

Fisica sperimentale I



Riccardo Rasori

A.A. 2024/2025

Indice

| | | |
|----------|-----------------------------------------------------|-----------|
| 1 | Introduzione | 3 |
| 1.1 | Il metodo scientifico | 3 |
| 1.2 | Grandezze fisiche | 3 |
| 1.2.1 | Tempo | 4 |
| 1.2.2 | Lunghezza | 4 |
| 1.2.3 | Massa | 4 |
| 1.3 | La notazione scientifica | 4 |
| 1.3.1 | Num cifre significative | 4 |
| 1.4 | Meccanica | 5 |
| 1.4.1 | Cinematica | 6 |
| 2 | Vettori | 11 |
| 2.1 | Spostamento | 11 |
| 2.2 | Somma di vettori: Metodo grafico | 11 |
| 2.3 | Sottrazione | 12 |
| 2.4 | Componenti dei vettori | 12 |
| 2.5 | Versori | 13 |
| 2.6 | Somma di vettori: metodo delle componenti | 13 |
| 2.7 | Prodotto di vettori | 14 |
| 2.7.1 | Prodotto tra vettore e scalare | 14 |
| 2.7.2 | Prodotto tra vettore e vettore | 14 |
| 2.7.3 | Prodotto vettoriale | 15 |
| 2.8 | Moto in due e tre dimensioni | 16 |
| 2.8.1 | Velocità vettoriale media e istantanea | 17 |
| 2.8.2 | Accelerazione media e istantanea | 17 |

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Il metodo scientifico

La natura è complessa → per capirla si fanno esperimenti
Es. Tolta l'aria (nel vuoto) tutti i corpi cadono in maniera uguale
→ Gli esperimenti formulano una teoria
→ La fisica usa il linguaggio matematico per le teorie e le leggi

1.2 Grandezze fisiche

Definizione

Misurazione: si associa un numero (misura) a una grandezza fisica.
Associa anche la sua attendibilità (errore).
Deve essere non ambigua e riproducibile.

Definizione

Grandezza fisica: è definita in relazione al procedimento/strumento utilizzato per misurare.
Non tutte le grandezze sono indipendenti (velocità $\frac{m}{s}$).

Sistema Internazionale

- Tempo (s)
- Lunghezza (m)
- Massa (kg)
- Quantità di materia (mol)
- Temperatura (K)
- Intensità di corrente elettrica (A)
- Intensità luminosa (cd)

1.2.1 Tempo

Grandezza fisica misurata con l'orologio.

Si usa l'orologio atomico basato sulla frequenza di una transizione iperfine all'atomo di ^{133}Cs (Cesio)

Definizione

Secondo: tempo che ci mette la luce emessa da ^{133}Cs per fare 9.192.631.770 vibrazioni.

1.2.2 Lunghezza

Si usa il regolo per misurarla

Definizione

Metro: distanza percorsa dalla luce nel vuoto in $\frac{1}{299.792.458}$ di secondo.

1.2.3 Massa

Definizione

Massa: grandezza fisica misurata con bilancia a due bracci.

Campione di riferimento: kg \rightarrow cilindro di platino-iridio per definire la massa

1.3 La notazione scientifica

Vantaggi

- È formalmente compatta
- È evidente l'ordine di grandezza \rightarrow Potenza di 10 con cui è espresso il numero
- È evidente la precisione con cui è noto il valore numerico \rightarrow L'incertezza è espressa dal suo errore
Es. $l = (3,5 \pm 0,1)m$

L'errore ci dice quante cifre significative usare per rappresentare una grandezza

Es. $(4,5397 \pm 0,21) * 10^3 \leftarrow$ se già la prima cifra è incerta per l'errore, non ha senso precisare tutto quello che c'è dopo (397)

\rightarrow va scritto $(4,54 \pm 0,21) * 10^3$

1.3.1 Num cifre significative

3m \rightarrow per l'errore può essere $3 \pm 0,1$ m (2, 3 o 4)

3,0m \rightarrow per l'errore può essere $3,0 \pm 0,1$ m (2,9; 3,0; 3,1)

0,003m \leftarrow 1 cifra significativa
 0,0030m \leftarrow 2 cifre significative

Addizione

$$\begin{array}{r} 18,0 \\ + 0,0039 \\ + 0,00002 \\ \hline 18,00392 \\ = 18,0 \end{array}$$

i

Moltiplicazione

Il risultato di norma deve contenere tante cifre significative quante ne sono contenute nel fattore con meno cifre significative

$$\begin{array}{r} \text{Es:} \\ 2,21 \\ * 0,3 \\ \hline 0,663 \\ = 0,7 \end{array}$$

Es. $12,4 * 84 = 1041,6 = 1,04 * 10^3$

Divisione

Vale la stessa regola della moltiplicazione

Es. $14,28 / 0,714 = 20 = 20,0$ oppure $2,0 * 10^1$

Es. $0,032 / 0,004 = 8 = 0,8 * 10^1$

Es: $9,83 / 9,3^{ii} = 1,05698924731 = 1,06^{iii}$

1.4 Meccanica

- **Cinematica:** studio del moto indipendente dalle cause
- **Dinamica:** studio del moto in relazione alle forze agenti
- **Statica:** studio del moto in assenza di forze

ⁱdeve contenere un numero di cifre significative uguale a quello del numero con incertezza maggiore

ⁱⁱ2 cifre, ma l'incertezza è circa dell'1%

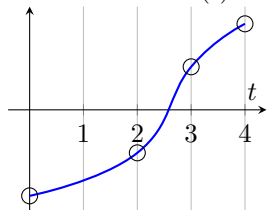
ⁱⁱⁱSe avessi scritto 1,1 l'incertezza era circa del 10%, quindi metto 1,06 e l'incertezza rimane circa 1%

1.4.1 Cinematica

- Si studia un corpo puntiforme (particella) in cui è incentrata la massa
- Lo studiamo in modo unidimensionale (si muove solo in una direzione) (moto rettilineo)
 - Posizione
 - Spostamento
 - Velocità
 - Accelerazione
- In natura esistono corpi puntiformi (elettroni)
 - Hanno raggio $< 2 * 10^{-20}$ m

Moto

- Il suo concetto è relativo
 - Per un osservatore un oggetto potrebbe essere in movimento, per un altro potrebbe essere fermo
- Sistema di riferimento
 - Definisce la posizione di un corpo
 - Assi x y z
 - In cinematica il sistema di rif. è arbitrario (1,2,3 dimensioni)
 - La posizione p la coordinata lungo l'asse della particella
 - Lo spostamento è la differenza tra il valore della pos. finale e quella iniziale
$$\Delta x = x_2 - x_1$$
 - Conviene descrivere il moto con il variare della posizione in funzione del tempo
Ho la funzione $x(t)$ dove il tempo è la variabile indipendente



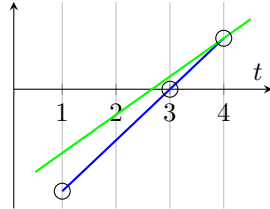
- La velocità è quanto rapidamente si muove la particella

* Velocità vettoriale media

È il rapporto tra lo spostamento Δx che si verifica in un certo intervallo Δt e l'intervallo stesso

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2(t_2) - x_1(t_1)}{t_2 - t_1} \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$[\bar{v}] = [LT^{-1}]$$



Può succedere che la particella si muova e che torni nello stesso punto:

· lo spostamento è 0 \Rightarrow la velocità vettoriale media è 0

* Velocità scalare media

$$\bar{u} = \frac{l}{\Delta t} [m/s]$$

$$[\bar{u}] = [LT^{-1}]$$

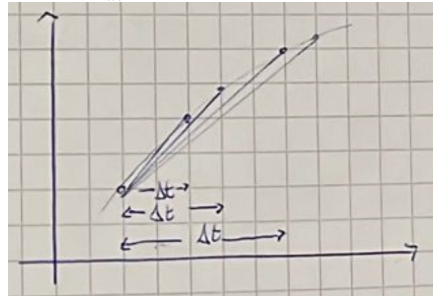
* Velocità istantanea

Definizione

Limite della velocità vettoriale media quando Δt tende a 0

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{t \rightarrow t_1} \frac{x(t) - x(t_1)}{t - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow \text{è la derivata prima di } x(t) \text{ rispetto al tempo } t$$



– Esempi di moti

* Particella con velocità costante

$$x(t) = A + Bt$$

Velocità istantanea

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt) = 0 + B$$

* Particella accelerata uniformemente

– Accelerazione media o istantanea

- * Media: rapporto tra la variazione della velocità della particella in un Δt e l'intervallo stesso

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2(t_2) - v_1(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$[\bar{a}] = \left[\frac{LT^{-1}}{T} \right] = [LT^{-2}] \rightarrow \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

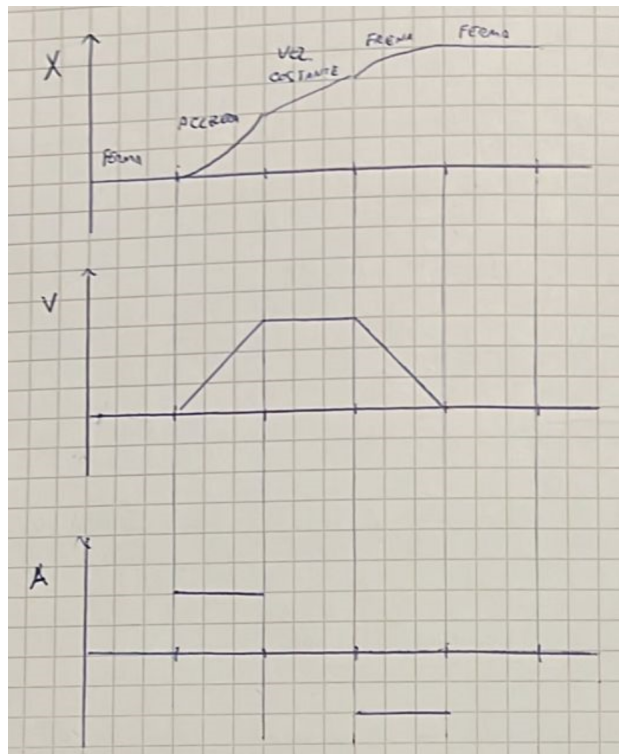
- * Istantanea:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{t \rightarrow t_1} \frac{v(t) - v(t_1)}{t - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} =$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \rightarrow \text{è la derivata seconda di } x(t) \text{ rispetto al tempo } t$$

- * Accelerazione e velocità concordi

- Parlo di accelerazione se la velocità aumenta
- Parlo di decelerazione se la velocità diminuisce

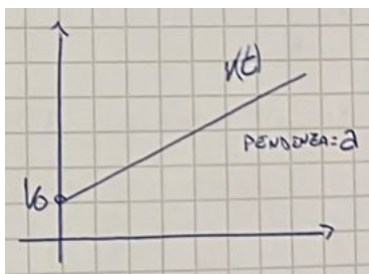


- Accelerazione costante

- * Trovo la velocità

$a(t) = \text{costante}$ e poniamo per semplicità $t_0 = 0$

$$a = \bar{a} = \frac{\delta v}{\delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow v(t) = v_0 + a * t(1)$$

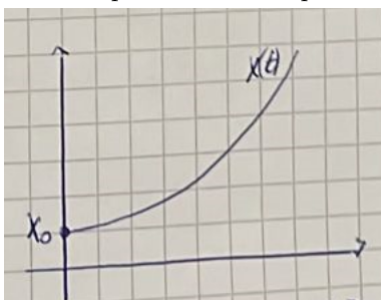


* Trovo la posizione

$$\begin{cases} \bar{v} = \frac{1}{2}(v_0 + v) = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + a * t) = v_0 + \frac{1}{2}a * t \\ \bar{v} = \frac{\delta x}{\delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0} \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\Rightarrow x(t) = x_0 + v_0 * t + \frac{1}{2}a * t^2 \quad (2)$$

Posso conoscere dove si trova la particella a patto di sapere le condizioni iniziali di tempo e moto della particella



Posso ricavare altre equazioni

* eliminando t da (1) e (2)

$$v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (3)$$

* eliminando a da (1) e (2)

$$x(t) = x_0 + \frac{v_0 + v}{2}t \quad (4)$$

* eliminando v_0 da (1) e (2)

$$x(t) = x_0 + v(t) - \frac{1}{2}a(t^2) \quad (5)$$

La (1) e la (2) sono le più importanti, da sapere a memoria

Mostriamo come a questi risultati si può arrivare anche con le derivate

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a * dt \Rightarrow \int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + a * t) dt \Rightarrow x - x_0 = v_0 * t + \frac{1}{2}a * t^2 \Rightarrow x = x_0 + v_0 * t + \frac{1}{2}a * t^2$$

Se al posto di t_0 avessimo un t qualunque uso $t - t_0$

- Moto di caduta libera

In assenza della resistenza dell'aria tutti i corpi cadono ugualmente

$$- g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

- La direzione (detta vericale) è la stessa direzione dell'accelerazione di gravità

Sostituendo alle equazioni precedenti $a = -g$ $x_0 = 0$

$$v = v_0 + at = -gt$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at = -\frac{1}{2}gt^2$$

Capitolo 2

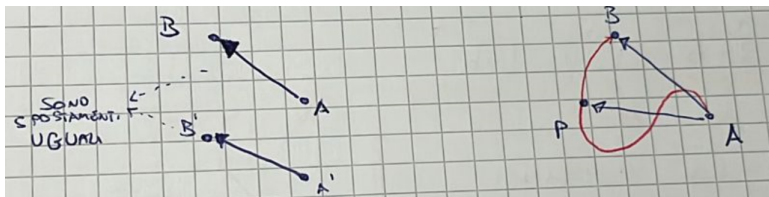
Vettori

Le grandezze fisiche sono:

- **Scalari:** definite da un numero e un'unità di misura
- **Vettoriali:** è definita da un numero, una direzione e un verso
Il prodotto delle grandezze vettoriali è lo spostamento

2.1 Spostamento

Lo spostamento da A a B è caratterizzato dalla sua intensità, dalla direzione e dal verso e si indica con



- Tutte le grandezze fisiche che si comportano come lo spostamento sono vettori

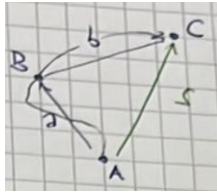
Notazioni vettoriali

| Vettore | Modulo |
|-----------|-----------------|
| AB | \overline{AB} |
| \vec{v} | v |
| \vec{V} | $ \vec{V} $ |

2.2 Somma di vettori: Metodo grafico

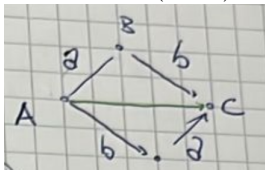
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{s}$$

non è la somma dei moduli



Proprietà della somma

- Commutativa: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- Associativa: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$



2.3 Sottrazione

Il vettore $-\vec{b}$ ha la stessa intensità di \vec{b} , ma verso opposto

La differenza è la somma di \vec{a} e $-\vec{b}$

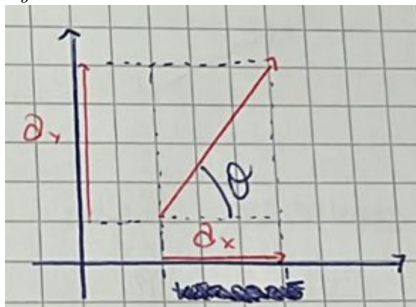
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

2.4 Componenti dei vettori

Proietto le componenti sull'asse delle x

$$a_x = a \cos \theta$$

$$a_y = a \sin \theta$$



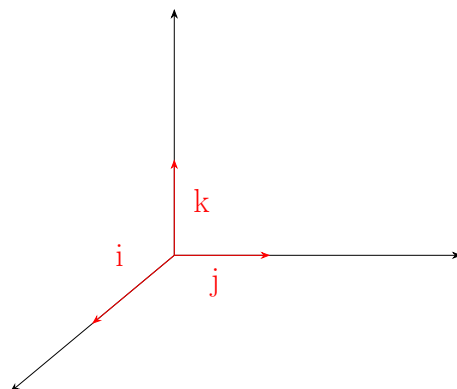
Le componenti:

- Sono scalari
 - Insieme definiscono in modo univoco il vettore
- $$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$
- $$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$$

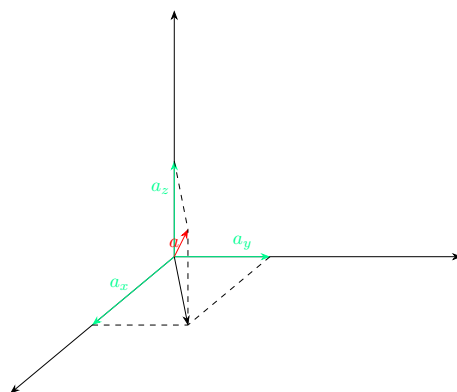
2.5 Versori

Definizione

Un **versore** è un vettore con modulo=1



$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ sono i versori della terna cartesiana destrorsa
Si indicano anche con $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$



$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

\vec{a} si può scrivere con: $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$

2.6 Somma di vettori: metodo delle componenti

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$$
$$r_x \hat{i} + r_y \hat{j} + r_z \hat{k} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) + (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}) =$$

$$\begin{aligned}
&= (a_x + b_x)\hat{i} + (a_y + b_y)\hat{j} + (a_z + b_z)\hat{k} \\
r_x &= (a_x + b_x) \\
r_y &= (a_y + b_y) \\
r_z &= (a_z + b_z)
\end{aligned}$$

2.7 Prodotto di vettori

2.7.1 Prodotto tra vettore e scalare

Scalare = c

Vettore = \vec{a}

Il prodotto dà:

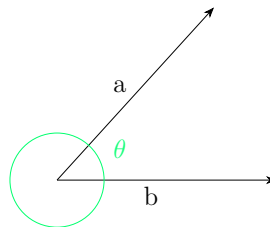
- Modulo $|a| * c$
- Direzione di \vec{a}
- Verso di \vec{a} se $c > 0$, opposto se $c < 0$

2.7.2 Prodotto tra vettore e vettore

$$\vec{a} * \vec{b}$$

$$= |a| * |b| * \cos \theta$$

$\vec{a} * \vec{b}$ si può pensare come



$a * \text{proiezione di } b \text{ su } a$

$a * (\cos \theta b)$ e viceversa

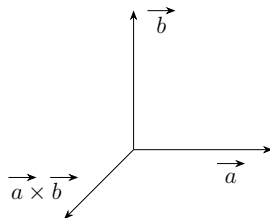
- Quando i vettori sono perpendicolari il prodotto scalare è 0 (il coseno è 0)
 $\hat{i} * \hat{k} = \hat{k} * \hat{j} = \hat{j} * \hat{i} = 0$
- Quando i vettori sono paralleli il coseno è 1 e si ha $a * b = |a| * |b|$
- $\vec{a} * \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) * (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$
- Il coseno dell'angolo tra i 2 vettori:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{ab} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{ab}$$

2.7.3 Prodotto vettoriale

$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ (“a vettor b”)

- Modulo $c = |\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \theta$
- Direzione: perpendicolare al piano individuato da \vec{a} e \vec{b}
- Verso: regola della mano destra



$(\vec{a} \times \vec{b}) = -(\vec{b} \times \vec{a}) \Rightarrow$ non è commutativa

- Due vettori paralleli danno prodotto vettoriale = 0
 $\hat{i} \times \hat{i} = 0 \dots$
- Mentre $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$ ($\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$)
 $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$ ($\hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$)
 $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$ ($\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$)

- Con le componenti cartesiane

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \times (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}) \\ &= (a_y b_z - a_z b_y) \hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{k} \end{aligned}$$

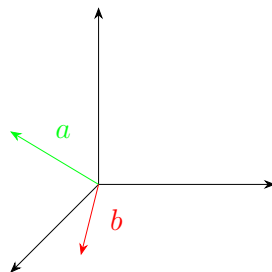
Può essere ricordato facilmente col determinante

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \hat{i}(a_y b_z - a_z b_y) - \hat{j}(a_x b_z - a_z b_x) + \hat{k}(a_x b_y - a_y b_x)$$

- La divisione non è definita

Esercizi

1. Mostrare che \vec{A} è perpendicolare a \vec{B} se $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$
 Somma $\vec{S} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$
 Differenza $\vec{D} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$
 $(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2 = (A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2 + (A_z - B_z)^2$
 Svolgo i quadrati e ottengo
 $(A_x + B_x) + (A_y + B_y) + (A_z + B_z) = 0$
 $\Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ quindi i vettori sono perpendicolari



2. Calcolare l'angolo compreso tra $a = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ e $b = 2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$

Dalla definizione $\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}| * |\vec{b}| * \cos \theta$

Ma vale anche $\vec{a} * \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

$$\cos \theta = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$a = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 4 + 25} = \sqrt{33}$$

$$b = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 1 + 9} = \sqrt{14}$$

$$\cos \theta = \frac{2*2 + (-2)*1 + 5*(-4)}{\sqrt{33}*\sqrt{14}} = -0,605 \Rightarrow \theta = 127,12^\circ$$

3. Prodotto vettoriale tra $\vec{a} = 3\hat{i} + 7\hat{j}$ e $\vec{b} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 7 & 0 \\ 2 & -5 & 0 \end{vmatrix} = -29\hat{k}$$

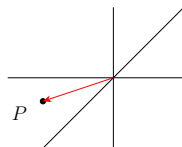
2.8 Moto in due e tre dimensioni

Cinematico in più dimensioni

Vettore posizione

Ha la coda nell'origine e la punta dove c'è la particella

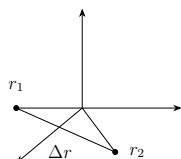
$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$



Spostamento

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Δr è il vettore che va da r_1 a r_2



Proprietà

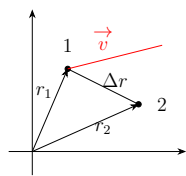
Si scrive $\Delta r = (x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j} + z_2 \hat{k}) - (x_1 \hat{i} + y_1 \hat{j} + z_1 \hat{k}) = \Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j} + \Delta z \hat{k}$

2.8.1 Velocità vettoriale media e istantanea

Media

Rapporto tra lo spostamento Δr nel l'intervallo di tempo Δt e l'intervallo stesso

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$



Istantanea

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k}}{dt} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k}$$

2.8.2 Accelerazione media e istantanea

Media

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Istantanea

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$