1 Deterministisch Finite Automaten

L_{max2a} sei die (reguläre) Sprache aller Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, in denen das Zeichen a maximal zweimal vorkommt.

1. Geben Sie eine vollständige schematische Zeichnung für einen DFA A an, der L_{max2a} erkennt. (5)

2. Geben Sie A formal in der Sprache der Mengenlehre an. (4)

3. Geben Sie zwei Wörter u_1, u_2 an, die A akzeptiert, mit $|u_1| > 5$ und $|u_2| < 2$. (2)

4. Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die gleiche Sprache beschreibt. (2)

5. Geben Sie eine einfache Änderung an, damit anstatt L_{max2a} die folgende Sprache L_{min3a} erkennt: alle Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, in der das Zeichen a minimal dreimal vorkommt (1)

2 DFA-Berechenbarkeit

Die Funktion $+^b : \{0,1\} \times \{0,1\} \to \{0,1\}$ sei durch folgende Werte-Tabelle gegeben:

$+^b$	0	1
0	0	1
1	1	0

1. Geben Sie $+^b$ als Menge von Tupeln an (analog zur Übergangsfunktion von DFAs). (2)

2. *Definition*: ein arithmetischer Ausdruck ist einfach, genau dann wenn

   - ...er nur ein Gleichheitszeichen hat.
   - ...links vom Gleichheitszeichen $+^b$ genau einmal vorkommt.
   - ...rechts vom Gleichheitszeichen entweder 0 oder 1 vorkommen.
   - ...er ansonsten den Regeln der Arithmetik entspricht.

   Sei $L_{binplus}$ die Sprache über $\Sigma = \{0, 1, +^b, =\}$, die alle einfachen arithmetischen Ausdrücke über Σ beinhaltet.
   Geben Sie an, ob $L_{binplus}$ regulär ist. Wenn L regulär ist, beweisen Sie diese Aussage.

   Wenn $L_{binplus}$ **nicht** regulär ist, geben Sie eine Beweisskizze für die nicht-Regularität von L an. (2)

3 Minimierung

Gegeben sei der DFA A wie in Figure 1.

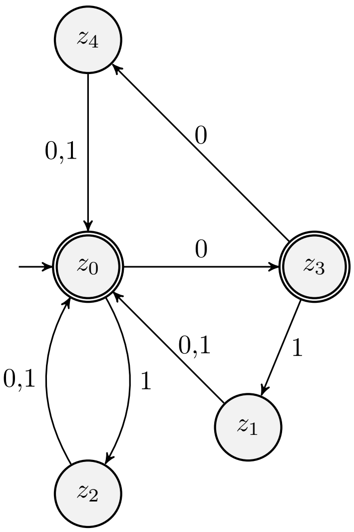

Figure 1: DFA A

1. Minimieren Sie A mit der in der Vorlesung erlernten Methode und stellen Sie den minimierten DFA graphisch dar (achten Sie bitte bei der Minimerung auf eine saubere, tabellarische Aufstellung). (6)

2. Geben Sie jeweils drei Worte an, die der A akzeptiert und nicht akzeptiert. (3)

4 Turingmaschinen

Gegeben sei die Turing Maschine M wie in Figure 2.

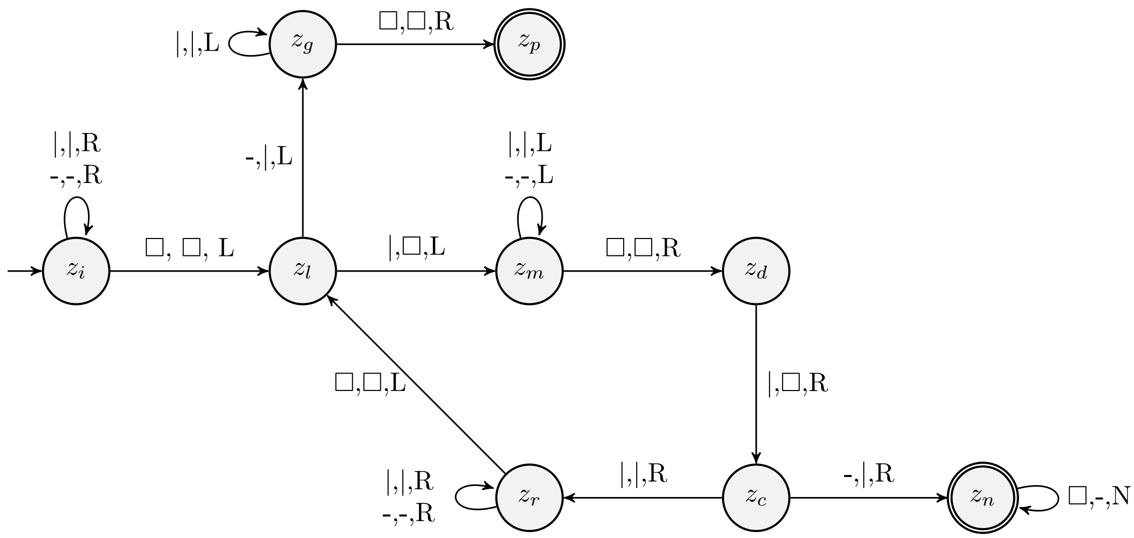

Figure 2: Turing Maschine M

1. Geben Sie M in der Sprache der Mengenlehre an (achten Sie bitte auf eine saubere, am besten tabellarische Aufstellung). (6)

2. Geben Sie den Lauf von M auf dem Input $|| - |$ an, also eine Folge aller Schnappschüsse in der Notation der Vorlesung. (6)

3. Nehmen Sie an, M startet auf einem Band mit einem Input, der dem regulären Ausdruck $||^* - ||^*$ entspricht. Beschreiben Sie, welche Funktion M berechnet, wenn Sie die Anzahl Striche als unäre Kodierung für die natürlichen Zahlen interpretieren. (2)

5 Verschiedenes

1. Definieren Sie den Begriff Algorithmus sinngemäß nach Knuth. (6)

2. Wie groß ist der Lösungsraum bei einer Multiple-Choice-Frage mit 5 Antwortmöglichkeiten, bei der alle Antwortkombinationen möglich sind? (1)
   - ◯ $O(2^n)$
   - ◯ 42
   - ◯ 5
   - ◯ Der Lösungsraum ist unendlich.
   - ◯ 2^4

3. Das Pumpinglemma drückt aus: (1)

   ◯ Eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die Regularität einer Sprache.

   ◯ Eine hinreichende, aber nicht notwendige Bedingung für die Regularität einer Sprache.

   ◯ Eine hinreichende und notwendige Bedingung für die Regularität einer Sprache.

   ◯ Weder eine hinreichende noch eine notwendige Bedingung für die Regularität einer Sprache.

4. Nehmen Sie an $P \neq NP$, was ist dann der Fall? (1)

   ◯ $P \subsetneq NP$

   ◯ Es gibt einen polynomiell beschränkten Algorithmus, der nicht-deterministische Turingmaschinen auf deterministischen Turingmaschinen simuliert.

   ◯ Kein NP-schweres Problem lässt sich auf einer deterministischen Turingmaschine in polynomieller Zeit lösen.

   ◯ SAT ist NP-vollständig.