



UNIVERSITÉ DE
MONTPELLIER



Université de Montpellier
Faculté d'économie

Projet d'économétrie appliquée

Modélisation dynamique de diffusion linéaire et asymétrique de la politique monétaire par le taux de refinancement principal de la Banque Centrale Européenne au volume des transactions journalières sur le marché interbancaire européen entre 2019 et 2023.

Sous la direction de Françoise Seyte

Théo Guigue

Master 1 Analyse des Risques Bancaires

"Quel épisode économique extraordinaire que celui qui prit fin en août 1914... Un habitant de Londres, buvant son thé dans son lit, pouvait commander par téléphone les produits les plus variés de la terre entière... En se fondant sur la masse d'informations à sa disposition, il pouvait par le même moyen en y cherchant soit le rendement soit la sécurité... ou chercher à sa banque les moyens métallatiques qu'il désirait... Il pouvait se déplacer, sans autre formalité, pour se rendre en tout pays et sous tous climats... Et surtout, il considérait cet état du monde comme normal, certain et permanent".

J. M. Keynes, *Les conséquences économiques de la paix*, 1920.

Remerciements

Je tiens tout particulièrement à exprimer ma profonde gratitude à madame Françoise SEYTE pour sa bienveillance, son soutien indéfectible et le temps précieux qu'elle a généreusement consacré à l'encadrement de ce Projet d'Économétrie Appliquée. Son expertise, son dévouement et ses conseils éclairés ont été d'une importance capitale tout au long de cette étude, contribuant de manière significative à son aboutissement. Je tiens également à exprimer ma reconnaissance à monsieur Roman MESTRE pour ses conseils avisés en macroéconomie monétaire. Ses connaissances approfondies et sa disponibilité ont été des atouts dans la compréhension des concepts complexes liés à cette étude. Ses précieuses remarques et ses éclairages ont enrichi ma réflexion et ont grandement contribué à la qualité de ce travail.

Résumé

L'objectif de cette étude est de tenter de modéliser linéairement et asymétriquement l'effet qu'une politique monétaire, via le taux de refinancement principal, peut avoir sur le volume des transactions du marché interbancaire européen. Dans un premier temps, une analyse du volume des transactions ainsi que du taux de refinancement principal des opérations est effectuée sous un angle macroéconomique avec quelques faits stylisées. Dans une deuxième partie, une typologie des modèles à retards échelonnés est dressée économétriquement afin de préparer à l'application de ces modèles dans cette étude. Enfin, dans une troisième partie, une modélisation dynamique de l'impact de la politique monétaire sur le marché interbancaire est posée avec une interprétation précise de l'ensemble des résultats ainsi que des implications sur la stabilité financière et prudentielle.

Sommaire

Remerciements	2
Résumé	3
Sommaire	4
Introduction	5
1 Marché interbancaire et taux de refinancement principal des opérations	8
2 Typologie des modèles à retards échelonnés	30
3 Modélisation dynamique de la politique monétaire sur le marché interbancaire	52
Conclusion	81
Annexes	84
Bibliographie	130
Table des matières	134

Introduction

Le marché interbancaire européen est un élément fondamental du système financier de la zone euro. Il constitue l'épine dorsale des transactions monétaires entre les banques de la région, facilitant les échanges de liquidités et contribuant ainsi au bon fonctionnement du système financier dans son ensemble. Au cœur de ce marché se trouve le taux de refinancement principal, un instrument de politique monétaire utilisé par la Banque centrale européenne (BCE) pour influencer les conditions monétaires dans la zone euro.

Le marché interbancaire européen, élément essentiel du système financier de la zone euro, est un réseau complexe de transactions monétaires entre les banques opérant dans la zone euro dans cette étude. Depuis sa création, la Banque centrale européenne (BCE) a joué un rôle central dans la supervision et la régulation de ce marché, notamment à travers l'utilisation d'instruments de politique monétaire tels que le taux de refinancement principal. Fondée le 1er juin 1998, la BCE est l'institution monétaire de l'Union européenne (UE) chargée de définir et de mettre en œuvre la politique monétaire pour les pays de la zone euro. À ce jour, la zone euro compte 19 pays membres qui utilisent l'euro comme monnaie officielle, ce qui en fait l'une des régions économiques les plus importantes et les plus influentes au monde.

Le taux de refinancement principal, au cœur du marché interbancaire européen, est un outil clé utilisé par la BCE pour influencer les conditions monétaires dans la zone euro. Il s'agit du taux auquel les banques de la zone euro peuvent emprunter des fonds à la BCE lorsqu'elles ont besoin de liquidités à court terme. En fixant ce taux, la BCE cherche à influencer le coût du crédit et le niveau de liquidité dans l'économie, ce qui a des répercussions directes sur l'activité économique et la stabilité financière dans la région. Ainsi, le taux de refinancement principal joue un rôle crucial dans la transmission de la politique monétaire de la BCE aux banques et, par extension, à l'ensemble de l'économie de la zone euro.

La mise en place d'un marché interbancaire efficace et fonctionnel est donc essentielle pour garantir le bon fonctionnement du système financier de la zone euro. En facilitant les échanges de liquidités entre les banques, ce marché permet aux institutions financières de gérer leurs besoins de financement et de maintenir un niveau adéquat de liquidité pour faire face à leurs obligations de paiement. En outre, il favorise la circulation fluide de l'argent dans l'économie, ce qui est crucial pour soutenir les investissements, le commerce et la croissance économique dans la région. Ainsi, le marché interbancaire européen, avec le taux de refinancement principal comme pilier central, joue un rôle vital dans la mise en œuvre de la politique monétaire de la BCE et dans la promotion de la stabilité financière et économique dans la zone euro.

Toutefois, l'interaction entre le taux de refinancement principal et les opérations sur le marché

interbancaire européen revêt également une dimension macroprudentielle importante. La macroprudence vise à prévenir les déséquilibres financiers systémiques et à renforcer la stabilité du système financier dans son ensemble. Dans ce contexte, les opérations sur le marché interbancaire et la fixation du taux de refinancement principal peuvent avoir des implications significatives pour la stabilité financière.

Une implication majeure réside dans le risque de liquidité dans le marché interbancaire européen revêt une importance capitale pour la stabilité financière, en raison de son impact direct sur le bilan des banques. Le bilan d'une banque est une représentation de ses actifs et de ses passifs, reflétant les ressources qu'elle détient et les engagements qu'elle a contractés. Dans ce cadre, les emprunts sur le marché interbancaire constituent une source de financement essentielle pour les banques, se situant au passif de leur bilan. Ces emprunts, souvent à court terme et de bas de bilan, sont utilisés pour couvrir les besoins de liquidité temporaires ou pour maintenir des réserves de liquidité suffisantes afin de faire face à d'éventuels retraits de fonds de la part des déposants ou à d'autres obligations de paiement.

Lorsque le marché interbancaire est perturbé, par exemple en raison d'une crise de confiance entre les banques ou d'une augmentation soudaine des coûts de financement suite à une normalisation de la politique monétaire, les banques peuvent se retrouver dans l'incapacité de refinancer leurs emprunts arrivant à échéance ou de trouver de nouvelles sources de liquidité sur ce marché. Cette situation peut entraîner une tension significative sur leur bilan, compromettant leur capacité à fonctionner de manière efficace et à honorer leurs obligations de paiement à court terme. En effet, si une banque n'est pas en mesure de refinancer ses emprunts sur le marché interbancaire, elle peut être contrainte de recourir à des mesures d'urgence telles que la vente d'actifs, la réduction de ses prêts ou même la demande d'un soutien financier externe, ce qui peut avoir des répercussions négatives sur sa solvabilité et sa réputation.

Par conséquent, la supervision bancaire joue un rôle crucial dans la gestion de ces risques. Les autorités de régulation et de supervision bancaire doivent surveiller de près le marché interbancaire européen et évaluer les risques associés aux opérations sur ce marché ainsi qu'aux fluctuations du taux de refinancement principal. En outre, elles doivent veiller à ce que les banques disposent de politiques de gestion des risques adéquates pour faire face aux éventuelles perturbations sur le marché interbancaire et garantir la stabilité du système financier dans son ensemble.

Dans cette perspective, cette étude vise à explorer la modélisation dynamique de la diffusion de la politique monétaire de la BCE sur le marché interbancaire européen, en mettant l'accent sur les aspects linéaires et asymétriques de cette relation. Cette modélisation s'appuiera sur le cadre d'analyse de la cointégration à correction d'erreurs (ARDL) qui permet d'examiner les relations à long terme entre les variables tout en tenant compte des dynamiques de court terme.

Ainsi, cette étude cherche à répondre à la question centrale suivante : **comment la politique monétaire de la BCE, exprimée par le taux de refinancement principal, se diffuse-t-elle de manière linéaire et asymétrique sur le marché interbancaire européen entre octobre 2019 et décembre 2023 ?** Cette question peut se décliner en deux questionnements sous-jacents à savoir ; quelles implications sur la stabilité du système bancaire peuvent être tirées ? Dans quelle mesure la politique monétaire peut-elle dans un contexte de normalisation, influencer les conditions de refinancement des banques par le marché interbancaire *in fine* sur leur stabilité en terme de liquidité ? Pour y répondre, il convient d'abord d'examiner le fonctionnement du marché interbancaire européen ainsi que le rôle crucial joué par le taux de refinancement principal dans la politique monétaire de la BCE. Ensuite, les différentes typologies de modèles à retards échelonnés qui fournissent un cadre approprié pour cette analyse. Enfin, la modélisation dynamique de la politique monétaire sur le marché interbancaire est appliquée, mettant en lumière les défis et les avancées récentes dans ce domaine.

1

Marché interbancaire et taux de refinancement principal des opérations

Dans la dynamique complexe de la macroéconomie monétaire et financière, le marché monétaire interbancaire et le taux de refinancement principal des opérations jouent des rôles cruciaux. Ce premier paragraphe explore tout d'abord le fonctionnement du marché interbancaire européen, mettant en lumière son importance dans le système financier global. Le marché interbancaire européen constitue en effet le cœur névralgique des échanges financiers entre les banques de la zone euro, facilitant les transferts de liquidités et contribuant ainsi à assurer le bon fonctionnement du système bancaire dans son ensemble. Il offre aux banques une plateforme essentielle pour gérer leurs besoins de liquidités à court terme, leur permettant de répondre efficacement à leurs obligations de paiement et de maintenir des niveaux adéquats de réserves.

Ensuite, sont présentés les mécanismes du taux de refinancement principal des opérations et son interaction avec le marché interbancaire. Le taux de refinancement principal, fixé par la Banque centrale européenne (BCE), est l'un des principaux instruments de politique monétaire utilisés pour influencer les conditions monétaires dans la zone euro. Il sert de référence pour les opérations de refinancement des banques auprès de la BCE, déterminant ainsi le coût auquel les banques peuvent emprunter des liquidités à court terme. Cette interaction entre le taux de refinancement principal et le marché interbancaire revêt une importance cruciale, car elle influence les décisions de financement et de gestion de trésorerie des banques, tout en ayant des répercussions sur les conditions de crédit et les dynamiques macroéconomiques plus larges.

Une analyse détaillée des tendances du volume des transactions sur le marché interbancaire ainsi que du taux REFI sur une période allant d'octobre 2019 à décembre 2023 offre un aperçu des dynamiques temporaires et des éventuelles implications pour la politique monétaire. Cette période a été marquée par une série d'événements économiques et financiers significatifs, notamment des changements dans la politique monétaire de la BCE, des fluctuations des taux d'intérêt et des crises financières. Étudier les variations du volume des transactions interbancaires et du taux de refinancement principal au cours de cette période permet de mieux comprendre les mécanismes de transmission de la politique monétaire, les réactions du marché aux événements économiques et financiers, ainsi que les défis et les opportunités auxquels sont confrontées les autorités monétaires dans la gestion de la stabilité financière.

1.1 Le marché monétaire interbancaire

Le marché interbancaire représente un pilier fondamental, façonnant les dynamiques monétaires, les conditions des marchés financiers, les risques bancaires influençant les politiques économiques. Ce paragraphe prolonge l'essence même du fonctionnement du marché monétaire interbancaire, explorant en détail sa structure, son fonctionnement et son rôle crucial dans la gestion des liquidités entre les institutions financières. Sont examinés de près les différents taux offerts sur ce marché, en mettant particulièrement l'accent sur la transition du taux EONIA vers l'ESTER, un indicateur sans risque nouvellement adopté. Par la suite, l'accent est porté sur la méthodologie de calcul de l'ESTER et sur les implications de ce changement pour le puzzle interbancaire européen. Enfin, une analyse approfondie du volume des transactions sur le marché interbancaire, offrant ainsi un aperçu des tendances et des fluctuations entre octobre 2019 et décembre 2023 sera développée.

1.1.1 Présentation générale

Le marché interbancaire européen est le marché dans lequel les banques de second rang s'échangent de la monnaie banque centrale (*MBC*) à court terme dans la zone euro. Les transactions désignées par ce marché visent souvent une durée comprise entre 24h à 72h. Autrement dit, ce marché représente l'échange de court terme de prêts et dettes en monnaie banque centrale.

Suite à une rencontre walrasienne entre offre et demande sur le marché interbancaire, se conclue chaque jour un taux de prêt appelé *Euro Short Term Offering Rates* plus connu sous la dénomination *ESTER* ou *€STER* mis en place depuis 2019 qui est publié quotidiennement à 8h sur le site de la Banque Centrale Européenne, heure d'ouverture de TARGET2 (*système de règlements entre pays européens*). Il est à noter qu'un taux d'échéance plus longue, EURIBOR est également présent pour des durées de 1 mois, 2 mois, ... jusqu'à 1 an. Ce taux est un taux de référence pour d'autres contrats qui dépassent le cadre du marché interbancaire.

1.1.2 Fonctionnement du marché interbancaire

Afin de mieux comprendre techniquement les étapes de transactions sur ce "marché", le marché monétaire interbancaire européen peut être modélisé par une succession de 3 périodes de temps $t = 0, 1, 2$ [Bech et Monnet, BRI, 2015]. Chaque période correspond à une étape dans le processus de décision pour une banque k d'intéragir ou non sur le marché interbancaire. Chaque période est représentée par ordre chronologique avec quelques faits stylisés. Aussi, cette modélisation permettra d'apprécier l'impact d'une politique monétaire exogène sur la réalisation ou non d'une transaction sur le marché interbancaire.

$t = 0$ le choc de paiement idiosyncratique

Dans cette modélisation, les banques de secong rang sont neutres au risque unitairement notées k (*il existe un continuum de banques*) avec $k \in \mathcal{K}$. En termes de notations les établissements font une offre y'_k de quantité de Monnaie Banque Centrale souhaitée et en reçoivent y_k par le régulateur. De ce fait, le matin les banques acquièrent des réserves auprès de la banque centrale au taux r . La banque centrale cherche à allouer une quantité M ($M \in \mathbb{R}$) de réserves au système bancaire. Elle utilise une offre à pleine allocation, de sorte qu'elle satisfait toutes les offres, $y'_k = y_k$, ces offres étant fonction du taux d'intérêt r . Elle cherche donc à fixer ce taux d'intérêt qui est généralement le taux de refinancement principal de la manière suivante :

$$\int_{k \in \mathcal{K}} y'_k(r) dk = M = \int_{k \in \mathcal{K}} y_k dk. \quad (1)$$

Il est donc aisément possible de définir l'excès de réserves X comme la somme des réserves que les banques disposent au début de la période ($t = 0$) augmentée de la quantité M que la banque centrale offre à ce moment :

$$X = \int_{k \in \mathcal{K}} (m_k(0) + y_k - \bar{m}_k) dk = \int_{k \in \mathcal{K}} (m_k(0) - \bar{m}_k) dk + \int_{k \in \mathcal{K}} y_k dk \quad (2)$$

avec $(m_k(0) - \bar{m}_k)$ le différentiel entre les réserves en "0" et le montant de réserves obligatoires \bar{m}_k (*fixé par la BC*). Autrement, dit ce sont les réserves exédentaires notées $x_k(t)$, $\forall t = [0, 1, 2]$, dans le cas présent les réserves excédentaires en $t = 0$ sont donc $x_k(0)$. D'après l'équation (1) pour la seconde partie il vient que :

$$X = \int_{k \in \mathcal{K}} x_k(0) dk + M \quad (3)$$

Cette décision de politique monétaire M retranscrite dans l'équation X renvoie le choc de paiement idiosyncratique que les banques commerciales peuvent unitairement obtenir de la Banque Centrale.

Étant donnée la structure de l'économie européenne, il est possible de calculer la disposition à payer pour les réserves de chaque banque lorsque le taux d'offre est r . Suite à l'appel d'offres, les banques reçoivent un choc de paiement idiosyncratique γ . Ce choc reflète le fait que les paiements interbancaires redistribuent les avoirs en réserves entre les banques au cours de la journée. Les banques centrales opèrent généralement un système électronique de paiements interbancaires. Le système TARGET2 est utilisé par le Système européen de banques centrales [Bech et Hobijn, 2007]. Pour ce faire, il est défini une fonction $W_k(x_k)$ comme étant la valeur pour la banque k de sortir de l'étape d'offre avec un excédent de réserves tenu de la stratégie de tri de la banque k . La stratégie de tri d'une banque fait référence au fait de préférer devenir emprunteuse ou prêteuse sur le marché interbancaire selon des conditions de marché spécifique. Elle peut se résumer par le système suivant :

$$s_k(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } V_b(x) > V_\ell(x), \\ (0, 1) & \text{si } V_b(x) = V_\ell(x), \\ 0 & \text{si } V_b(x) < V_\ell(x), \end{cases}$$

$V_b(x)$ et $V_\ell(x)$ sont les valeurs attendues d'être prêteuse ou emprunteuse pour une banque détenant x unités de réserves. Dans ce système, si $s_k = 0$ la banque préfère strictement être prêteuse et $s_k = 1$ si la banque préfère strictement être emprunteuse.

L'expression de $W_k(x_k)$ est alors donnée par :

$$W_k(x_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_k(x_k + \gamma) V_b(x_k + \gamma) + (1 - s_k(x_k + \gamma)) V_\ell(x_k + \gamma) dF(\gamma) \quad (4)$$

avec, b la banque emprunteuse et ℓ la banque prêteuse.

La banque générique k , détenant $m_k(0)$ réserves et devant détenir \bar{m}_k unités de réserves obligatoires, soumettra l'offre y_k pour résoudre :

$$\max_{b_k} W_k(y_k + x_k(0) - ry_k) \quad (5)$$

La banque k soumettra un montant y_k de sorte que ses réserves excédentaires $y_k + x_k(0)$ satisfont à l'équation :

$$W'_{k'}(y_k + x_k(0)) = r \quad (6)$$

C'est ici qu'apparaît le choc idiosyncratique (*via TARGET2*) dans le sens où : le coût marginal est le même pour toutes les banques alors que le bénéfice marginal peut varier, car ce dernier peut potentiellement dépendre du type de banque et de sa stratégie de tri et du taux de la banque centrale r .

$t = 1$ négociation sur le marché sécurisé (OTC)

L'exès de réserves X défini dans l'équation (2) est une variable exogène qui dépend de la politique monétaire de la banque centrale. En effet, cette dernière peut augmenter ou baisser le montant des réserves obligatoires \bar{m}_k et arbitre en fonction du sens qu'elle souhaite donner au marché la quantité M injectée sur le marché. De ce fait, en fonction de la politique monétaire en vigueur plus tard dans la journée les banques décident ou non d'opérer sur le marché. Dans ce marché, cette étape comprend deux sous-périodes : une étape de recherche de correspondance, puis une ou non de transaction¹. En termes de notations, bien que le commerce permette aux banques de se rapprocher de leurs exigences de réserves, il les expose également au risque de règlement. Ce risque est modélisé par un choc tardif supplémentaire noté ε ($\varepsilon \in \mathbb{R}$) pour

¹Cependant, dans un marché non sécurisé une troisième étape de négociation peut entrer en jeu, ce qui n'est pas le cas en Europe

les banques qui ont échangé. Supposons que le choc soit distribué symétriquement avec une moyenne nulle selon une fonction de distribution cumulative H avec un support complet sur \mathbb{R} . Les auteurs supposent que le risque de règlement devient négligeable chaque fois que la distribution du choc de règlement converge faiblement vers la distribution de Dirac centrée sur zéro.

Considérons que deux banques l'une prêteuse ℓ détenant x_ℓ réserves et la seconde b emprunteuse détenant x_b se rencontrent sur le marché. Le surplus de chacun des acteurs peut se modéliser par la relation suivante moyennant un paiement d :

$$S_b = \int (x_b + q + \varepsilon) i[x_b + q + \varepsilon] dH(\varepsilon) - d - x_b i[x_b] \quad (7)$$

et,

$$S_\ell = \int (x_\ell - q + \varepsilon) i[x_\ell - q + \varepsilon] dH(\varepsilon) + d - x_\ell i[x_\ell] \quad (8)$$

avec $i[x_b]$ le taux de rémunération du prêt, et $i[x_\ell]$ le taux de paiement de l'emprunt.

La somme des surplus donne $S = S_b + S_\ell$:

$$S = \int (x_b + q + \varepsilon) i[x_b + q + \varepsilon] dH(\varepsilon) + \int (x_\ell - q + \varepsilon) i[x_\ell - q + \varepsilon] dH(\varepsilon) - x_\ell i[x_\ell] - x_b i[x_b] \quad (9)$$

En somme, une banque emprunteuse b commerce avec une banque prêteuse ℓ si $x_\ell > x_b$. En maximisant ce surplus on peut trouver la quantité $q(x_b, x_\ell)$ et le taux $i(x_b, x_\ell)$ qui définissent les termes uniques de l'échange. Le résultat du programme d'optimisation donne le résultat :

$$q(x_b, x_\ell) = \frac{x_\ell - x_b}{2} \quad (10)$$

et

$$i(x_b, x_\ell) = \frac{x_\ell i[x_\ell] - x_b i[x_b]}{(x_\ell - x_b)} \quad (11)$$

Ce résultat bien que purement théorique permet d'apprécier la réflexion d'une banque d'intégrer ou non le marché interbancaire notamment en ce qui concerne le taux : sur un marché bilatéral plus la banque prêteuse ℓ détient de fond par rapport à la banque emprunteuse b plus le taux imposé par le marché sera important. Ainsi, le rôle de la Banque Centrale est aussi d'éviter une telle disparité que sorte que la banque b puisse continuer d'avoir accès au prêt et réduire le risque de paiement ε^2 .

² ε est le risque de paiement correspondant à un choc.

Preuve. Le surplus conjoint dans (9) est une fonction concave de q tant que $i_p > i_d$. La condition du premier ordre implique que :

$$\begin{aligned} i_p \int_{-\infty}^{-(x_b+q)} dH(\varepsilon) + i_d \int_{-(x_b+q)}^{\infty} dH(\varepsilon) &= i_p \int_{-\infty}^{-(x_\ell-q)} dH(\varepsilon) + i_d \int_{-(x_\ell+q)}^{\infty} dH(\varepsilon) \\ i_p \int_{-\infty}^{-(x_b+q)} dH(\varepsilon) - i_p \int_{-\infty}^{-(x_\ell-q)} dH(\varepsilon) &= i_d \int_{-(x_\ell+q)}^{\infty} dH(\varepsilon) - i_d \int_{-(x_b+q)}^{\infty} dH(\varepsilon) \\ i_p \left(\int_{-\infty}^{-(x_b+q)} dH(\varepsilon) - \int_{-\infty}^{-(x_\ell-q)} dH(\varepsilon) \right) &= i_d \left(\int_{-(x_\ell+q)}^{\infty} dH(\varepsilon) - \int_{-(x_b+q)}^{\infty} dH(\varepsilon) \right) \end{aligned}$$

avec, i_p le taux de paiement et i_d le taux du coût de la rémunération du paiement.

Par la propriété des intégrales en se souvenant que $x_\ell > x_b$:

$$i_p \left(\int_{-(x_b+q)}^{-(x_\ell-q)} dH(\varepsilon) \right) = i_d \left(\int_{-(x_b+q)}^{-(x_\ell-q)} dH(\varepsilon) \right)$$

Ce qui implique que :

$$i \left(\int_{-(x_b+q)}^{-(x_\ell-q)} dH(\varepsilon) \right)$$

Il est alors possible d'obtenir :

$$i \left(\int_{-(x_b+q)}^{-(x_\ell-q)} dH(\varepsilon) \right) = i(-(x_\ell - q) - ((-(x_b + q))) = i(-x_\ell + 2q + x_b)$$

On peut remplacer q par sa valeur optimale trouvée plus haut :

$$i \left(-x_\ell + 2 \left(\frac{(x_\ell - x_b)}{2} \right) + x_b \right) = i(0) = 0.$$

Il a bien été prouvé qu'en remplaçant par les valeurs optimales, la condition de premier ordre est annulée.

$t = 2$ le choc de règlement

À la fin de la période, il est possible de modéliser le gain \widehat{P} d'une banque k sous la forme :

$$\widehat{P}(i_q, q_k, m_k(2), \overline{m}_k) = (m_k(2) - \overline{m}_k)i[m_k(2) - \overline{m}_k] - i_q q_k + \overline{m}_k i_{\overline{m}} \quad (12)$$

Cette équation (12) peut se décomposer en trois parties. La première, fait référence à l'utilisation pour la banque k de ses réserves excédentaires. La fonction $i[z]^3$ devient i_p si $z \leq 0$, dans ce cas on parle de l'application d'un taux de pénalité. Cela signifie que la différence entre les réserves obligatoires \bar{m}_k et les réserves de la banque à la fin de la période $m_k(2)$ est négative. Dans ce cas, la banque k ne respecte pas ses exigences. Dans le cas contraire, si $z > 0$ alors $i[z]$ devient i_d , ici la banque est rémunérée au taux de facilité des dépôts des réserves excédentaires. La seconde partie de l'équation fait référence à la quantité empruntée ou prêtée sur le marché interbancaire q_k au taux i_q (*si la banque emprunte q_k est positif si la banque prête q_k est négatif*). Enfin, la troisième partie de l'équation renvoie à la quantité de réserves obligatoires détenues \bar{m}_k rémunérée au taux $i_{\bar{m}}$.

La quantité de réserves détenue à la fin de la période, c'est-à-dire pour $t = 2$ peut se décomposer comme suit :

$$m_k(2) = m_k(0) + y_k + q_k + \varepsilon_k + \gamma_k \quad (13)$$

Toutefois, ce modèle ne tient pas compte de la disparité du marché interbancaire en Europe due aux différents pays la composant. Ainsi, il est nécessaire d'étudier si la fragmentation européenne impacte le marché interbancaire.

1.1.3 Le Puzzle Interbancaire Européen

Ce paragraphe est largement inspirée de [Allen et al.] sur un article mettant un lumière le puzzle du marché interbancaire européen. Plusieurs conclusions clés sont mises en avant concernant le puzzle du marché interbancaire : les auteurs soulignent des différences significatives dans les niveaux de prêts et d'emprunts sur le marché interbancaire entre les pays, mettant en avant l'importance de la confiance des participants du marché dans la stabilité du secteur bancaire du pays et de leurs contreparties. L'étude met également en lumière l'impact de la confiance sur les activités interbancaires, soulignant que les banques originaires de pays où la confiance est plus faible ont tendance à avoir des emprunts interbancaires plus faibles. De plus, les facteurs institutionnels au niveau des pays peuvent partiellement pallier le manque de confiance et renforcer l'activité interbancaire. L'étude souligne que la confiance joue un rôle crucial dans les activités interbancaires, en particulier en ce qui concerne les emprunts interbancaires. Les banques originaires de pays où la confiance est plus faible ont tendance à présenter des niveaux d'emprunts interbancaires plus faibles, ce qui suggère que la perception de risque liée à la contrepartie influence les décisions de prêt et d'emprunt sur le marché interbancaire. Par ailleurs, les auteurs mettent en avant le fait que les facteurs institutionnels au niveau des pays peuvent partiellement compenser le manque de confiance et renforcer l'activité interbancaire. En d'autres termes, des cadres réglementaires solides, une application efficace des lois et des régulations de qualité peuvent contribuer à atténuer les effets négatifs d'un faible niveau

³ $i[z]$ est une fonction de $m_k(2) - \bar{m}_k$ soit des réserves excédentaires.

de confiance sur les activités interbancaires. Cette constatation souligne l'importance des environnements institutionnels nationaux dans la facilitation des transactions interbancaires et dans la réduction des risques associés à un manque de confiance. Les réglementations et les mécanismes de surveillance efficaces peuvent jouer un rôle crucial dans le renforcement de la confiance des acteurs du marché interbancaire et dans la promotion d'une activité interbancaire plus robuste et résiliente. Les résultats montrent que les banques françaises ont en moyenne la plus grande importance mondiale et locale dans le réseau interbancaire de la zone euro, avec un volume plus élevé d'emprunts et de prêts interbancaires entre pays. En revanche, les banques allemandes ont un grand nombre de connexions directes principalement situées dans la même communauté, mais ces voisins connectés ne sont pas les acteurs les plus importants à l'échelle mondiale dans le réseau. Cette distinction entre les banques françaises et allemandes dans le réseau interbancaire de la zone euro met en évidence des stratégies différentes en matière de connectivité et d'importance dans le réseau. Les banques françaises semblent privilégier une approche plus étendue et globale, avec des liens interbancaires plus importants à l'échelle internationale, tandis que les banques allemandes se concentrent davantage sur des connexions directes au sein de leur propre communauté. Ces conclusions soulignent l'importance de la confiance, des facteurs institutionnels et de la structure du réseau interbancaire dans la compréhension du fonctionnement et des dynamiques du marché interbancaire.

1.1.4 Du taux offert *EONIA* au taux sans risque *ESTER* et méthodologie de calculs

Le taux ESTER fait suite à une catégorie de taux offerts interbancaires *IBOR* pour se convertir en une nouvelle catégorie de taux sans risque au jour le jour. La principale différence réside dans la méthode de calcul :

- Les différents taux offerts reposent leur calcul sur un volume déclaré "à l'avance" par un échantillon d'établissements bancaires de second rang auprès du régulateur, concernant leur offre ou leur demande de monnaie banque centrale pour le lendemain sur le marché interbancaire.
- Les différents taux sans risque au jour le jour, reposent sur des transactions effectives et des marchés liquides, plutôt que sur les déclarations d'un échantillon de banques.

La transition des taux offerts vers les taux sans risque est dûe principalement à la manipulation et aux fausses déclarations des volumes anticipés afin d'influencer le taux. Cependant, ces nouveaux taux sans risque doivent tenter de s'approcher d'un profil idéal [Schrimpf et Sushko, BRI, 2019] respectant 3 principaux points macroéconomiques et financiers :

1. **Représenter de manière ferme et précise les taux d'intérêt des principaux marchés monétaires**, sans pouvoir donner lieu à des manipulations. À cet égard, les taux de référence qui sont dérivés de transactions réelles, effectuées sur des marchés actifs et liquides, et qui font l'objet de bonnes pratiques en termes de gouvernance et de supervision, constituent probablement les meilleurs candidats.

2. **Servir de référence aux contrats financiers dont l'échéance dépasse celles du marché monétaire.** Un taux de référence de ce type serait utilisable à des fins d'actualisation ainsi que pour la tarification des instruments au comptant et des dérivés de taux d'intérêt. Par exemple, des contrats OIS (*swaps indiciels au jour le jour*) d'échéances différentes prendraient référence sur ce taux sans difficulté, fournissant une courbe OIS pour la tarification des contrats d'échéance.
3. **Servir de référence aux prêts et financements à terme.** Les intermédiaires financiers étant à la fois prêteurs et emprunteurs, il leur faut, dans leur activité de prêt, un taux de référence qui ne se comporte pas de manière trop différente des taux qu'ils utilisent pour lever des financements. Ainsi, les banques peuvent financer le prêt à taux fixe à long terme consenti à un client à l'aide d'instruments de financement (à taux variable) à court terme. Pour couvrir le risque de taux d'intérêt qui y est associé, une banque peut contracter un swap de taux d'intérêt aux termes duquel elle paie un taux fixe et reçoit en échange un flux de paiements de taux d'intérêt variables selon un taux de référence reflétant ses coûts de financement. Si les deux types de taux divergent, la banque encourt un « risque de base » entre ses positions d'actif et de passif.

Il est à ce stade, après avoir exposé la transition de taux sur le marché interbancaire européen, nécessaire de comprendre comment le superviseur calcule ce nouveau taux sans risque ESTER.

Méthodologie de de calcul de l'ESTER

Selon la méthodologie publiée en mars 2021 par la Banque Centrale Européenne (BCE), le taux à court terme de l'euro (€STR) est exclusivement basé sur des transactions d'emprunt en euros réalisées avec des contreparties financières que les banques rapportent conformément au Règlement (UE) n° 1333/2014 (Règlement MMSR⁴), dont les concepts et définitions sous-tendent le cadre conceptuel de l'€STR. Parmi les catégories potentielles d'instruments MMSR, le taux à court terme de l'euro (€STR) est calculé à partir de transactions de dépôts à terme non garantis d'une nuit de plus d'1 million d'euros. Les dépôts non garantis sont standardisés et constituent le moyen le plus fréquent de réaliser des transactions à distance équitable sur la base d'une procédure compétitive, limitant ainsi les facteurs idiosyncratiques susceptibles d'influencer la volatilité du taux.

Le taux à court terme de l'euro (€STR) est calculé pour chaque jour TARGET2 en tant que moyenne pondérée par volume, tronquée à trois décimales. La moyenne pondérée par volume est calculée comme suit :

1. Tri des transactions du taux le plus bas au taux le plus élevé ;
2. Agrégation des transactions ayant lieu à chaque niveau de taux ;

⁴Statistiques du marché monétaire européen.

3. Élimination des 25% supérieurs et inférieurs en termes de volume ;
4. Calcul de la moyenne des 50% restants de la distribution pondérée par volume des taux.

Un calcul pro rata est appliqué aux volumes qui franchissent les seuils de troncature afin de garantir que précisément 50% du volume total éligible soit utilisé dans le calcul de la moyenne pondérée par volume. Afin de comprendre la dynamique du taux ESTER de manière pratique entre octobre 2019 et décembre 2023 il est nécessaire d'analyser le cours du volume des transactions sur ce marché.

1.1.5 Analyse du volume des transactions entre octobre 2019 et décembre 2023 en journalier

Afin d'analyser le volume des transactions du marché interbancaire entre octobre 2019 et décembre 2023⁵, il est dressé un tableau des statistiques descriptives.

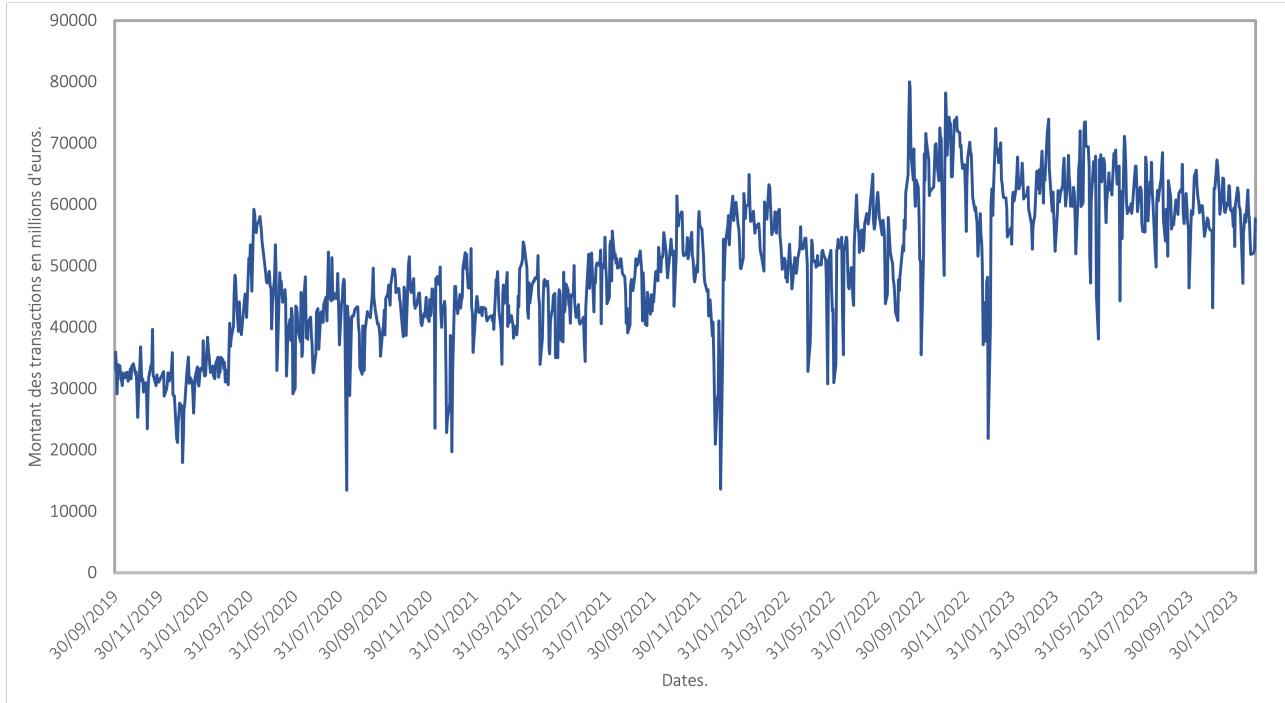
Table 1: Statistiques descriptives du volume des transactions entre octobre 2019 et décembre 2023

Moyenne	Écart-Type	Minimum	Maximum	Médiane
49801,51	11352,27	13472,00	80024,00	49697,50

Pour analyser les statistiques descriptives du volume des transactions sur le marché interbancaire, il est examiné la moyenne, l'écart-type, le minimum, le maximum et la médiane. La moyenne donne une idée de la tendance centrale des volumes des transactions, tandis que l'écart-type informe sur la dispersion ou la volatilité de ces volumes autour de la moyenne. Dans ce cas, l'écart-type (11352,27) est assez élevé par rapport à la moyenne (49801,51). Cela suggère une variation substantielle des volumes des transactions interbancaires au cours de la période donnée. Une volatilité élevée peut indiquer des fluctuations importantes dans l'activité du marché interbancaire, ce qui peut être influencé par divers facteurs tels que les conditions économiques ou la politique monétaire. Ainsi, bien que la moyenne des volumes des transactions soit relativement stable comparé à la médiane, l'écart-type élevé suggère une volatilité significative dans ces transactions sur la période octobre 2019 - décembre 2023 sur données journalières. Toutefois, afin de corroborer cette première analyse il est nécessaire de réaliser une étude graphique.

⁵Source des données : <https://webstat.banque-france.fr/fr//node/5385564>

Figure 1: Volume des transactions journaliers entre



Le graphique du volume des transactions journaliers sur le marché interbancaire appréhende en détail la situation économique ainsi que l'état de stress du système bancaire. En effet, la tendance générale démontre une hausse du volume des transactions impliquant donc une augmentation générale de la demande de monnaie banque centrale. Cependant deux phases claires se distinguent développées ci-après.

Une première phase entre 2019 - 2022

Cette première phase de décompose en 5 points principaux.

Augmentation globale du volume des transactions : le graphique montre une tendance générale à la hausse du volume des transactions journalières sur le marché interbancaire entre octobre 2019 et décembre 2022. Cette augmentation est d'environ 80%, passant de 30 000 millions d'euros en 2019 à 80 000 millions d'euros à décembre 2022.

Volatilité accrue : il est observé une volatilité accrue du volume des transactions, avec des amplitudes basses plus prononcées à partir de 2021. Cette caractéristique peut être attribuée à divers facteurs macroéconomiques et financiers, tels que la crise sanitaire mondiale, les tensions géopolitiques et les fluctuations des marchés financiers.

Pertes de liquidité en 2020 : la crise sanitaire mondiale a entraîné une baisse significative de la liquidité sur le marché interbancaire en mars 2020. Cette baisse est due à l'incertitude accrue et à l'aversion au risque des investisseurs.

Impact des politiques monétaires : les politiques monétaires accommodantes des banques centrales, telles que la baisse des taux d'intérêt, ont contribué à stimuler l'activité sur le marché interbancaire en encourageant les prêts et les investissements.

Rôle des institutions financières : les institutions financières, telles que les banques et les fonds d'investissement, jouent un rôle crucial dans le marché interbancaire en tant qu'intermédiaires et fournisseurs de liquidité.

Une deuxième phase entre 2022 - 2023

Cette deuxième période se caractérise par un évènement majeur : l'augmentation des taux directeurs provoquant une série réactions sur le marché interbancaire (au nombre de 4 dans cette analyse).

Hausse progressive des taux directeurs : la BCE a augmenté son taux de refinancement principal à trois reprises en 2022, le portant de 0% à 1,5% puis continuant sa normalisation de la politique monétaire jusqu'à 4,5% fin 2023.

Impact sur le marché interbancaire :

Réduction de la liquidité : la hausse des taux directeurs a incité les banques à réduire leurs réserves excédentaires et à prêter moins sur le marché interbancaire. Le volume des transactions journaliers a donc commencé à baisser à partir de la mi-2022, après avoir atteint un pic en mai 2022.

Reprise modérée post-pandémie : le volume des transactions a connu une reprise modérée après la crise sanitaire. Cette reprise timide peut être attribuée aux mesures de soutien mises en place par les banques centrales et les gouvernements qui a donc désintéressé les banques d'échanger sur le marché interbancaire.

Augmentation des coûts de financement : la hausse des taux directeurs a entraîné une augmentation des coûts de financement pour les banques et les autres institutions financières.

Volatilité encore plus accrue : l'incertitude quant à la trajectoire future des taux directeurs a contribué à la volatilité du marché interbancaire.

Ainsi, l'augmentation des taux directeurs a eu un impact négatif sur le marché interbancaire, en réduisant la liquidité, augmentant les coûts de financement et accroissant la volatilité. Il convient donc d'analyser la dynamique du taux de refinancement principal des opérations avant d'étudier ses interactions avec le marché interbancaire.

1.2 Le taux de refinancement principal des opérations et ses interactions avec le marché interbancaire.

Dans ce sous-paragraphe, le focus se déplace vers le taux de refinancement principal des opérations et ses interactions avec le marché interbancaire. Dans une première approche, les différentes dimensions et implications de ce taux seront examinées. Ensuite, l'attention se portera sur la fixation et le fonctionnement de ce taux, mettant en lumière les mécanismes par lesquels il influence le marché interbancaire. Par la suite, l'accent sera mis sur l'interaction macroprudentielle entre le marché interbancaire et le taux REFI, soulignant les ramifications pour la stabilité financière et la régulation économique. Enfin, une analyse détaillée du taux de refinancement principal entre octobre 2019 et décembre 2023 sera présentée, fournissant ainsi un aperçu des évolutions temporelles et de leurs implications potentielles.

1.2.1 Première approche : environnement macroéconomique et cadre théorique

Depuis sa création en 1998, la Banque Centrale Européenne est devenue un acteur clé de la politique monétaire de la zone euro. Au cœur de ses opérations se trouve le Taux de Refinancement Principal, un instrument essentiel pour influencer les conditions de financement des institutions financières et, par extension, l'ensemble de l'économie.

Le taux refinancement principal des opérations⁶ est le taux d'intérêt auquel les banques de second rang de la zone euro peuvent emprunter des fonds auprès de la BCE via une opération d'Open Market sur une base hebdomadaire, généralement contre des garanties. Ces garanties sont des titres souvent de même échéance. Quand la banque centrale prête aux banques contre garantie de titres c'est une opération dite de *repo* dans le cas contraire de *reverse repo*. Il représente donc le coût du crédit pour les banques commerciales et sert de référence pour l'ensemble du marché monétaire de la zone euro. La BCE l'utilise comme un levier pour atteindre ses objectifs de politique monétaire, notamment le maintien de la stabilité des prix dans la zone euro. Deux autres taux directeurs constituent les principaux leviers de la Banque Centrale Européenne : le taux de facilité de prêt marginal et le taux de facilité des dépôts. Les niveaux des taux directeurs sont bornés de la manière suivante :

$$\text{Taux de facilité de dépôts} < \text{Taux Refi} < \text{Taux de facilité de prêt}$$

⁶Aussi appelé taux "REFI"

En effet, le taux de facilité des dépôts constitue un moyen pour les banques de placer leurs réserves excédentaires auprès de la BCE en échange d'une rémunération au taux de facilité des dépôts. Ce taux, souvent désigné comme le "taux plancher", est maintenu inférieur au taux de refinancement principal dans le cadre de la politique monétaire en place. Son objectif est d'inciter les banques à prêter leurs réserves excédentaires sur le marché interbancaire ou à les déposer auprès de la BCE, ce qui contribue à réguler l'activité économique.

De manière symétrique, le taux de facilité de prêt agit comme un "taux plafond". En cas de besoin de liquidité, les banques peuvent solliciter un prêt de courte durée (généralement un à deux jours maximum) auprès de la BCE, moyennant un taux de facilité de prêt. Ce taux est maintenu plus élevé que le taux de refinancement principal dans le but d'encourager ou de dissuader les banques de recourir au marché interbancaire pour leurs besoins de liquidité.

En résumé, ces deux taux de facilité, des dépôts et de prêt, jouent également un rôle crucial dans la transmission de la politique monétaire de la BCE. Ils fournissent des incitations aux banques pour gérer leurs réserves excédentaires et leur liquidité, contribuant ainsi à la stabilité financière et à la régulation de l'activité économique dans la zone euro. Les trois taux directeurs sont fixés par la banque centrale européenne selon plusieurs critères. Il est cependant nécessaire d'examiner à la fois le fonctionnement et la fixation du taux directeur.

1.2.2 Fixation et fonctionnement du taux de refinancement principal

Fixation

Les banques commerciales dépendent de la Banque Centrale pour obtenir des liquidités, soit par l'octroi de lignes de crédit, soit en retirant des fonds de leur réserve excédentaire (RE) à la Banque Centrale. Cette décision est influencée par le taux du marché interbancaire, qui agit comme un incitatif financier. Une augmentation du TAJJ⁷ élève le coût d'opportunité des réserves excédentaires, incitant ainsi les banques commerciales à utiliser davantage leurs réserves excédentaires pour obtenir des liquidités, ce qui entraîne une demande de liquidité à la baisse. En revanche, dans le cas où le taux sur le marché interbancaire diminue, les banques commerciales peuvent conserver davantage de réserves excédentaires à moindre coût, ce qui entraîne une demande de liquidité à la hausse.

Pour la Banque Centrale, qui maintient un taux sur les réserves obligatoires r , la demande de monnaie banque centrale émanant des banques commerciales est déterminée par la somme des réserves obligatoires et des réserves excédentaires multipliées par le taux du marché interbancaire. Si les réserves excédentaires dépendent négativement de l'ESTER, cela signifie que leur niveau diminue lorsque l'ESTER augmente. Ainsi, la Banque Centrale doit établir un niveau de monnaie qui réponde à la demande des banques commerciales en liquidités. En d'autres termes,

⁷Taux Au Jour le Jour

elle doit fixer un montant qui permette aux banques commerciales de satisfaire leurs besoins de liquidités à travers la demande due au taux d'intérêt sur les opérations interbancaires.

Cependant, une bonne mise en oeuvre du taux de refinancement principal implique de prendre en compte non seulement les facteurs directement liés à ses opérations, mais aussi les facteurs autonomes résultant d'activités externes aux BCOM⁸. Ces facteurs influencent la demande de liquidité sans dépendre directement des instruments monétaires de la Banque Centrale, et il est impératif pour elle de les surveiller attentivement pour fournir une réponse adéquate.

Les facteurs autonomes comprennent divers éléments tels que les avoirs en or et en devises étrangères, les fluctuations des dépôts des Administrations Publiques (APU), ainsi que d'autres composantes des réserves obligatoires (*RO*) et des réserves excédentaires (*RE*) en fonction du Taux ESTER. Cette équation, $MBC^O = MBC^D$, relie la demande de monnaie banque centrale à la demande observée ainsi qu'aux facteurs autonomes et aux opérations sur le marché interbancaire.

L'Open Market, dans ce contexte, devient un outil clé pour la Banque Centrale afin d'ajuster l'offre de liquidité sur le marché. En intervenant sur le marché ouvert, la Banque Centrale peut influencer directement la quantité de monnaie banque centrale disponible, notamment en transformant les réserves obligatoires en liquidités disponibles (*réserves excédentaires*). Cette stratégie est souvent qualifiée de Politique Monétaire Directe Libératoire, car elle permet à la Banque Centrale de libérer de la liquidité directement dans le système financier. En somme, la gestion de la liquidité bancaire nécessite une approche holistique qui tient compte à la fois des facteurs autonomes et des opérations directes de la Banque Centrale sur le marché monétaire. Pour mettre en œuvre cette stratégie, la Banque Centrale suit un processus méthodique. D'abord, elle appréhende les facteurs autonomes prévus à court terme, généralement stables et peu sensibles aux fluctuations de l'ESTER. Elle anticipe ensuite le taux sur le marché interbancaire qu'elle prévoit, cette anticipation est le **taux de refinancement principal des opérations**. Enfin, en fonction de ces anticipations, la Banque Centrale calcule les réserves excédentaires prévues en ajustant les réserves excédentaires en fonction du REFI. Ceci lui donne une estimation de la demande anticipée en liquidités des banques commerciales.

Fonctionnement

Lorsque la BCE anticipe une nécessité d'injecter des liquidités dans le système financier, elle propose des prêts par Open Market aux banques commerciales via le Taux Refi. Dans ce processus, les banques de second rang cèdent des titres d'un montant équivalent à la BCE, qui réalise alors un achat de ces titres. Cette opération est temporaire et la durée de détention des titres par la BCE dépend de la maturité des prêts. Si la maturité est inférieure à 24 heures,

⁸Banques commerciales

cette transaction est qualifiée de "prise de pension" ou "placement au repo". À la fin du prêt, la BCE revend les titres à la banque on parle de "reverse repo". En revanche, pour retirer des liquidités du système financier, la BCE propose des titres de dettes à la vente. Cette action vise à drainer les liquidités excédentaires du marché. L'impact de ces opérations sur le marché interbancaire est significatif. Lorsque la BCE intervient massivement en achetant des titres, les banques commerciales sont incitées à se tourner vers elle pour se refinancer, réduisant ainsi la demande de liquidités sur le marché interbancaire. En conséquence, le Taux d'Intérêt sur les Opérations Interbancaires est poussé à la baisse, favorisant des conditions monétaires plus accommodantes. À l'inverse, lorsque la BCE propose à la vente des titres de dettes, les banques commerciales sont attirées par ces titres, réduisant ainsi leur propension à prêter sur le marché interbancaire. Cette dynamique entraîne une augmentation de la demande de liquidités sur le marché interbancaire, ce qui pousse le taux à la hausse. De fait, la gestion de la politique monétaire implique une évaluation constante des conditions du marché interbancaire et une adaptation en conséquence du taux REFI. Trois situations clés peuvent se présenter en Open Market (*réalisées avec le taux REFI*), chacune influençant les décisions de la Banque Centrale et les conditions de refinancement des banques commerciales. Premièrement, lorsque le taux d'intérêt sur les opérations interbancaires est égal au taux de refinancement principal, cela signifie que la BC a fait des prévisions précises et que le marché fonctionne dans des conditions normales. Dans cette situation, les banques de second rang sont bien approvisionnées en liquidités et n'ont pas besoin de se tourner vers la BCE pour se refinancer. Cependant, si l'ESTER dépasse le taux directeur, cela indique une tension sur le marché interbancaire. Dans cette situation, le superviseur peut avoir surestimé les facteurs autonomes, ce qui entraîne des difficultés pour les banques à obtenir des liquidités et un risque de pénurie. Cela peut être dû à des variations inattendues des recettes fiscales, des tensions sur le marché des changes ou d'autres facteurs économiques. À l'inverse, lorsque l'ESTER est inférieur au taux REFI, cela indique une détente sur le marché. Dans ce cas, la BCE peut avoir sous-estimé les facteurs autonomes, ce qui signifie qu'il n'y a aucun problème de financement et même un excès de liquidités sur le marché. Ces différentes situations montrent l'importance de la capacité de la BCE à anticiper correctement les conditions du marché interbancaire et à ajuster sa politique en conséquence. En utilisant le taux de refinancement principal comme guide, la BC peut influencer les conditions de refinancement et assurer la stabilité du système financier dans son ensemble.

1.2.3 Le marché interbancaire et la politique monétaire : interaction macroprudentielle.

Lorsque la Banque Centrale Européenne, mène une politique monétaire restrictive de hausse des taux directeurs, elle peut conduire à une augmentation du coût du financement sur le marché interbancaire, car les banques cherchent à emprunter à des taux plus élevés pour maintenir leurs réserves de liquidités. Cela peut entraîner une réduction du volume des transactions sur le marché interbancaire, car les banques sont moins disposées à se prêter

mutuellement de l'argent à des taux plus élevés. La réduction du volume des transactions sur le marché interbancaire peut avoir des répercussions importantes sur la stabilité des banques commerciales. En effet, le marché interbancaire est essentiel pour assurer la liquidité du système financier et permettre aux banques de répondre à leurs besoins en liquidités à court terme. Une réduction de la liquidité sur ce marché peut rendre les banques plus vulnérables aux chocs de liquidité, les exposant ainsi à un risque accru de défaut ou de faillite.

De plus via une hausse des taux directeurs, la baisse de liquidité sur le marché interbancaire peut créer un effet domino de conséquences potentiellement graves pour l'économie dans son ensemble. Lorsque les banques sont confrontées à une pénurie de liquidités, elles réagissent en ajustant leurs positions pour répondre à leurs besoins immédiats. Cela peut se traduire par une augmentation de la volatilité des taux d'intérêt à court terme, car les banques cherchent à emprunter des fonds pour combler leurs déficits de liquidités ou à prêter à des taux plus élevés pour compenser le risque accru associé à des contreparties moins fiables. L'augmentation de la volatilité des taux d'intérêt rend le coût du crédit plus variable et moins prévisible pour les emprunteurs, qu'ils soient des entreprises ou des ménages. Cette incertitude peut entraîner une prudence accrue dans la prise de décision d'emprunt, car les entreprises hésitent à investir dans des projets à long terme lorsque les coûts de financement sont instables. De même, les ménages peuvent retarder les décisions d'achat important, comme l'achat d'une maison ou d'une voiture, par crainte des fluctuations des taux d'intérêt et de leur capacité à rembourser les prêts. Ces fluctuations dans le coût du crédit peuvent avoir des répercussions importantes sur l'activité économique dans son ensemble. Une diminution de l'investissement des entreprises peut entraîner une baisse de la production et de l'emploi, tandis que la prudence accrue des ménages peut réduire la demande de biens et services, affectant ainsi la croissance économique globale.

Une mauvaise gestion de cette situation peut aggraver les tensions sur le marché interbancaire de plusieurs manières. Premièrement les banques en difficulté pourraient avoir du mal à obtenir des financements à des conditions acceptables, voire à obtenir des financements du tout. Cela peut être dû à une méfiance accrue des autres institutions financières quant à leur solvabilité ou à leur capacité à rembourser les prêts. Deuxièmement, si une banque est incapable de trouver des financements adéquats sur le marché interbancaire, cela peut la fragiliser davantage. Elle pourrait être contrainte de réduire ses activités de prêt ou de vendre des actifs à des prix réduits pour obtenir des liquidités, ce qui peut affaiblir sa situation financière. Troisièmement, en poussant la propagation de la fragilité : La fragilité d'une banque peut se propager à d'autres institutions financières par le biais de mécanismes de contagion. Par exemple, si une banque en difficulté a des relations de contrepartie avec d'autres institutions, celles-ci pourraient subir des pertes importantes si la banque fait défaut ou est contrainte de vendre des actifs à des prix inférieurs. Cela peut créer un effet domino, où les pertes se propagent à travers le système financier.

Les phénomènes de contagion au marché sont multiples. La contagion directe apparaît quand une institution financière subit des pertes ou fait défaut ; cela peut directement affecter d'autres institutions financières avec lesquelles elle est liée par des relations de contrepartie. Par exemple, une banque qui détient des titres émis par une autre banque en difficulté pourrait subir des pertes si la valeur de ces titres diminue. La contagion indirecte intervient quand les institutions financières qui ne sont pas directement liées à une banque en difficulté peuvent être affectées par des perturbations sur le marché interbancaire. Par exemple, si une crise de liquidité généralisée conduit à une contraction du crédit, cela peut affecter la capacité de financement de toutes les institutions financières, même celles qui ne sont pas directement impliquées dans la situation initiale. Pour finir la contagion psychologique prend aussi toute son importance quand les crises financières peuvent également être exacerbées par des réactions irrationnelles des investisseurs et des acteurs du marché, alimentant la panique et entraînant une spirale négative de vente d'actifs et de retraits de liquidités. Cela peut conduire à une amplification des perturbations sur le marché interbancaire et à une propagation rapide des problèmes à travers le système financier. Enfin, pour atténuer ces risques, les autorités de régulation et de supervision financière mettent en place des mesures macroprudentielles visant à renforcer la résilience du système financier dans son ensemble. Cela peut inclure des exigences de fonds propres plus élevées pour les banques, des tests de résistance réguliers pour évaluer leurs capacités à faire face à des chocs économiques adverses, ainsi que des mesures visant à limiter l'accumulation de risques systémiques. Les décisions de politique monétaire prises par les banques centrales, précisément ici la BCE, peuvent avoir des répercussions importantes sur l'ensemble de l'économie, en particulier sur la stabilité financière. En modifiant les taux directeurs, les banques centrales influencent le coût du crédit, le volume des transactions sur le marché interbancaire et, par conséquent, la santé financière des banques commerciales.

Selon [Vari] sur l'interaction entre politique monétaire et marché interbancaire, les résultats de cette étude indiquent que la fragmentation du marché interbancaire peut entraîner des fluctuations dans les taux d'intérêt et la masse monétaire, échappant ainsi au contrôle direct de la banque centrale. Lorsque le risque de crédit des banques périphériques est élevé, la banque centrale fournit une liquidité abondante à des conditions favorables pour éviter des écarts importants dans les coûts de financement entre les pays. Cependant, cela peut également décourager l'activité sur le marché interbancaire et accroître la dépendance des banques à l'égard de la banque centrale. Les achats d'actifs peuvent aider à orienter le taux interbancaire vers le taux de facilité de dépôt. En outre, l'étude propose un nouveau schéma pour aborder la fragmentation en prêtant des garanties aux banques périphériques, ce qui pourrait réduire la nécessité d'injections de liquidité et limiter les excès de liquidité. En effet, les banques périphériques font référence aux banques situées dans des pays périphériques de la zone euro, qui sont considérées comme présentant un risque de crédit plus élevé que les banques des pays centraux. Dans cet article, la fragmentation du marché interbancaire fait référence au

phénomène où les banques, en fonction de leur pays d'implantation, présentent des probabilités de défaut différentes sur leurs emprunts interbancaires. Cette fragmentation entraîne des difficultés pour certaines banques, en particulier les banques périphériques, à emprunter sur le marché interbancaire en raison de leur risque perçu plus élevé. Cette situation conduit à des déséquilibres dans l'accès à la liquidité et à des écarts entre les taux d'intérêt interbancaires et les taux directeurs de la banque centrale. La fragmentation du marché interbancaire perturbe ainsi la transmission de la politique monétaire et peut entraîner des excès de liquidité endogènes et des fluctuations des taux d'intérêt. En effet, ces banques périphériques sont confrontées à des difficultés d'accès au marché interbancaire en raison de leur risque perçu, ce qui les amène à dépendre davantage de la banque centrale pour obtenir de la liquidité. En revanche, les banques centrales, considérées comme sûres, n'ont pas besoin de recourir à la banque centrale pour obtenir des liquidités et peuvent avoir un excès de liquidités en période de fragmentation du marché interbancaire. Il s'agirait donc selon l'auteur de recourir à un mécanisme où la banque centrale prête des actifs sûrs ou des garanties aux banques périphériques en échange de liquidités. Ces actifs sûrs peuvent être des titres tels que des obligations d'État de haute qualité ou d'autres actifs à faible risque. En fournissant ces garanties, la banque centrale permet aux banques périphériques d'avoir un collatéral adéquat pour emprunter sur le marché interbancaire sécurisé, où les garanties sont nécessaires pour les transactions. Cela aide à restaurer le fonctionnement du marché interbancaire, à réduire la dépendance des banques à l'égard de la banque centrale et à atténuer les excès de liquidité en offrant une alternative à l'injection directe de liquidités.

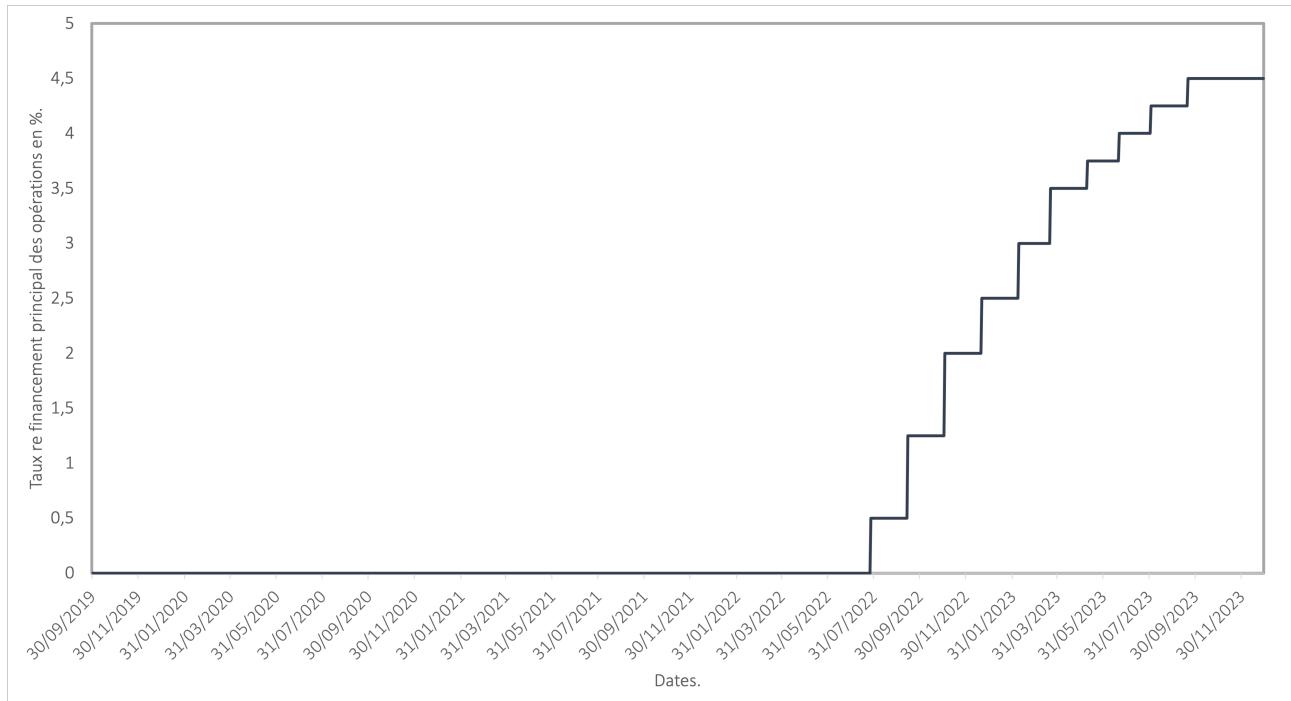
Ainsi, l'objectif de cette étude est de comprendre l'impact du principal taux directeur de la BCE servant aux opérations sur le marché interbancaire. La modélisation de l'impact de la hausse du taux REFI sur le marché interbancaire peut donc donner des indications sur les risques encourus par le système bancaire en général suite à une décision de politique monétaire sur le plan temporel, de l'ajustement et des anticipations. Si une décision de politique monétaire impacte durablement les transactions du marché interbancaire la stabilité du système peut être touchée à long terme. Si l'ajustement d'une décision est partiel, alors, le choc se propage sur un laps de temps relativement long affectant donc la stabilité plus durablement. Enfin, les anticipations sont à prendre en compte dans cette analyse ; les anticipations sur une décision peuvent être naïves ou totalement inanticipée, l'une ou l'autre impacte également la stabilité. Dans ce sens, la modélisation dynamique permettra de mettre en exergue ce questionnement en y apportant quelques réponses.

Le taux de refinancement principal des opérations est donc un instrument de politique monétaire puissant et vital pour la Banque Centrale Européenne. Après avoir exposé le cadre théorique de ce dernier, une analyse sur un échantillon temporel doit être menée afin de comprendre la politique empirique menée.

1.2.4 Analyse du taux REFI entre octobre 2019 et décembre 2023 (*journalier*)

Le taux de refinancement principal des opérations⁹ est ici représenté graphiquement sur la période temporelle sélectionnée :

Figure 2: Taux REFI journalier entre octobre 2019 et décembre 2023.



Entre 2019 et 2023, la politique monétaire de la Banque centrale européenne (BCE) a été marquée par plusieurs évolutions, notamment en ce qui concerne le taux de refinancement principal (REFI) et la courbe des taux, plusieurs points sont à noter :

1. Politique monétaire accomodante pour réagir aux pressions déflationnistes : en 2019, la BCE a poursuivi sa politique monétaire accommodante, visant à soutenir l'économie de la zone euro face à des défis tels que la faible inflation et la croissance économique modérée. En septembre 2019, la BCE a abaissé son taux de dépôt de -0,4 % à -0,5 %, tandis que le taux REFI est resté inchangé à 0 %. Cette mesure visait à stimuler les prêts et à encourager les banques à investir davantage dans l'économie réelle.

2. Réponse à la pandémie de COVID-19 : face à l'impact économique dévastateur de la pandémie de COVID-19, la BCE a adopté des mesures extraordinaires pour soutenir

⁹Source des données : <https://webstat.banque-france.fr/fr//node/5385564>

l'économie. En mars 2020, la BCE a lancé un programme d'achat d'urgence face à la pandémie (PEPP¹⁰), visant à fournir un soutien financier immédiat aux États membres de la zone euro. Les taux d'intérêt ont été maintenus à des niveaux historiquement bas, avec le taux REFI restant à 0 %.

3. Réévaluation de la politique monétaire : au cours de l'année 2021, la BCE a commencé à reconsidérer sa politique monétaire alors que l'économie montrait des signes de reprise. Cependant, la BCE a maintenu un biais accommodant, reconnaissant que la reprise économique était fragile et inégale au sein de la zone euro. Le taux REFI est resté inchangé à 0 % pendant cette période.

4. Pression inflationniste et normalisation progressive :

À mesure que l'économie de la zone euro se redressait et que les pressions inflationnistes augmentaient, la BCE a entamé un processus de normalisation progressive de sa politique monétaire. Cela s'est reflété dans une révision de la politique de forward guidance de la BCE et des discussions sur la réduction progressive des mesures de relance. Cependant, la BCE est restée prudente et a indiqué qu'elle ajusterait sa politique en fonction de l'évolution de la situation économique.

Le calendrier de normalisation de la politique monétaire de la BCE suivant l'augmentation en escalier du graphique a été le suivant :

- Juillet 2022 : Hausse des taux d'intérêt directeurs de 0,50 point de pourcentage. Alors le taux de refinancement principal est de 0,50% et fin du programme d'achats d'actifs PEPP.
- Septembre 2022 : Hausse des taux d'intérêt directeurs de 0,75 point de pourcentage. Alors, taux de refinancement principal est de 1,25%.
- Octobre 2022 : Annonce du programme d'achat d'actifs sur le marché secondaire (APP). Le montant total du programme est de 120 milliards d'euros jusqu'à la fin de 2023. Hausse des taux d'intérêt directeurs de 0,75 point de pourcentage. Alors le taux de refinancement principal est de 2,00%.
- Décembre 2022 : Hausse des taux d'intérêt directeurs de 0,50 point de pourcentage. Alors le taux de refinancement principal est de 2,50%.
- Janvier 2023 : La BCE annonce qu'elle mettra fin à son programme d'achats d'actifs secondaire APP en mars 2023.
- Février 2023 : Hausse des taux d'intérêt directeurs de 0,50 point de pourcentage. Alors le taux de refinancement principal est de 3,00%.

¹⁰Pandemic Emergency Purchase Programme

- Mars 2023 : Hausse des taux d'intérêt directeurs de 0,50 point de pourcentage. Alors le taux de refinancement principal est de 3,50%.
- Avril 2023 : le Conseil des gouverneurs a décidé d'élargir la population déclarante des statistiques sur les marchés monétaires (Money market statistical reporting, MMSR), en ajoutant 24 nouvelles banques aux 47 banques déclarantes actuelles.
- Mai 2023 : Hausse des taux d'intérêt directeurs de 0,25 point de pourcentage. Alors le taux de refinancement principal est de 3,75%.
- Juin 2023 : Hausse des taux d'intérêt directeurs de 0,25 point de pourcentage. Alors le taux de refinancement principal est de 4,00%.
- Juillet 2023 : La BCE met fin à son programme APP. Hausse des taux d'intérêt directeurs de 0,25 point de pourcentage. Alors le taux de refinancement principal est de 4,25%.
- Septembre 2023 : Hausse des taux d'intérêt directeurs de 0,25 point de pourcentage. Alors le taux de refinancement principal est de 4,50%.
- Octobre 2023 : Les taux directeurs restent inchangés. La BCE annonce qu'elle va réduire son bilan en décembre 2023.
- Décembre 2023 : Les taux directeurs restent inchangés.

Pour conclure, après l'étude du marché interbancaire ainsi que du taux de refinancement principal des opérations et de leurs interactions, il est clair que ces deux composantes jouent des rôles cruciaux dans le fonctionnement du système financier. Le marché interbancaire, en tant que canal crucial de transmission de la politique monétaire, influence directement les conditions de liquidité et les taux d'intérêt dans l'économie. Les variations du volume des transactions sur ce marché reflètent les ajustements des banques aux conditions monétaires et aux évolutions macroéconomiques, tandis que le taux de refinancement principal, fixé par la banque centrale, oriente les coûts de financement des institutions financières et influence leurs décisions de prêt et d'emprunt. L'analyse des données journalières sur ces deux aspects permet de mieux comprendre les tendances et les fluctuations qui peuvent impacter la stabilité financière et macroéconomique. Les résultats de cette analyse révèlent notamment l'importance des mécanismes de transmission de la politique monétaire et mettent en lumière la sensibilité des marchés financiers aux décisions des autorités monétaires. Ces informations sont cruciales pour les acteurs du marché financier ainsi que pour les superviseurs, car elles fournissent des indications précieuses sur les évolutions du système financier et sur les risques potentiels qui peuvent en découler. Afin de modéliser comment un choc provenant de la politique monétaire par le taux Refi peut impacter le marché interbancaire, la typologie des modèles à retards échelonnés est utilisée. Cette approche permettra d'analyser de manière approfondie les effets de la politique monétaire sur le marché interbancaire, en tenant compte des retards dans la transmission des chocs et des éventuelles asymétries dans les réactions des agents économiques.

2

Typologie des modèles à retards échelonnés

Afin de mieux comprendre les phénomènes économiques ou financiers, l'introduction de variables retardées dans un modèle joue un rôle majeur pour appréhender l'effet d'un choc sur une variable au cours du temps. Par exemple, dans le cas du marché interbancaire, la mise en place d'une décision de politique monétaire mise en vigueur à un instant t peut impacter durablement le marché vers un horizon plus lointain $t+h$ dans la demande de monnaie banque centrale. En effet, le délai de transmission d'un choc peut être modélisé par l'introduction de **retards** créant une dynamique dans le modèle.

Dans ce paragraphe, plusieurs modèles de retards échelonnés seront présentés. Aussi appelés **modèles dynamiques**, ils introduisent des retards temporels dans les variables exogènes et endogènes afin de modéliser l'effet d'un choc d'une variable X sur une variable Y . Il existe principalement deux types de modèles :

1. **Les modèles à retards échelonnés** dans lesquels la variable expliquée est fonction des variables explicatives ainsi que des retards de ces variables explicatives.
2. **Les modèles autorégressifs** dans lesquels la variable expliquée est fonction de ses propres retards.

Il existe un troisième type de modèle qui est la combinaison des deux premiers, on parle de modèle autorégressif à retards échelonnés. En anglais ; *AutoRegressive Distributed Lag Models* abrégés en ARDL. La variable expliquée est donc fonction de ses propres retards, de la variable explicative ainsi que des retards de la variable explicative.

Ce paragraphe est largement inspirée de [Mignon], [Greene] et [Kibala Kuma]. Les modèles autorégressifs à retards échelonnés constituent le point de départ, avec un examen attentif de leur spécification et de la sélection optimale du nombre de retards. Ensuite, l'approche de Koyck pour les modèles à retards échelonnés infini est examinée, en mettant en évidence sa transformation caractéristique et les méthodes d'estimation associées. Par la suite, d'autres hypothèses sur les coefficients des modèles ARDL sont présentées, notamment l'approche de Pascal et l'approche d'Almon. Le modèle à correction d'erreur est ensuite abordé, mettant en lumière ses applications dans la stationnarité et la cointégration, selon l'approche de Engle et Granger. Enfin, une discussion sur les modèles autorégressifs à retards échelonnés non linéaires est proposée, avec un examen de la linéarité limitée et des implications de la cointégration asymétrique, ainsi que l'introduction du modèle à correction d'erreur NARDL.

Il est tout d'abord nécessaire d'étudier la spécification des modèles à retards distribués autrement dit échelonnés.

2.1 Les modèles retards échelonnés

Les modèles à retards échelonnés aussi appelés *Auto Distributed Lag* ou $ADL(h)$, où h est le nombre de retards à q variables explicatives adoptent la forme générale suivante :

$$\begin{aligned} Y_t &= \mu + \delta_{1,0}X_{1,t} + \delta_{1,1}X_{1,t-1} + \dots + \delta_{1,h}X_{1,t-h} \\ &\quad + \delta_{2,0}X_{2,t} + \delta_{2,1}X_{2,t-1} + \dots + \delta_{2,h}X_{2,t-h} \\ &\quad + \dots + \delta_{q,0}X_{q,t} + \delta_{q,1}X_{q,t-1} + \dots + \delta_{q,h}X_{q,t-h} + \varepsilon_t \\ &= \mu + \sum_{j=1}^q \sum_{i=0}^h \delta_{j,i}X_{j,t-i} + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (14)$$

Cependant, dans le reste du paragraphe et afin de simplifier les écritures le nombre de variables explicatives est limitée à une seule. C'est-à-dire que $q = 1$. Ainsi la relation (14) devient :

$$Y_t = \mu + \delta_0 X_t + \delta_1 X_{t-1} + \dots + \delta_h X_{t-h} + \varepsilon_t = \mu + \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (15)$$

Il est à noter que le nombre de retards h peut être fini ou infini¹¹. Dans le cas où le choc provenant de la variable X affecte durablement Y il est d'usage de parler d'un modèle à retard infini. Si les effets ne durent pas sur à long terme, il est intéressant d'utiliser un nombre de retards finis. Aussi, ε_t est considéré comme un processus homoscédastique et non-autocorrélé dans l'équation (15). Le polynôme de retards D de degrés h permet d'introduire la notation :

$$Y_t = \mu + \delta_0 X_t + \delta_1 X_{t-1} + \dots + \delta_h X_{t-h} + \varepsilon_t \quad (16)$$

$$Y_t = \mu + \delta_0 X_t + \delta_1 L X_t + \dots + \delta_h L^h X_t + \varepsilon_t \quad (17)$$

$$Y_t = \mu + X_t (\delta_0 + \delta_1 L + \dots + \delta_h L^h) \quad (18)$$

$$Y_t = \mu + D(L) X_t + \varepsilon_t \quad (19)$$

avec L qui représente l'opérateur de retard de la variable X :

$$L^i X_t = X_{t-i} \quad (20)$$

et $D(L)$ le polynôme de retard :

¹¹L'ensemble des résultats consignés dans ce paragraphe peuvent se transposer au cas infini par un simple changement de borne dans la somme.

$$D(L) = \delta_0 + \delta_1 L + \dots + \delta_h L^h \quad (21)$$

Également, il est défini que :

$$D(1) = \delta_0 + \delta_1 + \dots + \delta_h \quad (22)$$

Retenant l'équation (14), il est possible de tirer le paramètre δ_0 qui est le multiplicateur de court terme :

$$\delta_0 = \frac{\partial Y_t}{\partial X_t}$$

Les sommes partielles des coefficients δ_i , $i = 1, 2, 3, \dots, h$ définissent les multiplicateurs cumulés. Alors, il est possible de calculer l'effet cumulé au bout de τ périodes en sommant les coefficients : $\sum_{i=1}^{\tau} \delta_i$. La somme de tous les coefficients à l'horizon h mesure l'effet de long terme d'une variation de X sur Y prenant alors la forme de l'équation (22).

Il existe un autre concept qui est celui du **retard médian** qui consiste à connaître le nombre de périodes nécessaires pour que 50% de l'effet total soit atteint. Sa spécification dépend de la dynamique du modèle. La notion de **retard moyen** permet quant à elle d'appréhender le laps de temps correspondant à la valeur moyenne des coefficients $\delta_i = 1, 2, 3, \dots, h$. Ce retard se définit comme la moyenne pondérée des coefficients. Reprenant (22) il est obtenu :

$$D(1) = \delta_0 + \delta_1 + \dots + \delta_h = \delta_0 1^0 + \delta_1 1^1 + \dots + \delta_h 1^h \quad (23)$$

En dérivant ce polynôme $D(1)$ il est obtenu $D'(1)$ de la forme :

$$D'(1) = \delta_1 + 2\delta_2 + \dots + h\delta_h \quad (24)$$

En somme, le retard moyen est le rapport entre $D'(1)$ et $D(1)$:

$$\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^h i\delta_i}{\sum_{i=1}^h \delta_i} = \frac{\delta_1 + 2\delta_2 + \dots + h\delta_h}{\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_h} = \frac{D'(1)}{D(1)} \quad (25)$$

En somme, les modèles à retards échelonnés offrent une approche flexible et puissante pour modéliser les relations dynamiques entre les variables économiques. Leur capacité à capturer les délais dans les réponses des variables aux chocs économiques les rend particulièrement adaptés à de nombreuses situations économiques réelles. Cependant, malgré leurs avantages, ces modèles présentent également des limitations, notamment en ce qui concerne l'interprétation

des coefficients et la gestion de la non-linéarité. Ainsi, pour améliorer la compréhension et la précision des modèles, une transition vers des approches plus avancées, telles que les modèles autorégressifs à retards échelonnés (ARDL), est justifiée. Ces modèles offrent une structure plus robuste et permettent de mieux prendre en compte les spécificités des données économiques.

2.2 Modèles autorégressifs à retards échelonnés

Dans ce sous-paragraphe, l'accent est mis sur les modèles à retards échelonnés, une approche fondamentale dans l'analyse économétrique pour étudier les relations dynamiques entre les variables. Tout d'abord, les modèles autorégressifs à retards échelonnés seront examinés, avec un focus particulier sur leur spécification et la méthodologie pour choisir le nombre optimal de retards avant d'évoquer la stabilité d'une équation dynamique.

2.2.1 Modèles autorégressifs

La spécification générale d'un modèle autorégressif est la suivante :

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t = \phi_0 + \sum_{j=1}^p \phi_j Y_{t-j} + \varepsilon_t$$

où ε_t est un processus homoscédasticité et non-autocorrélé. Ce modèle est couramment noté $AR(p)$ où p désigne le nombre de retards. L'introduction d'un opérateur de retard L peut apparaître afin de simplifier l'écriture en un polynôme :

$$\begin{aligned} Y_t &= \phi_0 + \phi_1 LY_t + \phi_2 L^2 Y_t + \dots + \phi_p L^p Y_t + \varepsilon_t \\ Y_t &= \phi_0 + Y_t (\phi_1 L + \phi_2 L^2 + \dots + \phi_p L^p) + \varepsilon_t \\ Y_t - Y_t (\phi_1 L + \phi_2 L^2 + \dots + \phi_p L^p) &= \phi_0 + \varepsilon_t \\ Y_t (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) &= \phi_0 + \varepsilon_t \\ Y_t \Phi(L) &= \phi_0 + \varepsilon_t \end{aligned}$$

Également, il est défini que :

$$\Phi(1) = 1 - \phi_1 - \dots - \phi_p \quad (26)$$

Dans le cas d'un modèle AR , le choix de l'ordre p est crucial. Il est souvent déterminé à l'aide de techniques telles que l'analyse des autocorrelations partielles ou l'information de critère d'information. L'estimation des coefficients ϕ_j peut être effectuée à l'aide de différentes méthodes, telles que la méthode des moindres carrés ordinaires ou la méthode de maximisation de la vraisemblance. Une fois que le modèle est estimé, il peut être utilisé pour faire des prédictions sur les valeurs futures de la série chronologique ou bien étudier des relations dynamiques entre plusieurs variables. Ils sont à la base de la modélisation en séries temporelles.

2.2.2 Spécification du modèle ARDL et choix du nombre de retards optimal

Les modèles autorégressifs à retards échelonnés, ARDL, combinent à la fois la partie à retards échelonnés et la partie autorégressive prenant alors la forme :

$$Y_t = \mu + \sum_{i=1}^h \delta_i X_{t-i} + \sum_{j=1}^p \phi_j Y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (27)$$

De ce fait, le retard ainsi défini est à la fois porté sur la partie X_t et la partie Y_t . Le modèle $ARDL(h, p)$. Les coefficients estimés dans un modèle $ARDL$ fournissent des informations sur les relations à court et à long terme entre les variables. Le modèle ARDL permet d'analyser les relations à court terme (*à travers les retards*) et à long terme (*à travers les coefficients des variables explicatives*). Par exemple, les coefficients des retards de la variable dépendante donnent des indications sur la dynamique à court terme, tandis que les coefficients des variables explicatives donnent des indications sur les effets à long terme. En utilisant les équations des paragraphes précédents il vient l'écriture avec le polynôme de retard suivante :

$$Y_t \Phi(L) = D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t \quad (28)$$

Dans ce modèle, un **choc temporaire** correspond à une variation d'une variable explicative uniquement au cours d'une période. Tandis qu'un **choc permanent** correspond à une variation permanente d'une variable explicative à partir d'une certaine date.

Le multiplicateur temporaire sur une dynamique prend alors la forme :

$$\lambda^{CT} = \frac{\partial Y_t}{\partial X_{t-i}} = \delta_i \quad (29)$$

Remarque. Le paramètre δ_0 représente l'effet de court terme de la variable X sur la variable Y , même résultat qu'en section 2.1. Autrement dit, la dérivation au temps $t = 0$ de Y_t par rapport à X_t correspond au multiplicateur du premier choc temporaire donc un effet de court terme.

L'effet de long terme d'un choc temporaire sur la variable explicative est nul, cette condition n'est valable que si la variable Y est stationnaire, dans le cas contraire un phénomène de persistance du choc temporaire pourrait apparaître (*hystérèse*). De même, la variable explicative X doit être stationnaire afin d'obtenir une bonne estimation. Le multiplicateur de long terme sur une dynamique prend alors la forme :

$$\lambda^{LT} = \frac{\partial Y}{\partial X} = \frac{\sum_{i=1}^h \delta_i}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} \quad (30)$$

Cette dernière équation définit également l'équilibre ou le multiplicateur de long terme dans le cadre d'un modèle *ARDL*. C'est la somme de l'ensemble des chocs temporaires, si la variable X produit un choc continu sur la variable Y .

Le retard moyen dans le modèle de Koyck est le même que celui du modèle à retard échelonné évoqué en section 2.1.

Il est possible de ramener la forme *ARDL* à une forme à retard échelonné afin de calculer les poids du modèle. Pour cela, il suffit de diviser par l'opérateur le polynôme $\Phi(L)$:

$$\begin{aligned} Y_t \Phi(L) &= D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t \\ \frac{Y_t \Phi(L)}{\Phi(L)} &= \frac{\mu}{\Phi(L)} + \frac{D(L)}{\Phi(L)}X_t + \frac{\varepsilon_t}{\Phi(L)} \\ Y_t &= \frac{\mu}{\Phi(L)} + \frac{D(L)}{\Phi(L)}X_t + \frac{\varepsilon_t}{\Phi(L)} \end{aligned} \quad (31)$$

Ce qu'il est encore possible de réécrire en posant $L = 1$ dans les polynômes $\Phi(L)$ et $D(L)$ de la forme suivante :

$$Y_t = \frac{\mu}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p} + \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j X_{t-j} + \sum_{l=0}^{\infty} \theta_l \varepsilon_{t-l} \quad (32)$$

La décomposition du terme $\sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j = \frac{D(1)}{\Phi(1)} = \frac{\sum_{i=0}^h \delta_i}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} = \lambda^{LT}$ qui est bien le multiplicateur de long terme que l'on retrouve dans l'équation (30).

Le nombre de retards optimal dans un modèle ARDL est basé sur la minimisation des critères de Akaike ou de Sharwz et Hannan-Quinn. Le meilleur modèle retenu pour un nombre de retards p et h sera celui qui minimisera le plus de critères sur les trois.

2.2.3 Stabilité d'une équation dynamique

La stabilité dans une équation dynamique est centrale pour l'estimation économétrique. Elle suppose qu'à long terme, un équilibre constant est atteint : c'est la stationnarité. Cet équilibre n'est cependant accessible que si le processus est convergent. Alors, en reprenant la forme polynomiale d'un modèle ARDL dans l'équation (28) :

$$Y_t \Phi(L) = D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t \quad (33)$$

alors, il est possible d'écrire que¹² :

¹²Voir annexe B.12 p.77

$$Y_t = \Phi(L)^{-1} [D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t] = A(L) [D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t] \quad (34)$$

$$A(L) = (\beta_0 L^0 - \beta_1 L^1 - \dots - \beta_p L^p - \dots) \quad (35)$$

Aussi, $A(L)\Phi(L) = 1$, en arrangeant les termes :

$$(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)(\beta_0 L^0 - \beta_1 L^1 - \dots - \beta_p L^p - \dots) = 1 \quad (36)$$

en fonction des puissances de L , il est possible d'obtenir la forme récursive suivante pour les coefficients α qui est :

$$\begin{aligned} L^0 : \beta_0 &= 1 \\ L^1 : \beta_1 - \phi_1 \beta_0 &= 0 \\ L^2 : \beta_2 - \phi_1 \beta_1 - \phi_2 \beta_0 &= 0 \\ L^3 : \beta_3 - \phi_1 \alpha_2 - \phi_2 \beta_1 - \phi_3 \beta_0 &= 0 \\ L^4 : \beta_4 - \phi_1 \alpha_3 - \phi_2 \beta_2 - \phi_3 \beta_1 - \phi_4 \beta_0 &= 0 \\ \dots \\ L^p : \beta_p - \phi_1 \alpha_{p-1} - \phi_2 \beta_{p-2} - \dots - \phi_p \beta_0 &= 0 \\ \dots \\ L^q : \beta_q - \phi_1 \beta_{q-1} - \phi_2 \beta_{q-2} - \dots - \phi_p \beta_{q-p} &= 0 \end{aligned} \quad (37)$$

Après $p - 1$ retards valeurs initiales, les coefficients α suivent la même équation en différence que Y_t dans l'équation dynamique. Un problème demeure cependant, le système n'est pas forcément stable et peut adopter un schéma explosif pour des valeurs de ϕ_j . Alors, si le polynôme $A(L)$ est inversible le modèle sera stable. Les conditions nécessaires à l'inversibilité sont mentionnées dans le paragraphe suivant.

Dans le modèle à retard géométrique comme celui de Koyck, la condition de stabilité $|\lambda| < 1$ est nécessaire. De même, dans un modèle AR(1), le paramètre d'autocorrélation ϕ devait être contraint de la sorte $|\phi| < 1$. Le modèle dynamique *ARDL* doit lui aussi être contraint mais de manière moins évidente. Donc, la question est de savoir si Y_t converge vers un équilibre ou non et quel serait sa valeur ?

Il est d'abord fixé X_t à \bar{X} (*sa valeur de long terme d'équilibre*) en supposant également que l'aléa ε_t est nul conformément à sa valeur anticipée. Il s'agira donc de comprendre vers quel équilibre converge Y_t à long terme. L'équation dynamique en reprenant devient en reprenant (33) et (34) :

$$Y_t = \bar{\alpha} + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} \quad (38)$$

avec $\bar{\alpha} = \mu + D(L)\bar{X}$. De fait, si la variable endogène Y_t converge vers un équilibre, cet équilibre prend la forme :

$$\bar{Y} = \frac{\mu + D(L)\bar{X}}{\Phi(L)^{-1}} = \frac{\bar{\alpha}}{A(L)} \quad (39)$$

La stabilité de l'équation dynamique dépend donc de l'équation caractéristique de la partie autorégressive du modèle. Les racines de l'équation caractéristique :

$$\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p \quad (40)$$

doivent être supérieures à 1 en valeur absolue pour que le modèle soit stable, c'est-à-dire que le processus autorégressifs $AR(p)$ doit être inversible.

2.3 Modèle à retards échelonnés infinis : l'approche de Koyck

Dans les modèles à retards échelonnés en nombre infini, l'effet de la variable explicative est illimité dans le temps. Toutefois, le passé récent est considéré comme ayant plus d'impact que le passé lointain et que le poids des observations passées tend à décroître régulièrement au cours du temps. De façon générale, ce type de modèle s'écrit :

$$Y_t = \mu + \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (41)$$

ou encore avec l'opérateur de retards,

$$Y_t = \mu + \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i L^i X_t + \varepsilon_t = \mu + D(L)X_t + \varepsilon_t \quad (42)$$

Cependant, afin de pouvoir appréhender ce type de modèle, il convient de se ramener à un type de modèle fini de paramètres à estimer. À cette fin, une forme particulière à la structure des coefficients δ_i est imposée. L'une des formes les plus utilisées est l'approche de Koyck¹³.

2.3.1 La transformation de Koyck

Sous l'hypothèse selon laquelle les coefficients δ_i sont de même signe, Koyck (1954) suppose que les retards décroissent de façon géométrique :

$$\delta_i = \lambda^i \delta_0 \quad (43)$$

où $i = 0, 1, 2, \dots$ et $0 < \lambda < 1$,

Puisque $\lambda < 1$, la relation (43) exprime le fait que les coefficients λ^i diminuent au fur et à mesure que l'on s'éloigne dans le passé : les observations les plus récentes sont affectées de

¹³Il existe d'autres approches comme celle de Pascal ou encore d'Almon.

poids plus importants que les observations passées. Plus λ est proche de 1, plus le taux de décroissance des coefficients est lent et plus λ est proche de 0, plus ce taux est rapide. Ce résultat constitue l'apport principal de ce modèle. λ mesure donc la persistance temporelle d'un choc de la variable X sur la variable Y . Plus la décroissance est lente (λ proche de 1) plus l'impact de la variable X sur Y perdure dans le temps et affecte durablement la variable. Dans le cas contraire (λ proche de 0) constituera une forte décroissance géométrique des paramètres et réduira significativement les poids dans le temps de la variable X sur Y , alors, dans ce cas le choc ne perdurera pas dans le temps. De plus, la transformation de Koyck s'opère dans le cas de modèle à retard échelonné infini c'est-à-dire dans lesquels, théoriquement, la variable X impacte durablement Y . La variante dans le cadre d'un modèle à retards finis (*si l'influence d'un choc n'est pas trop persistante*) est l'approche d'Almon (1962).

En substituant (43) dans (41) il vient la relation :

$$Y_t = \mu + \delta_0 X_t + \lambda \delta_0 X_{t-1} + \lambda^2 \delta_0 X_{t-2} + \dots + \lambda^i \delta_0 X_{t-i} + \dots + \varepsilon_t \quad (44)$$

$$Y_t = \mu + \delta_0 (X_t + \lambda X_{t-1} + \lambda^2 X_{t-2} + \dots + \lambda^i X_{t-i} + \dots) + \varepsilon_t \quad (45)$$

Le polynôme associé est :

$$D(L) = \delta_0 + \lambda \delta_0 L + \lambda^2 \delta_0 L^2 + \dots + \lambda^i \delta_0 L^i + \dots + \varepsilon_t \quad (46)$$

De ce fait, il est possible d'écrire depuis la relation (45) :

$$Y_t = \mu + D(L) X_t + \varepsilon_t \quad (47)$$

soit encore en multipliant de part et d'autre par $D(L)^{-1}$

$$D(L)^{-1} Y_t = D(L)^{-1} \mu + D(L)^{-1} D(L) X_t + D(L)^{-1} \varepsilon_t \quad (48)$$

sachant que,

$$D(L) = \delta_0 (1 + \lambda L + \lambda^2 L^2 + \dots + \lambda^i L^i + \dots) \quad (49)$$

La relation (49) représente la somme d'une suite de termes géométriques, alors il vient :

$$D(L) = \frac{\delta_0}{(1 - \lambda L)} \quad (50)$$

De manière inverse,

$$D(L)^{-1} = \frac{(1 - \lambda L)}{\delta_0} \quad (51)$$

De ce fait, en substituant :

$$\begin{aligned}
(1 - \lambda L)Y_t &= (1 - \lambda L)\mu + \delta_0 X_t + (1 - \lambda L)\varepsilon_t \\
Y_t - \lambda Y_{t-1} &= (1 - \lambda)\mu + \delta_0 X_t + \varepsilon_t - \lambda\varepsilon_{t-1} \\
Y_t &= \lambda Y_{t-1} + (1 - \lambda)\mu + \delta_0 X_t + \varepsilon_t - \lambda\varepsilon_{t-1}
\end{aligned} \tag{52}$$

L'équation (52) définit la spécification d'un modèle de Koyck. Quelques remarques importantes sont à évoquer :

Remarque 1. Il est obtenu un modèle autorégressif avec erreurs autocorrélées à l'ordre 1. Cette transformation permet de passer d'un modèle à retards échelonnés à un modèle autorégressif, c'est la transformation de Koyck. Cette dernière permet de réduire considérablement le nombre de paramètres à estimer. En effet, si comparant le modèle (41) au modèle (52) il sort qu'au lieu d'estimer un nombre de paramètres infini δ_i ainsi qu'une constante μ , trois paramètres suffisent désormais μ, δ_0 et λ .

Remarque 2. Adoptant le principe de parcimonie, la transformation de Koyck réduit considérablement le risque de multicolonéarité.

Remarque 3. Le modèle de Koyck peut être vu comme un cas particulier du modèle $ARDL(p, h)$ dans lequel $p = 1$ et $h = 0$.

Remarque 4 . Il existe une version plus générale des modèles à retards géométriques [Greene, p.546-550].

Remarque 5. Dans le modèle de Koyck, le retard moyen prend la forme : $\bar{D} = \frac{\lambda}{1 - \lambda}$. Aussi, le retard médian est $\frac{\ln 2}{\ln \lambda}$.

2.3.2 Estimation du modèle de Koyck

La variable endogène retardée Y_{t-1} fait également office de variable explicative de Y_t dans le modèle, ceci a des implications importantes dans l'estimation par Moindres Carrés Ordinaires. L'une des hypothèses de base des MCO est que la matrice des variables explicatives est supposée par définition non-aléatoire. Toutefois, une telle hypothèse est ici violée par l'introduction de la variable endogène retardée dans les variables explicatives, en effet, Y_t et Y_{t-1} sont des variables aléatoires. En deuxième lieu, le terme d'erreur du modèle est $\varepsilon_t - \lambda\varepsilon_{t-1}$ il est posé que $\eta_t = \varepsilon_t - \lambda\varepsilon_{t-1}$, et non plus uniquement ε_t comme cela était le cas dans le modèle original. Il apparaît que les erreurs sont bien autocorrélées, η_t pose donc des problèmes dans l'estimation des MCO qui stipule que le terme d'erreur doit être un bruit blanc et donc être un processus non autocorrélé.

Une première solution peut être d'estimer le modèle par variable instrumentale choisissant un instrument X qui soit non corrélé avec le terme d'erreur. Cependant, la difficulté de trouver un instrument efficace respectant le test de validité de Sargan conduit souvent à estimer le modèle ci-dessous par la méthode du maximum de vraisemblance :

$$Y_t = \widehat{\lambda} Y_{t-1} + (1 - \widehat{\lambda})\widehat{\mu} + \widehat{\delta}_0 X_t \quad (53)$$

L'estimation du modèle (53) n'est pas possible de prime à bord pour estimer le paramètre $\widehat{\mu}$, il convient d'abord de se ramener à l'estimation d'un modèle $ARDL(1, 0)$ ¹⁴ comme le mentionne la remarque 3, duquel il sera tiré le paramètres pour le modèle de Koyck :

$$Y_t = \phi_0 + \widehat{\lambda} Y_{t-1} + \widehat{\delta}_0 X_t \quad (54)$$

De l'équation (53) on en tire la valeur de $\widehat{\mu}$ inconnue dans l'estimation d'un modèle $ARDL(1, 0)$ mais que l'on retrouve via la valeur de la constante ϕ_0 :

$$\begin{aligned} (1 - \widehat{\lambda})\widehat{\mu} &= \phi_0 \\ \widehat{\mu} &= \frac{\phi_0}{(1 - \widehat{\lambda})} \end{aligned}$$

Il est à noter que l'intérêt dans le cas du modèle de Koyck de la méthode des variables instrumentales est d'obtenir un estimateur convergent de β afin de servir de valeur initiale d'une procédure itérative, telle que la méthode du maximum de vraisemblance.

2.3.3 Le modèle d'ajustement partiel : première application du modèle de Koyck.

Le modèle d'ajustement partiel constitue un exemple d'application du modèle de Koyck. Ce modèle fait intervenir des variables endogènes retardées parmi les variables explicatives. L'idée est que du fait de la présence de rigidités ou de diverses contraintes, la variable expliquée ne peut atteindre la valeur désirée en une seule période. En d'autres termes, l'ajustement à la valeur désirée prend un certain temps. De façon générale, le modèle d'ajustement partiel peut se noter comme suit :

$$Y_t^* = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \quad (55)$$

où Y_t^* désigne le niveau désiré de la variable expliquée Y_t et X_t une variable explicative. La variable Y_t^* n'étant pas observable, elle est exprimée en fonction de Y_t en retenant un mécanisme d'ajustement partiel du type :

$$Y_t - Y_{t-1} = \lambda(Y_t^* - Y_{t-1}) \quad (56)$$

¹⁴Par la méthode du maximum de vraisemblance

où $0 \leq \lambda \leq 1$ est appelé le **coefficent d'ajustement**. La variation $Y_t - Y_{t-1}$ correspond à la variation observée $Y_t^* - Y_{t-1}$ étant la variation désirée. En substituant (56) dans (55) il est obtenu que :

$$Y_t - Y_{t-1} = \lambda(\alpha + \beta X_t + \varepsilon_t - Y_{t-1}) \quad (57)$$

ou encore :

$$Y_t = (1 - \lambda)Y_{t-1} + \lambda\alpha + \lambda\beta X_t + \lambda\varepsilon_t \quad (58)$$

Ce modèle d'ajustement partiel se ramène à une structure semblable à celle du modèle de Koyck. Cependant, le terme d'erreur est plus simple puisqu'ici il n'est multiplié que par λ . L'estimation de ce modèle est aussi semblable à celle du modèle de Koyck. Il convient d'abord de se ramener au modèle (54) puis de tirer de la même façon les paramètres nécessaires à ce modèle.

2.3.4 Le modèle à anticipations adaptatives : deuxième application au modèle de Koyck.

Le modèle à anticipations adaptatives constitue un autre exemple d'application du modèle de Koyck. Dans ce type de modèle, les valeurs de la variable expliquée sont fonction non pas des valeurs observées des variables explicatives, mais des valeurs anticipées ou attendues. De façon générale, on peut écrire un modèle à anticipations adaptatives comme suit :

$$Y_t = \alpha + \beta X_t^* + \varepsilon_t \quad (59)$$

où X_t^* désigne la valeur anticipée de la variable explicative X_t . La variable X_t^* , n'étant en général pas observable directement est supposée le résultat d'un processus de formation adaptatif pour les anticipations du type :

$$X_t^* - X_{t-1}^* = \lambda(X_t - X_{t-1}) \quad (60)$$

avec $0 \leq \lambda \leq 1$ est appelé le coefficient d'anticipation. Deux remarques :

Remarque 1 : si $\lambda = 0$ alors $X_t^* = X_{t-1}^*$, ce qui signifie que les anticipations restent identiques de période en période (*anticipations statiques*).

Remarque 2 : si $\lambda = 1$ alors $X_t^* = X_t$ ce qui signifie que la valeur observée est égale à la valeur espérée (*anticipations naïves*).

En accord avec les hypothèses d'anticitations adaptatives, les anticipations sont révisées à chaque période en fonction de l'information apportée par la dernière valeur effectivement prise par la variable. De faibles valeurs de λ indiquent d'importants ajustements dans les

anticipations, alors que de fortes valeurs impliquent des changements lents. Alors il est possible de réécrire (60) comme :

$$X_t^* = \lambda X_t + (1 - \lambda)X_{t-1}^*$$

Qui plus est, en substituant (60) dans (59) il arrive :

$$Y_t = \alpha + \beta [\lambda X_t + (1 - \lambda)X_{t-1}^*] + \varepsilon_t \quad (61)$$

Ce modèle peut se ramener à un modèle de Koyck. En effet en arrangeant les termes et multipliant par $(1 - \lambda)$ de part et d'autres :

$$(1 - \lambda)Y_{t-1} = (1 - \lambda)\alpha + (1 - \lambda)\beta X_{t-1}^* + (1 - \lambda)\varepsilon_{t-1} \quad (62)$$

En effectuant la différence entre les relations (61) et (62) il vient :

$$Y_t = \lambda\alpha + \lambda\beta X_t + (1 - \lambda)Y_{t-1} + \varepsilon_t - (1 - \lambda)\varepsilon_{t-1}$$

On obtient ainsi une structure semblable à celle du modèle de Koyck.

2.3.5 D'autres hypothèses sur les coefficients des modèles ARDL

L'approche de Pascal ou le modèle à distribution générale

L'approche de Pascal dans les coefficients δ_i est appliquée sur des modèles à retards échelonnés infinis. Cette approche se ramène à une structure particulière appliquée aux coefficients δ_i ainsi qu'à en estimer un nombre fini. La particularité de ce type de modèle est de pouvoir adapter la distribution des coefficients. Par exemple, Robert Solow a notamment utilisé cette approche dans ses travaux consistant à rendre compte d'une distribution telle que les coefficients sont faibles au départ, augmentent jusqu'à un certain seuil puis diminuent (*courbe en cloche*). Le modèle général de Pascal pose donc comme structure générale sur les coefficients δ_i comme suit :

$$\delta_i = (1 - \lambda)^{r+1} C_{r+i}^i \lambda^i \quad (63)$$

avec, C_{r+i}^i le coefficient du binôme de Newton et $0 \leq \lambda \leq 1 \forall r \in \mathbb{N}$.

Cette approche de Pascal constitue la généralisation de l'approche de Koyck. En effet, si l'on pose $r = 0$ on retrouve la distribution géométrique de Koyck.

Le modèle à retards échelonnés s'exprime donc comme suit :

$$Y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \lambda)^{r+1} C_{r+i}^i \lambda^i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (64)$$

Le polynôme associé est :

$$D(L) = (1 - \lambda)^{r+1} C_{r+i}^i \lambda^i L^i \quad (65)$$

qui peut s'exprimer comme :

$$D(L) = \frac{\delta_0}{(1 - \lambda L)^{r+1}} \quad (66)$$

Le modèle devient :

$$Y_t = \mu + D(L)X_t + \varepsilon_t \quad (67)$$

soit encore :

$$\begin{aligned} D(L)^{-1}Y_t &= D(L)^{-1}\mu + D(L)^{-1}D(L)X_t + D(L)^{-1}\varepsilon_t \\ D(L)^{-1}Y_t &= D(L)^{-1}\mu + X_t + D(L)^{-1}\varepsilon_t \end{aligned} \quad (68)$$

- Posant $r = 0$ il vient que :

$$D(L) = \frac{\delta_0}{(1 - \lambda L)} \quad (69)$$

correspondant au modèle de Koyck.

- Posant $r = 1$ il vient que :

$$D(L) = \frac{\delta_0}{(1 - \lambda L)^2} \quad (70)$$

Ce qui change la distribution des retards dans le modèle. Le modèle obtenu étant :

$$Y_t = 2\lambda Y_{t-1} - \lambda^2 Y_{t-2} + (1 - 2\lambda + \lambda^2)\mu + \delta_0 X_t + \varepsilon_t - 2\lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} \quad (71)$$

L'approche d'Almon

Le modèle à retards d'Almon concerne les modèles à retards échelonnés fini. Aussi appelé *Polynomial Distributed Lag model, PDL* il consiste à approximer la vraie valeur d'un coefficient δ_i par un polynôme d'ordre q plutôt faible afin de simplifier les opérations :

$$\delta_i = \alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2 + \dots + \alpha_q i^q = \sum_{j=0}^q \alpha_j i^j \quad (72)$$

Cette approche est toutefois moins utilisée dans les modèles économiques/financiers.

2.4 Modèle à correction d'erreur

Ce sous-paragraphe se consacre à l'examen du modèle à correction d'erreur, une méthodologie largement utilisée dans l'analyse économétrique pour modéliser les relations à long terme entre les variables. Tout d'abord, les limitations de la stationnarité dans la modélisation ARDL seront discutées, mettant en évidence les défis et les implications pour l'estimation des modèles. Ensuite, nous aborderons le concept de cointégration, soulignant son importance dans la construction de modèles à correction d'erreur. Enfin, nous explorerons en détail le modèle à correction d'erreur selon l'approche de Engle et Granger.

2.4.1 Limite de la stationnarité dans la modélisation ARDL

Les modèles dynamiques imposent de travailler sur des séries stationnaires afin de ne pas être victime du phénomène de l'hystérèse. Cette opération est effectuée en retirant la tendance aléatoire par différence ou déterministe en soustrayant l'équation de la tendance. Cette stationnarisation traduit cependant une perte d'information à long terme contenue dans la composante tendancielle d'une série chronologique. Alors, les modèles dynamiques pourraient échapper dans leur modélisation des effets à plus long terme. Pour surmonter cette limitation, il est possible d'introduire des modèles à correction d'erreur (ECM, Error Correction Models en anglais). Ces modèles sont souvent utilisés dans le contexte de séries temporelles où les variables sont cointégrées, ce qui signifie qu'elles ont une relation à long terme stable malgré des fluctuations à court terme. Les modèles à correction d'erreur combinent à la fois les relations à court et à long terme entre les variables en introduisant une ou plusieurs variables de correction d'erreur. Ces variables représentent les écarts entre les valeurs observées et les valeurs prédictes par le modèle à long terme. En incluant ces variables de correction d'erreur dans le modèle, on peut capturer à la fois les ajustements à court terme et les forces de rappel à long terme qui ramènent les séries temporelles vers leur équilibre à long terme.

2.4.2 La cointégration

La théorie de la cointégration est un concept clé dans l'analyse des séries temporelles non stationnaires qui concerne les relations à long terme entre plusieurs séries. Elle a été développée par [Engle et Granger] pour traiter le problème des séries temporelles qui présentent des tendances ou des déviations à court terme, mais qui convergent vers un équilibre à long terme. En d'autres termes, la cointégration examine les relations stables qui existent entre les séries temporelles malgré leurs fluctuations individuelles. Elle permet d'identifier clairement la relation véritable entre les 2 variables en recherchant l'existence d'un vecteur de cointégration et en éliminant ses effets le cas échéant.

Pour comprendre la cointégration, il est utile d'abord examiner deux concepts : la stationnarité et l'intégration. Une série temporelle est dite stationnaire à l'ordre 2 si ses propriétés statistiques, telles que la moyenne et la variance, restent constantes dans le temps. En revanche, une série

temporelle intégrée peut présenter des tendances ou des déviations persistantes par rapport à sa moyenne.

Une des propriétés fondamentales des séries cointégrées est qu'elles peuvent être modélisées sous la forme d'un modèle à correction d'erreur. Ce résultat est démontré dans le théorème de représentation de Granger, valable pour des séries intégrées à l'ordre 1. De tels modèles permettent de modéliser les ajustements (*force de rappel*) qui conduisent à une situation d'équilibre à long terme tout en prenant en compte les déviations de court terme.

2.4.3 Un modèle à correction d'erreur selon l'approche de Engle et Granger

L'approche de [Engle et Granger] constitue une estimation du modèle à correction d'erreur bivarié en définissant au préalable la variable exogène et la variable endogène. Aussi, il est nécessaire de prime à bord de vérifier que les deux séries sont intégrées à l'ordre 1¹⁵ $I(1)$, c'est-à-dire, que les deux relations ne soient pas stationnaires l'une et l'autre prise individuellement. La construction du modèle à correction d'erreur selon l'approche de Engle et Granger se passe en 3 étapes :

Première étape : estimation de la relation de long terme.

Tout d'abord il est nécessaire d'estimer la relation de long terme entre les variables Y et X non stationnarées par la Méthode des Moindres Carrées Ordinaires :

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + z_t \quad (73)$$

dans lequel z_t est le terme d'erreur dit "de long terme" qui prend la forme:

$$z_t = Y_t - \alpha - \beta X_t \quad (74)$$

Seconde étape : le test de Engle et Granger.

Le résidu z_t doit être stationnaire, dans le cas, contraire c'est une régression fallacieuse et il n'y a pas de relation de cointégration à long terme entre les deux variables. En effet, si les résidus à court terme présentent une divergence à long terme une relation commune stationnaire doit être observée entre les deux séries vérifiant une relation de cointégration. Afin de tester cette stationnarité il est possible d'appliquer le test de Dickey-Fuller sur les résidus de long terme (*test de Phillips-Perron le cas échéant en cas d'hétéroscédasticité et d'autocorrélation*) : c'est le test de Engle et Granger. La relation de long terme sur laquelle la stationnarité va être testée prend la forme :

¹⁵Les variables peuvent être intégrées à l'odre 0, dans ce cas, elles sont stationnaires et l'estimation d'un modèle à correction d'erreur n'est pas nécessaire.

$$\hat{z}_t = Y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_t \quad (75)$$

Les hypothèses testées sont alors dans cette approche :

- **Hypothèse :**

$H_0 : \rho = 1$	Il n'existe pas de relation de cointégration
$H_1 : \rho < 1$	Il existe une relation de cointégration

- **Règle de décision :** La statistique calculée est comparée au seuil critique lu dans la table de Engle et Yoo¹⁶. Si la statistique calculée est supérieure à ce seuil, alors l'hypothèse de présence de racine unitaire est acceptée. Attention ! Il est nécessaire de se référer à la bonne table car comme le test est effectué sur des résidus estimés et non sur des vraies valeurs les statistiques habituelles de Student de Dickey Fuller sont inopérantes.

- **Spécification dans le cas du test DF**, la relation estimée est :

$$\Delta\hat{z}_t = \phi\hat{z}_{t-1} + u_t \quad (76)$$

- **Spécification dans le cas du test ADF**, la relation estimée est :

$$\Delta\hat{z}_t = \phi\hat{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta\hat{z}_{t-i} + u_t \quad (77)$$

avec, dans les deux cas u_t est un Bruit Blanc.

Troisième étape étape : estimation du modèle à correction d'erreur.

Il est estimé par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (ou Maximum de Vraisemblance) le modèle à correction d'erreur sur les variables Y et X stationnaires ($I(0)$) qui captent la relation de court terme. Dans l'équation suivante, les variables X et Y sont stationnarisées par les différences premières, toutefois, un processus TS pourrait tout à fait être adopté par les variables X et/ou Y , dans le cas échéant la variable ne serait pas en différence.

$$\Delta Y_t = \sum_{i=1}^h \delta_i \Delta X_{t-i} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta Y_{t-j} + \gamma \hat{z}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (78)$$

¹⁶Voir annexe E.5 p.126

où ε_t est un Bruit Blanc et \widehat{z}_{t-1} est le résidu issu de l'estimation de la relation de long terme retardé d'une période de temps : $\widehat{z}_{t-1} = Y_t - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}X_{t-1}$.

Tout l'intérêt de cette modélisation réside dans le paramètre γ qui mesure le pourcentage de la vitesse de convergence vers la relation de long terme en unité de temps. Ce paramètre capte donc la force de rappel qui permet à la variable Y_t de retrouver son équilibre de long terme avec X_t et inversément. Ce paramètre doit par convention être négatif et significatif.

2.5 Modèle autorégressif à retards échelonnés non linéaire

Dans ce sous-paragraphe, il est réalisé une introduction sur le modèle autorégressif à retards échelonnés non linéaire, une approche avancée pour modéliser les relations complexes entre les variables économiques. Tout d'abord, la limitation de la linéarité dans la modélisation ARDL sera examinée, mettant en évidence les défis inhérents à l'application de modèles linéaires dans des contextes où les relations sont non linéaires. Ensuite, il sera étudié la modélisation asymétrique ARDL, explorant les mécanismes par lesquels les réponses des variables peuvent différer en fonction des conditions économiques. Enfin, il sera discuté de la cointégration asymétrique et du modèle à correction d'erreur NARDL, offrant ainsi une perspective approfondie sur les méthodes avancées pour la modélisation des relations économiques dynamiques.

2.5.1 Limite de la linéarité dans la modélisation ARDL

La limite d'un modèle ARDL (AutoRegressive Distributed Lag) linéaire réside dans sa capacité à capturer des relations complexes entre les variables lorsque ces relations présentent des comportements non linéaires. Bien que les modèles ARDL linéaires soient utiles pour modéliser des relations de cointégration et des dynamiques à court et à long terme entre les variables, ils peuvent ne pas être adéquats pour représenter des phénomènes non linéaires tels que des seuils, des effets de seuil ou des effets asymétriques selon qu'un impact soit négatif ou positif.

Dans de telles situations, l'introduction d'une composante non linéaire dans le modèle ARDL devient nécessaire. Cette introduction permet de mieux modéliser les relations complexes et potentiellement non linéaires entre les variables. Par exemple, les modèles ARDL non linéaires (*Nolinear AutoRegressive Distributed Lags*) peuvent inclure des termes non linéaires dans les variables explicatives ou introduire des retards non linéaires pour capturer des dynamiques complexes.

Ainsi, la nécessité d'une introduction d'un modèle NARDL dépend de la nature des données et des relations que l'on cherche à modéliser. Lorsque les relations entre les variables sont susceptibles d'être non linéaires, il peut améliorer la capacité du modèle à capturer la réalité des données et à fournir des résultats plus précis et significatifs. Cette non linéarité est bien

souvent acceptée sur des données macroéconomiques et financières.

2.5.2 La modélisation asymétrique ARDL

Afin de faire face à ce type de problématique, [Shin et al.] ont développé le modèle NARDL en considérant une régression à long terme asymétrique¹⁷, ce paragraphe est largement inspiré de l'article de [Allen et McAleer] :

$$Y_t = \beta^+ X_t^+ + \beta^- X_t^- + u_t \quad (79)$$

mais aussi que ;

$$\Delta X_t = \nu_t \quad (80)$$

où Y_t et X_t sont des variables scalaires I(1), et X_t est décomposé comme $X_t = X_0 + X_t^+ + X_t^-$, où X_t^+ et X_t^- sont des processus de sommes partielles des changements positifs et négatifs dans x_t alors :

$$\begin{aligned} X_t^+ &= \sum_{j=1}^t \Delta X_j^+ = \sum_{j=1}^t \max(\Delta X_j, 0) \\ X_t^- &= \sum_{j=1}^t \Delta X_j^- = \sum_{j=1}^t \min(\Delta X_j, 0) \end{aligned} \quad (81)$$

Ce qui précède permet de modéliser une cointégration asymétrique avec des décompositions de sommes partielles.

[Schoderet] définit une combinaison linéaire stationnaire des composantes de somme partielle :

$$Z_t = \beta_0^+ Y_t^+ + \beta_0^- Y_t^- + \beta_1^+ X_t^+ + \beta_1^- X_t^- \quad (82)$$

Si Z_t est stationnaire, alors Y_t et X_t sont "cointégrés de manière asymétrique". La cointégration linéaire standard (symétrique) est un cas particulier de (4), obtenu uniquement si $\beta_0^+ = \beta_0^-$ et $\beta_1^+ = \beta_1^-$. [Shin et al.] considèrent le cas où la restriction suivante s'applique : $\beta_0^+ = \beta_0^- = \beta_0$. Dans l'expression (82), cela implique que $\beta^+ = -\frac{\beta_1^+}{\beta_0}$ et $\beta^- = -\frac{\beta_1^-}{\beta_0}$.

[Shin et al.] utilisent ce fondement pour proposer le modèle *ARDL* non linéaire (p, q)

$$Y_t = \sum_{j=1}^p \varphi_j Y_{t-j} + \sum_{j=0}^q \left(\theta_j^{+'} X_{t-j}^+ + \theta_j^{-'} X_{t-j}^- \right) + \varepsilon_t \quad (83)$$

¹⁷Voir annexe pour l'explication de l'estimation par le logiciel E-views B.3.1 p.89

où X_t est un vecteur de régresseurs multiples de dimension $k \times 1$, $X_t = X_0 + X_t^+ + X_t^-$, θ_j est le paramètre autorégressif, θ_i^+ et θ_j^- sont les paramètres de décalage asymétrique distribués, et ε_t est un processus i.i.d. [Shin et al.] considèrent que X_t est décomposé en X_t^+ et X_t^- autour de zéro, faisant la distinction entre les changements positifs et négatifs dans le taux de croissance de X_t .

2.5.3 Cointégration asymétrique et modèle à correction d'erreur NARDL

Test de cointégration asymétrique : *NARDL Bound Testing*

Le test de cointégration asymétrique selon l'approche de Bound développée par [Pesaran et Shin] est une méthode statistique utilisée pour étudier les relations de long terme entre des variables économiques tout en prenant en compte la possibilité d'asymétries dans les ajustements vers l'équilibre.

La modélisation NARDL étend le modèle de correction d'erreur (ECM) traditionnel en permettant des ajustements asymétriques dans les deux directions des écarts par rapport à l'équilibre. Cela signifie qu'elle peut capturer des effets asymétriques tant à court terme qu'à long terme, offrant ainsi une plus grande flexibilité pour modéliser des comportements non linéaires dans les séries temporelles.

Le test de cointégration asymétrique consiste à effectuer un test de cointégration pour évaluer si les coefficients des termes d'erreur à court et à long terme sont significativement différents de zéro, ce qui indiquerait une cointégration asymétrique. La relation de long terme prend la forme suivante :

$$Y_t = \beta^+ X_t^+ + \beta^- X_t^- + u_t \quad (84)$$

et l'aléa de long terme est ainsi,

$$u_t = Y_t - \beta^+ X_t^+ - \beta^- X_t^- \quad (85)$$

Un modèle à correction d'erreur ECM

Selon l'écriture du modèle asymétrique de [Shin et al.], il est possible d'introduire selon le principe de [Pesaran et al.] un modèle à correction d'erreur en se basant sur le paragraphe précédent :

$$\begin{aligned}\Delta Y_t &= \rho Y_{t-1} + \theta^{+'} X_{t-1}^+ + \theta^{-'} X_{t-1}^- + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=1}^{q-1} (\phi_j^{+'} \Delta X_{t-j}^+ + \phi_j^{-'} \Delta X_{t-j}^-) \\ &= \rho \xi_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=1}^{q-1} (\phi_j^{+'} \Delta X_{t-j}^+ + \phi_j^{-'} \Delta X_{t-j}^-)\end{aligned}\quad (86)$$

où $\rho = \sum_{i=1}^p \phi_{j-1}$, $\gamma_j = -\sum_{i=j+1}^p \phi_i$ pour tout $j = 1, \dots, p-1$, $\theta^+ = \sum_{j=0}^q \theta_j^+$, $\theta^- = \sum_{j=0}^q \theta_j^-$, $\phi_0^+ = \theta_0^+$, $\phi_j^+ = -\sum_{i=j+1}^q \theta_j^+$ pour tout $j = 1, \dots, q-1$, $\phi_0^- = \theta_0^-$, $\phi_j^- = -\sum_{i=j+1}^q \theta_j^-$ pour tout $j = 1, \dots, p-1$, $\xi_t = Y_t - \beta^{+'} X_t^+ - \beta^{-'} X_t^-$ est un modèle ECM non linéaire. Aussi, $\beta^+ = -\theta^+/\rho$ et $\beta^- = -\theta^-/\rho$ sont associés aux paramètres asymétriques de long terme.

Il existe une approche asymétrique de court terme :

$$\Delta Y_t = \rho Y_{t-1} + \theta X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=1}^{q-1} (\phi_j^{+'} \Delta X_{t-j}^+ + \phi_j^{-'} \Delta X_{t-j}^-) \quad (87)$$

L'approche asymétrique de long terme peut être elle, spécifiée de la façon suivante :

$$\Delta Y_t = \rho Y_{t-1} + \theta^{+'} X_{t-1}^+ + \theta^{-'} X_{t-1}^- + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=1}^{q-1} \phi_j \Delta X_{t-j} \quad (88)$$

Il est également possible définir l'asymétrie de long terme de la forme :

$$m_h^+ = \sum_h \frac{\partial Y_{t+i}}{\partial X_t^+}, \quad m_h^- = \sum_h \frac{\partial Y_{t+i}}{\partial X_t^-}, \quad \lim_{h \rightarrow +\infty} m_h^+ = \beta^+, \quad \lim_{h \rightarrow +\infty} m_h^- = \beta^-$$

Toutefois, en cas de corrélation contemporaine non nulle entre les régresseurs et les résidus dans l'équation précédente du modèle à correction d'erreur, [Shin et al.] proposent le processus de génération de données en forme réduite suivant pour ΔX_t :

$$\Delta X_t = \sum_{j=1}^{q-1} \Lambda_j \Delta X_{t-j} + \nu_t \quad (89)$$

avec ΔX_t représente le changement dans la variable X_t au temps t , Λ_j sont les coefficients de régression, ΔX_{t-j} sont les changements retardés dans X_t , et ν_t est le terme d'erreur. Mais aussi où ν suit une loi de probabilité i.i.d. $(0, \Sigma)$, avec Σ une matrice de covariance positive définie

de dimension $k \times k$. En ce qui concerne leur focalisation sur la modélisation conditionnelle, ils expriment ε_t en fonction de ν_t comme suit :

$$\varepsilon_t = \omega' \nu_t + e_t = \omega' \left(\Delta X_t - \sum_{j=1}^{q-1} \Lambda_j \Delta X_{t-j} \right) + e_t \quad (90)$$

où e_t est le terme d'erreur non corrélé avec ν_t , par construction. En substituant les deux dernières équations, il est obtenu un modèle de correction d'erreur conditionnel non linéaire :

$$\Delta Y_t = \rho \xi_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=0}^{q-1} \left(\pi_j^+ \Delta_{t-j}^+ + \pi_j^- \Delta_{t-j}^- \right) + e_t \quad (91)$$

où $\pi_0^+ = \theta_0^+ + \omega$, $\pi_0^- = \theta_0^- + \omega$, $\pi_j^+ = \phi_j^+ + \omega' \Lambda_j$, et $\pi_j^- = \phi_j^- + \omega' \Lambda_j$ pour $j = 1, \dots, q-1$.

Après avoir analysé divers modèles à retards échelonnés dans ce paragraphe, il est évident que ces approches offrent une flexibilité et une puissance analytique considérables dans la modélisation des phénomènes économiques. Les modèles autorégressifs à retards échelonnés, tels que l'ARDL, permettent de capturer les dynamiques temporelles complexes tout en offrant une méthode robuste pour sélectionner le nombre optimal de retards. De même, l'approche de Koyck et les modèles à correction d'erreur offrent des perspectives précieuses pour comprendre les mécanismes d'ajustement et de long terme dans les séries temporelles. En outre, l'extension vers des modèles non linéaires, comme le NARDL, ouvre la voie à une analyse plus approfondie des asymétries et des non-linéarités potentielles dans les relations économiques. En conclusion, ces modèles offrent des outils sophistiqués pour la modélisation et l'analyse des séries temporelles économiques, ouvrant ainsi la voie à une meilleure compréhension des relations économiques et à des prévisions plus précises. Après avoir présenté théoriquement les modèles à retards échelonnés il convient d'appliquer empiriquement à cette étude cette classe de modèles tout en analysant auparavant les caractéristiques temporelles du taux de refinancement principal des opérations ainsi que du volume des transactions sur le marché interbancaire.

3

Modélisation dynamique de la politique monétaire sur le marché interbancaire

Dans ce dernier paragraphe, l'accent est mis sur la modélisation dynamique de la politique monétaire sur le marché interbancaire, une étape cruciale pour comprendre les mécanismes de transmission des chocs monétaires et leurs effets sur le fonctionnement du marché. Tout d'abord, nous aborderons l'analyse de la saisonnalité et de la tendance des variations dans le volume journalier des transactions et du taux REFI. Cette analyse permettra de mettre en évidence les régularités temporelles et les tendances à long terme qui peuvent influencer les dynamiques du marché interbancaire.

Ensuite, il sera examiné de près l'analyse de la stationnarité, un aspect essentiel pour évaluer la stabilité des données et s'assurer de la robustesse des résultats obtenus. Une présentation de la méthodologie utilisée ainsi que les tests statistiques appliqués pour évaluer la stationnarité des séries chronologiques, ce qui permettra de mieux comprendre les caractéristiques fondamentales des données et d'identifier les éventuelles sources de non-stationnarité.

Enfin, il sera proposé une application empirique de la modélisation dynamique, mettant en oeuvre le modèle de Koyck ainsi que ses variantes. Cette approche permettra d'analyser de manière approfondie les effets de la politique monétaire sur le volume des transactions du marché interbancaire, en tenant compte des retards dans la transmission des chocs et des éventuelles asymétries dans les réactions des agents économiques. Les résultats de cette analyse fourniront des métriques précieuses sur les impacts de la politique monétaire sur le marché interbancaire, ce qui permettra aux décideurs politiques et aux régulateurs d'adapter leurs politiques et leurs interventions en fonction des conditions du marché et des objectifs macroéconomiques.

3.1 Analyse de la saisonnalité et de la tendance

Dans cette partie, seront analysées les valeurs journalières du volume des transactions et du taux REFI entre 2019 et 2023¹⁸.

La modélisation souhaitée dans ce projet repose sur une recherche de stationnarité ; tout d'abord, il est nécessaire d'approcher une décomposition des différentes composantes d'une série temporelle. Ici il s'agira donc ici d'analyser ces différentes composantes (c'est à dire la

¹⁸Pour le reste du travail le niveau de test choisi est de 5%.

tendance et la saisonnalité).

Afin de pouvoir travailler sur le volume des transactions, il est nécessaire de réduire les fluctuations importantes de la série. Pour cela un test ARCH est réalisé afin de déterminer si il y a homoscédasticité¹⁹ dans sa distribution. Les hypothèses nulle et alternative sont :

$$H_0 : \text{Homoscédasticité du volume des transactions}$$

$$H_1 : \text{Hétéroscléasticité du volume des transactions}$$

Statistique de test :

$$LM = n \times R^2 \sim \chi^2_{0,95}(p)$$

Règle de décision : La statistique du multiplicateur de Lagrange est comparée au quantile à 95% de la distribution du Khi-deux ayant pour degré de liberté 1.

Dans le cas suivant : $\chi^2_{0,95}(1) = 3,841$.

Table 2: Résultats du test ARCH

Échantillon	oct 2019-dec 2023
Volume des transactions	
LM	502,5096

Ici, la statistique LM est supérieur au seuil, l'hypothèse H_0 est rejetée au risque de 5%. Le volume des transactions journaliers sur le marché interbancaire présente donc de l'hétéroscléasticité. Afin d'amoindrir ces fluctuations importantes, une transformation logarithmique est faite²⁰. La série transformée servira donc pour le reste du travail.

En ce qui concerne la série du taux de refinancement principal, la transformation logarithmique ne peut être appliquée en raison des "0" et "1" dans la série qui constituerait une perte significative d'information.

3.1.1 Détection de saisonnalité et de tendance

Afin de détecter la saisonnalité et la tendance une première procédure d'analyse graphique est réalisée, puis, une analyse plus détaillée sur le plan statistique est effectuée.

Analyse graphique

Dans un premier temps, une étude intuitive peut être faite. Pour cela, il sera utilisé le graphique²¹. Il s'agira donc ici d'analyser graphiquement chacune des chroniques afin de déterminer

¹⁹ C.1 p.110

²⁰Voir graphique A.1 p.84

²¹Voir graphiques 1 p.18 et 2 p.27

de façon préliminaire, si le taux REFI et les volumes des transactions sont sujets à de la saisonnalité, et/ou à une tendance.

Pour le cas du volume des tractions sur le marché interbancaire, il est possible de déceler une légère tendance à la hausse de 2019 à 2023. Cette tendance s'inverse au cours de la dernière année. Pour ce qui est de la saisonnalité, il semble impossible de déterminer que la série possède une quelconque saisonnalité en raison de l'importance des fluctuations.

Dans le cas du taux de refinancement principal, une tendance haussière se démarque avec une courbe en escalier constituant les moments de décisions dans un changement de la politique monétaire.

Quant à la saisonnalité, sur l'échantillon 2016-2019, la série ne semble pas saisonnière. Les deux séries semblent donc se comporter de manière intéressante sur le plan macroéconomique de l'une à l'autre : tendance haussière pour le volume transactions en période taux faible puis une baisse de la tendance sur une seconde période au moment de l'élévation du taux directeur.

Analyse de la variance et test de Fisher

Afin de confirmer que les intuitions développées dans la sous-partie précédente, une analyse de la variance²² ainsi que le test de Fisher²³ sur la tendance et de saisonnalité doivent être mené pour tirer des conclusions plus résolues. La détection de la saisonnalité est essentielle, car un test de stationnarité préable à la modélisation souhaitée ne peut être que mené sur des séries non saisonnières ou bien désaisonnalisées par conséquent.

L'analyse de la variance est basée sur les moyennes calculées dans le tableau de Buys Ballot²⁴. Afin d'analyser la saisonnalité, il reviendra à étudier l'influence du facteur colonne (variance des jours) et pour la tendance, l'influence du facteur ligne (variance des semaines). Après calculs, les différentes variances sont affichées dans le tableau ci-dessous.

Table 3: Analyse de la variance

Échantillon	oct 2019-dec 2023	oct 2019-dec 2023
	Volume des transactions	Taux REFI
Variance période	0,1124	0,00259
Variance semaine	0,2636	13,3866
Variance résidus	0,011	0,0035

²²Voir annexe C.5 p.110 et C.4 p.110

²³Voir annexe C.2 p.110

²⁴Voir annexe C.6 p.111, C.7 p.112, C.8 p.113, C.9 p.114

Enfin grâce aux variances, le test de Fisher peut être effectué.

Test de Fisher de détection de saisonnalité

Il s'agira ici de tester l'influence du facteur colonne en comparant la variance période à la variance résiduelle, afin de déterminer si les séries sont saisonnières.

H_0 : Pas d'influence du facteur colonne (pas de saisonnalité)

H_1 : Influence du facteur colonne (saisonnalité)

$$F_c = \frac{V_P}{V_R} \sim F_{0,95}((p-1), (n-1)(p-1))$$

La statistique calculée (F_c) est ensuite comparée au quantile à 95% de la distribution F de Fisher avec comme degrés de liberté $(p-1)$ et $(n-1)(p-1)$, où n représente le nombre d'année et p le nombre de périodes. Si la statistique empirique est supérieure au quantile, alors H_0 est rejetée, la série est saisonnière. Après calculs :

Table 4: Test de Fisher (saisonnalité)

Échantillon	oct 2019-dec 2023	oct 2019-dec 2023
	Volume des transactions	Taux REFI
F_c	10,548	0,73
$F_{.95}$	2,38	2,38
ddl	(4,884)	(4,884)

Ici, la statistique calculée du volume des transactions est supérieure au seuil critique alors que celle pour le taux de refinancement principal des opérations est inférieure au seuil critique. Ainsi, l'hypothèse H_0 est acceptée au risque de 5% pour le taux de refinancement principal alors que pour le volume des transactions journaliers sur le marché interbancaire H_0 est rejetée.

Alors, comme l'échantillon (2019-2023) du volume des transactions est lui saisonnier, il faudra donc par la suite déterminer son type de saisonnalité (déterministe ou aléatoire), puis son type de schéma de décomposition (additif ou multiplicatif) et finalement désaisonnaliser la série afin de pouvoir effectuer une test de racine unitaire (*stationnarité*).

Test de Fisher de détection de tendance

De manière analogue, il faut comparer la variance année à la variance résiduelle afin de déterminer si les séries possèdent une tendance.

H_0 : Pas d'influence du facteur ligne (pas de tendance)

H_1 : Influence du facteur ligne (tendance)

$$F_c = \frac{V_P}{V_R} \sim F_{0,95}((n - 1), (n - 1)(p - 1))$$

Comme pour le test précédent, si la statistique calculée est supérieure au quantile à 95% de la distribution de Fisher ayant pour dll : $(n - 1)$ et $(n - 1)(p - 1)$, alors H_0 est rejetée, la série possède une tendance.

Table 5: Test de Fisher (tendance)

Échantillon	oct 2019-dec 2023	oct 2019-dec 2023
	Volume des transactions	Taux REFI
F_c	24,747	3869,304
$F_{.95}$	1,11	1,11
ddl	(221,884)	(221,884)

Ici dans tous les cas, le Fisher empirique est supérieur au Fisher théorique, H_0 est rejetée au risque de 5% pour toutes les séries.

Les deux séries et leurs échantillons possèdent donc une tendance. Il est à remarquer que la probabilité de rejeter H_0 est bien plus supérieure, cela confirme l'intuition dégagée de l'analyse graphique.

3.1.2 Désaisonnalisation du volume journaliers des transactions

Comme vu précédemment l'échantillon (2019-2023) des transactions est saisonnier, il est donc indispensable d'étudier, puis de corriger la saisonnalité. Toutefois, afin d'appliquer la bonne stratégie de désaisonnalisation il est nécessaire de connaître le type de schéma de décomposition de la chronique : additif ou multiplicatif.

Type de saisonnalité et sélection du schéma de décomposition

Dans un premier temps le type de saisonnalité doit être défini, en effet la saisonnalité peut être déterministe ou bien aléatoire. Pour cela chaque ligne du tableau de Buys-Ballot de l'échantillon concerné sont classées par ordre croissant. Il est donc rapidement possible de remarquer que la saisonnalité n'est pas répétitive dès les premières semaines, alors la saisonnalité est de type aléatoire. Ici, la série sera désaisonné par la méthode des moyennes mobiles simples. Une meilleure méthode aurait été celle Census. Cependant, cette dernière ne fonctionne

pas explicitement sur des données journalières.

Il est par la suite nécessaire de sélectionner le schéma de décomposition de la chronique, un test de Buys-Ballot est donc fait. Le test se base sur les résultats du tableau de Buys-ballot, le test consiste à tester la significativité de la pente du modèle suivant : $\sigma_i = \beta x_i + \alpha + \varepsilon_i$

Specification du test :

$$H_0 : \beta = 0$$

Le schéma de décomposition est additif.

$$H_1 : \beta \neq 0$$

Le schéma de décomposition est multiplicatif.

Statistique de test :

$$t_c = \frac{\hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}} \sim t_{0,975}(n - 2)$$

Règle de décision : Si la statistique calculée en valeur absolue est inférieure au quantile à 97,5% de la distribution bilatérale de Student avec comme degrés de liberté $n - 2 = 222 - 2 = 220$ qui converge une loi normale à 5% avec comme valeur critique 1,96 alors H_0 est acceptée, le paramètre de la pente n'est pas significatif, le schéma de décomposition est donc additif. Après calculs il est obtenu²⁵ :

$$|t_c| = 4,96$$

$$t_{.975}(220) = u_{.975} = 1,96$$

Ici la statistique calculée est inférieure au Student lu dans la table de la distribution théorique, H_0 est donc rejetée au risque de 5%. Le schéma de décomposition de la série est un schéma multiplicatif. Le volume des transactions journaliers du marché interbancaire peut être modélisé comme la somme de trois composantes : une extra saisonnière, une saisonnière, et une résiduelle :

$$x_t = E_t \times S_t \times R_t$$

Désaisonnalisation de l'échantillon par méthode des moyennes mobiles simples

Maintenant que le type de saisonnalité, ainsi que le schéma de décomposition de la série sont connus, la série doit être corrigée des variations saisonnières. La désaisonnalisation vise à supprimer la composante saisonnière sans impacter les autres composantes de la série. Ici, la

²⁵Voir annexe C.10 p.114

saisonnalité étant aléatoire, la méthode moyennes mobiles est utilisée²⁶.

Cependant, comme mentionné plus haut, la méthode Census développée développée par l'économiste J.Shiskin alors qu'il était chercheur au *Bureau of Census* aurait été plus adaptée. La méthode à par la suite été largement améliorée au cours du temps, pour arriver aujourd'hui à la version X-13-ARIMA. Cette méthode consiste en une itération de moyennes mobiles permettant d'estimer les différentes composantes d'une série.

3.2 Analyse de la stationnarité

Dans ce sous-paragraphe, l'attention se porte sur l'analyse de la stationnarité des données, une étape fondamentale de la modélisation économétrique pour garantir la stabilité des séries temporelles dans le modèle ARDL évitant le problème de persistance de chocs temporaires. Tout d'abord, la méthode de présentation sera détaillée, fournissant ainsi les bases théoriques nécessaires à l'analyse ultérieure. Ensuite, une évaluation des autocorrélations dans les données sera réalisée à travers l'analyse du correlogramme. Enfin, la discussion se concentrera sur le test de racine unitaire de Phillips-Perron sur le taux REFI ainsi que le volume des transactions journaliers du marché interbancaire.

3.2.1 Présentation de la méthode

Cette étape de transformation vise à rendre stationnaire une série temporelle pour que ses caractéristiques puissent correspondre avec la modélisation dynamique souhaitée. En effet, la modélisation ARDL est bâtie sur le respect de la stationnarité dans les séries choisies qu'elles soient exogènes ou endogènes afin de respecter le respect du retour à l'équilibre à long terme. Or les séries économiques ou financières sont rarement la réalisation de processus aléatoires stationnaires. Il faut donc réaliser un test de racine unitaire pour déterminer si la série est stationnaire ou non, et si elle ne l'est pas, identifier le type de non-stationnarité.

Les types de processus non-stationnaires les plus fréquents sont :

- **Les processus DS** (*Differency Stationary*) représentent la non-stationnarité aléatoire, forme la plus commune des chroniques financières.
- **Les processus TS** (*Trend Stationary*) représentent la non-stationnarité déterministe.

Si la série est un DS, il faut appliquer un filtre aux différences pour corriger la stationnarité. Au contraire si c'est un TS, la stationnarité est corrigée par la méthode des moindres carrés ordinaires en enlevant la tendance à la chronique.

²⁶Voir graphique A.2 p.84

3.2.2 Analyse du corrélogramme

De prime à bord, dans les deux séries analysées il peut être fait une analyse du corrélogramme²⁷ afin de déterminer si les processus semblent être stationnaires ou non. Pour le taux REFI, une décroissance lente de la fonction d'autocorrélation laisse témoigner de la non-stationnarité du processus. En ce qui concerne le volume des transactions la décroissance paraît ni lente ni trop rapide, dans ce sens, aucune conclusionne attive ne peut être faite pour la première comme la seconde série. En effet, un test économétrique plus précis comme celui de Dickey-Fuller doit être réalisé afin de savoir si les séries possèdent une racine unitaire et donc seraient sources de non stationnarité.

3.2.3 Test de racine unitaire

Le type de non-stationnarité revêt une grande importance lorsqu'il s'agit de traiter des données statistiques d'une série temporelle. Pour cela il est primordial d'identifier si la chronique est un DS ou un TS, une mauvaise stationnarisation pouvant grandement fausser les résultats. Plusieurs tests permettent de répondre à cette problématique, ce sont les tests de recherche de racine unitaire, parmi eux, le premier à avoir été mis au point est celui de Dickey-Fuller. Pour cette étude, le test de Philip-Perron est utilisé, il s'agit d'une extension de celui de Dickey-Fuller qui permet de prendre en compte les erreurs hétéroscélastiques et/ou autocorrélées.

La stratégie de test de Philipps-Perron est la même que celle du test de Dickey-Fuller augmenté, elle consiste en une estimation séquentielle de trois modèles²⁸ : un AR(1) avec tendance et constante, un AR(1) avec constante, et un AR(1) simple. À chacune des étapes deux tests sont faits :

- Un test de présence de racine unitaire H_0 (l'hypothèse alternative H_1 étant stationnarité de la chronique).
- Un test d'hypothèse jointe, permettant de valider la présence de racine unitaire et de différencier TS et DS.

Test de racine unitaire sur le volume des transactions journaliers du marché interbancaire

Dans un premier temps, la stratégie de test de racine unitaire est faite sur la série du volume des transactions journaliers sur le marché interbancaire.

Le modèle 3 est estimé, c'est un AR(1) avec tendance et constante²⁹ :

$$x_t = c + bt + \phi_1 x_{t-1} + a_t$$

²⁷Voir annexe D.2 p.115 et D.1 p.115

²⁸Voir annexe D.3 p.116

²⁹Voir annexe D.1 p.118

avec a_t un bruit blanc.

L'hypothèse de présence de racine unitaire est testée.

- **Hypothèse :**

$$\begin{array}{ll} H_0 : \phi_1 = 1 & \text{Présence de racine unitaire.} \\ H_1 : |\phi_1| < 1 & \text{Stationnarité du processus.} \end{array}$$

- **Statistique de test :**

$$t_c = \frac{\tilde{\phi}_1 - 1}{\hat{\sigma}_{\tilde{\phi}_1}}$$

- **Règle de décision :** Pour un niveau de test à 5%, la statistique de Student calculée est ensuite comparée à la statistique de student ajustée de la table de Dickey-Fuller³⁰. Si la statistique calculée est supérieure au seuil, alors l'hypothèse nulle de présence de racine unitaire est acceptée.

- **Application :**

$$t_c = -16,70$$

D'autre part, la statistique de Student ajustée lue dans la table de Dickey-Fuller est $t_{a,js} = -3,41$. La statistique calculée est donc inférieure au seuil critique, l'hypothèse H_0 est rejetée au risque de 5%, il n'y a pas présence de racine unitaire.

Afin de distinguer TS de DS, il faut à présent tester l'hypothèse jointe³¹ H_0^3

- **Spécification du test :**

$$\begin{array}{l} H_0^3 : (c; b; \phi_1) = (c; 0; 1) \\ H_1^3 : \text{Au moins un des paramètres est différent.} \end{array}$$

- **Statistique de test :**

$$F_3 = \frac{(SCR_c^3 - SCR_3)/2}{SCR_3/(n-3)}$$

Où SCR_3 est la somme des carrés des résidus du modèle 3 et SCR_c^3 la somme des carrés des résidus du modèle 3 contraint sous l'hypothèse H_0^3 tel que : $SCR_c^3 = \sum_t (x_t - x_{t-1} - \hat{c})^2$.

- **Règle de décision :** La statistique de Fisher calculée est par la suite comparée à la statistique de Fisher tabulée de Dickey-Fuller. Si F_3 est inférieur au seuil critique lu dans la table pour un niveau de test à 5%, alors H_0^3 est acceptée.

³⁰Voir annexe D.4 p.117

³¹Voir annexe D.2 p.118

- **Application :**

$$F_3 = \frac{(18,22794 - 15,42898)/2}{15,42898/(1109 - 3)} = 100,32$$

La statistique lue dans la table de Dickey-Fuller est $\Phi_3 = 6,25$; or F_3 est inférieure à Φ_3 . L'hypothèse H_0^3 est donc rejetée au risque de 5%.

En suivant le diagramme de stratégie de test de racine unitaire, il est désormais nécessaire de tester la nullité de la pente b dans le modèle 3 :

- **Spécification du test :**

$$\begin{aligned} H_0 : b &= 0 \\ H_1 : b &\neq 0 \end{aligned}$$

- **Statistique de test :**

$$t_c = \frac{\hat{b}}{\hat{\sigma}_{\hat{b}}}$$

- **Règle de décision :** Si la statistique t_c est inférieure à la statistique $u_{.975}$ pour un risque de 5% soit 1,96, alors H_0 est acceptée.

- **Application :**

$$t_c = \frac{0,000178}{1,69E^{-05}} = 10,54985$$

La statistique de Student calculée est par la suite comparée au seuil critique de 1,96. t_c est supérieur au seuil critique pour un niveau de test à 5%, alors H_0 est rejetée. La pente est significative.

Selon le diagramme le processus est un TS, cependant, il reste à déterminer si ce processus se compose d'une constante ou non. C'est pourquoi un test de nullité de la constante à partir du modèle 3 est réalisé :

- **Spécification du test :**

$$\begin{aligned} H_0 : c &= 0 \\ H_1 : c &\neq 0 \end{aligned}$$

- **Statistique de test :**

$$t_c = \frac{\hat{c}}{\hat{\sigma}_{\hat{c}}}$$

- **Règle de décision :** Si la statistique t_c est inférieure à la statistique $u_{.95}$ pour un risque de 5% soit 1,96, alors H_0 est acceptée.

- **Application :**

$$t_c = \frac{3,240447}{0,228796} = 14,16306$$

La statistique de Student calculée est par la suite comparée au seuil critique de 1,96. t_c est supérieur au seuil critique pour un niveau de test à 5%, alors H_0 est rejetée. La constante est significative.

Le diagramme démontre que le volume des transactions journalières sur le marché interbancaire est un processus TS avec constante. Afin de stationnariser ce processus la tendance est calculée, puis, retirée à la série³² :

$$\ln(x_t^{cvs})^{stat} = \ln(x_t^{cvs}) - (\hat{a} + \hat{b}t)$$

Test de racine unitaire sur le taux REFI

La même stratégie est utilisée afin de déterminer si le taux de refinancement principal des opérations (REFI) est stationnaire, et dans le cas contraire, identifier le type de non-stationnarité. Dans un premier temps, le modèle 3 est estimé, c'est un AR(1) avec tendance et constante³³. À partir de ce modèle l'hypothèse de présence de racine unitaire est ensuite testée.

- **Hypothèse :**

$H_0 : \phi_1 = 1$	Présence de racine unitaire.
$H_1 : \phi_1 < 1$	Stationnarité du processus.

- **Statistique de test :**

$$t_c = \frac{\tilde{\phi}_1 - 1}{\hat{\sigma}_{\tilde{\phi}_1}} = -0.83$$

- **Règle de décision :** La statistique calculée est comparée au seuil critique lu dans la table de Dickey-Fuller³⁴. Si la statistique calculée est supérieure à ce seuil, alors l'hypothèse de présence de racine unitaire est acceptée.

- **Application :** La statistique de student ajustée lire dans la table de Dickey-Fuller est $t_{a/s} = -3,41$. Or $t_c > t_{a/s}$, H_0 est acceptée au risque de 5%, il y a une racine unitaire.

Il est maintenant nécessaire de tester l'hypothèse jointe pour différencier TS de DS³⁵.

³²Voir annexe D.3 p.119

³³Voir annexe D.4 p.120

³⁴Voir annexe D.4 p.117, D.5 p.117 et D.6 p.117

³⁵Voir annexe D.5 p.120

- **Spécification du test :**

$$H_0^3 : (c; b; \phi_1) = (c; 0; 1)$$

H_1^3 : Au moins un des paramètres est différent.

- **Statistique de test :**

$$F_3 = \frac{(SCR_c^3 - SCR_3)/2}{SCR_3/(n-3)} = \frac{(2,356740 - 2,338938)/2}{2,338938/(110-3)} = 4,21$$

- **Règle de décision :** La statistique calculée est comparée à celle lue dans la table de Dickey-Fuller. Si F_3 est inférieure à celle lue pour un niveau de 5%, alors H_0^3 est acceptée.

- **Application :** La statistique lue dans la table de Dickey-Fuller est $\Phi_3 = 6,25$; or $F_3 < \Phi_3$. L'hypothèse H_0^3 est acceptée au risque de 5%.

L'hypothèse jointe H_0^2 est testée³⁶.

- **Spécification du test :**

$$H_0^2 : (c; b; \phi_1) = (0; 0; 1)$$

H_1^2 : Au moins un des paramètres est différent.

- **Statistique de test :**

$$F_2 = \frac{(SCR_c - SCR_3)/3}{SCR_3/(n-3)} = \frac{(4,50 - 2,338938)/3}{2,338938/(1110-3)} = 340,94$$

- **Règle de décision :** Si la statistique $F_2 < \Phi_2$ pour un niveau de test de 5%, alors H_0^2 est acceptée.

- **Application :** $F_2 > \Phi_2 = 4,68$. Alors H_0^2 est rejetée au risque de 5%.

Le taux refi, ne peut pas être considéré comme un TS ou un DS pour le moment. Par conséquent, selon la stratégie il faut estimer le modèle suivant:³⁷

$$\Delta x_t = c + bt + a_t \quad (92)$$

Il convient ensuite de tester l'hypothèse de significativité de la tendance puis de la constante afin de déterminer la nature du processus.

³⁶Voir annexe D.7 p.121

³⁷Voir annexe D.6 p.121

- Spécification du test :

$$H_0 : b = 0$$

$$H_1 : b \neq 0$$

- Statistique de test :

$$t_c = \frac{\hat{b}}{\hat{\sigma}_{\hat{b}}}$$

- Règle de décision : Si la statistique t_c est inférieure à la statistique $u_{.95}$ pour un niveau de test de 5% soit 1,96, alors H_0 est acceptée.

- Application :

$$t_c = \frac{1,19E^{-05}}{4,31E^{-06}} = 2,767120$$

La statistique de Student calculée est par la suite comparée au seuil critique de 1,96. t_c est supérieur au seuil critique pour un niveau de test à 5%, alors H_0 est rejetée. La pente est significative.

Selon le diagramme le processus est un TS aux différences premières Δx_t , cependant, il reste à déterminer si ce processus se compose d'une constante ou non. C'est pourquoi un test de nullité de la constante à partir du modèle 3 est réalisé :

- Spécification du test :

$$H_0 : c = 0$$

$$H_1 : c \neq 0$$

- Statistique de test :

$$t_c = \frac{\hat{c}}{\hat{\sigma}_{\hat{c}}}$$

- Règle de décision : Si la statistique t_c est inférieure à la statistique $u_{.95}$ pour un niveau de test de 5% soit 1,96, alors H_0 est acceptée.

- Application :

$$t_c = \frac{-0,002578}{0,002767} = -0,931618$$

La statistique de Student calculée est par la suite comparée en valeur absolue au seuil critique de 1,96. t_c est supérieur au seuil critique pour un niveau de test à 5%, alors H_0 est acceptée. La constante n'est pas significative.

Selon la stratégie de Dickey-Fuller, le taux de refinancement principal des opérations de la Banque Centrale Européenne est un processus TS, avec Δx_t qui suit une tendance linéaire sans constante. Ainsi, le processus est désaisonnalisé par une génération de la tendance retirée dans un second temps à la série³⁸. :

$$\Delta x_t^{stat} = \Delta x_t - (\hat{a} + \hat{b}t)$$

3.3 Application empirique de la modélisation dynamique

L’application empirique de la modélisation dynamique est mise en avant, mettant ainsi en lumière l’application pratique des concepts théoriques abordés précédemment. Tout d’abord, le modèle de Koyck sera appliqué, posant ainsi un premier aperçu de son utilisation dans le contexte du taux REFI et du volume des transactions sur le marché interbancaire. Ensuite, l’attention se portera sur l’application d’un modèle de Koyck à correction d’erreur, explorant les mécanismes par lesquels les corrections sont intégrées dans le modèle. Enfin, un modèle de Koyck asymétrique sera examiné, offrant une perspective sur la façon dont les variations asymétriques sont traitées dans le cadre de la modélisation dynamique.

3.3.1 Application du modèle de Koyck

Afin d’étudier l’impact de la politique monétaire via le taux REFI sur le volume des transactions journaliers du marché interbancaire. Il est placé en variable expliquée le volume des transactions puis en variable explicative exogène le taux de refinancement principal des opérations. De plus, il est supposé une distribution géométrique des retards (modèle de Koyck). Le modèle estimé est alors le suivant³⁹ . :

$$LNTRANSACTIONS_t^{cvs,stat} = \lambda LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat} + \phi_0(1 - \lambda) + \delta_0 \Delta REFI_t^{stat} + \varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1} \quad (93)$$

Un résumé de cette estimation est consignée dans le tableau suivant :

³⁸Voir annexe D.7 p.122

³⁹Voir annexe E.1 p.122

Table 6: Estimation ARDL(1,0)

Variable	Coefficient	Prob.*
$LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat}$	0.687454	0.0000
$\Delta REFI^{cvs}$	0.176022	0.0028
ϕ_0	-0.000184	0.9590
R^2	0.476852	
Akaike info criterion	-1.436354	
Analyse des Résidus		
Homoscédasticité	Corrigé par Newey-West	
Autocorrélation	Corrigé par Newey-West	
Normalité	JB = 24124,68	0.0000

Ce modèle est un ARDL(1,0) nécessaire afin de se ramener à une structure infinie d'un modèle de Koyck. Toutefois la structure des erreurs impose une estimation avec la matrice de Newey-West robuste à l'hétéroscléasticité et à l'autocorrélation lors de son estimation tout en normalisant les erreurs robustes dans la fenêtre de régression. Le modèle obtenu est le suivant:

$$\widehat{LNTRANSACTIONS}_t^{cvs,stat} = 0,687454 \times LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat} - 0,000184 \times (1 - \widehat{\lambda}) + 0,176022 \times \Delta REFI_t^{stat} \quad (94)$$

soit encore,

$$\widehat{LNTRANSACTIONS}_t^{cvs,stat} = 0,687454 \times LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat} - 0,000184 \times (1 - 0,687454) + 0,176022 \times \Delta REFI_t^{stat} \quad (95)$$

Il est donc obtenu que :

$\widehat{\lambda} = 0,687454 \sim 0,7$ cette valeur est proche de 1, ce qui signifie que la décroissance géométrique sera lente. Il est possible de calculer la constante du modèle de Koyck :

$$(1 - 0,687454)\widehat{\mu} = -0,000184$$

$$\widehat{\mu} = \frac{-0,000184}{1 - 0,687454}$$

$$\widehat{\mu} = -0,00059 \quad (96)$$

Alors la spécification de Koyck donne :

$$\begin{aligned}
\widehat{\ln \text{TRANSACTIONS}}_t^{cvs, stat} &= \\
&- 0,00059 + (0,7 \times 0,176022) \times \Delta \text{REFI}_{t-1} + (0,7^2 \times 0,176022) \times \Delta \text{REFI}_{t-2} + \\
&(0,7^3 \times 0,176022) \times \Delta \text{REFI}_{t-3} + \dots + (0,7^n \times 0,176022) \times D\text{REFI}_{t-n} + \dots \quad (97) \\
&= -0,00059 + 0,123 \times \Delta \text{REFI}_{t-1} + 0,086 \times \Delta \text{REFI}_{t-2} + \\
&0,060 \times \Delta \text{REFI}_{t-3} + \dots + (0,7^n \times 0,176022) \times \Delta \text{REFI}_{t-n} + \dots
\end{aligned}$$

Afin de simplifier les écritures dans les équations il est noté ΔREFI_t les variables stationnarisés. Il est donc possible d'observer que la décroissance géométrique est lente passant de 0,123 à 0,086 puis 0,060. Le retard médian est aussi calculé :

$$\frac{\ln 2}{\ln \hat{\lambda}} = \frac{\ln 2}{\ln(0,7)} = -1,94 \quad (98)$$

Aussi, le retard moyen est :

$$\bar{D} = \frac{\hat{\lambda}}{1 - \hat{\lambda}} = \frac{0,7}{1 - 0,7} = 2,3 \quad (99)$$

Une interprétation détaillée de ces résultats sur les dynamiques temporelles est consignée dans les paragraphes ci-dessous.

La dynamique de court terme

L'estimation montre que, $\lambda = 0,7$ signifie que le taux de refinancement perd 30% de son effet chaque période sur le volume des transactions interbancaires. Autrement dit, si le taux de refinancement augmente (ou diminue) d'une unité, cela influencera le volume des transactions interbancaires, mais cette influence diminuera de 30% à chaque période suivante. Alors, une augmentation (*ou diminution*) du taux de refinancement aura un effet initial sur le volume des transactions interbancaires, mais cet effet diminuera progressivement au fil du temps en raison de la valeur de λ selon l'hypothèse de décroissement géométrique du modèle. Cela signifie que l'effet du taux de refinancement sur le volume des transactions interbancaires s'affaiblit au fil du temps. Aussi, le retard moyen indique que 9 jours sont nécessaires pour que l'effet d'une variation unitaire du taux de refinancement principal des opérations se répercute sur le marché interbancaire. De même, suite à une variation unitaire du taux REFI, 50% de la variation totale sur le marché interbancaire est réalisée également en 9 jours selon le résultat du retard médian.

La dynamique de long terme

Avec $\lambda = 0,7$ qui est proche de 1, il existe une relation à long terme stable persistante. Malgré la diminution de l'effet du taux de refinancement à chaque période, la relation entre le

taux de refinancement et le volume des transactions interbancaires reste stable à long terme. Cela suggère qu'il existe une relation significative entre ces variables qui persiste sur plusieurs périodes malgré l'atténuation progressive de l'effet du taux de refinancement.

En ce qui concerne l'ajustements progressifs vers l'équilibre $\lambda = 0.7$, les ajustements vers l'équilibre dans la relation entre le taux de refinancement et le volume des transactions interbancaires se font progressivement. Cela implique que tout écart par rapport à l'équilibre dans le volume des transactions interbancaires en réponse à des changements dans le taux de refinancement sera progressivement corrigé au fil du temps.

Les chocs affectant le taux de refinancement ou le volume des transactions interbancaires peuvent avoir un impact durable sur la relation à long terme entre ces variables en raison de l'effet de retard décroissant faible de λ car proche de 1. Cela suggère que les ajustements vers l'équilibre peuvent prendre du temps et que les effets des chocs passés peuvent persister dans la relation à long terme entre ces variables.

En résumé, avec $\lambda = 0.7$, le modèle de Koyck indique que bien que l'effet du taux de refinancement sur le volume des transactions interbancaires diminue à chaque période, la relation entre ces variables reste stable à long terme, avec des ajustements progressifs vers l'équilibre et une persistance des chocs dans la relation à long terme.

Implication sur l'ajustement partiel

L'équation d'un modèle d'ajustement partiel donnée dans le second paragraphe en se basant sur l'estimation du modèle $ARDL(1, 0)$:

$$\widehat{LNTRANSACTIONS}_t^{cvs,stat} = -0,00013 + 0,3 \times LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat} + 0,12 \times \Delta REF I_t^{stat} \quad (100)$$

la structure du terme d'erreur de ce modèle étant $\lambda \varepsilon_t$.

Dans le modèle à ajustement partiel, λ représente la vitesse à laquelle les variables s'ajustent vers leur équilibre à long terme après qu'un choc a affecté le système. Plus précisément :

Avec $\lambda = 0.7$, cela signifie que 70% de l'écart entre la valeur actuelle et la valeur souhaitée inobservables est corrigé chaque période. Quand le volume des transactions sur le marché interbancaire subit un choc et s'écarte de son niveau d'équilibre suite à une variation du taux de refinancement principal, alors le modèle prédit que 70% de cet écart sera corrigé dans la période suivante, laissant 30% de l'écart non corrigé. Ce processus d'ajustement se répète chaque période jusqu'à ce que l'équilibre à long terme soit atteint. Dans ce cas, cela témoigne d'un ajustement rapide vers l'équilibre à long terme. Cela signifie que les banques réagissent rapidement aux chocs et tendent à converger rapidement vers leur niveau d'équilibre souhaité

à long terme. En revanche, une valeur plus faible de λ indiquerait un ajustement plus lent vers l'équilibre, ce qui signifie que les variables prendraient plus de temps pour réagir aux chocs et atteindre la valeur souhaitée à long terme.

Cette vitesse d'ajustement rapide démontre que les politiques monétaires ou financières visant à influencer le volume des transactions interbancaires par le biais du taux de refinancement pourraient avoir des effets rapides et significatifs sur l'activité économique globale. Cela suggère que les autorités économiques disposent d'un outil potentiellement puissant pour influencer l'activité économique via le marché interbancaire. Avec une vitesse d'ajustement rapide, il est essentiel que les décideurs politiques surveillent de près les réponses du marché interbancaire aux changements de politique. Une réactivité appropriée aux signaux du marché peut être nécessaire pour ajuster les politiques économiques en temps opportun afin de maintenir la stabilité financière et de promouvoir la croissance économique.

Implication sur les anticipations adaptatives

L'estimation de ce modèle est similaire à celle du modèle sur les anticipations adaptatives cependant, la structure du terme d'erreur change. L'équation estimée donne :

$$\widehat{LNTRANSACTIONS}_t^{cvs,stat} = -0,00013 + 0,3 \times LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat} + 0,12 \times \Delta REF I_t^{stat} \quad (101)$$

la structure du terme d'erreur de ce modèle étant $\varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1}$.

L'interprétation des résultats pour le modèle à anticipation adaptative, où $\lambda = 0,7$, diffère légèrement par rapport à celle dans un modèle à ajustement partiel. Avec un modèle à anticipation adaptative, les banques ajustent donc progressivement leurs anticipations en fonction des observations passées et des chocs dû au taux REFI. Un $\lambda = 0,7$ indiquerait que les banques révisent leurs anticipations à 70% de la différence entre l'observation actuelle et leur anticipation précédente.

L'impact sur la dynamique des variables économiques démontre qu'une valeur de $\lambda = 0,7$ implique que les anticipations des banques changent relativement rapidement en réponse aux nouvelles informations. Cela peut entraîner des ajustements plus rapides dans le comportement des banques en fonction des décisions de politique monétaire menées. Ainsi, la politique monétaire en Europe doit être conçue en tenant compte de la réactivité rapide des anticipations des banques sur le marché interbancaire. Le régulateur doit donc être prêt à réagir rapidement aux changements dans les anticipations et les comportements économiques afin de maintenir la stabilité financière et notamment macroprudentielle. Avec un tel modèle à anticipation adaptative, les banques peuvent s'attendre à ce que les chocs passés influencent les futurs comportements économique. Une révision graduelle des anticipations peut conduire à une

certaine inertie dans la réaction des variables économiques aux chocs, mais une révision constante des anticipations peut également entraîner une adaptation rapide aux nouveaux développements.

Il existe donc une transmission efficace de la politique monétaire sur le volume des transactions du marché interbancaire. Avec un modèle à anticipation adaptative, les changements dans le taux de refinancement peuvent être rapidement reflétés dans les anticipations des banques. Cela suggère que la politique monétaire peut avoir des effets rapides et significatifs sur le volume des transactions interbancaires, ce qui en fait un outil important pour influencer l'activité économique globale. Étant donné que les agents économiques réagissent rapidement aux nouvelles informations dans un modèle à anticipation adaptative, la communication et la transparence de la politique monétaire sont essentielles. Les régulateurs doivent fournir des indications claires sur leurs intentions et leurs objectifs pour aider à façonner les anticipations du public et à guider les comportements économiques dans la direction souhaitée.

Implication en macroéconomie financière de ces premiers résultats

Un choc provenant d'une variation du taux de refinancement principal entraîne une réponse longue avec une certaine inertie temporelle du volume des transactions alors il subvient que :

- **Effet long sur la liquidité du système bancaire** : les variations du taux REFI affectent également la liquidité du système bancaire. Une hausse du taux REFI entraîne une contraction de la liquidité disponible pour les banques pendant une période plutôt longue, car elles peuvent être moins incitées à prêter des fonds sur le marché interbancaire. Cela pourrait entraîner une diminution du volume des transactions. À l'inverse, une baisse du taux REFI augmente la liquidité disponible pour les banques pendant aussi un temps plutôt long selon nos résultats, ce qui stimule le volume des transactions sur le marché interbancaire.
- **Effet sur les anticipations et la confiance des banques** : les variations du taux REFI peuvent également avoir un impact sur les anticipations des banques concernant les conditions de financement futures. Par exemple, si la banque centrale réduit le taux REFI dans le cadre d'une politique monétaire accommodante, cela peut renforcer la confiance des banques dans l'accès futur à un financement moins coûteux. En conséquence, les banques peuvent être plus disposées à participer activement au marché interbancaire, ce qui peut augmenter le volume des transactions à long terme.
- **Effet sur le crédit et l'activité économique** : les variations du volume des transactions sur le marché interbancaire peuvent également avoir des répercussions sur le crédit et l'activité économique globale. Une augmentation du volume des transactions peut indiquer une augmentation de l'activité de prêt entre les banques, ce qui peut stimuler le crédit et l'investissement dans l'économie. À l'inverse, une diminution du volume des

transactions peut indiquer des contraintes de crédit plus strictes, ce qui peut limiter l'activité économique.

3.3.2 Application d'un modèle de Koyck à correction d'erreur

Estimation du modèle à correction d'erreur

Afin d'estimer le modèle à correction d'erreur l'approche de Engle et Granger est alors adoptée consistant en une estimation à trois étapes.

Première étape : estimation de la relation de long terme.

Tout d'abord il est estimé la relation de long terme entre le volume des transactions sur le marché interbancaire et le taux de refinancement principal des opérations⁴⁰. Cette estimation est réalisée sur des données non stationnarisées par la Méthode des Moindres Carrées Ordinaires :

$$LNTRANSACTIONS_t = \alpha + \beta REFI_t + z_t \quad (102)$$

Après estimation par MCO, il en sort que :

$$\widehat{LNTRANSACTIONS}_t = 10.69972 + 0.085110REFI_t + \widehat{z}_t \quad (103)$$

dans lequel \widehat{z}_t est le terme d'erreur dit "de long terme" qui prend la forme selon l'estimation⁴¹ :

$$\widehat{z}_t = \widehat{LNTRANSACTIONS}_t - 10.69972 - 0.085110REFI_t \quad (104)$$

Seconde étape : le test de Engle et Granger.

Le résidu z_t doit être stationnaire pour traduire une relation de cointégration entre volume des transactions et le taux de refinancement principal des opérations. Afin de tester cette stationnarité est appliqué le test de Phillips-Perron en raison de la présence d'hétéroscléasticité⁴². Les hypothèses⁴³ :

- Hypothèse :

$H_0 : \rho = 1$	Il n'existe pas de relation de cointégration
$H_1 : \rho < 1$	Il existe une relation de cointégration

⁴⁰Voir annexe E.2 p.123

⁴¹Voir annexe E.2 p.124

⁴²Voir annexe E.3 p.124

⁴³Entre le volume des transactions et le taux de refinancement principal.

- **Règle de décision :** La statistique calculée est comparée au seuil critique lu dans la table de Engle et Yoo (annexe). Si la statistique calculée est supérieure à ce seuil, alors l'hypothèse de présence de racine unitaire est acceptée.

- **Spécification dans le cas du test DF**, la relation estimée est :

$$\widehat{\Delta z_t} = -1.071132 \times \widehat{z}_{t-1}$$

- **Application :**

$$t_{adj} = -36.52255$$

La statistique de Student ajustée calculée est par la suite comparée au seuil critique de 5 % dans la table de Engle et Yoo⁴⁴ pour 2 variables avec une taille d'échantillon de 200, $\Phi_2 = -3,37$. L'hypothèse H_0 est alors rejetée. Les résidus de long terme sont stationnaires Il existe une relation de cointégration entre le volume des transactions sur le marché interbancaire et le taux de refinancement principal des opérations.

Troisième étape étape : estimation du modèle à correction d'erreur.

Comme les variables sont cointégrés au sens de Engle et Granger, il est possible d'estimer un modèle à correction d'erreur⁴⁵. Ce modèle est estimé par méthode du Maximum de Vraisemblance. Un résumé de cette estimation est consigné de dans la tableau ci-dessous.

Table 7: Estimation modèle à correction d'erreur

Variable	Coefficient	Prob.*
ϕ_0	-0.000946	0.7825
$LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat}$	0.767090	0.0000
$\Delta REF I_t^{stat}$	0.180208	0.0053
\widehat{z}_{t-1}	-0.151855	0.0261
R^2	0.482611	
Akaike info criterion	-1.444712	
Analyse des Résidus		
Homoscédasticité	Corrigé par Newey-West	
Autocorrélation	Corrigé par Newey-West	
Normalité	JB = 23875,19	0.0000

D'où l'équation de la relation estimée :

⁴⁴Voir annexe E.5 p.126

⁴⁵Voir annexe E.4 p.125

$$\widehat{LNTRANSACTIONS}_t^{cvs,stat} = -0.000946 + 0.180208 \times \Delta REF I^{stat} - 0.151855 \times \widehat{z}_{t-1} \\ 0.767090 \times LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat} \quad (105)$$

une identification de Koyck à correction d'erreur peut être effectuée afin de retrouver $\widehat{\lambda} = 0.767$ soit 0,77 et $\widehat{\mu} = -0,004$ il vient :

$$LNTRANSACTIONS_t^{cvs,stat} = \\ -0,00059 + (0,77 \times 0.180208) \times \Delta REF I_{t-1} + (0,77^2 \times 0.180208) \times \Delta REF I_{t-2} + \\ (0,77^3 \times 0.180208) \times \Delta REF I_{t-3} + \dots + (0,77^n \times 0.180208) \times DREF I_{t-n} + \dots - 0.151855 \times \widehat{z}_{t-1} \\ = -0,00059 + 0,139 \times \Delta REF I_{t-1} + 0,107 \times \Delta REF I_{t-2} + \\ 0,08 \times \Delta REF I_{t-3} + \dots + (0,77^n \times 0.180208) \times \Delta REF I_{t-n} + \dots - 0.151855 \times \widehat{z}_{t-1} \quad (106)$$

Il est possible de mettre en évidence que la relation de long terme intégrée dans le modèle implique une inertie encore plus importante dans la décroissance géométrique.

Points d'interprétation du modèle de Koyck à correction d'erreur

Dans un modèle à correction d'erreur de Koyck, le paramètre de correction d'erreur γ est souvent interprété comme la vitesse à laquelle l'écart entre la valeur actuelle et l'équilibre à long terme se corrige chaque période. Le paramètre de correction d'erreur est de -0.15 dans les estimations, ce qui signifie qu'il y a bien une correction d'erreur dans le modèle.

Un paramètre de correction d'erreur négatif ($\gamma = -0.15$) indique que l'écart entre la valeur actuelle et l'équilibre à long terme se corrige chaque période dans le sens opposé duquel l'écart s'est créé (*afin de résorber le processus*). Autrement dit, si le volume des transactions sur le marché interbancaire s'éloigne de son niveau d'équilibre à long terme, il revient vers cet équilibre à une vitesse de -0.15 par période. Alors, la relation revient à son équilibre de long terme au bout de 6,6 jours soit environ 1 semaine. Le fait que γ soit négatif signifie que l'ajustement vers l'équilibre se fait dans le sens opposé à l'écart initial. Cela peut indiquer une dynamique où les ajustements vers l'équilibre prennent du temps et peuvent être retardés, avec une tendance à prolonger l'écart initial plutôt qu'à le réduire immédiatement.

Dans le contexte du marché interbancaire et du taux de refinancement, un paramètre de correction d'erreur négatif indique une dynamique où les variations du taux de refinancement ont des effets prolongés sur le volume des transactions interbancaires de l'ordre d'une semaine. Cela peut être dû à des mécanismes de transmission lente ou à des ajustements retardés dans

les comportements des banques sur le marché interbancaire.

L'existence d'un paramètre de correction d'erreur négatif souligne l'importance pour le régulateur de prendre en compte la lenteur de la transmission des chocs lors de la formulation des politiques monétaires. Cela peut nécessiter une approche plus graduelle et patiente dans la mise en œuvre des politiques monétaires ou macroprudentielles, ainsi que des mesures supplémentaires pour atténuer les déséquilibres temporaires sur le marché interbancaire, même si au bout d'une semaine l'équilibre est revenu sur le marché.

3.3.3 Application d'un modèle de Koyck asymétrique

Estimation du modèle asymétrique de Koyck

Il est estimé par la méthode du Maximum de Vraisemblance la relation asymétrique NARDL(1,0) suivante⁴⁶ :

$$\begin{aligned} \widehat{LNTRANSACTIONS}_t^{cvs,stat} = & \varphi_0 + \varphi_1 LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat} \\ & + \theta^+ \Delta REF I_t^+ + \theta^- \Delta REF I_t^- + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (107)$$

par estimation il en sort que,

$$\begin{aligned} \widehat{LNTRANSACTIONS}_t^{cvs,stat} = & 0,003088 + 0,685650 LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat} \\ & + 0,177626^+ \Delta REF I_t^{stat,+} + 0,174854^- \Delta REF I_t^{stat,-} \end{aligned} \quad (108)$$

Un résumé de cette estimation est fourni dans le tableau suivant :

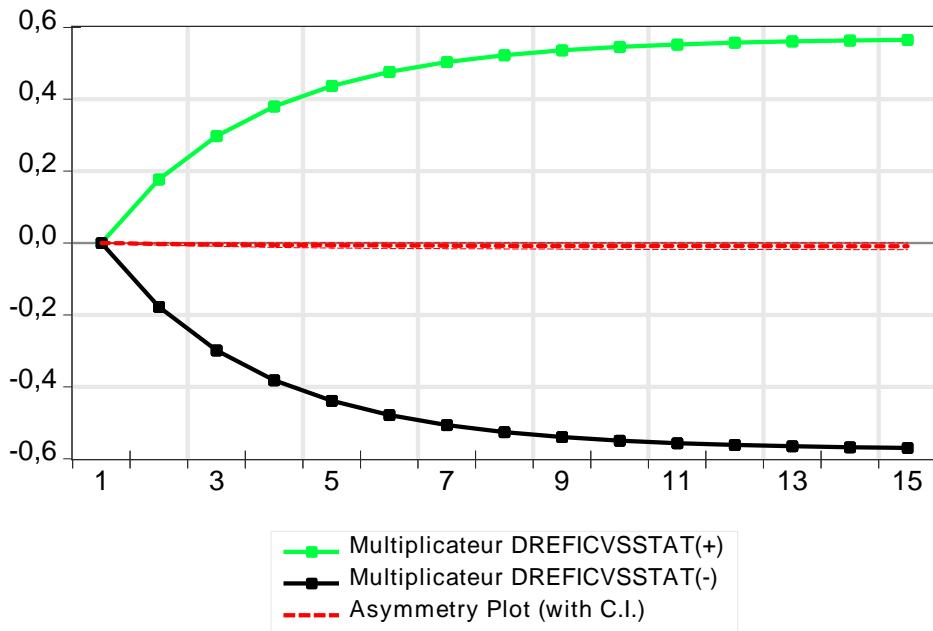
⁴⁶Voir annexe E.6 p.126

Table 8: Estimation modèle NARDL

Variable	Coefficient	Prob.*
$LNTRANSACTIONS_{t-1}^{cvs,stat}$	0.685650	0.0000
$\Delta REFI_t^{stat,-}$	0.174854	0.0031
$\Delta REFI_t^{stat,+}$	0.177626	0.0027
φ_0	0.003088	0.4939
R^2	0.477680	
Akaike info criterion	-1.435228	
Analyse des Résidus		
Homoscédasticité	Corrigé par Newey-West	
Autocorrélation	Corrigé par Newey-West	
Normalité	JB = 24515,10	0.0000

D'autre part, le graphique des multiplicateurs de long terme asymétrique est dressé :

Figure 3: Graphique des multiplicateurs de long terme du modèle NARDL(1,0) asymétrique.



De ce modèle, il est possible de tirer par identification une spécification de Koyck double en fonction de $\Delta REFI_t^{stat,+}$ et $\Delta REFI_t^{stat,-}$ avec $\lambda = 0.7$ et $\hat{\mu} = 0,010$:

Tout d'abord il est possible de considérer une décroissance géométrique infinie en fonction de $\Delta REF I_t^{stat,+}$, afin d'alléger l'écriture il est noté $\Delta REF I_t^+$:

$$\begin{aligned} \widehat{LNTRANSACTIONS}_t^{cvs,stat} &= \\ &= 0,010 + 0,124 \times \Delta REF I_{t-1}^+ + 0,087 \times \Delta REF I_{t-2}^+ + \\ &\quad 0,061 \times \Delta REF I_{t-3}^+ + \dots + (0,7^n \times 0,177626) \times \Delta REF I_{t-n}^+ + \dots \end{aligned} \quad (109)$$

d'autre part en fonction de $\Delta REF I_t^{stat,-}$, afin d'alléger l'écriture il est noté $\Delta REF I_t^-$:

$$\begin{aligned} \widehat{LNTRANSACTIONS}_t^{cvs,stat} &= \\ &= 0,010 + 0,122 \times \Delta REF I_{t-1}^- + 0,085 \times \Delta REF I_{t-2}^- + \\ &\quad 0,058 \times \Delta REF I_{t-3}^- + \dots + (0,7^n \times 0,177626) \times \Delta REF I_{t-n}^- + \dots \end{aligned} \quad (110)$$

La décroissance géométrique est plus importante dans le cas de $\Delta REF I_t^{stat,-}$ que dans le cas de $\Delta REF I_t^{stat,+}$.

Interprétation du modèle asymétrique de Koyck

Dans le cadre d'un modèle de Koyck asymétrique avec les valeurs résultant de l'estimation $\lambda = 0.7$, X^- négatif à 0.175⁴⁷ et X^+ ⁴⁸ à 0.177.

Le paramètre de Koyck $\lambda = 0.7$ suggère que 70% de l'écart entre le volume actuel des transactions interbancaires et son niveau d'équilibre à long terme est corrigé chaque période. Cela indique une vitesse modérée lente d'atténuation de l'impact à long terme. Les impacts du choc se produisent progressivement, avec une certaine inertie temporelle dans la réponse du volume des transactions interbancaires.

Les paramètres asymétriques pour X renseignent sur une conclusion importante sur la dynamique d'ajustement aux chocs. X^- négatif à 0.175 et X^+ positif à 0.177 indiquent des effets asymétriques du taux de refinancement sur le volume des transactions interbancaires⁴⁹. Un X^- négatif plus faible que X^+ positif (0.175 par rapport à 0.177) suggère que les variations négatives du taux de refinancement ont un impact légèrement plus faible sur le volume des transactions interbancaires que les variations positives.

⁴⁷ $X^- = \Delta REF I_t^{stat,-}$

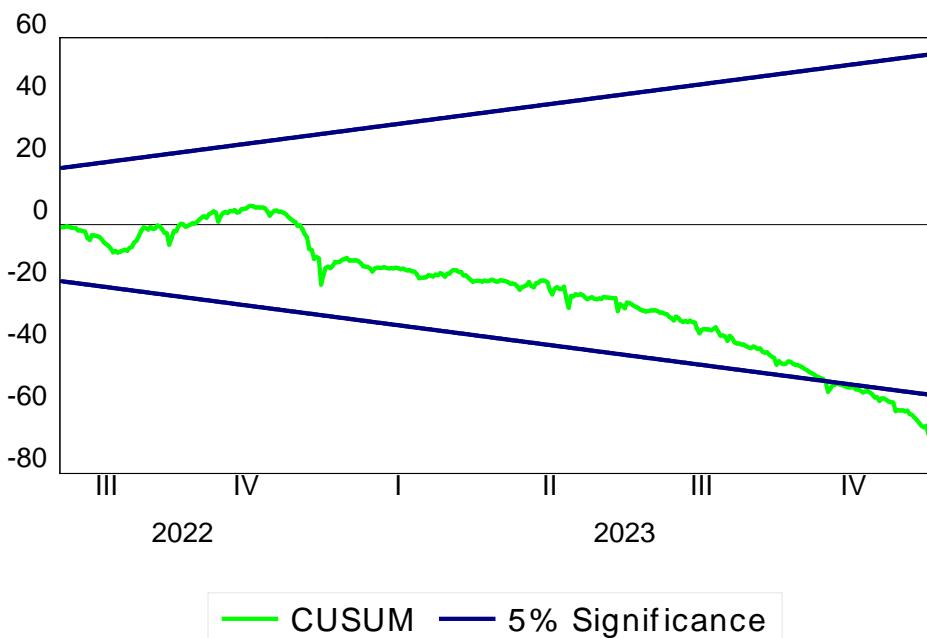
⁴⁸ $X^+ = \Delta REF I_t^{stat,+}$

⁴⁹ Le graphique 3 renseigne sur cette asymétrie positive démontrant un retour vers l'équilibre plus lent pour les valeurs positives que négatives.

Les résultats suggèrent que le volume des transactions interbancaires réagit de manière asymétrique aux changements dans le taux de refinancement principal. La vitesse d'ajustement modérée ($\lambda = 0.7$) implique que les ajustements aux chocs vers sa résorption à long terme prennent du temps, ce qui peut être dû à des frictions dans le processus d'ajustement du marché interbancaire. Les effets asymétriques du taux de refinancement indiquent que les variations positives et négatives du taux de refinancement n'ont pas le même impact sur le volume des transactions interbancaires, ce qui peut être dû à des mécanismes de réaction différents des banques sur le marché interbancaire en fonction de la direction du changement du taux de refinancement.

Le test de CUSUM est aussi effectué permettant de corroborer les informations citées précédemment et mettant en relation le calendrier de la politique monétaire avec les résultats obtenus.

Figure 4: Test CUSUM sur le modèle NARDL(1,0) asymétrique



En effet, le test de CUSUM permet d'identifier le fait qu'un changement de régime est opéré aux environs du quatrième trimestre 2022 ce qui corrobore le fait que la normalisation de la politique monétaire qui a commencé à cette période a induit un changement structurel dans les données.

Ainsi, les valeurs spécifiques des paramètres dans le modèle de Koyck asymétrique suggèrent une dynamique où le volume des transactions interbancaires réagit de manière graduelle

aux changements dans le taux de refinancement, avec des effets asymétriques en fonction de la direction du changement du taux de refinancement. Ces résultats peuvent avoir des implications importantes pour la politique monétaire et la régulation financière en soulignant la complexité de la transmission des chocs monétaires sur le marché interbancaire.

Le comportement observé sur le marché interbancaire, où le volume des transactions réagit plus fortement aux variations positives du taux REFI par rapport aux variations négatives, peut être interprété à travers plusieurs perspectives macroéconomiques et financières, y compris le stress des banques.

- **Anticipation des politiques monétaires** : les banques réagissent de manière plus active aux variations positives du taux REFI car elles anticipent une politique monétaire plus stricte de la part de la banque centrale. Lorsque le taux REFI augmente, les coûts de financement des banques augmentent, ce qui peut inciter les banques à réagir en augmentant leurs transactions sur le marché interbancaire pour obtenir les liquidités nécessaires à des coûts moindres avant que les taux n'augmentent davantage.
- **Stress financier** : les variations positives du taux REFI peuvent signaler une période de resserrement des conditions financières, ce qui peut augmenter le stress des banques. Dans ce cas, les banques pourraient chercher à augmenter leurs transactions sur le marché interbancaire pour répondre à leurs besoins de liquidités accrus causés par des conditions financières plus contraignantes.
- **Confiance dans la stabilité financière** : les variations négatives du taux REFI peuvent être interprétées comme des mesures de stimulation économique ou des signes de stabilité financière, ce qui peut réduire la nécessité pour les banques de recourir au marché interbancaire pour obtenir des liquidités supplémentaires. Par conséquent, les variations négatives du taux REFI pourraient entraîner une réduction relative du volume des transactions sur le marché interbancaire.
- **Arbitrage et opportunités de profit** : les variations positives du taux REFI peuvent créer des opportunités d'arbitrage pour les banques, incitant ainsi une augmentation des transactions sur le marché interbancaire. Les banques pourraient chercher à exploiter les écarts de taux d'intérêt et à réaliser des profits en prêtant à des taux plus élevés sur le marché interbancaire.

Observation prudentielle

Le marché interbancaire occupe une place centrale dans le bilan des institutions financières, facilitant les échanges de liquidités entre les banques. Il joue un rôle crucial en permettant aux banques de couvrir leurs besoins de liquidités à court terme, de gérer efficacement leur trésorerie et de répondre aux exigences réglementaires en matière de réserves. Cependant, le

marché interbancaire expose les banques à des risques de liquidité, car il peut être soumis à des tensions lors de situations de crise financière ou de perturbations sur les marchés monétaires. Les prêts et emprunts interbancaires constituent une classe d'actifs et de passifs sur le bilan des banques, représentant les fonds empruntés ou prêtés à d'autres institutions financières. Ces opérations sont généralement de courte durée et sont essentielles pour le fonctionnement quotidien des banques, mais elles peuvent également présenter des risques en cas de défaillance d'une contrepartie ou de difficultés d'accès au financement sur le marché interbancaire. Ainsi, la gestion prudente du risque interbancaire et la surveillance étroite de l'activité sur le marché interbancaire sont essentielles pour assurer la stabilité et la résilience du système financier dans son ensemble. Ainsi, une interprétation du dernier résultat peut être donnée plus en détail en ce qui concerne les risques prudentiels.

- **Exposition au risque de liquidité** : les variations asymétriques du volume des transactions interbancaires en réponse aux changements de taux de refinancement indiquent une sensibilité accrue des banques aux conditions du marché monétaire. Les banques qui dépendent fortement du marché interbancaire pour obtenir des liquidités peuvent être exposées à un risque de liquidité accru, en particulier lors de variations positives du taux de refinancement où la demande de liquidités peut augmenter brusquement.
- **Gestion des actifs et des passifs** : les variations asymétriques du volume des transactions interbancaires peuvent nécessiter une gestion plus prudente des actifs et des passifs pour les banques. Les banques peuvent ajuster leur portefeuille d'actifs et de passifs en fonction des anticipations de politiques monétaires, en privilégiant par exemple des actifs plus liquides ou en allongeant la maturité de leurs passifs pour réduire leur dépendance au marché interbancaire.
- **Stress test de liquidité** : les résultats de l'analyse suggèrent que les variations asymétriques du taux de refinancement peuvent amplifier le stress sur la liquidité des banques, en particulier lors de variations positives du taux de refinancement. Les stress tests de liquidité devraient tenir compte de cette asymétrie dans la réaction du marché interbancaire aux chocs de taux de refinancement, en évaluant la capacité des banques à faire face à une augmentation soudaine de la demande de liquidités. En effet, le marché interbancaire, en tant que canal crucial de gestion des liquidités pour les institutions financières, expose les banques à des risques de liquidité significatifs. Ces risques sont amplifiés lors de situations de stress financier, où la confiance entre les banques peut diminuer rapidement, entraînant une réticence à accorder des prêts interbancaires. Cette situation peut conduire à une contraction soudaine de l'offre de liquidités sur le marché interbancaire, mettant ainsi en péril la capacité des banques à répondre à leurs obligations de financement à court terme. De plus, les prêts interbancaires étant souvent de courte durée, les banques sont vulnérables aux retours soudains des fonds empruntés, exacerbant le risque de liquidité en cas de tension sur le marché interbancaire.

- **Surveillance prudentielle** : les autorités de surveillance prudentielle devraient surveiller de près la réaction des banques aux variations du taux de refinancement, en particulier en identifiant les banques les plus exposées aux risques de liquidité. Des exigences de fonds propres supplémentaires ou des mesures de réglementation plus strictes pourraient être nécessaires pour les banques qui présentent une sensibilité élevée aux variations asymétriques du marché interbancaire.
- **Planification de la gestion de crise** : Les résultats de l'analyse peuvent aider les banques à élaborer des plans de gestion de crise plus robustes, en tenant compte des réactions asymétriques du marché interbancaire aux chocs de taux de refinancement. Les banques peuvent développer des stratégies de gestion de crise spécifiques pour faire face à des périodes de stress financier où la demande de liquidités sur le marché interbancaire peut augmenter de manière significative.

En résumé, les variations asymétriques du volume des transactions interbancaires en réponse aux changements de taux de refinancement peuvent avoir des implications importantes pour la gestion du bilan bancaire, nécessitant une surveillance étroite, une gestion prudentielle et des mesures de gestion des risques appropriées pour faire face aux défis potentiels liés à la liquidité et à la volatilité du marché interbancaire.

En somme, dans ce paragraphe, le volume des transactions journalières sur le marché interbancaire a été analysé pour identifier d'éventuelles tendances et saisonsnalités. Une légère tendance haussière a été détectée entre 2019 et 2023, suivie d'une inversion. Le taux REFI a quant à lui montré une tendance haussière avec une courbe en escalier correspondant aux changements de politique monétaire. La stationnarité des séries temporelles a été étudiée afin de les rendre compatibles avec la modélisation ARDL. Des tests de racine unitaire ont été utilisés pour identifier la non-stationnarité. Le volume des transactions a été trouvé intégré d'ordre 1 et constante, tandis que le taux REFI était intégré d'ordre 1 en différence avec tendance significative sans constante. Le modèle de Koyck et le modèle de Koyck à correction d'erreur ont été appliqués pour estimer l'impact du taux REFI sur le volume des transactions. Les résultats préliminaires indiquent une relation d'inertie entre les le taux REFI et le volume des transactions sur le marché interbancaire. Le modèle final, après correction de l'erreur par le résidu de long terme, confirme cet impact dynamique d'inertie d'une semaine. Enfin, le modèle NARDL a permis d'identifier un effet asymétrique du choc du taux REFI sur le volume des transactions, plus important en cas d'augmentation du taux REFI qu'en cas de baisse. L'analyse est basée sur un échantillon de données limité. D'autres modèles économétriques peuvent être utilisés pour une analyse plus approfondie. La prise en compte d'autres variables macroéconomiques et l'extension de l'échantillon de données pourraient améliorer la précision des estimations comme la modélisation par modèle à changement de régime dans le cas multivarié.

Conclusion

L'étude menée sur le marché interbancaire et son interaction avec le taux de refinancement principal des opérations a permis de dégager des résultats significatifs, mettant en lumière la complexité des mécanismes à l'œuvre dans ce domaine crucial de la macroéconomie monétaire et financière. À travers l'application de modèles économétriques tels que le modèle de Koyck à correction d'erreur et le modèle de Koyck asymétrique, il a été exploré la dynamique de cette relation et tiré des implications importantes pour la politique monétaire, la gestion des risques et la supervision bancaire.

Premièrement, l'analyse de long terme entre le volume des transactions interbancaires et le taux de refinancement principal a permis de mettre en évidence une interdépendance significative entre ces deux variables. Le modèle de Koyck à correction d'erreur, largement utilisé dans les études économétriques pour analyser les relations dynamiques entre des séries temporelles, a confirmé l'existence d'une relation de cointégration robuste entre ces deux variables essentielles du marché financier européen.

Ce constat met en lumière la nature profonde de la relation entre le taux de refinancement principal de la BCE et le volume des transactions interbancaires. La cointégration implique que ces deux variables sont liées par une relation à long terme, ce qui suggère une synchronisation structurelle dans leurs mouvements à travers le temps. En d'autres termes, les variations du taux de refinancement principal ont un impact durable sur le volume des transactions interbancaires, et vice versa.

Le modèle de Koyck à correction d'erreur a également fourni des informations précieuses sur la dynamique d'ajustement du marché interbancaire européen aux chocs monétaires. Les résultats ont mis en évidence la lenteur de la transmission des changements de politique monétaire sur ce marché, avec des ajustements retardés vers l'équilibre à long terme. Cette observation souligne la complexité des mécanismes de transmission de la politique monétaire de la BCE à travers le marché interbancaire, et met en évidence la nécessité d'une analyse approfondie des canaux de transmission et des délais d'ajustement pour une compréhension complète de son impact sur l'économie réelle.

Deuxièmement, l'application du modèle de Koyck non-linéaire a permis de révéler des effets asymétriques des variations du taux de refinancement sur le volume des transactions interbancaires. Ce constat soulève des préoccupations cruciales en matière de liquidité et de gestion des risques pour les banques opérant sur le marché interbancaire européen. En effet, les variations positives du taux de refinancement ont été observées comme ayant un impact plus marqué sur le volume des transactions que les variations négatives. Cette asymétrie met en lumière la sensibilité

accrue des banques aux conditions du marché monétaire et soulève des questions essentielles quant à la manière dont elles gèrent leurs positions de liquidité.

Les emprunts sur le marché interbancaire se situent au passif du bilan des banques, constituant une source de financement à court terme souvent utilisée pour couvrir les besoins de liquidité immédiate. Par conséquent, toute perturbation significative sur ce marché peut avoir des répercussions directes sur la capacité des banques à honorer leurs obligations de paiement et à maintenir un niveau adéquat de liquidité. Les résultats mettant en évidence une sensibilité accrue aux variations positives du taux de refinancement soulignent l'importance critique pour les banques de surveiller de près leurs positions de liquidité et de mettre en place des stratégies efficaces pour faire face à la volatilité potentielle du marché interbancaire.

Ces constats ont des implications majeures pour la gestion du risque et la régulation financière dans la zone euro. La nécessité d'une surveillance étroite et de mesures de gestion des risques appropriées est amplifiée, surtout dans un contexte où les banques doivent faire face à des conditions de marché monétaire potentiellement volatiles. Les autorités de régulation et de supervision doivent être vigilantes et réactives aux éventuelles tensions sur le marché interbancaire, en veillant à ce que les banques disposent des ressources nécessaires pour maintenir leur stabilité financière et pour assurer le bon fonctionnement du système financier dans son ensemble.

En outre, la présentation d'une typologie des modèles à retards échelonnés en économétrie dans la deuxième partie de l'étude a enrichi la compréhension théorique des méthodes économétriques utilisées. Cette typologie offre un cadre conceptuel utile pour comprendre les différentes approches et techniques disponibles pour modéliser les relations complexes entre les variables économiques.

Cette étude a fourni des métriques sur la dynamique du marché interbancaire et son interaction avec le taux de refinancement principal des opérations. Les résultats obtenus possèdent des implications importantes pour la politique monétaire, la gestion des risques et la régulation financière, soulignant l'importance de prendre en compte la lenteur de la transmission des chocs monétaires et la sensibilité des banques aux conditions du marché dans la formulation des politiques et des réglementations. En outre, la présentation d'une typologie des modèles à retards échelonnés en économétrie offre une base théorique solide pour la recherche future dans ce domaine.

Pour aller plus loin, il serait intéressant d'explorer davantage les mécanismes de transmission des chocs monétaires sur le marché interbancaire et d'étudier l'impact des politiques monétaires non conventionnelles sur ces mécanismes. De plus, une analyse approfondie des interactions entre le marché interbancaire et d'autres segments du marché financier, tels que le marché des

titres et le marché des changes avec des modèles multivariés à changement de régimes, pourrait permettre de mieux comprendre la dynamique globale du système financier et d'identifier les éventuels risques systémiques. Enfin, une évaluation des politiques et des réglementations actuelles à la lumière des résultats de cette étude pourrait fournir des orientations précieuses pour renforcer la stabilité et la résilience du système financier dans son ensemble.

Annexes

A

Marché monétaire interbancaire

Figure A.1: Volume des transactions journaliers en logarithme entre octobre 2019 et décembre 2023.

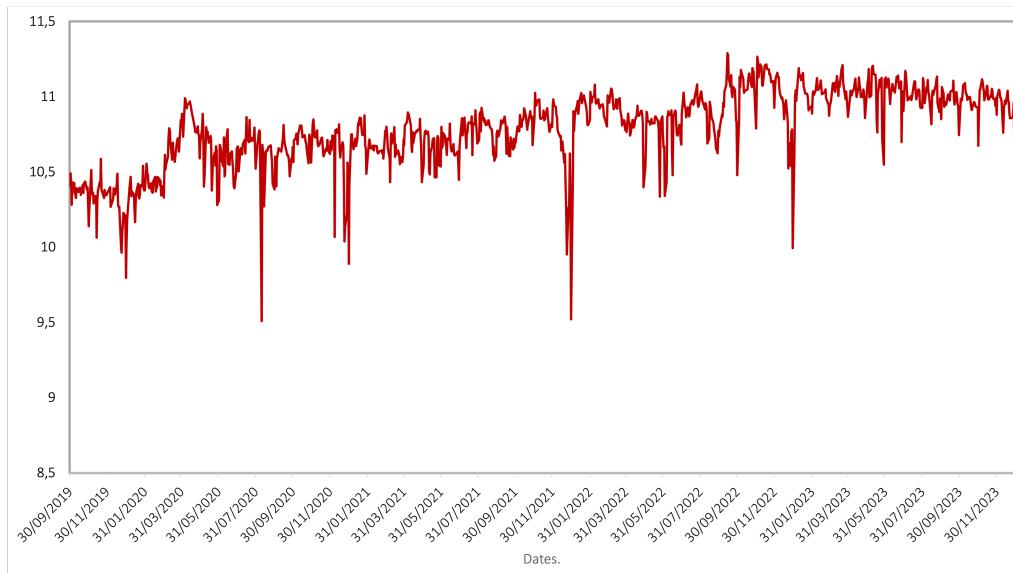
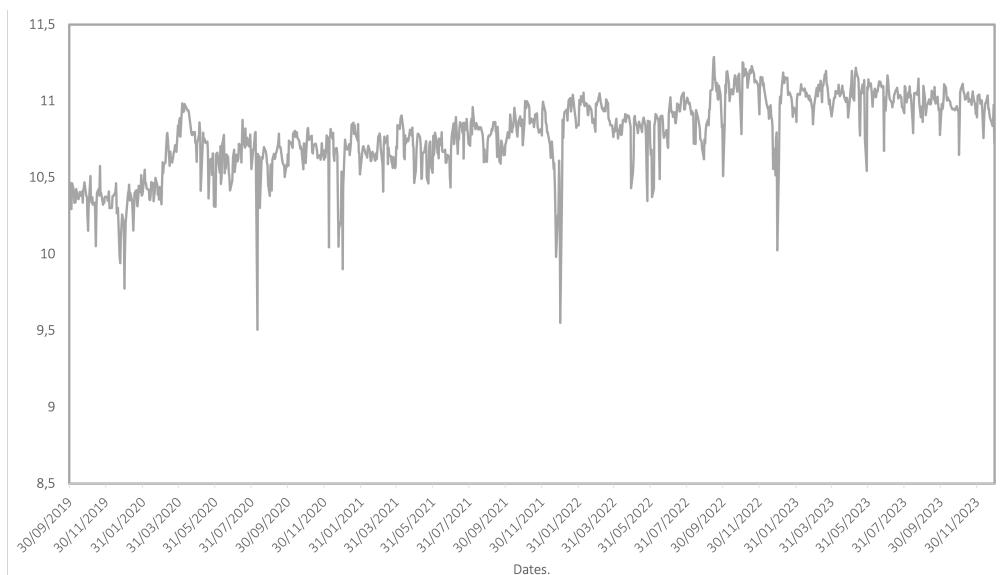


Figure A.2: Volume des transactions journaliers en logarithme corrigé des variations saisonnières entre octobre 2019 et décembre 2023.



B

Modèles à retards échelonnés

B.1 Les modèles autorégressifs à retards échelonnés

B.1.1 Spécification du modèle

Proof. La fonction de vraisemblance pour le modèle ARDL spécifié est :

$$L(\mu, \delta_0, \delta_1, \dots, \delta_h, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma^2) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})^2}{2\sigma^2}\right)$$

Sous la contrainte :

$$\delta_0 = 1$$

La fonction de log-vraisemblance pour le modèle ARDL est :

$$\begin{aligned} LnL(\mu, \delta_0, \delta_1, \dots, \delta_h, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma^2) &= -\frac{T}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})^2 \end{aligned}$$

Maintenant, pour maximiser cette fonction par rapport à chaque paramètre, il faut prendre les dérivées partielles par rapport à chaque paramètre et les égaler à zéro.

1. Pour μ :

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i}) = 0$$

2. Pour δ_0 (en tenant compte de la contrainte $\delta_0 = 1$) :

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \delta_0} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})(-X_t) = 0$$

3. Pour δ_i avec $i = 1, 2, \dots, h$:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \delta_i} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})(-X_{t-i}) = 0$$

4. Pour ϕ_j avec $j = 1, 2, \dots, p$:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \phi_j} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})(-Y_{t-j}) = 0$$

5. Pour σ^2 :

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} = -\frac{T}{2\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})^2 = 0$$

Ces équations peuvent être développées plus profondément pour chacun des termes :

1. Pour μ :

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i}) = 0$$

En continuant le développement :

$$\frac{1}{\sigma^2} \left(\sum_{t=1}^T Y_t - T\mu - \sum_{t=1}^T \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} \right) = 0$$

En réorganisant les termes :

$$\mu = \frac{1}{T} \left(\sum_{t=1}^T Y_t - \sum_{t=1}^T \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} \right)$$

2. Pour δ_0 :

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})(-X_t) = 0$$

En développant cette équation, il est obtenu :

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=1}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})(-X_t) = 0$$

En réorganisant les termes :

$$\sum_{t=1}^T Y_t X_t - \mu \sum_{t=1}^T X_t - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^h \delta_i X_{t-i} X_t - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} X_t = 0$$

3. Pour δ_i avec $i = 1, 2, \dots, h$:

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})(-X_{t-i}) = 0$$

En développant cette équation :

$$\sum_{t=1}^T Y_t X_{t-i} - \mu \sum_{t=1}^T X_{t-i} - \sum_{t=1}^T \sum_{j=0}^h \delta_j X_{t-i} X_{t-j} - \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^p \phi_j Y_{t-j} X_{t-i} = 0$$

4. Pour ϕ_j avec $j = 1, 2, \dots, p$:

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})(-Y_{t-j}) = 0$$

En développant cette équation, il vient :

$$\sum_{t=1}^T Y_t Y_{t-j} - \mu \sum_{t=1}^T Y_{t-j} - \sum_{t=1}^T \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} Y_{t-j} - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} Y_{t-j} = 0$$

5. Pour σ^2 :

$$-\frac{T}{2\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})^2 = 0$$

En développant cette équation :

$$-\frac{T}{2\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu - \sum_{i=0}^h \delta_i X_{t-i} - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i})^2 = 0$$

Ces équations doivent être résolues simultanément pour estimer les paramètres du modèle ARDL.

□

B.1.2 Stabilité d'une équation dynamique

Proof. Pour déterminer l'expression pour $A(L)$, il sera manipulé l'expression :

$$Y_t = \Phi(L)^{-1} [D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t]$$

Tout d'abord, $\Phi(L)^{-1}$ peut être exprimé comme une série polynomiale, car $\Phi(L)$ est un polynôme en L . Il est supposé que $\Phi(L)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i L^i$, où β_i sont des coefficients.

Donc, $Y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i L^i [D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t]$. En distribuant, il vient :

$$\begin{aligned} Y_t &= \beta_0 [D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t] + \beta_1 L [D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t] + \beta_2 L^2 [D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t] + \dots \\ &= \beta_0 D(L)X_t + \beta_0 \mu + \beta_0 \varepsilon_t + \beta_1 L D(L)X_t + \beta_1 L \mu + \beta_1 L \varepsilon_t + \beta_2 L^2 D(L)X_t + \beta_2 L^2 \mu + \beta_2 L^2 \varepsilon_t + \dots \\ &= \beta_0 D(L)X_t + \beta_0 \mu + \beta_0 \varepsilon_t + \beta_1 D(L)X_{t-1} + \beta_1 \mu + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 D(L)X_{t-2} + \beta_2 \mu + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \end{aligned}$$

En réorganisant les termes, il est obtenu :

$$Y_t = (\beta_0 D(L) + \beta_1 D(L)L + \beta_2 D(L)L^2 + \dots)X_t + (\beta_0 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots)\mu + (\beta_0 \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots)$$

En comparant cette expression à $Y_t = A(L) [D(L)X_t + \mu + \varepsilon_t]$:

$$A(L) = \beta_0 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots$$

Donc, $A(L)$ est une somme infinie de termes polynomiaux $\beta_i L^i$, où β_i sont les coefficients de la série polynomiale $\Phi(L)^{-1}$.

□

B.2 D'autres hypothèses sur les coefficients des modèles ARDL

B.2.1 L'approche de Pascal ou le modèle à distribution générale

Proof. Pour démontrer que les deux expressions :

$$D(L) = (1 - \lambda)^{r+1} C_{r+i}^i \lambda^i L^i = D(L) = \frac{\delta_0}{(1 - \lambda L)^{r+1}}$$

sont équivalentes, il sera utilisé la formule du binôme de Newton, qui est donnée par :

$$(1 + x)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$$

Également la définition du coefficient binomial :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Tout d'abord, la démonstration part de l'expression $D(L) = (1 - \lambda)^{r+1} C_{r+i}^i \lambda^i L^i$:

$$D(L) = (1 - \lambda)^{r+1} C_{r+i}^i \lambda^i L^i$$

En utilisant la définition du coefficient binomial $C_{r+i}^i = \frac{(r+i)!}{i!(r)!}$, il est possible d'obtenir :

$$D(L) = (1 - \lambda)^{r+1} \frac{(r+i)!}{i!(r)!} \lambda^i L^i$$

Maintenant, la formule du binôme de Newton donne que $(1 + x)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$ avec $x = -\lambda L$ et $n = r + 1$:

$$(1 - \lambda L)^{r+1} = \sum_{k=0}^{r+1} \binom{r+1}{k} (-\lambda L)^k$$

En substituant ceci dans l'expression pour $D(L)$, il vient :

$$D(L) = \frac{(r+i)!}{i!(r)!} \sum_{k=0}^{r+1} \binom{r+1}{k} (-1)^k \lambda^k L^k$$

Il est possible d'obtenir en regroupant les termes en λ :

$$D(L) = \sum_{k=0}^{r+1} \binom{r+1}{k} \frac{(r+i)!}{i!(r)!} (-1)^k \lambda^k L^k$$

Maintenant, il est observé que $\frac{(r+i)!}{i!(r)!} = C_{r+i}^i$, qui est donc substituable :

$$D(L) = \sum_{k=0}^{r+1} \binom{r+1}{k} C_{r+i}^i (-1)^k \lambda^k L^k$$

Ce qui est équivalent à :

$$D(L) = \sum_{k=0}^{r+1} \binom{r+1}{k} \binom{r+i}{i} (-1)^k \lambda^k L^k$$

Maintenant, il est possible de remarquer que lorsque $k = i$, est obtenu $\binom{r+1}{i} \binom{r+i}{i} (-1)^i = (-1)^i$, et lorsque $k \neq i$, apparaît $\binom{r+1}{k} \binom{r+i}{i} (-1)^k = 0$ car $\binom{r+1}{k} = 0$ pour $k \neq i$. Donc, la seule valeur non nulle dans la somme est lorsque $k = i$, donc :

$$D(L) = (-1)^i \lambda^i L^i$$

Maintenant, il est nécessaire de comparer cette expression à l'expression donnée :

$$D(L) = \frac{\delta_0}{(1 - \lambda L)^{r+1}}$$

En identifiant les termes, il est possible d'observer que $\delta_0 = (-1)^i$ et que $(1 - \lambda L)^{r+1} = \lambda^i L^i$. Donc, les deux expressions sont équivalentes. \square

B.3 Modèles NARDL

B.3.1 Notes explicatives des packages E-views pour l'estimation de modèle NARDL

Voir la page suivante pour l'explication d'un premier package AsymVAR permettant de calculer les valeurs positives et négatives des coefficients. Ensuite, il est présenté un package d'implementation des modèles NARDL sur E-views.

Package Name: AsymVAR
Author: Davaajargal Luvsannyam
Date: 2022.07.25
Add-in Type: Global
Default Proc Name: asymvar
Default Menu Text: Asymmetric VAR
Interface: Dialog and command line

Description

The first equation of the resulting encompassing model is identical to the first equation of a standard linear VAR in x_t and y_t , but the second equation now includes both x_t and x_t^+ and, as such, both energy price increases and decreases affect y_t :

$$x_t = b_{10} + \sum_{i=1}^p b_{11,i} x_{t-i} + \sum_{i=1}^p b_{12,i} y_{t-i} + \varepsilon_{1,t},$$

$$y_t = b_{20} + \sum_{i=0}^p b_{21,i} x_{t-i} + \sum_{i=1}^p b_{22,i} y_{t-i} + \sum_{i=0}^p g_{21,i} x_{t-i}^+ + \varepsilon_{2,t}.$$

Kilian and Vigfusson (2011) propose an adaption of Koop, Pesaran and Potter (2006) for computing structural impulse responses from nonlinear models specifically designed for above model. Having estimated the encompassing model by OLS, we proceed as follows:

Step 1. Take a block of p consecutive values of x_t and y_t . This defines a history Ω^i .

Note that the choice of history does not affect the coefficients of the model. For all histories, the model coefficients are fixed at their estimated values.

Step 2. Given Ω^i , simulate two-time paths for x_{t+h} and y_{t+h} for $h = 0, 1, \dots, H$. When generating the first time path, the value of $\varepsilon_{1,t}$ is set equal to a prespecified value δ . The realizations of $\varepsilon_{1,t+h}$ for $h = 0, 1, \dots, H$ are drawn from the marginal empirical distribution of $\varepsilon_{1,t}$. The realizations of $\varepsilon_{2,t+h}$ for $h = 0, 1, \dots, H$ are drawn independently from the marginal distribution of $\varepsilon_{2,t}$. When generating the second time path, all $\varepsilon_{1,t+h}$ and $\varepsilon_{2,t+h}$ for $h = 0, 1, \dots, H$ are drawn from their respective marginal distributions.

Step 3. Calculate the difference between the time paths for y_{t+h} , $h = 0, 1, \dots, H$

Step 4. Average this difference across $m = 500$ repetitions of Steps 2 and 3.

This average is the response of y_t at horizon $h = 0, 1, \dots, H$ to a shock of size δ conditional on Ω^i :

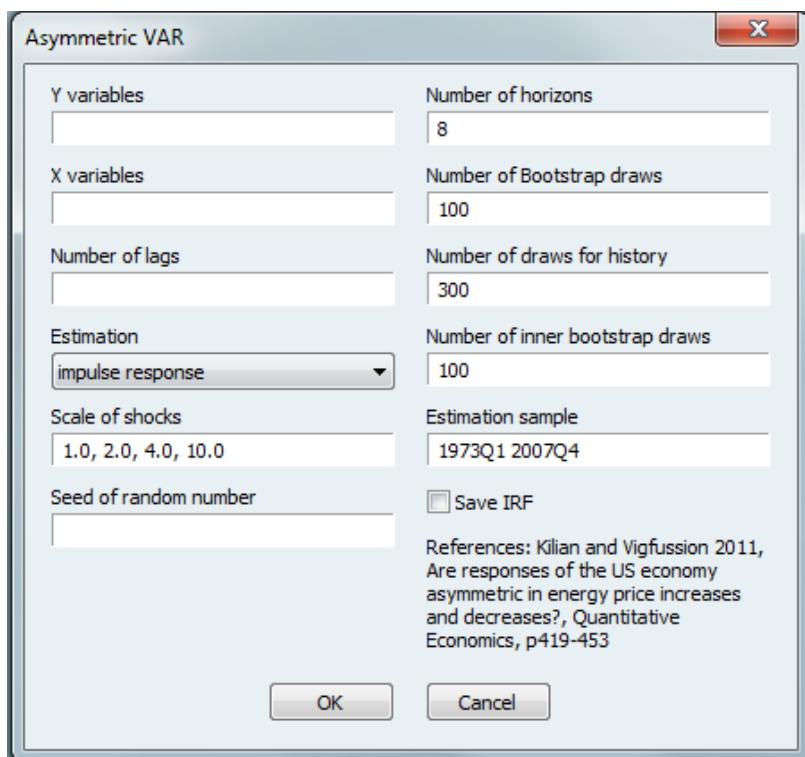
$$I_y(h, \delta, \Omega^i).$$

The unconditional response $I_y(h, \delta)$ is defined as the value of $I_y(h, \delta, \Omega^i)$ averaged across all histories:

$$I_y(h, \delta) = \int_y I_y(h, \delta, \Omega^i) d\Omega^i.$$

Dialog

Upon running the add-in from the menus, a dialog will appear:



The first box lets you specify the Y variable for Asymmetric VAR model. On the next box enter X variable (shock variable). On the third box enter number of the lag. Other boxes are optional.

Command line:

```
asymvar(options) y_variable lags @ x_variable
```

for example:

```
asymvar(seed=123456) dgdp 6 @ drpoil
```

```
asymvar(seed=123456, hist=50, est=2) dgdp 6 @ drpoil
```

Options

est	Estimate IRF or test of the symmetry (1=IRF, 2=Test)
scale	Scale vector
seed	Seed of random number generator
hor	Impulse response horizon
boot	Number of bootstrap draws
hist	Number of draws for history
draws	Number of inner bootstrap draws
sample	Estimation sample
save	Save IRF to matrix

References:

Kilian L. and Vigfusson R., 2011, "Are responses of the US economy asymmetric in energy price increases and decreases?", *Quantitative Economics*, p419-453"

Koop G., Pesaran M. and Potter S., 1996, "Impulse response analysis in nonlinear multivariate models", *Journal of Econometrics*, vol74(1), p119-147

NARDL: Implementation Using Eviews Add-in

Olayeni Olaolu Richard

Department of Economics

Obafemi Awolowo University, Ile-Ife, Nigeria

rolayeni@oauife.edu.ng/ rolayeni@gmail.com

The workfile containing the data used in this documentation can be downloaded at:

https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1vCxOzxRMVBlzvaxBla_se-koGq95bfdf

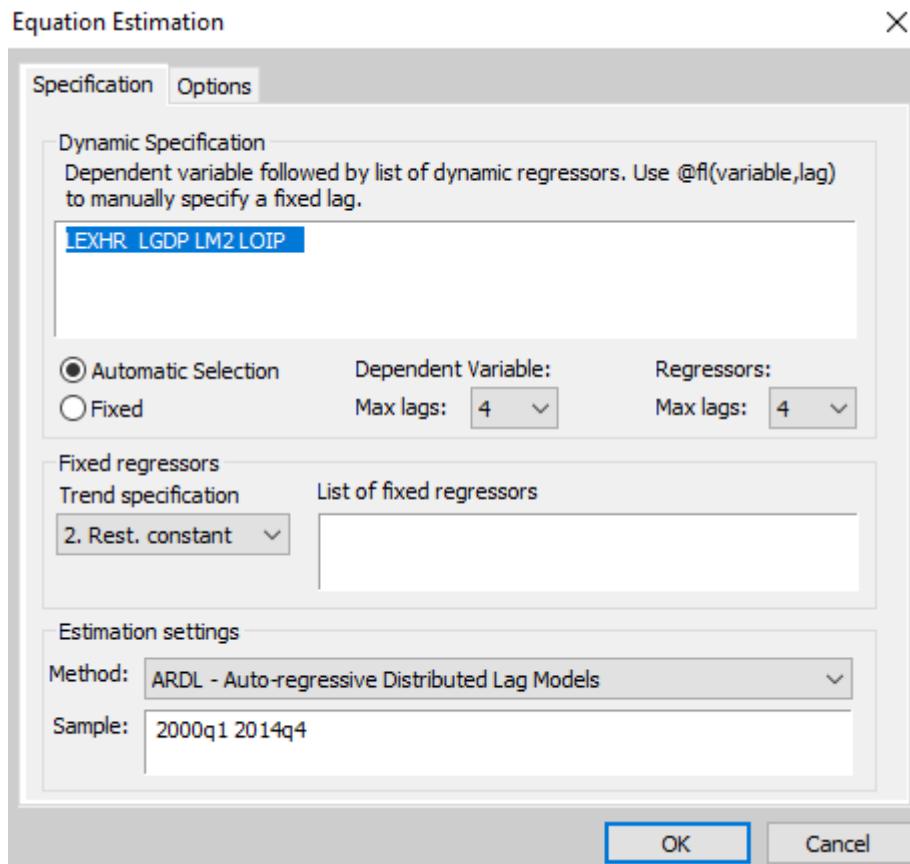
NB: If you find this material including the add-in useful, kindly cite as appropriate.

%%%%%%%%%%%%%

Features

- It is fully compatible with Eviews10 and **should** also work with Eviews 9.
- It allows for estimation of models with multiple asymmetric variables.
- It plots CUSUM and CUSUMSQ graphs.
- It plots multiplier graphs for all the specified threshold variables.
- It allows for the generation of the ARDL testable form through which series of hypothesis tests (e.g., asymmetry tests) can be conducted.
- The Make Nonlinear ARDL routine no longer produces the NARDL## equation objects automatically. Rather, the series to decompose must be specified using the Asyvars keyword as explained below.

- **Working with multiple decomposed variables**
 - Estimate the ARDL model as usual. In this example, we want to study the asymmetry effects of lgdp lm2 and loip on lexhr. You are to ensure that your model satisfies basic regression requirements.



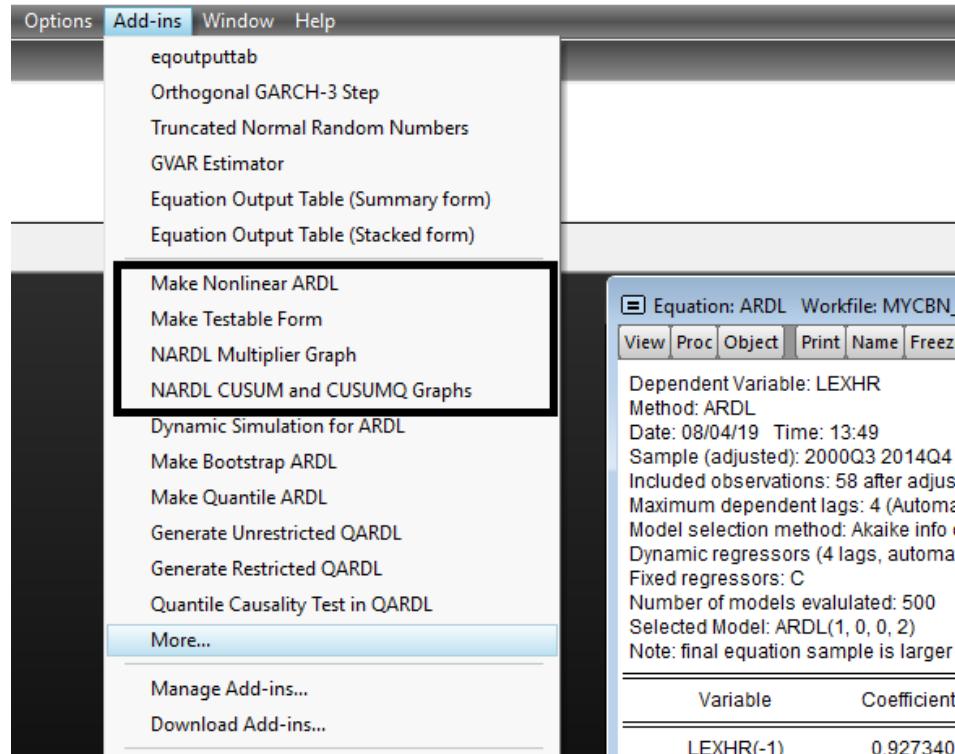
- List the asymmetric variable(s) for the ARDL using Label. To do this, click on **View→Label**. In the **Attribute** column, type **Asyvars**. This is a keyword and should be specified without space. In the corresponding **Value** column, list the asymmetric variable names. Note that other cells are not editable! In the figure below, we have listed three variables in the estimated ARDL model as asymmetric variables: lm2 lgdp loip. (Note also that the number of variables are going to increase. Therefore, be sure that you have enough sample size before engaging in multiple asymmetric variable analysis.) The dependent variable is NOT to be listed.

Equation: ARDL Workfile: MYCBN_PAPER::Untitled\	
View Proc Object Print Name Freeze	
cell can not be edited	
Attribute	Value
Name:	ARDL
Display Name:	
Last Update:	Last updated: 08/04/19 - 13:34
Description:	
Asyvars:	lm2 lgdp loip
Remarks:	

- You don't need to be particularly concerned about the order of the linear ARDL model since you are focused on the asymmetric model. The generated asymmetric ARDL model will determine its own lag order, although using the same **maximum** lag order chosen for the linear ARDL model. The generated asymmetric ARDL can be re-estimated directly from its own equation output view and the new order determined. Our linear ARDL model is given in the figure below:

Equation: ARDL Workfile: MYCBN_PAPER::Untitled\	
View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids	
Dependent Variable: LEXHR Method: ARDL Date: 08/04/19 Time: 13:49 Sample (adjusted): 2000Q3 2014Q4 Included observations: 58 after adjustments Maximum dependent lags: 4 (Automatic selection) Model selection method: Akaike info criterion (AIC) Dynamic regressors (4 lags, automatic): LGDP LM2 LOIP Fixed regressors: C Number of models evaluated: 500 Selected Model: ARDL(1, 0, 0, 2) Note: final equation sample is larger than selection sample	
Variable	Coefficient
LEXHR(-1)	0.927340
LGDP	0.027162
LM2	0.036474
LOIP	-0.030341
LOIP(-1)	-0.115282
LOIP(-2)	0.089837
C	-0.134930
R-squared	0.965150
Adjusted R-squared	0.961050
S.E. of regression	0.024949
Sum squared resid	0.031746
Mean dependent var	4.909468
S.D. dependent var	0.126418
Akaike info criterion	-4.431164
Schwarz criterion	-4.182190

- Having listed the asymmetric variables as explained above, click **Add-ins**→**Make Nonlinear ARDL** to generate the nonlinear ARDL model. The boxed Add-ins are the relevant toolkits needed to do most of the analysis that you might want to carry out.



- After estimation, the workfile will be modified with additional series objects generated for the asymmetric variables with _POS and _NEG appended. The total number of new series objects generated will be twice the number of asymmetric variables listed with the keyword **Asyvars**.
- The nonlinear/asymmetric ARDL model is reported in the figure below:

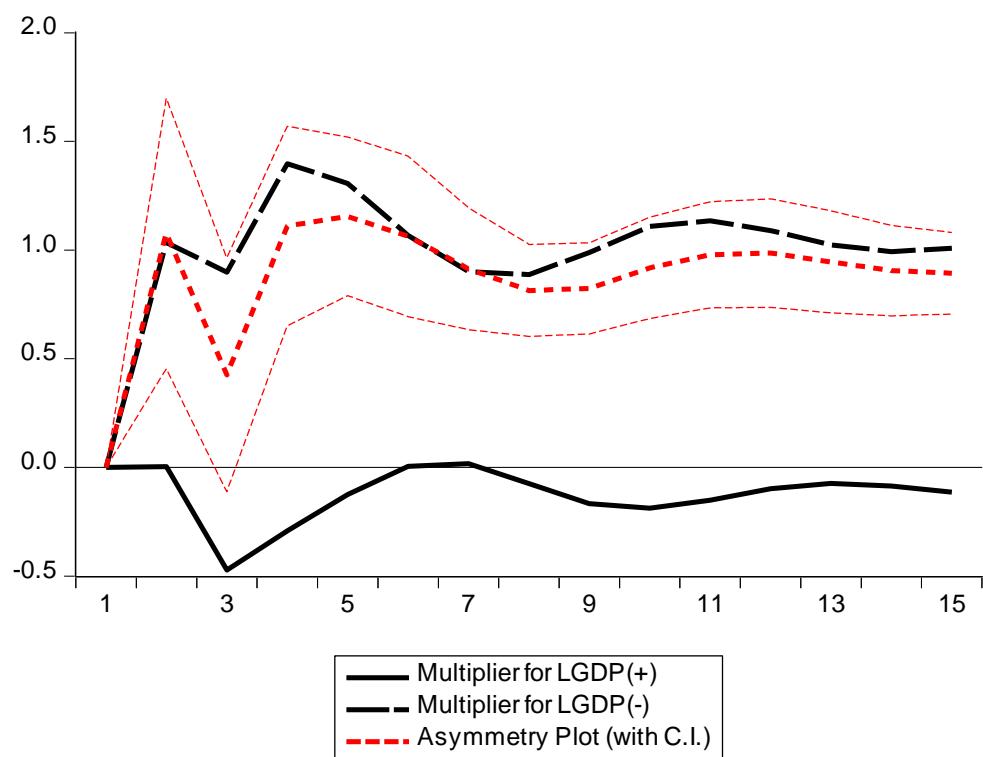
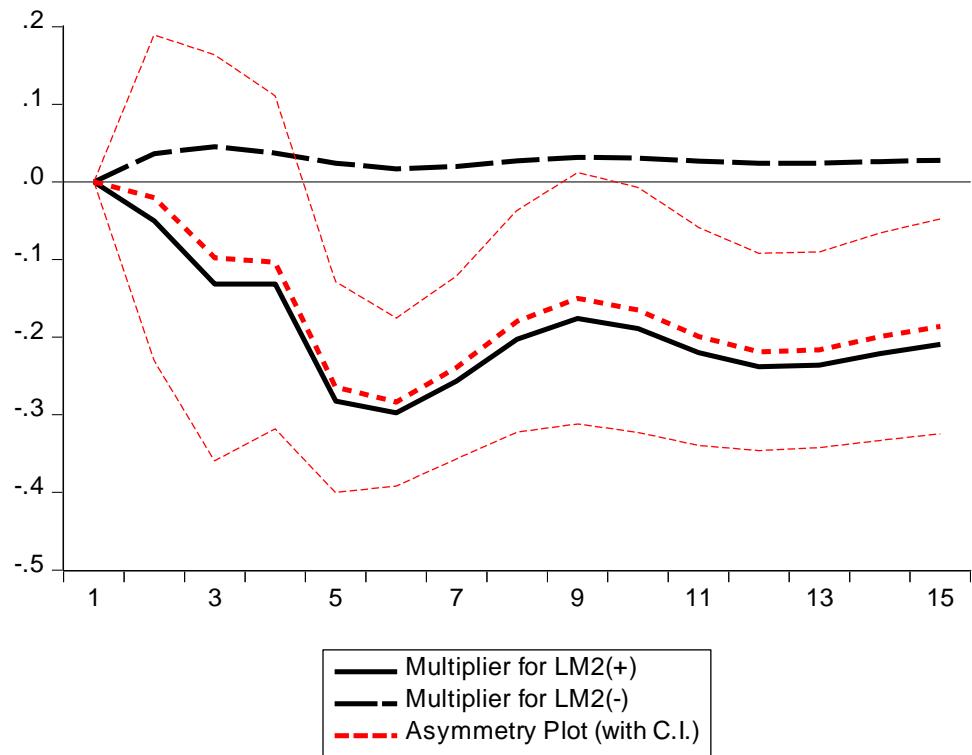
Equation: NARDL09 Workfile: MYCBN_PAPER::Untitled\

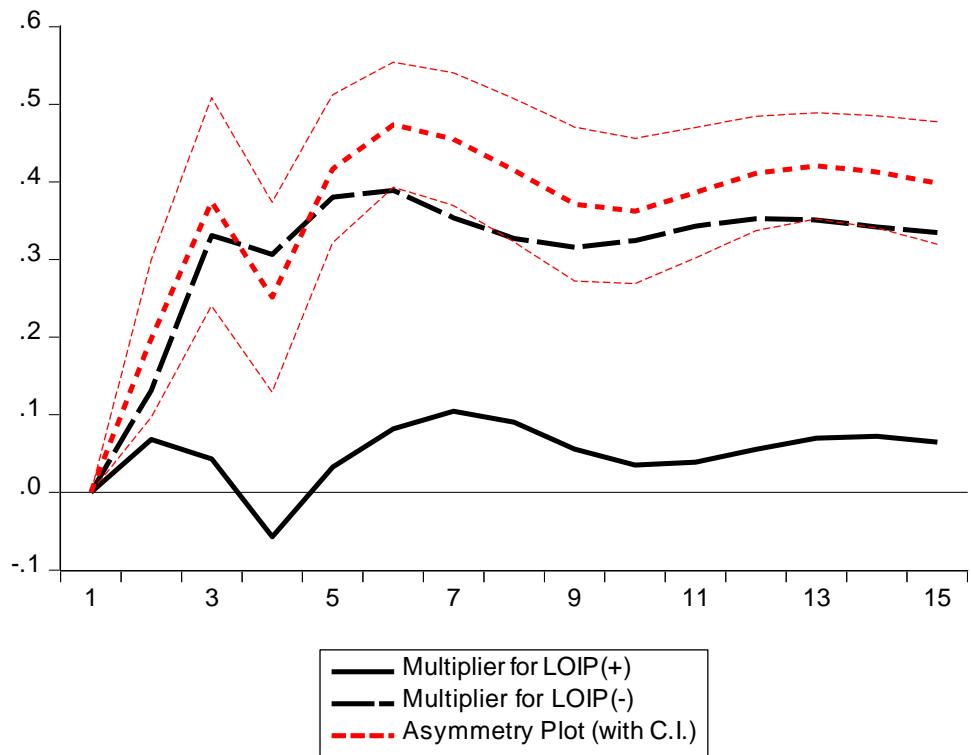
View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: LEXHR
 Method: ARDL
 Date: 08/04/19 Time: 14:10
 Sample (adjusted): 2001Q2 2014Q4
 Included observations: 55 after adjustments
 Maximum dependent lags: 4 (Automatic selection)
 Model selection method: Akaike info criterion (AIC)
 Dynamic regressors (4 lags, automatic): LGDP_POS LGDP_NEG
 LM2_POS LM2_NEG LOIP_POS LOIP_NEG
 Fixed regressors: C
 Number of models evaluated: 62500
 Selected Model: ARDL(4, 2, 2, 3, 0, 3, 4)

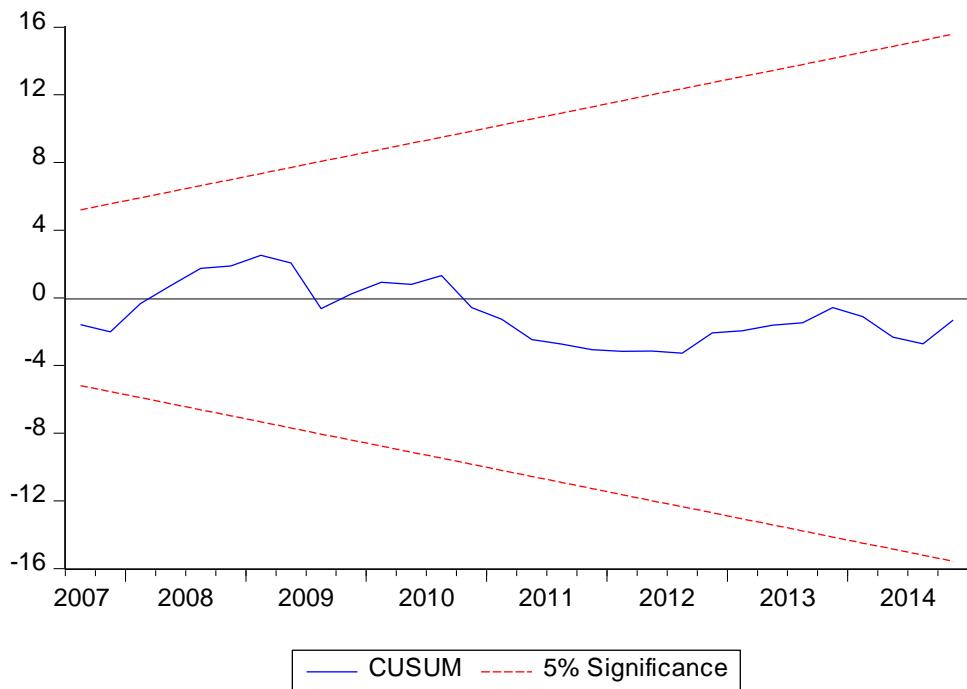
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
LEXHR(-1)	0.293609	0.158746	1.849546	0.0743
LEXHR(-2)	-0.256475	0.136452	-1.879597	0.0699
LEXHR(-3)	-0.243191	0.129802	-1.873554	0.0708
LEXHR(-4)	-0.139840	0.096053	-1.455860	0.1558
LGDP_POS	-0.001607	0.124431	-0.012914	0.9898
LGDP_POS(-1)	-0.468581	0.174163	-2.690474	0.0115
LGDP_POS(-2)	0.312967	0.156617	1.998294	0.0548
LGDP_NEG	-1.061375	0.322505	-3.291036	0.0026
LGDP_NEG(-1)	0.465765	0.371782	1.252789	0.2200
LGDP_NEG(-2)	-0.805391	0.206684	-3.896719	0.0005
LM2_POS	-0.048599	0.043060	-1.128615	0.2680
LM2_POS(-1)	-0.071770	0.047180	-1.521193	0.1387

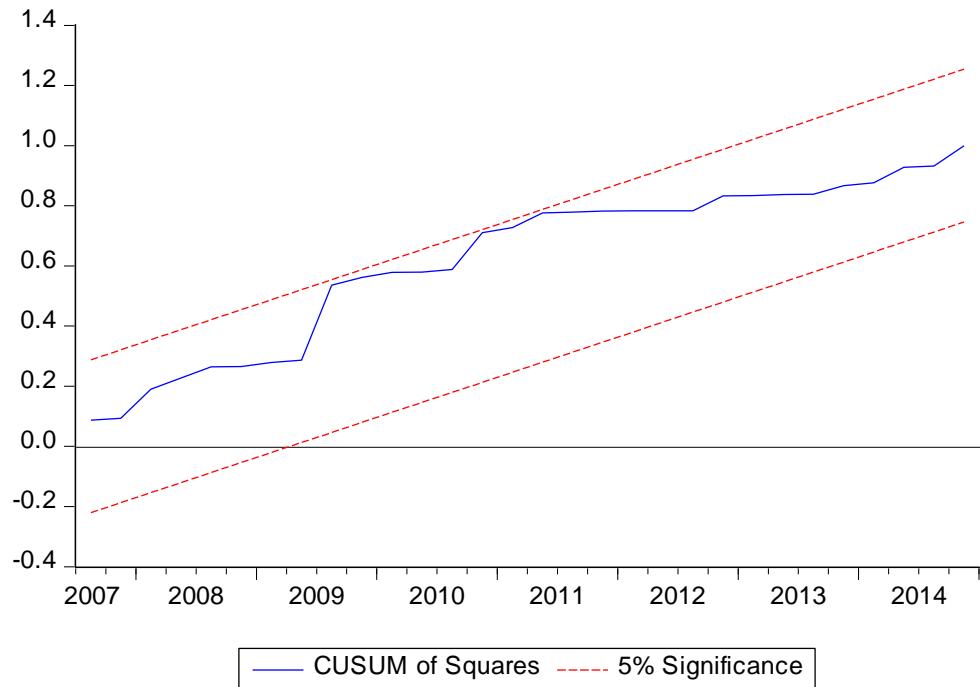
- Generate the multiplier graphs for the asymmetric variables: While the NARDL## is still in focus, click Add-ins→ NARDL Multiplier Graph. The process will communicate the asymmetric variables to the NARDL Multiplier Graph routine.
- Should you want to generate the multiplier graphs for a subset of asymmetric variables, you can simply edit the list through View→Label of the NARDL## equation object. The multiplier graphs will be generated for all the asymmetric variables listed: ***Multiplier effects have been computed as a unit change. Of course, if the variables were log-transformed, the effects should be interpreted as a percentage change.***





- While the NARDL## is still in focus, click **Add-ins→ NARDL CUSUM and CUSUMQ Graph**. The CUSUM and CUSUMSQ graphs for the NARDL model are generated. It can also be used to generate the CUSUM and CUSUMQ graphs for linear model.





- **Testing the short and the long-run asymmetry**

Rather than do the summary for the hypothesis testing, I consider it more appropriate to deliver the full menu so that each analyst can carry out the test of her choice.

Thus the present NARDL add-in comes with a new routine called **Make Testable Form**, which generates an independent equation object called **LRFORM##** for which all the conventional hypothesis-testing tools are available. The equation object **LRFORM##** reports the same results as does the upper panel of the inbuilt routine **Long Run Form and Bounds Test**. It, however, differs from the latter because it's not hardwired and can be used for hypothesis testing. The **Make Testable Form** routine also works with the linear ARDL model specification.

You can generate **LRFORM##** as follows:

- Estimate a linear ARDL model:

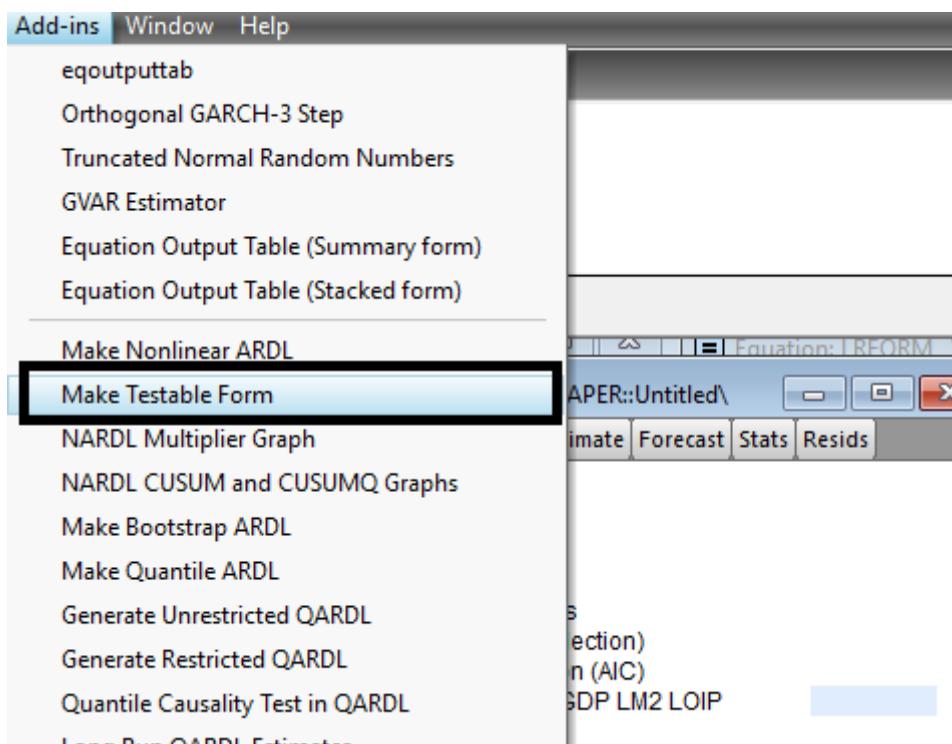
Equation: UNTITLED Workfile: MYCBN_PAPER::Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: LEXHR
 Method: ARDL
 Date: 08/01/19 Time: 23:31
 Sample (adjusted): 2000Q3 2014Q4
 Included observations: 58 after adjustments
 Maximum dependent lags: 4 (Automatic selection)
 Model selection method: Akaike info criterion (AIC)
 Dynamic regressors (4 lags, automatic): LGDP LM2 LOIP
 Fixed regressors: C
 Number of models evaluated: 500
 Selected Model: ARDL(1, 0, 0, 2)
 Note: final equation sample is larger than selection sample

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
LEXHR(-1)	0.927340	0.063610	14.57853	0.0000
LGDP	0.027162	0.092785	0.292746	0.7709
LM2	0.036474	0.021301	1.712294	0.0929
LOIP	-0.030341	0.024400	-1.243487	0.2194
LOIP(-1)	-0.115282	0.034812	-3.311534	0.0017
LOIP(-2)	0.089837	0.028085	3.198814	0.0024
C	-0.134930	1.022617	-0.131946	0.8955
R-squared	0.965150	Mean dependent var	4.909468	
Adjusted R-squared	0.961050	S.D. dependent var	0.126418	
S.E. of regression	0.024949	Akaike info criterion	-4.431164	
Sum squared resid	0.031746	Schwarz criterion	-4.182490	▼

- While the equation object is still in focus, click on **Add-ins→Make Testable Form**. The **Make Testable Form** routine generates **LRFORM##**, which will be listed in the workfile with ## indicating the index number.



Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.134930	1.022617	-0.131946	0.8955
LEXHR(-1)	-0.072660	0.063610	-1.142265	0.2587
LGDP	0.027162	0.092785	0.292746	0.7709
LM2	0.036474	0.021301	1.712294	0.0929
LOIP(-1)	-0.055786	0.020597	-2.708535	0.0092
D(LOIP)	-0.030341	0.024400	-1.243487	0.2194
D(LOIP(-1))	-0.089837	0.028085	-3.198814	0.0024
R-squared	0.458084	Mean dependent var	0.008924	
Adjusted R-squared	0.394329	S.D. dependent var	0.032059	
S.E. of regression	0.024949	Akaike info criterion	-4.431164	
Sum squared resid	0.031746	Schwarz criterion	-4.182490	
Log likelihood	135.5038	Hannan-Quinn criter.	-4.334301	
F-statistic	7.185081	Durbin-Watson stat	1.869802	
Prob(F-statistic)	0.000014			

Figure ?: Output using Make Testable Form

The output is the same as the hardwired output produced by the ARDL Long Run Form. See the figure below. With this at hand, an analyst can go about hypothesis testing as she would using the LS method.

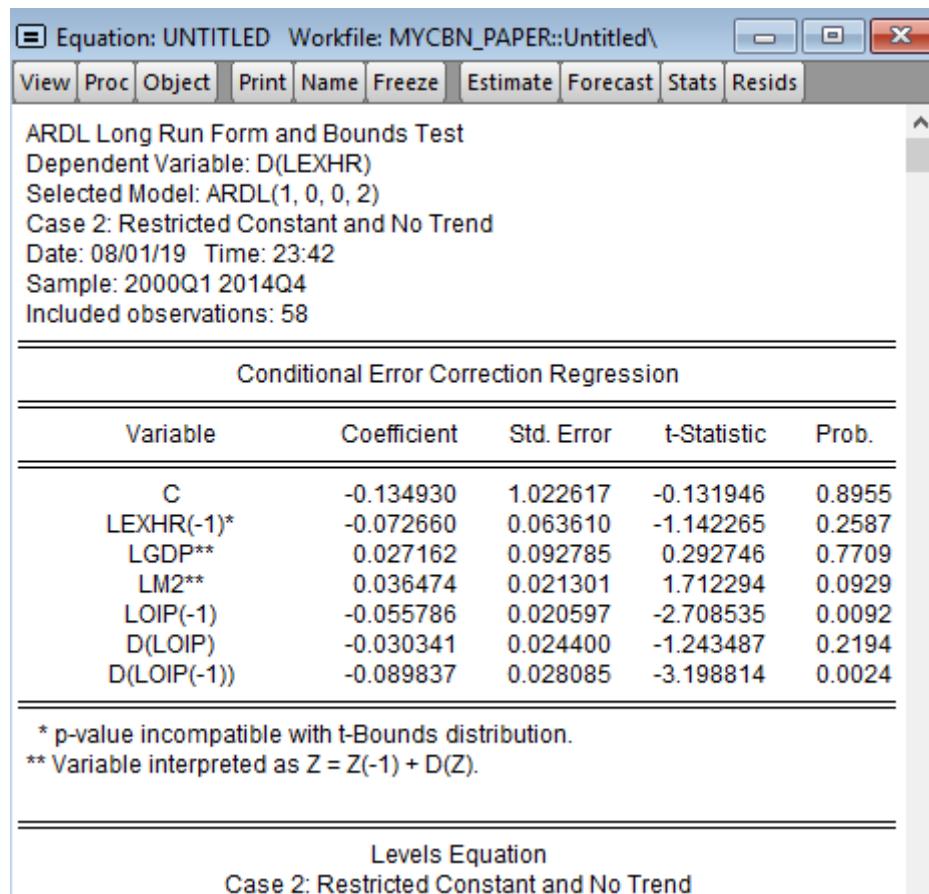


Figure ?: Hardwired Eviews Output

More importantly, it can be used with the NARDL method. To do so, first make the NARDL using **Make Nonlinear ARDL** from which the **Make Testable Form** routine can be used. Thus asymmetry test can be tested from the generated LS output. Using the above estimate, we make the nonlinear ARDL:

Equation: NARDL01 Workfile: MYCBN_PAPER::Untitled\

Sample (adjusted): 2001Q1 2014Q4

Included observations: 56 after adjustments

Maximum dependent lags: 4 (Automatic selection)

Model selection method: Akaike info criterion (AIC)

Dynamic regressors (4 lags, automatic): LGDP_POS LGDP_NEG LM2
LOIP

Fixed regressors: C

Number of models evaluated: 2500

Selected Model: ARDL(1, 0, 0, 4, 2)

Note: final equation sample is larger than selection sample

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
LEXHR(-1)	0.745738	0.107021	6.968112	0.0000
LGDP_POS	-0.047646	0.103927	-0.458454	0.6489
LGDP_NEG	-0.249777	0.205812	-1.213618	0.2314
LM2	-0.049849	0.063493	-0.785111	0.4366
LM2(-1)	-0.030836	0.065186	-0.473050	0.6385
LM2(-2)	0.032290	0.063763	0.506402	0.6151
LM2(-3)	-0.052927	0.067046	-0.789413	0.4341
LM2(-4)	0.149102	0.067184	2.219304	0.0317
LOIP	-0.046768	0.027133	-1.723688	0.0918
LOIP(-1)	-0.071428	0.039870	-1.791509	0.0801
LOIP(-2)	0.072086	0.030895	2.333238	0.0243
C	0.960838	0.663867	1.447335	0.1549
R-squared	0.964726	Mean dependent var	4.919033	
Adjusted R-squared	0.955907	S.D. dependent var	0.117733	

The hardwired from Eviews output is reported as:

Equation: NARDL01 Workfile: MYCBN_PAPER::Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

ARDL Long Run Form and Bounds Test
 Dependent Variable: D(LEXHR)
 Selected Model: ARDL(1, 0, 0, 4, 2)
 Case 2: Restricted Constant and No Trend
 Date: 08/02/19 Time: 00:04
 Sample: 2000Q1 2014Q4
 Included observations: 56

Conditional Error Correction Regression

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.960838	0.663867	1.447335	0.1549
LEXHR(-1)*	-0.254262	0.107021	-2.375807	0.0219
LGDP_POS**	-0.047646	0.103927	-0.458454	0.6489
LGDP_NEG**	-0.249777	0.205812	-1.213618	0.2314
LM2(-1)	0.047780	0.022031	2.168780	0.0355
LOIP(-1)	-0.046110	0.031083	-1.483452	0.1451
D(LM2)	-0.049849	0.063493	-0.785111	0.4366
D(LM2(-1))	-0.128465	0.068524	-1.874749	0.0675
D(LM2(-2))	-0.096175	0.068913	-1.395602	0.1698
D(LM2(-3))	-0.149102	0.067184	-2.219304	0.0317
D(LOIP)	-0.046768	0.027133	-1.723688	0.0918
D(LOIP(-1))	-0.072086	0.030895	-2.333238	0.0243

* p-value incompatible with t-Bounds distribution.
 ** Variable interpreted as $Z = Z(-1) + D(Z)$.

Again, this hardwired output cannot be used for hypothesis testing. Thus, we generate its equivalence using LS:

Equation: LRFORM02 Workfile: MYCBN_PAPER::Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: D(LEXHR)
 Method: Least Squares
 Date: 08/02/19 Time: 00:07
 Sample (adjusted): 2001Q1 2014Q4
 Included observations: 56 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.960838	0.663867	1.447335	0.1549
LEXHR(-1)	-0.254262	0.107021	-2.375807	0.0219
LGDP_POS	-0.047646	0.103927	-0.458454	0.6489
LGDP_NEG	-0.249777	0.205812	-1.213618	0.2314
LM2(-1)	0.047780	0.022031	2.168780	0.0355
LOIP(-1)	-0.046110	0.031083	-1.483452	0.1451
D(LM2)	-0.049849	0.063493	-0.785111	0.4366
D(LM2(-1))	-0.128465	0.068524	-1.874749	0.0675
D(LM2(-2))	-0.096175	0.068913	-1.395602	0.1698
D(LM2(-3))	-0.149102	0.067184	-2.219304	0.0317
D(LOIP)	-0.046768	0.027133	-1.723688	0.0918
D(LOIP(-1))	-0.072086	0.030895	-2.333238	0.0243
R-squared	0.539030	Mean dependent var	0.008759	
Adjusted R-squared	0.423788	S.D. dependent var	0.032568	
S.E. of regression	0.024722	Akaike info criterion	-4.374838	
Sum squared resid	0.026892	Schwarz criterion	-3.940834	
Log likelihood	134.4955	Hannan-Quinn criter.	-4.206575	
F-statistic	4.677356	Durbin-Watson stat	1.648249	v

The two outputs are the same! However, for this particular example there is no short-run asymmetry. To test for the long-run asymmetry, we carry out the Wald test:

Equation: LRF02 Workfile: MYCBN_PAPER:Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: D(LEXHR)
 Method: Least Squares
 Date: 08/02/19 Time: 00:07
 Sample (adjusted): 2001Q1 2014Q4
 Included observations: 56 after adjustments

Wald Test

Coefficient restrictions separated by commas

	Prob.
c(3)=c(4)	0.1549
LGDP	0.0219
LGDP	0.6489
LM2	0.2314
LOIF	0.0355
D(LM)	0.1451
D(LM)	0.4366
D(LM)	0.0675
D(LOIP)	0.1698
D(LOIP(-1))	0.0317
D(LOIP)	0.0918
D(LOIP(-1))	0.0243

R-squared	0.539030	Mean dependent var	0.008759
Adjusted R-squared	0.423788	S.D. dependent var	0.032568
S.E. of regression	0.024722	Akaike info criterion	-4.374838
Sum squared resid	0.026892	Schwarz criterion	-3.940834
Log likelihood	134.4955	Hannan-Quinn criter.	-4.206575
F-statistic	4.677356	Durbin-Watson stat	1.648249

Equation: LRF02 Workfile: MYCBN_PAPER:Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Wald Test:
 Equation: LRF02

Test Statistic	Value	df	Probability
t-statistic	1.001177	44	0.3222
F-statistic	1.002355	(1, 44)	0.3222
Chi-square	1.002355	1	0.3167

Null Hypothesis: C(3)=C(4)
 Null Hypothesis Summary:

Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.
C(3) - C(4)	0.202131	0.201893

Restrictions are linear in coefficients.

The null of no long-run asymmetry is not rejected.

- Testing for Asymmetry in Model with Multiple Decomposed Series

From the analysis in Example 1, we generate the following model from which we plan to test the asymmetry for the short and long run.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	9.845586	1.259063	7.819770	0.0000
LEXHR(-1)	-1.234208	0.168174	-7.338896	0.0000
LOIP_POS(-1)	0.099049	0.030047	3.296466	0.0023
LOIP_NEG(-1)	-0.405753	0.044580	-9.101645	0.0000
LGDP_POS(-1)	-0.224265	0.082167	-2.729370	0.0101
LGDP_NEG(-1)	-1.286981	0.230376	-5.586445	0.0000
LM2(-1)	-0.288936	0.039936	-7.234962	0.0000
D(LEXHR(-1))	0.564110	0.126519	4.458705	0.0001
D(LEXHR(-2))	0.262217	0.102882	2.548725	0.0156
D(LEXHR(-3))	0.132759	0.096852	1.370750	0.1797
D(LOIP_POS)	0.046548	0.045068	1.032832	0.3092
D(LOIP_POS(-1))	-0.075175	0.042903	-1.752212	0.0890
D(LOIP_POS(-2))	-0.120840	0.040868	-2.956834	0.0057
D(LOIP_NEG)	-0.120376	0.026728	-4.503780	0.0001
D(LOIP_NEG(-1))	0.122645	0.046341	2.646551	0.0124
D(LOIP_NEG(-2))	0.181749	0.040304	4.509495	0.0001
D(LGDP_POS)	0.050519	0.124481	0.405840	0.6875
D(LGDP_POS(-1))	-0.220950	0.151748	-1.456028	0.1548
D(LGDP_NEG)	-1.090064	0.329177	-3.311478	0.0023

To help with proper assignment of the estimated coefficients to their placeholders, it is recommended that Representations is generated for the model. This is given in figure below:

Equation: LRFORM03 Workfile: MYCBN_PAPER::Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Estimation Command:

```
=====
LS D(LEXHR) C LEXHR(-1) LOIP_POS(-1) LOIP_NEG(-1) LGDP_POS(-1)
LGDP_NEG(-1) LM2(-1) D(LEXHR(-1)) D(LEXHR(-2)) D(LEXHR(-3)) D
(LOIP_POS(-0)) D(LOIP_POS(-1)) D(LOIP_POS(-2)) D(LOIP_NEG(-0)) D
(LOIP_NEG(-1)) D(LOIP_NEG(-2)) D(LGDP_POS(-0)) D(LGDP_POS(-1)) D
(LGDP_NEG(-0)) D(LGDP_NEG(-1)) D(LM2(-0)) D(LM2(-1)) D(LM2(-2))
=====
```

Estimation Equation:

```
=====
D(LEXHR) = C(1) + C(2)*LEXHR(-1) + C(3)*LOIP_POS(-1) + C(4)*LOIP_NEG(-
1) + C(5)*LGDP_POS(-1) + C(6)*LGDP_NEG(-1) + C(7)*LM2(-1) + C(8)*D
(LEXHR(-1)) + C(9)*D(LEXHR(-2)) + C(10)*D(LEXHR(-3)) + C(11)*D
(LOIP_POS) + C(12)*D(LOIP_POS(-1)) + C(13)*D(LOIP_POS(-2)) + C(14)*D
(LOIP_NEG) + C(15)*D(LOIP_NEG(-1)) + C(16)*D(LOIP_NEG(-2)) + C(17)*D
(LGDP_POS) + C(18)*D(LGDP_POS(-1)) + C(19)*D(LGDP_NEG) + C(20)*D
(LGDP_NEG(-1)) + C(21)*D(LM2) + C(22)*D(LM2(-1)) + C(23)*D(LM2(-2))
=====
```

Substituted Coefficients:

```
=====
D(LEXHR) = 9.84558645371 - 1.23420843304*LEXHR(-1) +
0.0990492167783*LOIP_POS(-1) - 0.405752936578*LOIP_NEG(-1) -
0.224264606266*LGDP_POS(-1) - 1.28698119057*LGDP_NEG(-1) -
0.288935733474*LM2(-1) + 0.564110111134*D(LEXHR(-1)) +
0.262217484702*D(LEXHR(-2)) + 0.132759320394*D(LEXHR(-3)) +
0.0465476609113*D(LOIP_POS) - 0.0751749165377*D(LOIP_POS(-1)) -
0.120839513537*D(LOIP_POS(-2)) - 0.120376367138*D(LOIP_NEG) +
0.120376367138*D(LM2) - 0.120376367138*D(LM2(-1)) - 0.120376367138*D(LM2(-2))
=====
```

- From the figure, the LR asymmetry test involving LOIP can be stated as

$$H_0: C(3)=C(4)$$

and that involving LGDP as

$$H_0: C(5)=C(6)$$

- The short run asymmetry test is given by

$$H_0: C(11)+C(12)+C(13)=C(14)+C(15)+C(16)$$

for LOIP and

$$H_0: C(17)+C(18)=C(19)+C(20)$$

for LGDP.

- Joint test is given by

$$H_0: C(3)=C(4), C(11)+C(12)+C(13)=C(14)+C(15)+C(16)$$

for LOIP and by

$$H_0: C(5)=C(6), C(17)+C(18)=C(19)+C(20)$$

for LGDP.

C

Analyse de la saisonnalité et de la tendance

Table C.1: Test ARCH.

Test d'Hétéroscédasticité: ARCH

F-statistic	917.2085	Prob. F(1,1107)	0.0000
Obs*R-squared	502.5096	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

C.1 Détection de la saisonnalité et de la tendance

Tests de Fischer

Table C.2: Analyse de la variance

Somme des carrés	Degré de liberté	Désignation	Variance
$S_p = N \sum_j (x_{.j} - x_{..})^2$	$p - 1$	Variance Période	$V_p = \frac{S_p}{p-1}$
$S_A = P \sum_i (x_{i.} - x_{..})^2$	$N - 1$	Variance Année	$V_A = \frac{S_A}{N-1}$
$S_R = \sum_i \sum_j (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2$	$(p - 1)(N - 1)$	Variance Résidu	$V_R = \frac{S_R}{(p-1)(N-1)}$
S_T	$N \times p - 1$	Variance Totale	$V_T = \frac{S_T}{N \times p - 1}$

Table C.3: Analyse de la variance volume des transactions

Somme des carrés	Degrés de liberté	Désignation	Variance
0,45	4	Variance période	0,11
58,26	221	Variance semaine	0,26
9,42	884	Variance Résidus	0,010

Table C.4: Analyse de la variance après désaisonnalisation du volume des transactions.

Somme des carrés	Degrés de liberté	Désignation	Variance
0,15	4	Variance période	0,04
58,19	221	Variance semaine	0,27
9,41	884	Variance Résidus	0,01

Table C.5: Analyse de la variance du taux REFI.

Somme des carrés	Degrés de liberté	Désignation	Variance
0,010	4	Variance période	0,0026
2958,43	221	Variance semaine	13,4
3,06	884	Variance Résidus	0,003

Analyse de Buys-Ballot

Table C.6: Tableau de Buys-Ballot semaines 1-70.

Semaines	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	Mean xi.	Sigma si.
S1	10,40919008	10,4911631	10,42076234	10,28192399	10,43137676	10,40688325	0,0766743
S2	10,42590572	10,35888503	10,35054236	10,32633406	10,39249692	10,37083282	0,038848907
S3	10,36662391	10,38381273	10,3952221	10,39326317	10,34939058	10,3776625	0,019433847
S4	10,41280204	10,36053258	10,42596503	10,4277426	10,43684736	10,41277792	0,030441565
S5	10,38486377	10,39705511	10,26224533	10,14021838	10,27266896	10,29141031	0,104827486
S6	10,51355199	10,38927225	10,34955063	10,36021595	10,29099234	10,38071663	0,082402182
S7	10,34070969	10,31725146	10,06398945	10,30985226	10,36995368	10,28035131	0,123203187
S8	10,43025542	10,40629109	10,58814883	10,38018746	10,36772459	10,43452148	0,08920556
S9	10,32639957	10,38145935	10,34743592	10,35932887	10,34499525	10,35192379	0,020290489
S10	10,37467798	10,37342868	10,39148458	10,39830574	10,26879017	10,36133743	0,052831501
S11	10,30725121	10,32551475	10,39142319	10,36923212	10,35015858	10,34871597	0,033557871
S12	10,40982311	10,48757293	10,27914616	10,26840841	10,26989993	10,34297011	0,100438407
S13	9,98989458	9,963735633	10,10444684	10,16801294	10,22777876	10,09077375	0,113179623
S14	10,20887447	9,796904067	10,01209529	10,18907994	10,22940428	10,08727161	0,183928434
S15	10,39748233	10,44100379	10,4673799	10,33893209	10,36838441	10,4026365	0,052253659
S16	10,34961464	10,26339726	10,16673604	10,28834171	10,36775602	10,28716913	0,079787678
S17	10,42126893	10,34280643	10,32462914	10,35656573	10,41403314	10,37186103	0,043383578
S18	10,40526234	10,54125415	10,3955584	10,37651785	10,378572	10,41943295	0,069142115
S19	10,55560438	10,49590238	10,47585032	10,42284666	10,39341635	10,46872402	0,063469721
S20	10,42460008	10,38040473	10,36574249	10,36265139	10,43810782	10,3943013	0,034811869
S21	10,46740835	10,36973413	10,40019397	10,39485509	10,46589943	10,41961819	0,044454422
S22	10,45403376	10,41205062	10,44249239	10,344545	10,40647252	10,41191886	0,042653611
S23	10,3302248	10,46786342	10,61329517	10,51672535	10,55168967	10,49595968	0,106726419
S24	10,60241798	10,71778985	10,79008167	10,77981009	10,70058926	10,71813777	0,075296982
S25	10,58073398	10,6948951	10,63241202	10,61029106	10,5666651	10,61699945	0,050495083
S26	10,66855997	10,70517519	10,72421407	10,70094947	10,63607177	10,68699414	0,034797766
S27	10,84511459	10,79998366	10,88655804	10,87706558	10,7344818	10,82864073	0,062565768
S28	10,98985855	10,97471152	10,94303962	10,92334519	10,94667522	10,95552602	0,026536101
S29	10,95813925	10,96947334	10,95231418	10,92658575	10,89688746	10,94068	0,029093255
S30	10,83616331	10,81897796	10,79368069	10,76654627	10,76329259	10,79573216	0,031950729
S31	10,80255074	10,75271926	10,74343705	10,59051605	10,69068275	10,71598117	0,08059049
S32	10,78172329	10,88637094	10,81206864	10,40308032	10,47661169	10,67197098	0,216856927
S33	10,79781893	10,76013443	10,76844288	10,73424218	10,69389755	10,7509072	0,039118971
S34	10,73967391	10,70681113	10,37611274	10,44738038	10,58306812	10,57060926	0,158353466
S35	10,62888409	10,5424689	10,67151027	10,64375684	10,28051889	10,5534278	0,159996739
S36	10,31257941	10,68037828	10,67225228	10,65043613	10,58329617	10,57978845	0,154168693
S37	10,53717662	10,72963473	10,47107151	10,48960616	10,68606402	10,58271061	0,117764274
S38	10,78384018	10,55265672	10,59758428	10,54644609	10,61976515	10,62005848	0,096554908
S39	10,63782466	10,5544055	10,52559513	10,40405057	10,39231294	10,50283778	0,104131183
S40	10,4856473	10,6553988	10,66623076	10,67004782	10,50328513	10,59612196	0,093162957
S41	10,65450262	10,65899902	10,61868972	10,6171234	10,68679531	10,64722201	0,029486307
S42	10,71301679	10,62325232	10,72893412	10,86435004	10,71703656	10,72931796	0,086458503
S43	10,69939437	10,84698481	10,71918417	10,70452455	10,72639026	10,73929563	0,061174172
S44	10,7079972	10,7320612	10,79501417	10,67816864	10,52309583	10,68726741	0,101341832
S45	10,68873522	10,7069007	10,75696627	10,77622339	10,76502638	10,73877039	0,03854345
S46	9,508368736	10,67998734	10,64043628	10,62757607	10,27066218	10,34540612	0,496191876
S47	10,63720069	10,64275467	10,64081907	10,65128862	10,66630071	10,64767275	0,011628627
S48	10,67632353	10,6768082	10,60675832	10,57359638	10,41942011	10,59058131	0,105632789
S49	10,38498735	10,6025174	10,59925629	10,40389914	10,58516925	10,51516589	0,110599159
S50	10,65909297	10,64561536	10,64144078	10,64811176	10,6352543	10,64590303	0,008835195
S51	10,72531375	10,81253209	10,71301679	10,68514915	10,66585758	10,72037387	0,056534225
S52	10,61004442	10,61344268	10,59863274	10,56023005	10,47135492	10,57074096	0,059443703
S53	10,59064181	10,59673473	10,66434011	10,56604665	10,70810902	10,62517446	0,058969292
S54	10,72526978	10,75534642	10,71526186	10,68306469	10,75432201	10,72665295	0,03008529
S55	10,80962693	10,7919959	10,80843418	10,78471054	10,7295253	10,78485857	0,032718558
S56	10,7433507	10,74389027	10,70252511	10,69162668	10,64894251	10,70606705	0,039701854
S57	10,55799785	10,74819635	10,73546146	10,70486114	10,56338814	10,66198099	0,093813935
S58	10,82229511	10,84904578	10,78072556	10,73463425	10,72913122	10,78316638	0,052802172
S59	10,77732997	10,69046655	10,67097661	10,68661254	10,68249128	10,70157539	0,042972486
S60	10,72599494	10,72790419	10,68706941	10,61565274	10,60423081	10,67217042	0,059235444
S61	10,65083879	10,64101041	10,67093019	10,71257162	10,64335132	10,66374046	0,029727933
S62	10,61991171	10,70425519	10,64382839	10,65192752	10,74203294	10,67239115	0,049633605
S63	10,73565727	10,06781485	10,77774723	10,75758368	10,78444122	10,62464885	0,311861893
S64	10,75824325	10,81693424	10,66010237	10,59723455	10,65199848	10,69690258	0,08870545
S65	10,69709074	10,67164944	10,3832868	10,03806215	10,13463896	10,38494562	0,301088847
S66	10,22270463	10,56328475	10,50671003	9,889692842	10,41018467	10,31851538	0,272397228
S67	10,75077113	10,75051395	10,69957482	10,6722291	10,65112292	10,70484238	0,045200928
S68	10,72269453	10,67269259	10,70081455	10,71419552	10,81263282	10,724606	0,052729943
S69	10,86253121	10,81083844	10,85672719	10,79830947	10,74645462	10,81497219	0,047420281
S70	10,7448392	10,87538327	10,67724651	10,64901369	10,48860399	10,68701733	0,141184892

Table C.7: Tableau de Buys-Ballot (*suite 1*) semaines 71-141.

S71	10,63928705	10,692899	10,71548387	10,69328492	10,65765927	10,67972282	0,030652269
S72	10,65499798	10,67521483	10,64347061	10,67218274	10,67456752	10,66408674	0,014202614
S73	10,67062841	10,63328002	10,62310625	10,62987607	10,6365283	10,63868381	0,018537405
S74	10,64213377	10,63897557	10,62400668	10,64606755	10,58893013	10,62802274	0,023393706
S75	10,77375529	10,76447697	10,80159395	10,75098539	10,66127481	10,75041728	0,053169754
S76	10,58885455	10,4331153	10,71925052	10,7560501	10,69026168	10,63750643	0,130058211
S77	10,7554744	10,79835034	10,60092551	10,68173387	10,61604513	10,69050585	0,085873933
S78	10,64320816	10,62459031	10,60690679	10,55171582	10,60206994	10,6056982	0,034251392
S79	10,56542782	10,59883232	10,71739112	10,67812255	10,81058617	10,674072	0,097459784
S80	10,82731481	10,84376821	10,89583151	10,8867264	10,87210504	10,8651492	0,028913452
S81	10,81063663	10,66366234	10,63318361	10,76396955	10,69085341	10,71246111	0,073185869
S82	10,75896615	10,76172535	10,77115511	10,76871654	10,78066317	10,76824526	0,008536757
S83	10,77814346	10,85286484	10,72269453	10,68288123	10,43299753	10,69391632	0,159206953
S84	10,55017186	10,71061053	10,76635641	10,77436242	10,75310415	10,71092107	0,093163431
S85	10,76846394	10,72965662	10,50493054	10,48313003	10,62915032	10,62306629	0,12852743
S86	10,66979225	10,71942742	10,72271657	10,72581919	10,46552897	10,66065688	0,111478547
S87	10,46478764	10,71165841	10,73984724	10,72403801	10,54534144	10,63713455	0,124283293
S88	10,53558346	10,79965721	10,65848214	10,67435937	10,75975223	10,68556688	0,10231604
S89	10,73965224	10,68418763	10,68432505	10,61349185	10,72181258	10,68869387	0,048446726
S90	10,71588336	10,82159663	10,6912856	10,65525735	10,63628804	10,7040622	0,072616411
S91	10,68558381	10,62166875	10,60962499	10,61633932	10,61670693	10,62998476	0,031374472
S92	10,6377047	10,53217621	10,44793169	10,67401235	10,73694001	10,60575299	0,115337973
S93	10,85770971	10,74447267	10,78087112	10,81999826	10,86166851	10,81294405	0,050360701
S94	10,6582471	10,76972632	10,76278456	10,8132772	10,82873803	10,76655464	0,066716877
S95	10,82990682	10,81911807	10,8702052	10,61164649	10,82392966	10,79096125	0,102261755
S96	10,81486624	10,90954586	10,83010478	10,77820601	10,68907717	10,80436001	0,080329637
S97	10,71250483	10,88534128	10,89801629	10,77016778	10,9273763	10,8386813	0,092438088
S98	10,84490007	10,8587682	10,8293325	10,84365105	10,81247166	10,8378247	0,017589286
S99	10,81701447	10,84341668	10,84288916	10,81363948	10,79487065	10,82236609	0,020767262
S100	10,78340471	10,72832067	10,61317223	10,67162624	10,57451693	10,67420816	0,084442946
S101	10,60641178	10,7542793	10,77476	10,76274222	10,73659231	10,72695712	0,068804443
S102	10,79113187	10,84296733	10,82001826	10,82379023	10,82844066	10,82126967	0,01896324
S103	10,86740587	10,83186495	10,79980004	10,62230248	10,79751223	10,78377711	0,094638329
S104	10,6075994	10,68777715	10,60433005	10,72967851	10,69432843	10,66474271	0,055985725
S105	10,64896624	10,72150372	10,66181367	10,70331188	10,69505371	10,68612984	0,029994076
S106	10,80028961	10,8030593	10,77136505	10,77054602	10,87895244	10,80484248	0,044196098
S107	10,80022843	10,84857952	10,84706266	10,85695846	10,92327306	10,85522042	0,044070832
S108	10,86610828	10,82709148	10,78080874	10,80563879	10,83304983	10,82253942	0,031845394
S109	10,90367816	10,86253121	10,8550489	10,86742494	10,67846814	10,83343027	0,088625467
S110	10,85736304	11,02573498	10,96472675	10,94311034	10,96579886	10,9513468	0,060873378
S111	10,98205018	10,98165901	10,8656308	10,85317438	10,85330977	10,90716483	0,068369605
S112	10,86260786	10,90826524	10,84335808	10,85307765	10,87797172	10,86905611	0,02536791
S113	10,92440853	10,85553145	10,83592719	10,78060077	10,76667282	10,83262815	0,063277242
S114	10,82219536	10,80006525	10,95353965	10,98339261	10,94349921	10,90053842	0,083294762
S115	10,93232095	10,88506028	10,85984479	10,78303131	10,76371574	10,84479461	0,070528682
S116	10,73371918	10,73952222	10,6427308	10,67472939	10,70263754	10,69866783	0,040667671
S117	10,56059296	10,61861636	10,45134881	10,26601036	9,951277216	10,36956914	0,269673453
S118	10,25881659	10,27742759	10,62310625	10,46087228	9,52134827	10,2283142	0,422222504
S119	10,46278901	10,90319989	10,77283342	10,86578362	10,89395768	10,77971272	0,184524496
S120	10,94319873	10,97177808	10,88668899	10,92834565	10,97150317	10,94030292	0,035319813
S121	11,02495337	10,95764278	10,98625836	10,98835582	11,00849601	10,99314127	0,025387967
S122	10,94715075	10,93160584	10,89646151	10,81378033	10,8112823	10,88005615	0,06432441
S123	10,84449041	11,03228951	11,00161639	10,96323773	10,99891143	10,96810909	0,0733075
S124	11,00058202	11,08075697	10,99547796	10,95535758	10,95663165	10,99776124	0,050968558
S125	10,98429222	10,94261519	10,92181127	10,94565294	10,93660086	10,9461945	0,02319009
S126	10,94959529	10,93053223	10,87237073	10,85639947	10,84939534	10,89165861	0,045467654
S127	10,80295761	11,00955531	10,98305293	10,97922349	10,96162501	10,94728287	0,082481871
S128	11,05437599	11,04842666	11,0069547	10,95960979	10,91755814	10,99738505	0,05861761
S129	10,93706342	10,98239021	10,96230163	10,92141387	10,97767053	10,95616793	0,026269844
S130	10,98980794	10,91539751	10,88661416	10,85869126	10,80889932	10,89188204	0,067375753
S131	10,84490007	10,83620266	10,77976846	10,80458343	10,76536434	10,80616379	0,034520428
S132	10,88838975	10,83018396	10,82448718	10,74281084	10,75805181	10,80878471	0,059092801
S133	10,84690695	10,80291693	10,79521916	10,80900041	10,84355829	10,81952035	0,024003847
S134	10,8769617	10,94059671	10,87664999	10,87428541	10,87417177	10,88853311	0,029133184
S135	10,90650629	10,90646961	10,87168739	10,82239486	10,3989457	10,78120077	0,21644715
S136	10,5356366	10,65221134	10,90098954	10,8906281	10,83376008	10,76264513	0,161481148
S137	10,83661574	10,8158305	10,82420846	10,85284549	10,82157667	10,83021537	0,014753996
S138	10,82671418	10,82307285	10,86608919	10,86950135	10,85880667	10,84883685	0,022233186
S139	10,83912983	10,78731707	10,53014765	10,33562705	10,83726451	10,66589722	0,224513584
S140	10,86990089	10,75019238	10,66197762	10,66993166	10,34112939	10,65862639	0,196191635
S141	10,43143574	10,86915875	10,87394445	10,90305269	10,87685781	10,79088989	0,201371753

Table C.8: Tableau de Buys-Ballot (*suite 2*) semaines 142-212.

S142	10,88034643	10,90947273	10,6416559	10,47861104	10,86670004	10,75535723	0,187941183
S143	10,9090521	10,90200322	10,80210299	10,74838969	10,74227069	10,82076374	0,080842553
S144	10,81452451	10,80395373	10,71723602	10,68258305	10,88447929	10,78055532	0,080792147
S145	11,02805994	10,9619547	10,93976334	10,92029308	10,86333573	10,94268136	0,060138262
S146	10,93069334	10,88198283	10,86902549	10,88991983	10,94936691	10,90419768	0,034193273
S147	10,97708968	10,95792153	10,94750285	10,96604079	10,99358032	10,96842703	0,017759578
S148	11,05410705	11,08143461	10,9599923	10,93360684	10,94277438	10,99438303	0,068346279
S149	11,02519769	11,03519607	11,00066548	10,96761191	10,95595119	10,99692447	0,034699141
S150	10,91628774	10,95865288	10,93569291	10,9090521	10,68903158	10,88174344	0,109433243
S151	10,72342156	10,96714601	10,93958594	10,89338184	10,86270367	10,8772478	0,095002742
S152	10,82591939	10,7773091	10,75585824	10,72126097	10,65709464	10,74748847	0,063185559
S153	10,62422558	10,77381811	10,73709209	10,7839231	10,81353886	10,74651955	0,073621527
S154	10,88386045	10,86744401	10,95964457	10,93362469	11,03435726	10,9357862	0,066439987
S155	11,07946204	11,19459173	11,29008187	11,2760379	11,12846814	11,19372833	0,09134453
S156	11,06701329	11,14331001	11,02836845	10,99748923	11,0667946	11,06059512	0,054640396
S157	11,04852212	10,96266577	10,84140278	10,83431215	10,47852664	10,8330859	0,217362974
S158	10,85245842	11,13157719	11,06593499	11,17873861	11,16091107	11,07792406	0,133142375
S159	11,11758394	11,0264184	11,04188129	11,03880136	11,04340172	11,05361734	0,036376899
S160	11,04855395	11,10846985	11,1519556	11,15517852	11,11529459	11,1158905	0,043109953
S161	11,06483987	11,19114872	11,17411851	11,16557831	11,06068317	11,13127371	0,063233651
S162	10,78863843	11,06066745	11,26697377	11,23337028	11,12789514	11,09550901	0,190288099
S163	11,21519306	11,1959107	11,20138776	11,07445151	11,07545872	11,15248035	0,071119344
S164	11,20759524	11,2099673	11,19666558	11,2156374	11,18439362	11,20285183	0,012405403
S165	11,18101282	11,14798791	11,15102259	11,11897876	11,09575714	11,13895184	0,032638877
S166	11,10491211	11,04016604	10,92658575	11,06096606	11,12312207	11,05115041	0,077142073
S167	11,15897538	11,12931969	11,13225053	11,06992981	11,02085617	11,10226632	0,055946664
S168	10,98536052	10,99536052	10,96505542	10,95070128	10,8510056	10,94949667	0,057735876
S169	10,97710677	10,9205101	10,89263834	10,82633673	10,52328417	10,82797522	0,178762108
S170	10,69285359	10,53876724	10,76549104	10,78253322	9,994059251	10,55474087	0,327871601
S171	10,61075951	11,00486269	11,04378546	10,97234485	11,03605028	10,93356056	0,182648848
S172	11,19030682	11,14856391	11,13227979	11,14264409	11,1100869	11,1447763	0,029374469
S173	11,15729283	11,06559094	11,05863769	11,03154537	11,02085617	11,0667846	0,053876622
S174	11,02057806	10,99130849	10,91005765	10,91692314	10,92466069	10,95270561	0,04995649
S175	10,93734796	10,88863248	11,02498594	11,0351477	11,01211618	10,97964605	0,063763324
S176	11,04504757	11,08959166	11,12375684	11,06509029	11,0439613	11,07348953	0,033680448
S177	11,06812164	11,10899418	11,08067994	11,0172019	11,02131406	11,05926234	0,039432251
S178	11,02693878	11,03679108	11,04903114	10,98980794	10,97855823	11,01622543	0,030539474
S179	10,9460937	10,87362232	10,93892927	10,95865288	10,96821553	10,93710274	0,037236914
S180	11,08896537	11,08690044	11,04482403	11,09261064	11,03186898	11,06903389	0,028459135
S181	11,13735891	11,09294552	11,00644041	11,09437512	11,06610697	11,07944539	0,048132024
S182	11,179779962	11,19284416	11,21113095	11,09778874	11,06335172	11,14898304	0,064593734
S183	10,98359637	11,03587305	10,97886533	10,91864577	10,86641375	10,95667885	0,065350628
S184	10,98281508	11,03982906	11,03884956	11,00920785	11,03152919	11,02044615	0,024390638
S185	11,05336314	11,0956509	11,12071216	11,05423362	10,99854535	11,06450067	0,046663344
S186	11,05953507	11,12779226	11,08063372	11,04860167	10,9986606	11,06304466	0,047084632
S187	10,99769013	11,04790142	11,03335623	10,9570153	10,85892207	10,97897703	0,075751831
S188	11,02823856	11,0947246	11,11608307	11,18500456	10,9965679	11,08412374	0,074330168
S189	11,00688836	11,18104069	11,20347483	11,20520394	11,1494273	11,14920702	0,082687186
S190	11,14755569	11,09963482	10,85013289	10,76310211	11,00953877	10,97399285	0,163546378
S191	11,11217921	11,07814997	11,06328901	11,12545252	10,71663753	11,01914165	0,170951532
S192	10,54810079	11,11765818	11,08927093	11,12912889	11,06231654	10,98929506	0,247997121
S193	11,12017913	11,10638478	11,02304561	10,95185862	11,0070708	11,04170779	0,070643002
S194	11,08530677	11,05109633	11,04069536	11,05857469	11,02775134	11,0526849	0,021603419
S195	11,13232369	11,12948111	11,14023728	11,09963482	11,05611443	11,11155826	0,034608902
S196	11,10197534	10,69961993	11,03770827	10,98595352	10,90485446	10,9460223	0,155508111
S197	11,17205356	11,15646478	11,09260704	11,01358365	10,97715803	11,08244415	0,085799819
S198	10,99544441	10,9857333	11,00466322	10,97835345	11,00126616	10,99309211	0,01092725
S199	11,07583036	11,10193009	11,10170382	11,04399326	10,98310389	11,06131228	0,049770872
S200	11,04463237	11,04874485	11,03934746	10,94931421	10,92671156	11,00175009	0,058824446
S201	10,92471471	11,12338784	11,10304563	10,98580107	10,9572245	11,01883475	0,089118528
S202	11,06209682	11,05139781	11,11061039	11,03256438	11,00775051	11,05288398	0,038305807
S203	10,86159179	10,81633235	11,00722004	11,04047083	11,0117696	10,94747692	0,101150644
S204	11,06181424	11,06654461	11,1103412	11,13393187	10,95905315	11,06633702	0,06714864
S205	10,89825669	10,98945355	10,97179526	10,8514126	11,06552837	10,95528929	0,083119466
S206	11,02262116	10,93376747	10,9417658	10,96259642	10,94588216	10,9613266	0,035844447
S207	11,0147857	11,00736927	10,99178011	10,97510541	11,03301694	11,00441149	0,02209662
S208	11,04168908	11,03480902	11,10629468	10,97901885	10,94934935	11,02223219	0,060791757
S209	11,03165864	10,99235249	10,95287458	10,93560385	10,74524868	10,93154765	0,1105645
S210	10,98524187	10,97241353	10,97597829	11,00712055	11,07644945	11,00344074	0,042988037
S211	11,09134622	11,045303	11,01795679	11,01081178	10,97961562	11,02900668	0,041965519
S212	10,99974708	10,99794121	10,97587564	10,93852086	10,91170091	10,96475714	0,038575913

Table C.9: Tableau de Buys-Ballot (*suite 3 et fin*) semaines 212-222.

S213	10,9543791	10,96545315	10,95858325	10,94139397	10,9327319	10,95050827	0,013253375
S214	10,92787904	10,67366522	10,8955349	11,04592532	11,04522319	10,91764553	0,152357935
S215	11,11667775	11,09754638	11,06743492	11,03540566	10,9758072	11,05857438	0,055588943
S216	11,02628826	11,07195234	11,06986752	10,98259417	10,98063784	11,02626803	0,044658405
S217	11,0075682	11,00069886	11,05211148	11,04990539	10,98891328	11,01983944	0,029235333
S218	10,98031425	10,94132312	10,99247029	10,88096745	11,00003104	10,95902123	0,049141764
S219	11,04692979	11,03104357	10,99577991	10,99218418	10,96909444	11,00700638	0,03144325
S220	10,76170416	10,92103439	10,95399444	10,97491705	10,95367961	10,91306593	0,086781417
S221	11,04074346	10,97440314	10,96598895	10,89738726	10,85676574	10,94705771	0,071594306
S222	10,85997929	10,86318254	10,86955843	10,96330704	10,69114914	10,84943529	0,0983951
Mean x.j	10,79054173	10,81286909	10,80084065	10,7764326	10,75475735	Mean general	Sigma general
Sigma s.j	0,251487371	0,241019252	0,238105647	0,248563315	0,257741	10,78708828	0,24785738

Table C.10: Test de Buys Ballot.

Dependent Variable: σ_i .
 Methode d'estimation : MCO
 Included observations: 222

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.103040	0.206309	5.346553	0.0000
x_i .	-0.094830	0.019121	-4.959389	0.0000
R-squared	0.100556	Mean dependent var		0.080106
Adjusted R-squared	0.096468	S.D. dependent var		0.068668
S.E. of regression	0.065272	Akaike info criterion		-2.611541
Sum squared resid	0.937294	Schwarz criterion		-2.580886
Log likelihood	291.8811	Hannan-Quinn criter.		-2.599165
F-statistic	24.59554	Durbin-Watson stat		1.394399
Prob(F-statistic)	0.000001			

D

Analyse de la stationnarité

D.1 Analyse du corrélogramme

Figure D.1: Correlogramme du volume des transactions.

Date: 02/20/24, Time: 20:35	Sample: 9/30/2019 12/29/2023	Included observations: 1110	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
					1 0.895	0.895	890.84	0.000
					2 0.823	0.115	1645.8	0.000
					3 0.801	0.237	2361.9	0.000
					4 0.789	0.129	3056.4	0.000
					5 0.771	0.073	3720.2	0.000
					6 0.755	0.067	4357.0	0.000
					7 0.736	0.022	4963.6	0.000
					8 0.721	0.038	5546.4	0.000
					9 0.706	0.013	6104.9	0.000
					10 0.692	0.023	6642.7	0.000
					11 0.674	-0.015	7152.6	0.000
					12 0.664	0.041	7647.9	0.000
					13 0.656	0.026	8132.7	0.000
					14 0.659	0.084	8621.3	0.000
					15 0.664	0.078	9118.8	0.000
					16 0.656	-0.001	9604.3	0.000
					17 0.648	0.031	10079.	0.000
					18 0.650	0.051	10556.	0.000
					19 0.658	0.070	11047.	0.000
					20 0.666	0.065	11550.	0.000
					21 0.670	0.046	12059.	0.000
					22 0.658	-0.047	12550.	0.000
					23 0.639	-0.053	13014.	0.000
					24 0.640	0.047	13479.	0.000
					25 0.630	-0.056	13931.	0.000
					26 0.609	-0.055	14354.	0.000
					27 0.594	-0.022	14756.	0.000
					28 0.586	-0.003	15148.	0.000
					29 0.580	0.008	15533.	0.000
					30 0.582	0.062	15920.	0.000
					31 0.576	0.006	16299.	0.000
					32 0.567	0.019	16668.	0.000
					33 0.561	0.009	17029.	0.000
					34 0.567	0.056	17397.	0.000
					35 0.569	0.016	17768.	0.000
					36 0.561	-0.028	18130.	0.000

Figure D.2: Correlogramme du taux REFI.

Included observations: 1110	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
			1 0.997	0.997	1107.2	0.000
			2 0.995	-0.001	2209.6	0.000
			3 0.992	-0.001	3307.2	0.000
			4 0.990	-0.001	4399.9	0.000
			5 0.987	-0.001	5487.9	0.000
			6 0.984	-0.001	6571.2	0.000
			7 0.982	-0.001	7649.6	0.000
			8 0.979	-0.001	8723.3	0.000
			9 0.976	-0.001	9792.2	0.000
			10 0.974	-0.001	10856.	0.000
			11 0.971	-0.001	11916.	0.000
			12 0.969	-0.001	12971.	0.000
			13 0.966	-0.001	14020.	0.000
			14 0.963	-0.001	15066.	0.000
			15 0.961	-0.001	16106.	0.000
			16 0.958	-0.001	17142.	0.000
			17 0.956	-0.001	18173.	0.000
			18 0.953	-0.001	19200.	0.000
			19 0.950	-0.001	20221.	0.000
			20 0.948	-0.001	21238.	0.000
			21 0.945	-0.001	22251.	0.000
			22 0.942	-0.001	23258.	0.000
			23 0.940	-0.001	24261.	0.000
			24 0.937	-0.001	25260.	0.000
			25 0.935	-0.001	26253.	0.000
			26 0.932	-0.001	27242.	0.000
			27 0.929	-0.001	28227.	0.000
			28 0.927	-0.001	29207.	0.000
			29 0.924	-0.001	30182.	0.000
			30 0.922	-0.001	31152.	0.000
			31 0.919	-0.026	32118.	0.000
			32 0.916	-0.001	33079.	0.000
			33 0.913	-0.001	34035.	0.000
			34 0.911	-0.001	34986.	0.000
			35 0.908	-0.001	35932.	0.000
			36 0.904	-0.115	36872.	0.000

D.2 Test de racine unitaire

Figure D.3: Stratégie de Dickey-Fuller

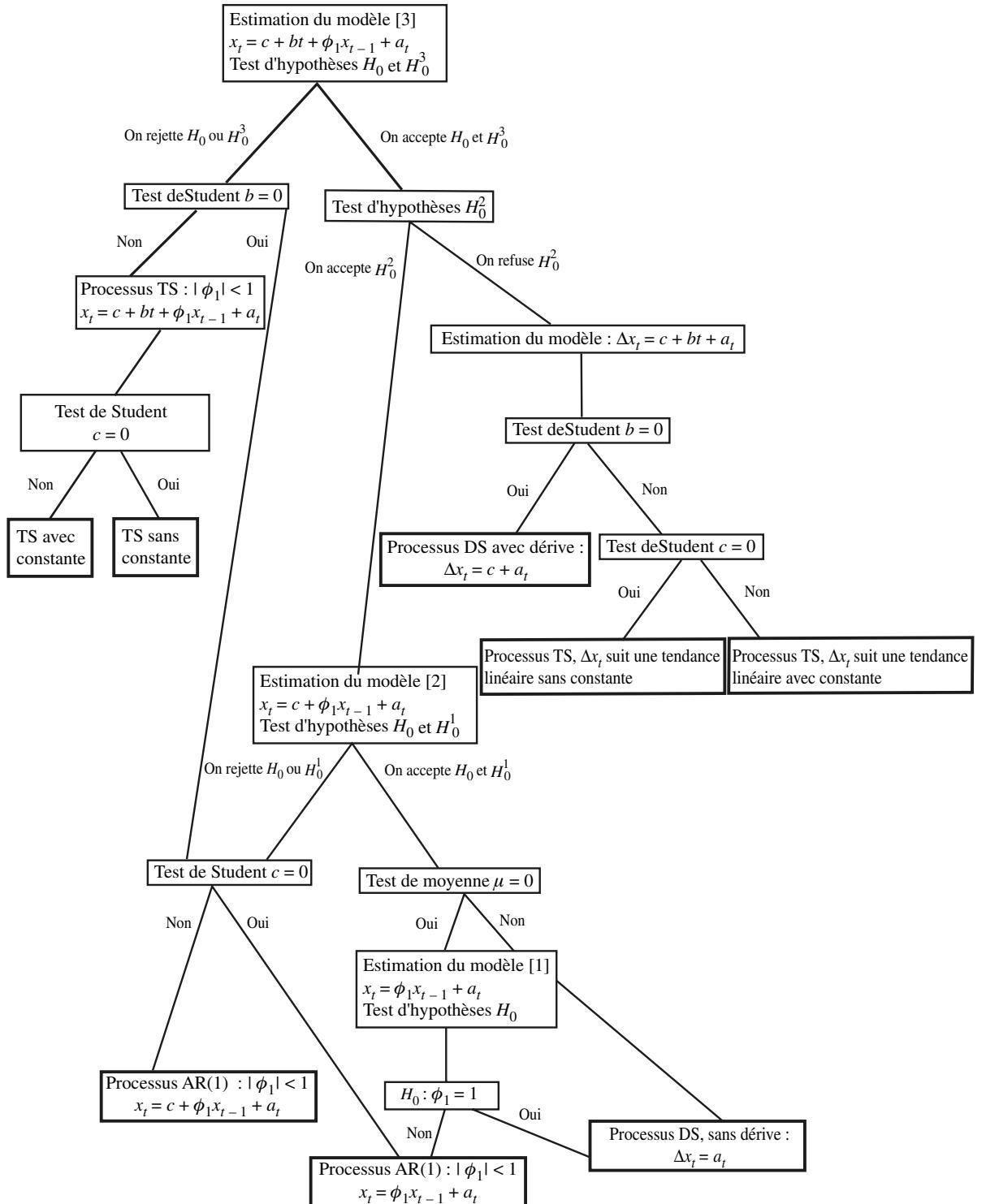


Figure D.4: Distribution empirique de Φ_1 pour H_0^1 (modèle 2).

n	Probabilité d'une valeur inférieure							
	0,01	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99
Modèle (2) $\Phi_1 : (c, \rho) = (0, 0)$								
25	0,29	0,38	0,49	0,65	4,12	5,18	6,30	7,88
50	0,29	0,39	0,50	0,66	3,94	4,86	5,80	7,06
100	0,29	0,39	0,50	0,67	3,86	4,71	5,57	6,70
250	0,30	0,39	0,51	0,67	3,81	4,63	5,45	6,52
500	0,30	0,39	0,51	0,67	3,79	4,61	5,41	6,47
∞	0,30	0,40	0,51	0,67	3,78	4,59	5,38	6,43

Figure D.5: Distribution empirique de Φ_2 pour H_0^2 (modèle 3).

n	Probabilité d'une valeur inférieure							
	0,01	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99
Modèle (3) $\Phi_2 H_0^2 : (c, b, \rho) = (0, 0, 0)$								
25	0,61	0,75	0,89	1,10	4,67	5,68	6,75	8,21
50	0,62	0,77	0,91	1,12	4,31	5,13	5,94	7,02
100	0,63	0,77	0,92	1,12	4,16	4,88	5,59	6,50
250	0,63	0,77	0,92	1,13	4,07	4,75	5,40	6,22
500	0,63	0,77	0,92	1,13	4,05	4,71	5,35	6,15
∞	0,63	0,77	0,92	1,13	4,03	4,68	5,31	6,09

Figure D.6: Distribution empirique de Φ_3 pour H_0^3 (modèle 3).

n	Probabilité d'une valeur inférieure							
	0,01	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99
Modèle (3) $\Phi_3 H_0^3 : (c, b, \rho) = (0, 0, 0)$								
25	0,74	0,90	1,08	1,33	5,91	7,24	8,65	10,61
50	0,76	0,93	1,11	1,37	5,61	6,73	7,81	9,31
100	0,76	0,94	1,12	1,38	5,47	6,49	7,44	8,73
250	0,76	0,94	1,13	1,39	5,39	6,34	7,25	8,43
500	0,76	0,94	1,13	1,39	5,36	6,30	7,20	8,34
∞	0,77	0,94	1,13	1,39	5,34	6,25	7,16	8,27

D.2.1 Test de racine unitaire sur le volume des transactions

Table D.1: Estimation du modèle 3 du volume des transactions.

Null Hypothesis: LNTRANSACTIONSCVS has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Bandwidth: 17 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-16.70020	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.966344	
5% level	-3.413870	
10% level	-3.129015	

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(LNTRANSACTIONSCVS)
 Method: Least Squares
 Included observations: 1109 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNTRANSACTIONSCVS(-1)	-0.309523	0.021854	-14.16334	0.0000
C	3.240447	0.228796	14.16306	0.0000
@TREND("9/30/2019")	0.000178	1.69E - 05	10.54985	0.0000
R-squared	0.153553	Mean dependent var		0.000287
Adjusted R-squared	0.152023	S.D. dependent var		0.128262
S.E. of regression	0.118111	Akaike info criterion		-1.431679
Sum squared resid	15.42898	Schwarz criterion		-1.418123
Log likelihood	796.8661	Hannan-Quinn criter.		-1.426553
F-statistic	100.3195	Durbin-Watson stat		2.135830
Prob(F-statistic)	0.000000			

Table D.2: Estimation du modèle 3 contraint sous H_0^3 du le volume des transactions.

Dependent Variable: DLNTRANSACTIONSCVS
 Method: Least Squares
 Included observations: 1109 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000293	0.003852	-0.076013	0.9394
R-squared	0.000000	Mean dependent var		-0.000293
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.128262
S.E. of regression	0.128262	Akaike info criterion		-1.268578
Sum squared resid	18.22794	Schwarz criterion		-1.264059
Log likelihood	704.4264	Hannan-Quinn criter.		-1.266869
Durbin-Watson stat	2.478544			

Table D.3: Estimation de la tendance du volume des transactions.

Dependent Variable: LNTRANSACTIONSCVS				
Method: Least Squares				
Included observations: 1110				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.46503	0.009778	1070.238	0.0000
TREND	0.000580	$1.52E - 05$	38.03733	0.0000
R-squared	0.566313	Mean dependent var		10.78721
Adjusted R-squared	0.565922	S.D. dependent var		0.247067
S.E. of regression	0.162779	Akaike info criterion		-0.791047
Sum squared resid	29.35865	Schwarz criterion		-0.782017
Log likelihood	441.0313	Hannan-Quinn criter.		-0.787633
F-statistic	1446.839	Durbin-Watson stat		0.620875
Prob(F-statistic)	0.000000			

D.2.2 Test de racine unitaire sur le taux REFI

Table D.4: Estimation du modèle 3 du taux REFI.

Null Hypothesis: TAUX_REFI has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Bandwidth: 9 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-0.825529	0.9618
Test critical values:		
1% level	-3.966344	
5% level	-3.413870	
10% level	-3.129015	

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(TAUX_REFI)
 Method: Least Squares
 Included observations: 1109 after adjustments

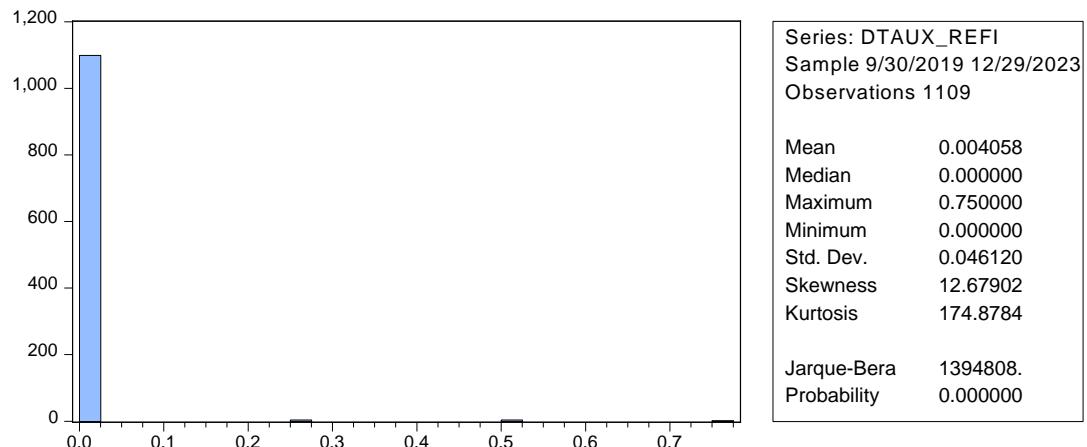
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TAUX_REFI(-1)	-0.001264	0.001447	-0.873450	0.3826
C	-0.004168	0.003317	-1.256581	0.2092
@TREND("9/30/2019")	1.72E - 05	7.37E - 06	2.327417	0.0201
R-squared	0.007554	Mean dependent var		0.004058
Adjusted R-squared	0.005759	S.D. dependent var		0.046120
S.E. of regression	0.045987	Akaike info criterion		-3.318230
Sum squared resid	2.338938	Schwarz criterion		-3.304674
Log likelihood	1842.958	Hannan-Quinn criter.		-3.313104
F-statistic	4.209115	Durbin-Watson stat		2.028271
Prob(F-statistic)	0.015098			

Table D.5: Estimation du modèle 3 contraint sous H_0^3 du taux REFI.

Dependent Variable: DTAUX_REFI
 Method: Least Squares
 Included observations: 1109 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.004058	0.001385	2.929954	0.0035
R-squared	0.000000	Mean dependent var		0.004058
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.046120
S.E. of regression	0.046120	Akaike info criterion		-3.314254
Sum squared resid	2.356740	Schwarz criterion		-3.309735
Log likelihood	1838.754	Hannan-Quinn criter.		-3.312545
Durbin-Watson stat	2.015496			

Figure D.7: Estimation du modèle 3 constraint sous H_0^2 du taux REFI.



$$SCR^c = 1109 \times 0,004058 = 4,50$$

Table D.6: Estimation du modèle aux différences premières du taux REFI.

Dependent Variable: DTAUX_REFI
Method: Least Squares
Included observations: 1109 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.002578	0.002767	-0.931618	0.3517
TREND	$1.19E - 05$	$4.31E - 06$	2.767120	0.0057
R-squared	0.006869	Mean dependent var	0.004058	
Adjusted R-squared	0.005972	S.D. dependent var	0.046120	
S.E. of regression	0.045982	Akaike info criterion	-3.319344	
Sum squared resid	2.340551	Schwarz criterion	-3.310306	
Log likelihood	1842.576	Hannan-Quinn criter.	-3.315926	
F-statistic	7.656954	Durbin-Watson stat	2.029437	
Prob(F-statistic)	0.005750			

Table D.7: Estimation de ta tendance aux différences premières du taux REFI.

Dependent Variable: DTAUX_REFI				
Method: Least Squares				
Included observations: 1109 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.002578	0.002767	-0.931618	0.3517
TREND	$1.19E - 05$	$4.31E - 06$	2.767120	0.0057
R-squared	0.006869	Mean dependent var		0.004058
Adjusted R-squared	0.005972	S.D. dependent var		0.046120
S.E. of regression	0.045982	Akaike info criterion		-3.319344
Sum squared resid	2.340551	Schwarz criterion		-3.310306
Log likelihood	1842.576	Hannan-Quinn criter.		-3.315926
F-statistic	7.656954	Durbin-Watson stat		2.029437
Prob(F-statistic)	0.005750			

Modélisation dynamique

Table E.1: Estimation du modèle ARDL(1,0) avec matrice de Newey West.

Dependent Variable: LNTRANSACTIONSCVSSTAT				
Method: ARDL				
Included observations: 1109 after adjustments				
Maximum dependent lags: 1 (Automatic selection)				
Model selection method: Akaike info criterion (AIC)				
Dynamic regressors (0 lag, automatic): DREFICVSSTAT				
Fixed regressors: C				
HAC standard errors & covariance (Bartlett kernel, Newey-West fixed bandwidth = 7.0000)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
LNTRANSACTIONSCVSSTAT(-1)	0.687454	0.053135	12.93791	0.0000
DREFICVSSTAT	0.176022	0.058769	2.995168	0.0028
C	-0.000184	0.003586	-0.051376	0.9590
R-squared	0.476852	Mean dependent var		$5.46E - 05$
Adjusted R-squared	0.475906	S.D. dependent var		0.162769
S.E. of regression	0.117835	Akaike info criterion		-1.436354
Sum squared resid	15.35701	Schwarz criterion		-1.422798
Log likelihood	799.4585	Hannan-Quinn criter.		-1.431228
F-statistic	504.0614	Durbin-Watson stat		2.140829
Prob(F-statistic)	0.000000			

Figure E.1: Test de normalité des résidus du modèle ARDL(1,0).

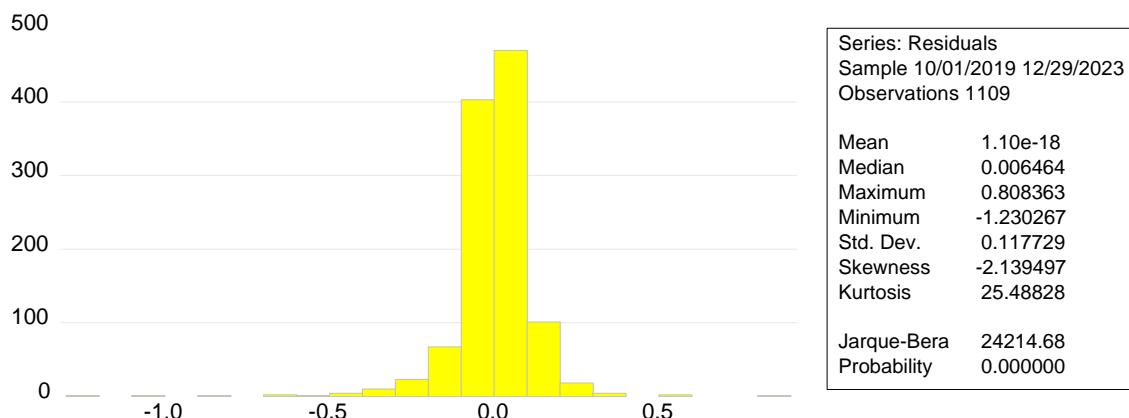


Table E.2: Estimation de la relation de long terme avec matrice de Newey-West.

Dependent Variable: LNTRANSACTIONSCVS				
Method: Least Squares				
Included observations: 1110				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.69972	0.017861	599.0703	0.0000
TAUX_REFI	0.085110	0.006256	13.60363	0.0000
R-squared	0.316777	Mean dependent var	10.78721	
Adjusted R-squared	0.316160	S.D. dependent var	0.247067	
S.E. of regression	0.204311	Akaike info criterion	-0.336548	
Sum squared resid	46.25115	Schwarz criterion	-0.327517	
Log likelihood	188.7843	Hannan-Quinn criter.	-0.333133	
F-statistic	513.7243	Durbin-Watson stat	0.393546	
Prob(F-statistic)	0.000000	Wald F-statistic	185.0588	
Prob(Wald F-statistic)	0.000000			

Figure E.2: Test de normalité des résidus du modèle de long terme.

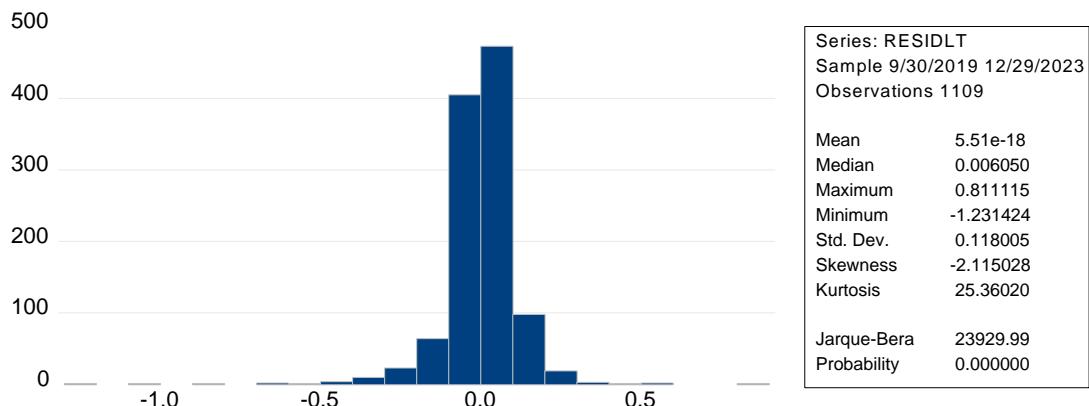


Table E.3: Estimation du modèle 1 pour le test d'Engle et Granger.

Null Hypothesis:	RESIDLT has a unit root	Adj. t-Stat	Prob.*
Exogenous:	None		
Bandwidth:	18 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
Phillips-Perron test statistic		-36.52255	0.0000
Test critical values:	1% level	-2.567051	
	5% level	-1.941109	
	10% level	-1.616507	

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(RESIDLT)
 Method: Least Squares
 Included observations: 1108 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDLT(-1)	-1.071132	0.030062	-35.63119	0.0000
R-squared	0.534204	Mean dependent var	-0.000301	
Adjusted R-squared	0.534204	S.D. dependent var	0.172535	
S.E. of regression	0.117754	Akaike info criterion	-1.439536	
Sum squared resid	15.34966	Schwarz criterion	-1.435014	
Log likelihood	798.5031	Hannan-Quinn criter.	-1.437826	
Durbin-Watson stat	2.004672			

Table E.4: Estimation à correction d'erreur avec matrice de Newey West.

Dependent Variable: LNTRANSACTIONSCVSSTAT				
Method: Least Squares				
Included observations: 1108 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000946	0.003425	-0.276154	0.7825
LNTRANSACTIONSCVSSTAT(-1)	0.767090	0.048618	15.77795	0.0000
DTAUX_REFI	0.180208	0.064550	2.791760	0.0053
RESIDLT(-1)	-0.151855	0.068155	-2.228077	0.0261
R-squared	0.482611	Mean dependent var	5.47E - 05	
Adjusted R-squared	0.481205	S.D. dependent var	0.162842	
S.E. of regression	0.117291	Akaike info criterion	-1.444712	
Sum squared resid	15.18795	Schwarz criterion	-1.426624	
Log likelihood	804.3704	Hannan-Quinn criter.	-1.437872	
F-statistic	343.2633	Durbin-Watson stat	2.036367	
Prob(F-statistic)	0.000000	Wald F-statistic	96.67201	
Prob(Wald F-statistic)	0.000000			

Figure E.3: Test de normalité des résidus du modèle à correction d'erreur.

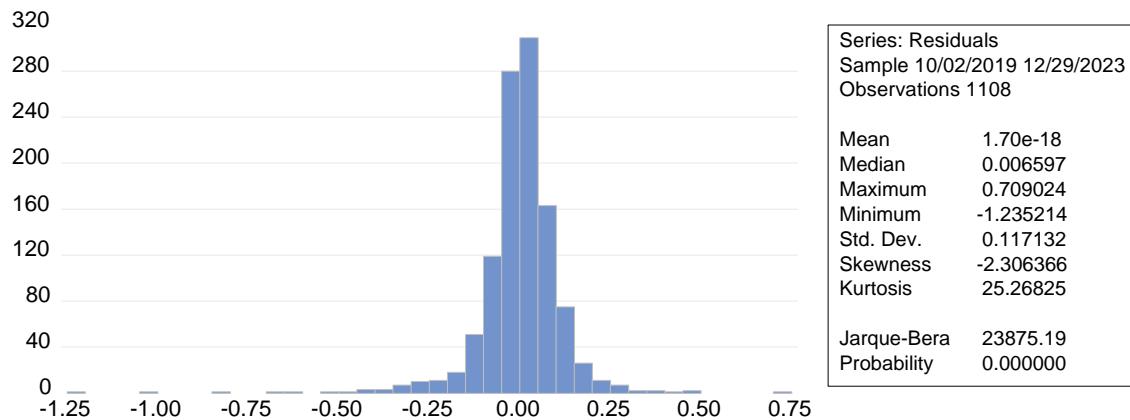


Table E.5: Valeurs critiques d'Engle et Yoo (1987) pour le test d'absence de cointégration.

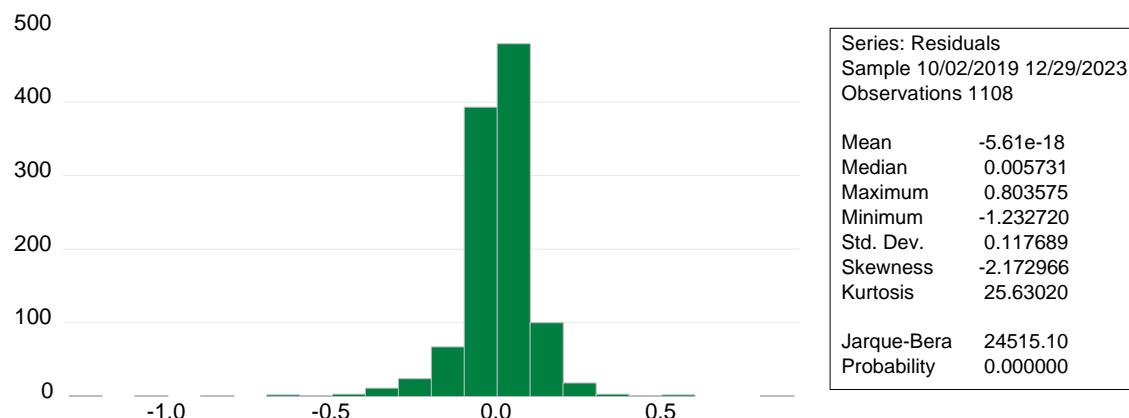
Nombre de variables	Taille de l'échantillon	1%	5%	10 %
2	50	-4,32	-3,67	-3,28
	100	-4,07	-3,37	-3,03
	200	-4,00	-3,37	-3,02
3	50	-4,84	-4,11	-3,73
	100	-4,45	-3,93	-3,59
	200	-4,35	-3,78	-3,47
4	50	-4,94	-4,35	-4,02
	100	-4,75	-4,22	-3,89
	200	-4,70	-4,18	-3,89
5	50	-5,41	-4,76	-4,42
	100	-5,18	-4,58	-4,26
	200	-5,02	-4,48	-4,18

Table E.6: Estimation du modèle de Koyck non linéaire asymétrique.

Dependent Variable: LNTRANSACTIONSCVSSTAT
Method: ARDL
Included observations: 1108 after adjustments
Maximum dependent lags: 1 (Automatic selection)
Model selection method: Akaike info criterion (AIC)
Dynamic regressors (0 lag, automatic): DREFICVSSTAT_POS
DREFICVSSTAT_NEG
Fixed regressors: C
HAC standard errors & covariance (Bartlett kernel, Newey-West fixed
bandwidth = 7.0000)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
LNTRANSACTIONSCVSSTAT(-1)	0.685650	0.053361	12.84934	0.0000
DREFICVSSTAT_NEG	0.174854	0.059017	2.962769	0.0031
DREFICVSSTAT_POS	0.177626	0.059007	3.010275	0.0027
C	0.003088	0.004512	0.684316	0.4939
R-squared	0.477680	Mean dependent var	5.47E - 05	
Adjusted R-squared	0.476261	S.D. dependent var	0.162842	
S.E. of regression	0.117849	Akaike info criterion	-1.435228	
Sum squared resid	15.33268	Schwarz criterion	-1.417140	
Log likelihood	799.1163	Hannan-Quinn criter.	-1.428388	
F-statistic	336.5496	Durbin-Watson stat	2.139563	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Figure E.4: Test de normalité des résidus du modèle à NARDL(1,0) asymétrique.



Liste des figures

1	Volume des transactions journaliers entre	18
2	Taux REFI journalier entre octobre 2019 et décembre 2023.	27
3	Graphique des multiplicateurs de long terme du modèle NARDL(1,0) asymétrique.	75
4	Test CUSUM sur le modèle NARDL(1,0) asymétrique	77
A.1	Volume des transactions journaliers en logarithme entre octobre 2019 et décembre 2023.	84
A.2	Volume des transactions journaliers en logarithme corrigé des variations saisonnières entre octobre 2019 et décembre 2023.	84
D.1	Correlogramme du volume des transactions.	115
D.2	Correlogramme du taux REFI.	115
D.3	Stratégie de Dickey-Fuller	116
D.4	Distribution empirique de Φ_1 pour H_0^1 (modèle 2).	117
D.5	Distribution empirique de Φ_2 pour H_0^2 (modèle 3).	117
D.6	Distribution empirique de Φ_3 pour H_0^3 (modèle 3).	117
D.7	Estimation du modèle 3 constraint sous H_0^2 du taux REFI.	121
E.1	Test de normalité des résidus du modèle ARDL(1,0).	123
E.2	Test de normalité des résidus du modèle de long terme.	124
E.3	Test de normalité des résidus du modèle à correction d'erreur.	125
E.4	Test de normalité des résidus du modèle à NARDL(1,0) asymétrique.	127

Liste des tableaux

1	Statistiques descriptives du volume des transactions entre octobre 2019 et décembre 2023	17
2	Résultats du test ARCH	53
3	Analyse de la variance	54
4	Test de Fisher (saisonnalité)	55
5	Test de Fisher (tendance)	56
6	Estimation ARDL(1,0)	66
7	Estimation modèle à correction d'erreur	72
8	Estimation modèle NARDL	75
C.1	Test ARCH.	110
C.2	test	110
C.3	Analyse de la variance volume des transactions	110
C.4	Analyse de la variance après désaisonnalisation du volume des transactions.	110
C.5	Analyse de la variance du taux REFI.	110
C.6	Tableau de Buys-Ballot semaines 1-70.	111
C.7	Tableau de Buys-Ballot (<i>suite 1</i>) semaines 71-141.	112
C.8	Tableau de Buys-Ballot (<i>suite 2</i>) semaines 142-212.	113
C.9	Tableau de Buys-Ballot (<i>suite 3 et fin</i>) semaines 212-222.	114
C.10	Test de Buys Ballot.	114
D.1	Estimation du modèle 3 du volume des transactions.	118
D.2	Estimation du modèle 3 constraint sous H_0^3 du le volume des transactions. .	118
D.3	Estimation de la tendance du volume des transactions.	119
D.4	Estimation du modèle 3 du taux REFI.	120
D.5	Estimation du modèle 3 constraint sous H_0^3 du taux REFI.	120
D.6	Estimation du modèle aux différences premières du taux REFI.	121
D.7	Estimation de ta tendance aux différences premières du taux REFI.	122
E.1	Estimation du modèle ARDL(1,0) avec matrice de Newey West.	122
E.2	Estimation de la relation de long terme avec matrice de Newey-West.	123
E.3	Estimation du modèle 1 pour le test d'Engle et Granger.	124
E.4	Estimation à correction d'erreur avec matrice de Newey West.	125
E.5	Valeurs critiques d'Engle et Yoo (1987) pour le test d'absence de cointégration.	126
E.6	Estimation du modèle de Koyck non linéaire asymétrique.	126

Bibliographie

- [Adam et Hendry] Adam C., et Hendry S., *Le modèle vectoriel à correction d'erreur basé sur M1 : quelques extensions et applications*, Banque du Canada Working Paper, 2010.
- [Aglietta et Valla] Aglietta M. et Valla N., *Macroéconomie financière*, 6e édition, La Découverte, 2017.
- [Allen et McAleer] Allen D. et McAleer M., *A Nonlinear Autoregressive Distributed Lag (NARDL) Analysis of West Texas Intermediate Oil Prices and the DOW JONES Index*, Erasmus University Digital Repository, 2020.
- [Allen et al.] Allen F., Covi G., Gu X., Kowalewski O., Montagna M., *The Interbank Market Puzzle*, 2019.
- [Arrata et al.] Arrata W., Nguyen B., Rhamoun-Rousseau I. et Vari M., *Eurosystem's asset purchases and money market rates*, Banque de France Working paper, 2017.
- [Bech et Monnet] Bech M., Monnet C., *A search-based model of the interbank money market and monetary policy implementation*, No 529, BRI Working Paper, 2015.
- [Bech et Hobijn] Bech M. et Hobijn B., *Technology Diffusion within Central Banking: The Case of Real-Time Gross Settlement*, International Journal of Central Banking, 2007.
- [Bennani et al.] Bennani T., Clerc L., Coudert V., Dujardin M., Idier J., *Politiques macroprudentielles*, Pearson, 2017.
- [Bismans et Damette] Bismans F. et Damette O., *Économétrie dynamique : modèles et applications*, Ellipses, 2023.
- [Bourbonnais et Terraza] Bourbonnais R., Terraza M., *Analyse des séries temporelles*, 3e édition, Dunod, 2010.
- [Colletaz] Colletaz G., *Introduction à la cointégration*, 2020.
- [Dameron] Dameron P., *Mathématiques des modèles dynamiques : analyse dynamique*, Economica, 2001.
- [Engle et Granger] Engle R. F. et Granger C. W. J., *Co-integration and error correction: representation estimation and testing*, Econometrica, vol.55, n°2, mars 1987.
- [Engle et Yoo] Engle R. F. et Yoo B. S., *Forecasting and testing in co-integrated systems*, Journal of Econometrics, p.143-159, 1987.
- [Francq et Zakoian] Francq C., et Zakoian J-M., *Modèles GARCH : structure, inférence statistique et applications financières*, Economica, 2009.
- [Gourieroux et Monfort] Gourieroux C. et Monfort A., *Séries temporelles et modèles dynamiques*, 2e édition, Economica, 1999.

- [Hurlin] Hurlin C., *Modèle à retards distribués et modèles ARDL*, Université d'Orléans, Avril, 2019.
- [Greene] Greene W., *Économétrie*, 5e édition, Pearson, 2005.
- [Johansen et Juselius] Johansen S. et Juselius K., *Maximum likelihood estimation and inference on cointegration – with applications to the demand for money*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 1990.
- [Kibala Kuma] Kibala Kuma J., *Modélisation ARDL, Test de cointégration aux bornes et Approche de Toda-Yamamoto: éléments de théorie et pratiques sur logiciels*, Licence, Congo-Kinshasa, 2018.
- [Kibala Kuma] Kibala Kuma J., *Cointégration et modèle à correction d'erreur : pratique sur Eviews*, Licence, Congo-Kinshasa, 2018.
- [Kibala Kuma] Kibala Kuma J., *Le modèle VAR structurel : éléments de théorie et pratiques sur logiciel*, Licence, Congo-Kinshasa, 2018.
- [Mignon] Mignon V., *Économétrie : théorie et applications*, 2e édition, Economica, 2022.
- [Mills] Mills T.C., *The Econometric Modelling of Financial Time Series*, 2nd edition, Cambridge University Press.
- [Narayan] Narayan P.K., *Reformulating Critical Values for the Bounds F-Statistics Approach to Cointegration : An Application to the Tourism Demand Model for Fiji*, Department of Economics, Discussion Papers, No.02/04, Monash University, 2004.
- [Perez et al.] Pérez S., Yasmina, Lozoya C., García Ramos L. et Arregui Gil J-M., *Spread between the euro short-term rate (€STR) and the deposit facility rate*, Economic Bulletin - Banco de España, 2023.
- [Pesaran et Shin] Pesaran M.H., et Shin Y., *An Autoregressive Distributed-Lag Modelling Approach to Cointegration Analysis*, Econometrics and Economic Theory, p. 371-413, 1998.
- [Pesaran et al.] Pesaran M.H., Shin Y., Smith R., *Bounds testing approaches to the analysis of level relationships*, Journal Applied of Econometrics, 2001.
- [Phillips Perron] Phillips, P. et Perron, P., *Time Series Regression with a Unit Root*, Econometrica, vol.55, No.2, Mars, pp. 277-301, 1987.
- [Phillips Perron] Phillips, P. et Perron, P., *Testing for a Unit Root in Time Series Regression*, Biometrika, Vol.75, pp. 335-46, 1988.
- [Pinshi] Pinshi C., *Repenser le modèle à correction d'erreurs dans l'analyse macroéconométrique*, Une revue. 2021
- [Schrimpf et Sushko] Schrimpf A., Sushko V., *Après le LIBOR : une introduction aux nouveaux taux de référence*, Rapport trimestriel BRI, 2019.
- [Schorderet] Schorderet Y., *Asymmetric Cointegration*, University of Geneva, 2003

[Shin et al.] Shin Y., Yu B., et Greenwood-Nimmo M., *Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework*, The Festschrift in Honor of Peter Schmidt.: Econometric Methods and Applications, p. 281–314, 2014.

[Vari] Vari M., *Monetary policy transmission with interbank market fragmentation*, 2016.

[BCE] Banque Centrale Européenne : www.ecb.europa.eu

[BDF] Banque de France : www.banque-france.fr

Table des matières

Remerciements	2
Résumé	3
Sommaire	4
Introduction	5
1 Marché interbancaire et taux de refinancement principal des opérations	8
1.1 Le marché monétaire interbancaire	9
1.1.1 Présentation générale	9
1.1.2 Fonctionnement du marché interbancaire	9
1.1.3 Le Puzzle Interbancaire Européen	14
1.1.4 Du taux offert <i>EONIA</i> au taux sans risque <i>ESTER</i> et méthodologie de calculs	15
1.1.5 Analyse du volume des transactions entre octobre 2019 et décembre 2023 en journalier	17
1.2 Le taux de refinancement principal des opérations et ses interactions avec le marché interbancaire.	20
1.2.1 Première approche : environnement macroéconomique et cadre théorique	20
1.2.2 Fixation et fonctionnement du taux de refinancement principal	21
1.2.3 Le marché interbancaire et la politique monétaire : interaction macroprudentielle.	23
1.2.4 Analyse du taux REFI entre octobre 2019 et décembre 2023 (<i>journalier</i>)	27
2 Typologie des modèles à retards échelonnés	30
2.1 Les modèles retards échelonnés	31
2.2 Modèles autorégressifs à retards échelonnés	33
2.2.1 Modèles autorégressifs	33
2.2.2 Spécification du modèle ARDL et choix du nombre de retards optimal .	34
2.2.3 Stabilité d'une équation dynamique	35
2.3 Modèle à retards échelonnés infinis : l'approche de Koyck	37
2.3.1 La transformation de Koyck	37
2.3.2 Estimation du modèle de Koyck	39
2.3.3 Le modèle d'ajustement partiel : première application du modèle de Koyck.	40
2.3.4 Le modèle à anticipations adaptatives : deuxième application au modèle de Koyck.	41
2.3.5 D'autres hypothèses sur les coefficients des modèles ARDL	42
2.4 Modèle à correction d'erreur	44
2.4.1 Limite de la stationnarité dans la modélisation ARDL	44
2.4.2 La cointégration	44
2.4.3 Un modèle à correction d'erreur selon l'approche de Engle et Granger .	45
2.5 Modèle autorégressif à retards échelonnés non linéaire	47
2.5.1 Limite de la linéarité dans la modélisation ARDL	47
2.5.2 La modélisation asymétrique ARDL	48
2.5.3 Cointégration asymétrique et modèle à correction d'erreur NARDL . .	49

3 Modélisation dynamique de la politique monétaire sur le marché interbancaire	52
3.1 Analyse de la saisonnalité et de la tendance	52
3.1.1 Détection de saisonnalité et de tendance	53
3.1.2 Désaisonnalisation du volume journaliers des transactions	56
3.2 Analyse de la stationnarité	58
3.2.1 Présentation de la méthode	58
3.2.2 Analyse du corrélogramme	59
3.2.3 Test de racine unitaire	59
3.3 Application empirique de la modélisation dynamique	65
3.3.1 Application du modèle de Koyck	65
3.3.2 Application d'un modèle de Koyck à correction d'erreur	71
3.3.3 Application d'un modèle de Koyck asymétrique	74
Conclusion	81
Annexes	84
Bibliographie	130
Table des matières	134

