

Trabalho Prático 1

Grupo 99:

- Martim Henriques, up202004421
- Rúben Viana, up202005108
- Tiago Barbosa, up202004926

Descrição do Problema

Uma empresa tecnológica pretende inovar, criando uma plataforma eletrónica de crowdsourcing para a entrega de mercadorias em zonas urbanas. A empresa tem o seu próprio armazém para guardar as encomendas e recorre a um conjunto de estafetas para realizar as entregas. A empresa pretende criar uma plataforma que lhe permita distribuir as encomendas pelos estafetas de forma a minimizar o número de carrinhas usadas ou maximizar o lucro total da empresa. Esta plataforma também deverá permitir minimizar o tempo médio de entrega das encomendas expresso.

Descrição da Solução

Cenário 1 - Formalização

3

Neste cenário pretende-se distribuir as encomendas pelas carrinhas de forma a minimizar o número de estafetas usados para a entrega de todos os pedidos ou do maior número de pedidos , num dia.

Sendo C o vetor de n carrinhas. Sendo E o vetor das m encomendas de cada carrinha.

Objetivo : $\text{Min } \sum_{k=1}^n C_k \cdot u$ onde u é 1 se a carrinha for usada ou 0 se não.

Sujeito a :

$\sum_{k=1}^m C \rightarrow E_k \cdot p \leq C \cdot pm$ onde p representa o peso das encomendas e pm o peso máximo da carrinha e E o vetor das encomendas na carrinha.

$\sum_{k=1}^m C \rightarrow E_k \cdot v \leq C \cdot vm$ onde v representa o volume das encomendas e vm o volume máximo da carrinha e E o vetor das encomendas na carrinha.

Descrição da Solução

Cenário 1 – Descrição de algoritmos relevantes

Para resolver este cenário optamos por uma estratégia gananciosa tendo como inspiração o algoritmo First Fit Decreasing de Bin Packing. Assim ordenamos as carrinhas e as encomendas de acordo com o seu tamanho de forma decrescente.

```
bool Empresa::compararCarrinhasCenario1(Carrinha &lhs, Carrinha &rhs) {  
    return lhs.getVolMax()*lhs.getPesoMax() > rhs.getVolMax()*rhs.getPesoMax();  
}  
  
bool Empresa::compararEncomendasCenario1(Encomenda &lhs, Encomenda &rhs) {  
    return lhs.getVolume()*lhs.getPeso() > rhs.getVolume() * rhs.getPeso();  
}
```

Depois fomos colocando as encomendas por ordem nas carrinhas verificando sempre se estava dentro dos limites do volume e peso.

Descrição da Solução

Cenário 1 – Análise de complexidade

Baseado no algoritmo First Fit Decreasing, depois de ordenar o vetor de carrinhas e encomendas, percorremos para cada encomenda o vetor de carrinhas até encontrar uma em que a encomenda possa ser colocada pelo que esta solução tem complexidade temporal $O(n \times m)$ onde n é o número de carrinhas e m o número de encomendas e complexidade espacial $O(1)$.

```
for (Encomenda &encomenda : encomendasDoDia) {
    bool adicionada = false;
    for (Carrinha &carrinha : carrinhas){
        if(encomenda.getVolume()>carrinha.getVolMax()){ //encomenda não cabe mesmo estando carrinha vazia
            break;
        }
        if(carrinha.adicionarEncomenda(encomenda)){
            adicionada = true;          //encomenda adicionada a carrinha
            break;
        }
    }
    if(!adicionada){ //entra aqui se todas as carrinhas estiverem cheias e esta encomenda não couber
        encomendasNaoEntregues.push_back(encomenda);
    }
}
```

Descrição da Solução

Cenário 1 – Resultados da avaliação empírica

10 encomendas -> 3 111 575[ns]

200 encomendas -> 8 522 150 [ns]

50 encomendas -> 5 463 587[ns]

450 encomendas -> 10 009 134 [ns]

100 encomendas -> 5 852 909 [ns]

6

A avaliação empírica não está de acordo com a complexidade $O(n^2)$ no entanto isto pode se explicar visto que no caso médio o "for" interior nunca corre na sua totalidade visto que é terminado assim que encontra uma carrinha para colocar a encomenda pelo o que o tempo de execução não aumenta tanto como o esperado.

Descrição da Solução

Cenário 2 - Formalização

Neste cenário pretende-se distribuir as encomendas pelas carrinhas de forma a maximizar o lucro da empresa para a entrega de todos os pedidos ou do maior número de pedidos , num dia.

Sendo C o vetor de n carrinhas. Sendo E o vetor das m encomendas de cada carrinha.

Objetivo : $\text{Max } \sum_{k=1}^n Ck.u * ((\sum_{k=1}^m Ck \rightarrow Ek.r) - Ck.c)$ onde $Ck.u$ é 1 se a carrinha for usada ou 0 se não e $Ek.r$ é a recompensa de cada encomenda e $Ck.c$ é o custo da carrinha.

Sujeito a :

$\sum_{k=1}^m C \rightarrow Ek.p \leq C.pm$ onde p representa o peso das encomendas e pm o peso máximo da carrinha e E o vetor das encomendas na carrinha.

$\sum_{k=1}^m C \rightarrow Ek.v \leq C.vm$ onde v representa o volume das encomendas e vm o volume máximo da carrinha e E o vetor das encomendas na carrinha.

Descrição da Solução

Cenário 2 – Descrição de algoritmos relevantes

Para resolver este cenário voltamos a optar por uma estratégia gananciosa como o algoritmo First Fit Decreasing de Bin Packing.

A primeira forma de ordenação de encomendas dá o lucro total máximo mas pode deixar bastantes encomendas por entregar. Na segunda opção apesar de o lucro poder ser um pouco mais baixo entregamos a maior parte das encomendas. Deixamos o utilizador escolher a abordagem.

Depois, tal como no cenário 1, fomos colocando as encomendas por ordem nas carrinhas verificando sempre se estava dentro dos limites do volume e peso.

```
bool Empresa::compararCarrinhasCenario2(Carrinha &lhs, Carrinha &rhs) {  
    return (lhs.getVolMax()*lhs.getPesoMax())/lhs.getCusto() > (rhs.getVolMax()*rhs.getPesoMax())/rhs.getCusto();  
}  
  
bool Empresa::compararEncomendasCenario2LucroMaximo(Encomenda &lhs, Encomenda &rhs) {  
    return lhs.getRecompensa()/(lhs.getVolume()*lhs.getPeso()) > rhs.getRecompensa()/(rhs.getVolume() * rhs.getPeso());  
}  
  
bool Empresa::compararEncomendasCenario2LucroEquilibrado(Encomenda &lhs, Encomenda &rhs) {  
    return lhs.getRecompensa()*lhs.getVolume()*lhs.getPeso() > rhs.getRecompensa()*rhs.getVolume() * rhs.getPeso();  
}
```


Descrição da Solução

Cenário 2 – Análise de complexidade

Tal como no cenário 1 é usado a mesma abordagem gananciosa logo esta solução tem complexidade temporal $O(n \times m)$ onde n é o número de carrinhas e m o número de encomendas e complexidade espacial $O(1)$.

```
for (Encomenda &encomenda : encomendasDoDia) {
    bool adicionada = false;
    for (Carrinha &carrinha : carrinhas){
        if(encomenda.getVolume()>carrinha.getVolMax()){ //encomenda não cabe mesmo estando carrinha vazia
            break;
        }
        if(carrinha.adicionarEncomenda(encomenda)){
            adicionada = true;          //encomenda adicionada a carrinha
            break;
        }
    }
    if(!adicionada){ //entra aqui se todas as carrinhas estiverem cheias e esta encomenda não couber
        encomendasNaoEntregues.push_back(encomenda);
    }
}
```

Descrição da Solução

Cenário 2 – Resultados da avaliação empírica

10 encomendas -> 2 854 062 [ns]	200 encomendas -> 7 885 947 [ns]
50 encomendas -> 4 109 946 [ns]	450 encomendas -> 9 863 822 [ns]
100 encomendas -> 4 937 306 [ns]	

10

A avaliação empírica não está de acordo com a complexidade $O(n^2)$ no entanto isto pode se explicar visto que no caso médio o "for" interior nunca corre na sua totalidade visto que é terminado assim que encontra uma carrinha para colocar a encomenda pelo o que o tempo de execução não aumenta tanto como o esperado.

Descrição da Solução

Cenário 3 - Formalização

Neste cenário pretende-se entregar as encomendas expresso de forma a minimizar o tempo médio previsto das entregas expresso a serem realizadas num dia.

Sendo E o vetor de n encomendas expresso do dia.

Objetivo : $\text{Min } (\sum_{k=1}^n Ek.u * Ek.t / \sum_{k=1}^n Ek.u)$ onde $Ek.u$ é 1 se a encomenda for entregue ou 0 se não e $Ek.t$ é o tempo de duração da entrega da encomenda.

Sujeito a :

$\sum_{k=1}^n Ek.t * Ek.u \leq 8 \text{ hrs}$ visto que as encomendas expresso têm que ser entregues entre as 9 e as 17 horas.

Descrição da Solução

Cenário 3 – Descrição de algoritmos relevantes

Baseamo-nos no algoritmo de job scheduling para minimizar o tempo médio de entrega da encomenda ordenando as encomendas de forma crescente da sua duração e entregamo-las de acordo com essa ordem verificando se chegamos ao final do dia e se sobrarem encomendas ficam para serem entregues no dia seguinte.

```
std::sort(encomendasDoDiaExpresso.begin(), encomendasDoDiaExpresso.end(),
        [](Encomenda e1, Encomenda e2){return e1.getDuracao() < e2.getDuracao();}); // ordenar encomendas por duracao decrescente

int intervaloTempoEntregas = 28800; // das 9:00 as 17:00
int index = 0;
while (intervaloTempoEntregas > 0 && index < encomendasDoDiaExpresso.size()){
    intervaloTempoEntregas -= encomendasDoDiaExpresso[index].getDuracao();
    encomendasExpressoEntregues.push_back(encomendasDoDiaExpresso[index]);
    index++;
}

for (int i = index; i < encomendasDoDiaExpresso.size(); ++i) {
    encomendasExpressoNaoEntregues.push_back(encomendasDoDiaExpresso[i]); //encomendas nao entregues
}
```

Descrição da Solução

Cenário 3 – Análise de complexidade

Neste caso a função `sort` é de maior complexidade que a parte de ir entregando as encomendas pelo o que a complexidade temporal é $O(n \log n)$ onde n é o número de encomendas e a complexidade espacial $O(1)$.

`std::sort`

<algorithm>

```
default (1)  template <class RandomAccessIterator>
              void sort (RandomAccessIterator first, RandomAccessIterator last);
custom (2)   template <class RandomAccessIterator, class Compare>
              void sort (RandomAccessIterator first, RandomAccessIterator last, Compare comp);
```

Sort elements in range

Sorts the elements in the range `[first, last)` into ascending order.

The elements are compared using `operator<` for the first version, and `comp` for the second.

Equivalent elements are not guaranteed to keep their original relative order (see `stable_sort`).



Complexity

On average, linearithmic in the `distance` between `first` and `last`: Performs approximately $N \cdot \log_2(N)$ (where N is this distance) comparisons of elements, and up to that many element swaps (or moves).

Descrição da Solução

Cenário 3 – Resultados da avaliação empírica

10 encomendas -> 2 014 772 [ns]	200 encomendas -> 6 808 535 [ns]
50 encomendas -> 5 025 354 [ns]	450 encomendas -> 8 033 480 [ns]
100 encomendas -> 5 281 210 [ns]	

14

O tempo de execução está como esperado numa complexidade $O(n \cdot \log n)$ visto que como é logarítmica não aumenta tanto para inputs maiores comparando a inputs mais pequenos , explicando assim o pouco aumento do tempo de execução.

Funcionalidade extra

Encomendas não entregues passam para o dia seguinte com prioridade

Decidimos implementar uma funcionalidade extra no cenário 3 que quando chegava às 17 horas do dia e ainda sobravam encomendas expresso para entregar estas passavam para o dia seguinte com prioridade em comparação com as encomendas já planeadas para esse dia.

```
if (!encomendasExpressoNaoEntregues.empty()){  
    waitEnter(); // pressionar tecla para continuar  
    cenario3DiaSeguinte(encomendasExpressoNaoEntregues); //entregar as encomendas que restaram  
}
```

Funcionalidade extra

Encomendas não entregues passam para o dia seguinte com prioridade

```
std::sort(encomendasDoDia.begin(), encomendasDoDia.end(),
          [](Encomenda e1, Encomenda e2){return e1.getDuracao() < e2.getDuracao();}); //ordenar pela duracao

for (Encomenda &encomenda : encomendasDoDia) {
    encomendasDoDiaAnterior.push_back(encomenda); //juntar os dois vetores dando prioridade ao dia anterior
}
```

16

É utilizada uma função recursiva que enquanto existir encomendas que vieram de dias anteriores ela vai as processando de forma a dar prioridade às do dia anterior em relação às geradas para aquele dia e voltando a entregar todas as encomendas e verificar no final do dia se ainda sobraram algumas.

Solução algorítmica destacada

Decidimos destacar a solução gananciosa que utilizamos tanto no cenário 1 como no cenário 2 onde ordenamos tanto as carrinhas e as encomendas de acordo com as que queríamos que fossem utilizadas primeiro.

Assim conseguimos escolher a cada passo uma solução local ótima que nos daria uma solução global que apesar de poder não ser a ideal será sempre muito próxima de uma solução global ótima.

No geral, esta abordagem ,apesar de apenas dar uma solução muito próxima ideal, tem uma baixa complexidade temporal pelo o que permite dar uma solução mais rápida quando comparada a algoritmos com melhores soluções como brute force ou knapsack.

Principais Dificuldades

Principais dificuldades:

- Documentação do Doxygen muito trabalhosa
- Descobrir qual algoritmo aplicar em cada cenário

O esforço foi equivalente por todos os elementos do grupo.

Exemplos de execução

```
1 - Simular a entrega de encomendas normais
2 - Simular a entrega de encomendas expresso
```

```
1
```

```
1 - Minimizar o numero de estafetas usados
2 - Maximizar o lucro da empresa
```

```
1
```

```
Com quantas encomendas pretende simular?
```

```
80
```

```
Encomendas normais para este dia:
```

```
#####
# ID # VOLUME # PESO # DURACAO # RECOMPENSA #
#####
| 380 | 13 | 16 | 297 | 1785 |
+-----+
| 374 | 7 | 10 | 963 | 1630 |
+-----+
| 319 | 29 | 10 | 775 | 243 |
+-----+
| 105 | 9 | 19 | 241 | 1281 |
+-----+
| 442 | 10 | 10 | 631 | 553 |
+-----+
| 188 | 20 | 7 | 964 | 386 |
+-----+
```

```
Carrinhas usadas:
```

```
#####
# ID CARRINHA : 1 #
# LUCRO : 7072 #
#####
| >3 >75 >265 |
| >353 >245 >203 |
| >44 >35 >100 |
| >61 >433 >368 |
| >425 >123 >310 |
+-----+

#####
# ID CARRINHA : 25 #
# LUCRO : -249 #
#####
| >130 >298 >419 |
| >131 >119 >341 |
| >309 >243 >195 |
| >11 >206 >43 |
| >19 >190 >320 |
+-----+
```

```
#####
# ID CARRINHA : 16 #
# LUCRO : 10830 #
#####
| >319 >133 >175 |
| >434 >386 >450 |
| >82 >398 >183 |
| >380 >2 >8 |
| >176 >110 >105 |
| >356 >429 >78 |
| >188 >289 >247 |
| >347 >406 >168 |
+-----+

#####
# ID CARRINHA : 12 #
# LUCRO : 8296 #
#####
| >46 >85 >442 |
| >67 >229 >263 |
| >374 >138 >197 |
| >311 >361 >165 |
| >439 >330 >420 |
| >435 >22 >140 |
| >344 >427 >392 |
+-----+

Carrinha usadas: 4

Eficiencia: 100%
```

Exemplos de execução

20

- ```
1 - Simular a entrega de encomendas normais
2 - Simular a entrega de encomendas expresso
```

1

- ```
1 - Minimizar o numero de estafetas usados
2 - Maximizar o lucro da empresa
```

2

Com quantas encomendas pretende simular?

80

- ```
1 - Maximizar o lucro total (podendo ficar muitas encomendas por entregar)
2 - Maximizar o lucro total (entregando o maior numero de encomendas)
```

1

Encomendas normais para este dia:

| #####   |     |   |        |   |      |   |         |   |            |   |
|---------|-----|---|--------|---|------|---|---------|---|------------|---|
| #       | ID  | # | VOLUME | # | PESO | # | DURACAO | # | RECOMPENSA | # |
| #####   |     |   |        |   |      |   |         |   |            |   |
|         | 125 |   | 10     |   | 26   |   | 237     |   | 1229       |   |
| +-----+ |     |   |        |   |      |   |         |   |            |   |
|         | 193 |   | 13     |   | 3    |   | 818     |   | 203        |   |
| +-----+ |     |   |        |   |      |   |         |   |            |   |
|         | 107 |   | 10     |   | 3    |   | 766     |   | 547        |   |
| +-----+ |     |   |        |   |      |   |         |   |            |   |

Carrinhas usadas:

| ##### |             |      |       |   |
|-------|-------------|------|-------|---|
| #     | ID CARRINHA | :    | 16    | # |
| #     | LUCRO       | :    | 27853 | # |
| ##### |             |      |       |   |
|       | >149        | >62  | >25   |   |
|       | >218        | >207 | >146  |   |
|       | >315        | >18  | >210  |   |
|       | >304        | >107 | >98   |   |
|       | >187        | >241 | >132  |   |
|       | >173        | >297 | >276  |   |
|       | >148        | >150 | >347  |   |
|       | >404        | >280 | >448  |   |
|       | >273        | >284 | >339  |   |
|       | >176        | >57  | >70   |   |
|       | >274        | >423 | >193  |   |

```
#####
ID CARRINHA : 1
LUCRO : 9401
#####
| >306 >398 >143 |
| >151 >323 >361 |
| >125 >355 >161 |
| >136 >72 >10 |
| >385 >419 >109 |
| >170 >191 >127 |
+-----+
```

|         |                             |      |      |   |
|---------|-----------------------------|------|------|---|
| #####   |                             |      |      |   |
| #       | ID CARRINHA                 | :    | 25   | # |
| #       | LUCRO                       | :    | 4471 | # |
| #####   |                             |      |      |   |
|         | >430                        | >169 | >445 |   |
|         | >19                         | >298 | >386 |   |
|         | >189                        | >369 | >376 |   |
|         | >158                        | >120 | >192 |   |
|         | >349                        | >309 | >421 |   |
| +-----+ |                             |      |      |   |
| #####   |                             |      |      |   |
| #       | ID ENCOMENDAS NAO ENTREGUES | :    |      | # |
| #####   |                             |      |      |   |
|         |                             | 114  |      |   |
| +-----+ |                             |      |      |   |
|         |                             | 400  |      |   |
| +-----+ |                             |      |      |   |
|         |                             | 29   |      |   |
| +-----+ |                             |      |      |   |
|         |                             | 196  |      |   |
| +-----+ |                             |      |      |   |
|         |                             | 450  |      |   |
| +-----+ |                             |      |      |   |
|         |                             | 275  |      |   |
| +-----+ |                             |      |      |   |

# Exemplos de execução

21

- 1 - Simular a entrega de encomendas normais
- 2 - Simular a entrega de encomendas expresso

1

- 1 - Minimizar o numero de estafetas usados
- 2 - Maximizar o lucro da empresa

2

Com quantas encomendas pretende simular?

80

- 1 - Maximizar o lucro total (podendo ficar muitas encomendas por entregar)
- 2 - Maximizar o lucro total (entregando o maior numero de encomendas)

2

Encomendas normais para este dia:

| # | ID  | # | VOLUME | # | PESO | # | DURACAO | # | RECOMPENSA | # |
|---|-----|---|--------|---|------|---|---------|---|------------|---|
|   | 228 |   | 28     |   | 19   |   | 888     |   | 828        |   |
|   | 437 |   | 7      |   | 10   |   | 919     |   | 801        |   |
|   | 12  |   | 25     |   | 13   |   | 384     |   | 1251       |   |

Carrinhas usadas:

| # | ID CARRINHA | :    | #    |
|---|-------------|------|------|
| # | LUCRO       | :    | #    |
|   | >55         | >35  | >192 |
|   | >318        | >224 | >86  |
|   | >59         | >36  | >419 |
|   | >350        | >97  | >317 |
|   | >5          | >353 | >446 |
| # | ID CARRINHA | :    | #    |
| # | LUCRO       | :    | #    |
|   | >10         | >184 | >323 |
|   | >430        | >230 | >56  |
|   | >216        | >182 | >349 |
|   | >228        | >227 | >143 |
|   | >12         | >291 | >159 |
|   | >49         | >183 | >114 |

|                    |             |      |      |   |
|--------------------|-------------|------|------|---|
| #####              |             |      |      |   |
| #                  | ID CARRINHA | :    | 25   | # |
| #                  | LUCRO       | :    | 2034 | # |
| #####              |             |      |      |   |
|                    | >288        | >135 | >131 |   |
|                    | >151        | >258 | >403 |   |
|                    | >364        | >60  | >357 |   |
|                    | >365        | >205 | >110 |   |
|                    | >129        | >375 | >448 |   |
|                    | >302        | >113 | >259 |   |
|                    | >210        | >15  | >18  |   |
| +-----+            |             |      |      |   |
| #####              |             |      |      |   |
| #                  | ID CARRINHA | :    | 37   | # |
| #                  | LUCRO       | :    | 9314 | # |
| #####              |             |      |      |   |
|                    | >325        | >315 | >8   |   |
|                    | >146        | >25  | >254 |   |
|                    | >194        | >22  | >437 |   |
|                    | >174        | >296 | >439 |   |
|                    | >219        | >226 | >54  |   |
|                    | >9          | >352 | >91  |   |
|                    | >260        | >395 | >231 |   |
|                    | >141        | >134 | >262 |   |
| +-----+            |             |      |      |   |
| Lucro: 34100 euros |             |      |      |   |
| Eficiencia: 100%   |             |      |      |   |

# Exemplos de execução

22

```
1 - Simular a entrega de encomendas normais
2 - Simular a entrega de encomendas expresso
```

2

Com quantas encomendas pretende simular?

60

Encomendas expresso para este dia:

```
#####
ID # VOLUME # PESO # DURACAO # RECOMPENSA
#####
| 356 | 13 | 13 | 355 | 967 |
+-----+
| 338 | 20 | 13 | 815 | 1054 |
+-----+
| 15 | 9 | 9 | 1019 | 1137 |
+-----+
| 103 | 16 | 6 | 874 | 755 |
+-----+
```

Encomendas expresso entregues no dia de hoje:

```
#####
HORA DE ENTREGA # ID
#####
| 09:00 | 268 |
+-----+
| 09:02 | 420 |
+-----+
| 09:05 | 403 |
+-----+
| 09:09 | 215 |
+-----+
| 09:13 | 178 |
+-----+
| 09:17 | 373 |
+-----+
```

```
+-----+
| 16:26 | 170 |
+-----+
| 16:41 | 191 |
+-----+
| 16:57 | 64 |
+-----+
```

Numero de encomendas nao entregues : 4

Eficiencia: 93.3%

Press enter to continue...

Com quantas encomendas pretende simular?

30

-----DIA SEGUINTE-----

Encomendas expresso para este dia com prioridade:

```
#####
ID # VOLUME # PESO # DURACAO # RECOMPENSA
#####
| 337 | 26 | 26 | 1009 | 1261 |
+-----+
| 15 | 9 | 9 | 1019 | 1137 |
+-----+
| 408 | 22 | 28 | 1058 | 347 |
+-----+
| 243 | 16 | 28 | 1094 | 875 |
+-----+
```

Encomendas expresso para este dia:

```
#####
ID # VOLUME # PESO # DURACAO # RECOMPENSA
#####
| 174 | 3 | 19 | 540 | 952 |
+-----+
| 88 | 13 | 3 | 937 | 466 |
+-----+
| 313 | 3 | 19 | 980 | 901 |
+-----+
```

Encomendas expresso entregues no dia de hoje:

```
#####
HORA DE ENTREGA # ID
#####
| 09:00 | 337 |
+-----+
| 09:16 | 15 |
+-----+
| 09:33 | 408 |
+-----+
| 09:51 | 243 |
+-----+
| 10:09 | 185 |
+-----+
| 10:11 | 160 |
+-----+
```

```
+-----+
| 15:08 | 410 |
+-----+
| 15:26 | 421 |
+-----+

Eficiencia: 100%
```