probabilidade de que uma lâmpada dure **pelo menos 4000 horas**.

Como a distribuição exponencial não tem um limite superior mas, tem o zero como limite inferior, para realizar o cálculo de que a lâmpada dure pelo menos 4000 horas iremos utilizar o complementar, ou seja,

$$P(X \geq 4000) = 1 - P(0 < X < 4000) = 1 - \left(e^{-\frac{1}{8000}0} - e^{-\frac{1}{8000}4000} \right) = 0{,}6065$$

Utilizando o Microsoft Excel:
=DISTR.EXPON(4000;1/8000;VERDADEIRO)
Resultado: 0,393469
Calculando 1-0,393469 = 0,606531

Utilizando o R:
pexp(4000, rate = 1/8000, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
Resultado: 0.6065307

Distribuição Exponencial – Exemplo

c) Sabe-se que o fabricante garante a reposição de uma lâmpada caso ela dure **menos de 50 horas**. Determine a probabilidade de haver troca por defeito na fabricação.

$$P(X<50)=P(0<X<50)=e^{-\frac{1}{8000}0}-e^{-\frac{1}{8000}50}=0{,}0062$$

Utilizando o Microsoft Excel:
=DISTR.EXPON(50;1/8000;VERDADEIRO)
Resultado: 0,006231

Utilizando o R:
pexp(50, rate = 1/8000, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
Resultado: 0.006230509

Distribuição Exponencial – Exemplo

d) Uma lâmpada é colocada em teste. Calcule a probabilidade de que ela dure **pelo menos 10000 horas**, **sabendo-se** que ela já está em funcionamento a **pelo menos 6000 horas**.

$P(X \geq 10000 | X \geq 6000) =$

Para resolver essa probabilidade condicional podemos utilizar a propriedade de falta de memória da distribuição exponencial, ou seja,

$P(X \geq 10000 | X \geq 6000) = P(X \geq 4000) = 0{,}6065$

Distribuição Exponencial – Exercício 1

A vida de certo componente tem uma distribuição aproximadamente exponencial com média de 1000 horas.

a) Determinar a porcentagem de componentes que queimarão antes de 1000 horas.
b) Qual é a probabilidade de que os componentes durem entre 900 e 1200 horas?
c) Qual é o percentual de componentes que durarão mais de 850 horas?

Respostas: a) 63,21% ; b) 0,1054 ; c) 42,7%

Distribuição Exponencial – Exercício 1 - Resolução

A vida de certo componente tem uma distribuição aproximadamente exponencial com média de 1000 horas.

X: Tempo de vida de um componente (em horas)

$\mu = E(X) = 1000$ horas

$X \sim \exp(1/1000)$

a) Determinar a porcentagem de componentes que queimarão antes de 1000 horas.

→ $P(X<1000) = P(0 \leq X \leq 1000) = 0{,}63212$ ou 63,212%

Utilizando o Microsoft Excel:

=DISTR.EXPON(1000;1/1000;VERDADEIRO)

Resultado: 0,632121

Utilizando o R:

pexp(1000, rate = 1/1000, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

Resultado: 0.6321206

Distribuição Exponencial – Exercício 1 - Resolução

b) Qual é a probabilidade de que os componentes durem entre 900 e 1200 horas?

→ P(900<X<1200) = P(0<X<1200) – P(0<X<900) = 0,698806 – 0,59343 = 0,10537

Utilizando o Microsoft Excel:

=DISTR.EXPON(900;1/1000;VERDADEIRO)

Resultado: 0,59343

=DISTR.EXPON(1200;1/1000;VERDADEIRO)

Resultado: 0,698806

Resultado final = 0,698806-0,59343=0,1053756

Utilizando o R:

pexp(900, rate = 1/1000, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

Resultado: 0.5934303

pexp(1200, rate = 1/1000, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

Resultado: 0.6988058

Resultado final = 0.1053754

Distribuição Exponencial – Exercício 1 - Resolução

c) Qual é o percentual de componentes que durarão mais de 850 horas?

→ $P(X>850) = 1-P(0<X\leq 850) = 1-0{,}572585 = 0{,}427415$

Utilizando o Microsoft Excel:
=DISTR.EXPON(850;1/1000;VERDADEIRO)
Resultado: 0,572585
Resultado final = 1-0,572585=0,427415

Utilizando o R:
pexp(850, rate = 1/1000, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
Resultado: 0.4274149

Vamos relembrar as funções?

Distribuição Normal – Utilizando o Excel

Distribuição normal para o cálculo de P(X<x)	=DIST.NORM.N(x;media;desvio padrão;VERDADEIRO)*

*Os resultados exibidos mostrarão a probabilidade acumulada!

Distribuição Normal – Utilizando o R

Distribuição normal para o cálculo de $P(X \leq x)$	pnorm(x, mean = m, sd = s, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

onde:
m= média
s= desvio padrão
lower.tail=TRUE → Fornece a probabilidade acumulada → $P(X \leq x)$
lower.tail=FALSE → Fornece a probabilidade acima de x → $P(X > x)$
log=FALSE → Fornece as probabilidades numéricas e não em escala logarítmica.

Distribuição Normal – Exemplo

Suponha que as medidas da corrente em um pedaço de fio sigam a distribuição normal, com um média de 10 miliamperes e uma **variância de 5 miliamperes²**.

X: medida da corrente em miliamperes

μ (média) = 10

σ^2 (variância) = 5 → Desvio padrão (σ) = 2,2361

X~N(10;5)

Qual a probabilidade:

Distribuição Normal – Exemplo

a) Da medida da corrente ser de **no máximo 12** miliamperes.

→P(X≤12)=

Usando o Microsoft Excel:
=DIST.NORM.**N**(12;10;2,2361;VERDADEIRO)
Resultado:
0,81445

Usando o R:
pnorm(12, mean = 10, sd = 2.2361, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
Resultado:
0.8144499

Distribuição Normal – Exemplo

b) Da medida da corrente ser de **pelo menos 13** miliamperes.

$P(X \geq 13) = 1 - P(X < 13)$

Usando o Microsoft Excel:
=DIST.NORM.N(13;10;2,2361;VERDADEIRO)
Resultado:
0,910141
Resultado final= 1- 0910141= 0,089859

Usando o R:
pnorm(13, mean = 10, sd = 2.2361, lower.tail = **FALSE**, log.p = FALSE)
Resultado:
0.08985936

Distribuição Normal – Exemplo

c) Um valor **entre 9 e 11** miliamperes.

$P(9<X<11)= P(X<11) - P(X<9)$

Usando o Microsoft Excel:

=DIST.NORM.N(**11**;10;2,2361;VERDADEIRO)

Resultado: 0,672637

=DIST.NORM.N(**9**;10;2,2361;VERDADEIRO)

Resultado: 0,327363

Resultado final=

0,672637-0,327363= **0,345274**

Usando o R:

pnorm(**11**, mean = 10, sd = 2.2361, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

Resultado: 0.6726373

pnorm(**9**, mean = 10, sd = 2.2361, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

Resultado: 0.3273627

Resultado final=

0.6726373-0.3273627= 0,3452746

Distribuição Normal – Exemplo

d) **Maior do que 8** miliamperes.

$P(X>8) = 1 - P(X \leq 8)$

Usando o Microsoft Excel:
=DIST.NORM.N(8;10;2,2361;VERDADEIRO)
Resultado: 0,185550
Resultado final=
1-0,185550=0,814450

Usando o R:
pnorm(8, mean = 10, sd = 2.2361, lower.tail = **FALSE**, log.p = FALSE)
Resultado: 0.8144499

Distribuição Normal – Exercício

As vendas diárias de um mercado de bairro seguem, aproximadamente, uma distribuição normal, com média igual a R$5.000,00 e desvio padrão igual a R$2.000,00. Calcule a probabilidade de que, em um determinado dia, as vendas:

a) Sejam superiores a R$3.500,00?
b) Sejam inferiores a R$3.000,00?
c) Estejam entre R$3.800,00 e R$5.300,00?
d) Estejam entre R$2.100,00 e 7.800,00?

Respostas: a) 0,7734 b) 0,1587 c) 0,2854 d) 0,8457

Distribuição Normal – Exercício - Resolução

As vendas diárias de um mercado de bairro seguem, aproximadamente, uma distribuição normal, com média igual a R$5.000,00 e desvio padrão igual a R$2.000,00.

X: Vendas diárias de um mercado

μ (média) = 5000

σ (desvio padrão) = 2000

Calcule a probabilidade de que, em um determinado dia, as vendas:

a) Sejam superiores a R$3.500,00?

→ $P(X>3500) = 1 - P(X \leq 3500)$

Utilizando o Excel

=DIST.NORM.N(3500;5000;2000;VERDADEIRO)

Resultado: 0,226627

Resultado final= 1-0,226627=0,773373

Utilizando o R:

pnorm(3500, mean = 5000, sd = 2000, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)

Resultado: 0.7733726

b) Sejam inferiores a R$3.000,00?

→ P(X<3000)

Utilizando o Excel

=DIST.NORM.N(3000;5000;2000;VERDADEIRO)

Resultado: 0,1586553

Utilizando o R:

pnorm(3000, mean = 5000, sd = 2000, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

Resultado: 0.1586553

c) Estejam entre R$3.800,00 e R$5.300,00?

→ P(3800<X<5300)=P(X<5300)-P(X<3800)

Utilizando o Excel

=DIST.NORM.N(5300;5000;2000;VERDADEIRO)

Resultado: 0,559618

=DIST.NORM.N(3800;5000;2000;VERDADEIRO)

Resultado: 0,274253

Resultado final= 0,5596177-0,2742531=0,285365

Utilizando o R:

pnorm(5300, mean = 5000, sd = 2000, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

Resultado: 0.5596177

pnorm(3800, mean = 5000, sd = 2000, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

Resultado: 0.2742531

Resultado final= 0.2853646

Distribuição Normal – Exercício - Resolução

d) Estejam entre R$2.100,00 e 7.800,00?

→ $P(2100<X<7800)=P(X<7800)-P(X<2100)$

Utilizando o Excel

=DIST.NORM.N(7800;5000;2000;VERDADEIRO)

Resultado: 0,9192433

=DIST.NORM.N(2100;5000;2000;VERDADEIRO)

Resultado: 0,0735293

Resultado final= 0,9192433-0,0735293 =0,8457140

Utilizando o R:

```
pnorm(7800, mean = 5000, sd = 2000, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
```

Resultado: 0.9192433

```
pnorm(2100, mean = 5000, sd = 2000, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
```

Resultado: 0.07352926

Resultado final= 0.9192433-0.07352926=0,84571404

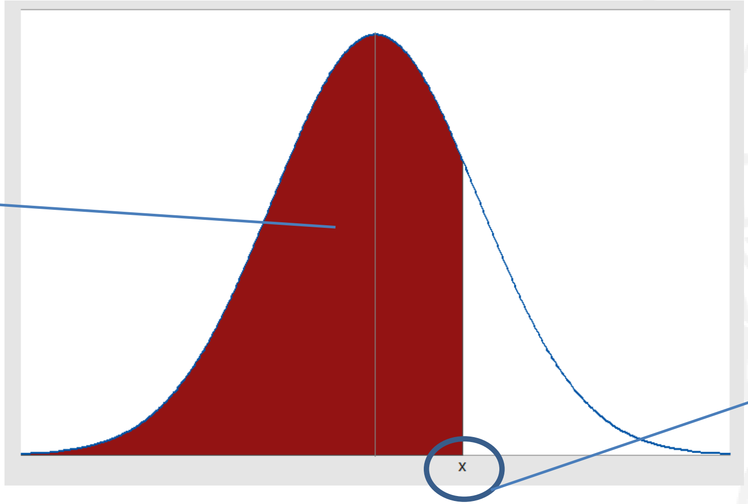
Você também pode utilizar a distribuição normal para obter um valor específico dos dados (valor x) para uma probabilidade determinada!

Vamos relembrar as funções?

Distribuição Normal – Utilizando o Excel

Informa o valor de x a partir de uma probabilidade acumulada	=INV.NORM.N(probabilidade;media;desvio padrão)

Forneço a probabilidade acumulada até o valor de x que eu desejo encontrar!



Quero encontrar esse valor.

Distribuição Normal – Utilizando o R

Informa o valor de x a partir de uma probabilidade	qnorm(p, mean = 0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)

onde:

p → probabilidade a partir da qual deseja-se calcular o valor de x

m= 0 → substituir o 0 pela média da variável em estudo

s= 1 → substituir o 0 pelo desvio padrão da variável em estudo

lower.tail=TRUE → Você fornece a probabilidade acumulada → $P(X \leq x)$

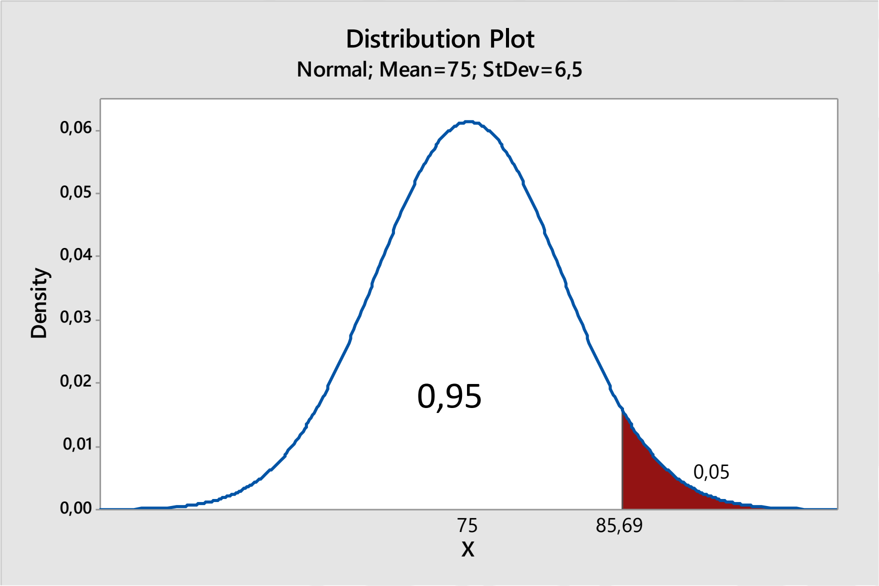
lower.tail=FALSE → Você fornece a probabilidade acima de x → $P(X>x)$

log=FALSE → Fornece as probabilidades numéricas e não em escala logarítmica.

Distribuição Normal - Exemplo

As notas dos candidatos a um concurso público estão normalmente distribuídas com uma média de75 pontos e um desvio padrão de 6,5 pontos. Para poder entrar no serviço público, o candidato precisa figurar entre os 5% melhores. Qual é a menor pontuação possível para a aprovação de um candidato?

Utilizando o Excel:
=INV.NORM.N(0,95;75;6,5)
Resultado: 85,69155

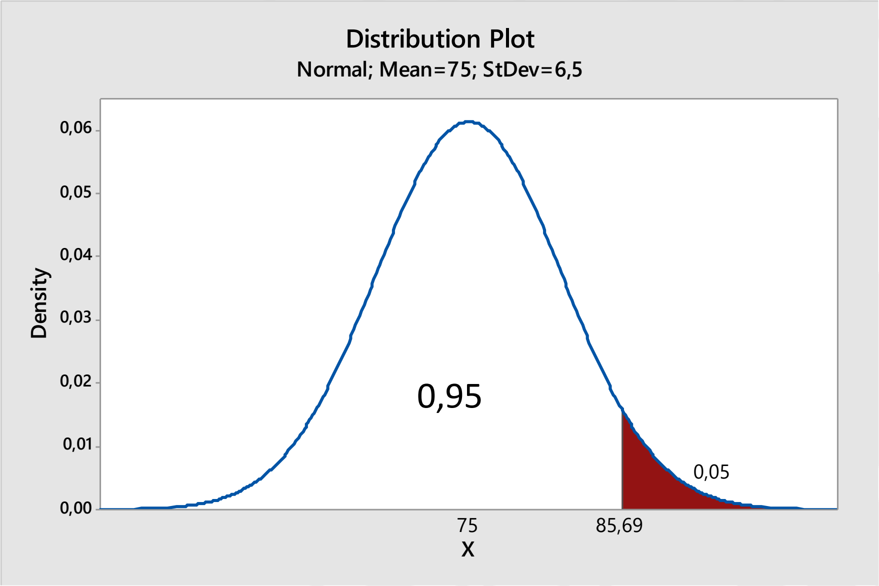


Distribuição Normal - Exemplo

Utilizando o R:

> qnorm(0.05, mean = 75, sd = 6.5, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)

[1] 85.69155



Distribuição Normal - Exemplo

Abaixo de que nota encontram-se 10% dos candidatos com menor pontuação?

Utilizando o Excel:

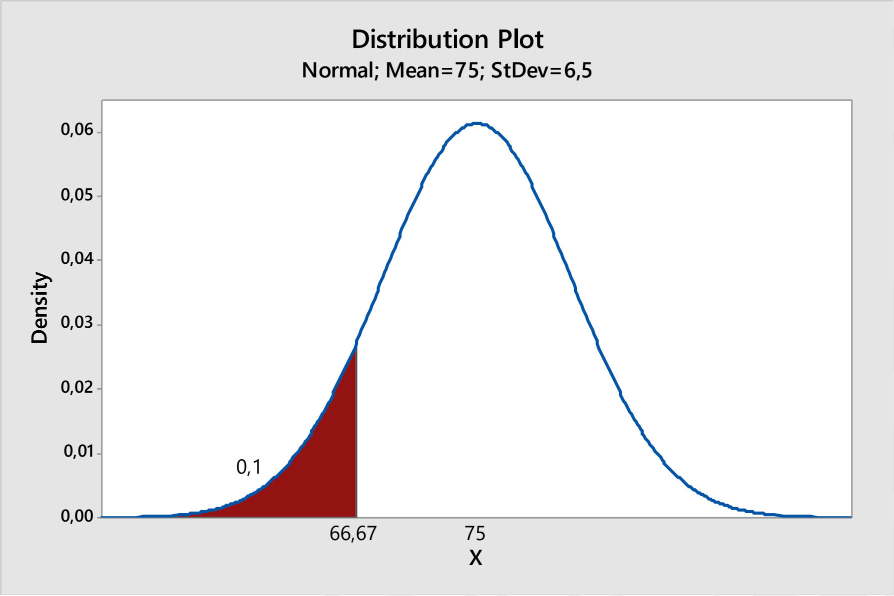
=INV.NORM.N(0,1;75;6,5)

Resultado: 66,6699

Utilizando o R:

```
> qnorm(0.1, mean = 75, sd = 6.5, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
[1] 66.66991
```

10% dos candidatos com menor pontuação obtiveram notas abaixo de 66,7 pontos.

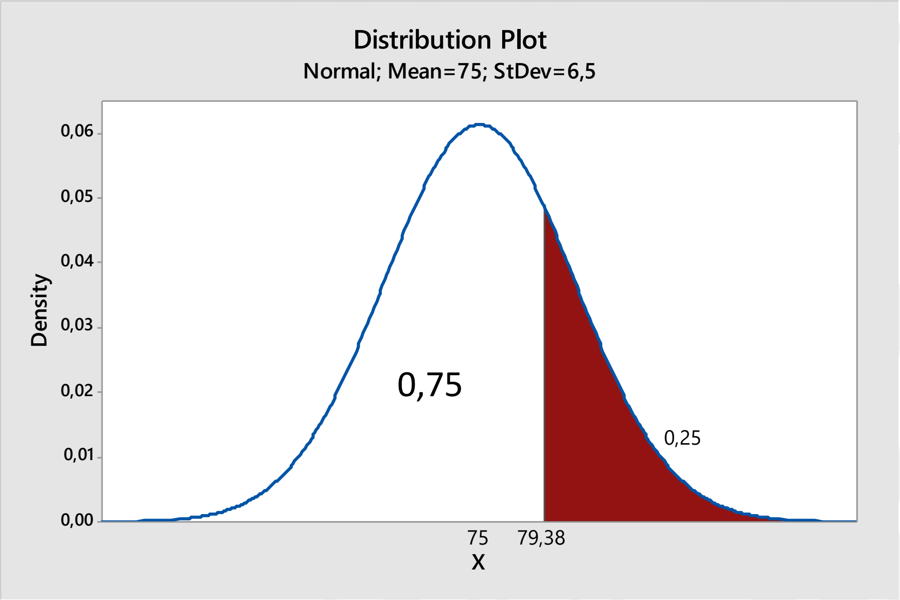


Distribuição Normal - Exemplo

Acima de que nota encontram-se 25% dos candidatos?
Utilizando o Excel:
=INV.NORM.N(0,75;75;6,5)
Resultado: 79,3842

Utilizando o R:
> qnorm(0.25, mean = 75, sd = 6.5, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
[1] 79.38418

25% dos candidatos obtiveram notas acima de 79,4 pontos.

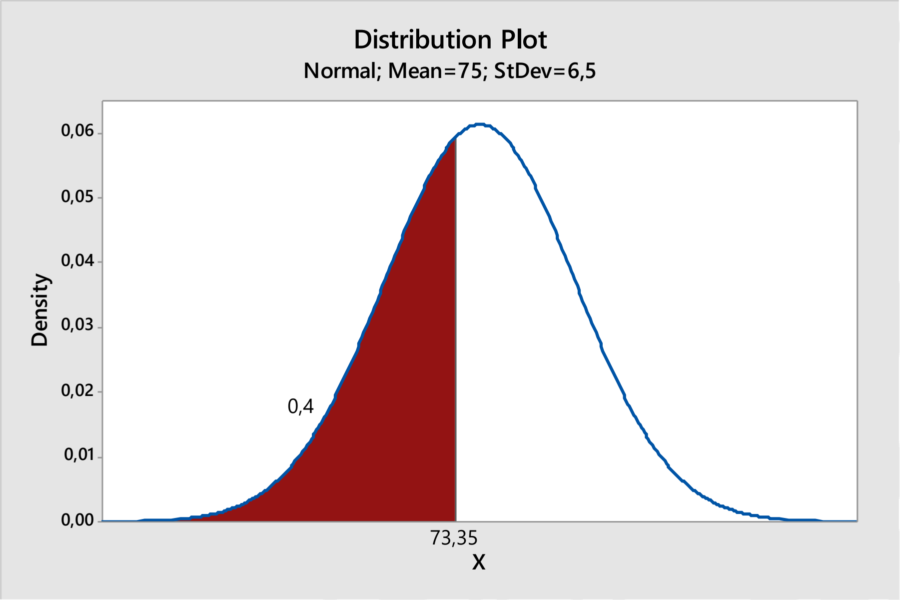


Distribuição Normal - Exemplo

Abaixo de que nota encontram-se 40% dos candidatos?
Utilizando o Excel:
=INV.NORM.N(0,4;75;6,5)
Resultado: 73,3532

Utilizando o R:
> qnorm(0.4, mean = 75, sd = 6.5, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
[1] 73.35324

40% dos candidatos obtiveram notas abaixo de 79,35 pontos.



PUC Minas
Virtual