Fisica sperimentale I

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA

Riccardo Rasori

A.A. 2024/2025

Indice

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Il metodo scientifico

La natura è complessa $\rightarrow$ per capirla si fanno esperimenti
Es. Tolta l'aria (nel vuoto) tutti i corpi cadono in maniera uguale
$\rightarrow$ Gli esperimenti formulano una teoria
$\rightarrow$ La fisica usa il linguaggio matematico per le teorie e le leggi

1.2 Grandezze fisiche

Definizione

Misurazione: si associa un numero (misura) a una grandezza fisica. Associa anche la sua attendibilità (errore).
Deve essere non ambigua e riproducibile.

Definizione

Grandezza fisica: è definita in relazione al procedimento/strumento utilizzato per misurare.
Non tutte le grandezze sono indipendenti (velocità $\frac{m}{s}$).

```
Sistema Internazionale
├── Tempo (s)
├── Lunghezza (m)
├── Massa (kg)
├── Quantità di materia (mol)
├── Temperatura (K)
├── Intensità di corrente elettrica (A)
└── Intensità luminosa (cd)
```

1.2.1 Tempo

Grandezza fisica misurata con l'orologio.
Si usa l'orologio atomico basato sulla frequenza di una transizione iperfine all'atomo di ^{133}Cs (Cesio)

> Definizione
>
> **Secondo**: tempo che ci mette la luce emessa da ^{133}Cs per fare 9.192.631.770 vibrazioni.

1.2.2 Lunghezza

Si usa il regolo per misurarla

> Definizione
>
> **Metro**: distanza percorsa dalla luce nel vuoto in $\frac{1}{299.792.458}$ di secondo.

1.2.3 Massa

> Definizione
>
> **Massa**: grandezza fisica misurata con bilancia a due bracci.

Campione di riferimento: kg → cilindro di platino-iridio per definire la massa

1.3 La notazione scientifica

```
Vantaggi
├─ È formalmente compatta
├─ È evidente l'ordine di grandezza → Potenza di 10 con cui è espresso
│  il numero
└─ È evidente la precisione con cui è noto il valore numerico →
   L'incertezza è espressa dal suo errore
```
Es. $l = (3,5 \pm 0,1)m$

L'errore ci dice quante cifre significative usare per rappresentare una grandezza
Es. $(4,5397 \pm 0,21) * 10^3$ ← se già la prima cifra è incerta per l'errore, non ha senso precisare tutto quello che c'è dopo (397)
→ va scritto $(4,54 \pm 0,21) * 10^3$

1.3.1 Num cifre significative

3m → per l'errore può essere $3 \pm 0,1$ m (2, 3 o 4)
3,0m → per l'errore può essere $3,0 \pm 0,1$ m (2,9; 3,0; 3,1)

0,003m ← 1 cifra significativa
0,0030m ← 2 cifre significative

Addizione

$$\begin{array}{r} 18{,}0 \\ +\ 0{,}0039 \\ +\ 0{,}00002 \\ \hline 18{,}00392 \\ =18{,}0 \end{array}$$

[i]

Moltiplicazione

Il risultato <u>di norma</u> deve contenere tante cifre significative quante ne sono contenute nel fattore con meno cifre significative

$$\begin{array}{r} \text{Es:} \\ 2{,}21 \\ *0,3 \\ \hline 0{,}663 \\ =0{,}7 \end{array}$$

Es. $12,4 * 84 = 1041,6 = 1,04 * 10^3$

Divisione

Vale la stessa regola della moltiplicazione
Es. $14,28/0,714 = 20 = 20,0$ oppure $2,0 * 10^1$
Es. $0,032/0,004 = 8 = 0,8 * 10^1$
Es: $9,83/9,3$[ii]$= 1,05698924731 = 1,06$[iii]

1.4 Meccanica

- **Cinematica**: studio del moto indipendente dalle cause
- **Dinamica**: studio del moto in relazione alle forze agenti
- **Statica**: studio del moto in assenza di forze

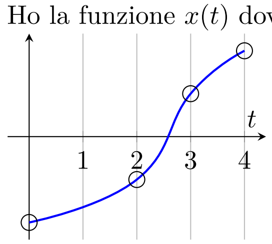
[i] deve contenere un numero di cifre significative uguale a quello del numero con incertezza maggiore
[ii] 2 cifre, ma l'incertezza è circa dell'1%
[iii] Se avessi scritto 1,1 l'incertezza era circa del 10%, quindi metto 1,06 e l'incertezza rimane circa 1%

1.4.1 Cinematica

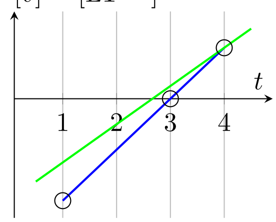
- Si studia un corpo puntiforme (particella) in cui è incentrata la massa
- Lo studiamo in modo unidimensionale (si muove solo in una direzione) (moto rettilineo)
  - Posizione
  - Spostamento
  - Velocità
  - Accelerazione
- In natura esistono corpi puntiformi (elettroni)
  - Hanno raggio $< 2 * 10^{-20}$ m

Moto

- Il suo concetto è relativo
  - Per un osservatore un oggetto potrebbe essere in movimento, per un altro potrebbe essere fermo
- Sistema di riferimento
  - Definisce la posizione di un corpo
  - Assi x y z
  - In cinematica il sistema di rif. è arbitrario (1,2,3 dimensioni)
  - La posizione p la coordinata lungo l'asse della particella
  - Lo spostamento è la differenza tra il valore della pos. finale e quella iniziale
    $\Delta x = x_2 - x_1$
  - Conviene descrivere il moto con il variare della posizione in funzione del tempo
    Ho la funzione $x(t)$ dove il tempo è la variabile indipendente



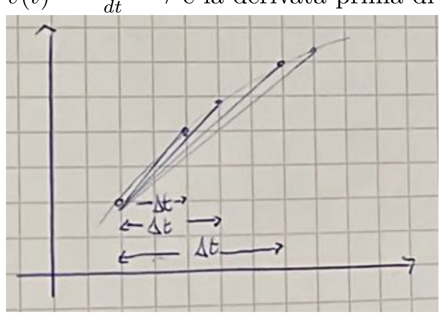
  - La velocità è quanto rapidamente si muove la particella

* Velocità vettoriale media
  È il rapporto tra lo spostamento Δx che si verifica in un certo intervallo Δt e l'intervallo stesso
  $\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2(t_2)-x_1(t_1)}{t_2-t_1}[\frac{m}{s}]$
  $[\overline{v}] = [LT^{-1}]$
  

  Può succedere che la particella si muova e che torni nello stesso punto:
  · lo spostamento è 0 $\Rightarrow$ la velocità vettoriale media è 0
* Velocità scalare media
  $\overline{u} = \frac{l}{\Delta t}[m/s]$
  $[\overline{u}] = [LT^{-1}]$
* Velocità istantanea

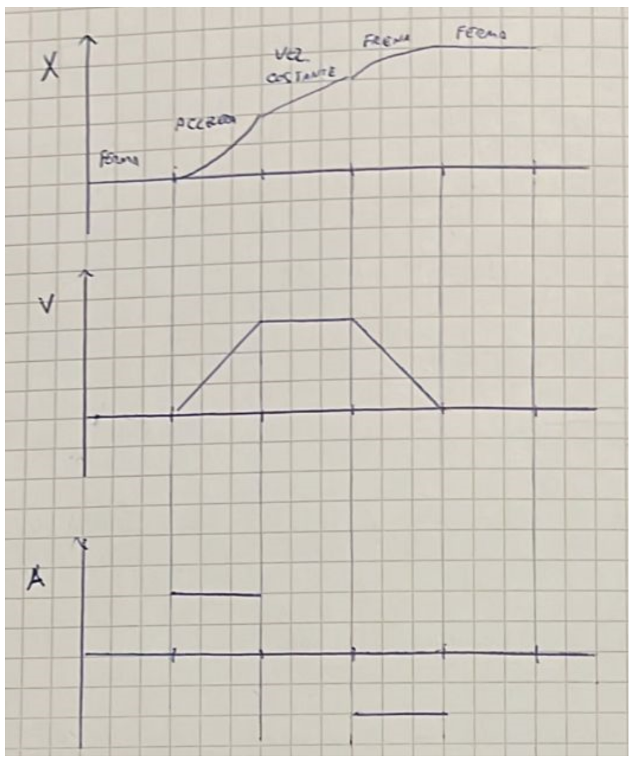
  Definizione

  Limite della velocità vettoriale media quando Δt tende a 0

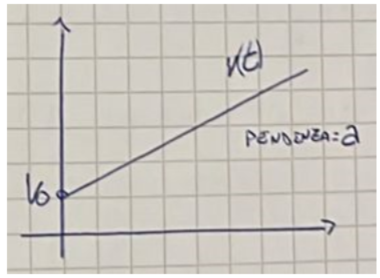
  $v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{t \to t_1} \frac{x(t)-x(t_1)}{t-t_1} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} \Rightarrow$
  $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow$ è la derivata prima di x(t) rispetto al tempo t
  

- Esempi di moti
  * Particella con velocità costante
    $x(t) = A + Bt$
    Velocità istantanea
    $v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt) = 0 + B$
  * Particella accelerata uniformemente
- Accelerazione media o istantanea

* Media: rapporto tra la variazione della velocità della particella in un Δt e l'intervallo stesso
  $\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2(t_2) - v_1(t_1)}{t_2 - t_1}$
  $[\overline{a}] = [\frac{LT^{-1}}{T}] = [LT^{-2}] \rightarrow [\frac{m}{s^2}]$
* Istantanea:
  $a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{t \to t_1} \frac{v(t) - v(t_1)}{t - t_1} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2 xt}{dt^2} \rightarrow$ è la derivata seconda di x(t) rispetto al tempo t
* Accelerazione e velocità concordi
  · Parlo di accelerazione se la velocità aumenta
  · Parlo di decelerazione se la velocità diminuisce



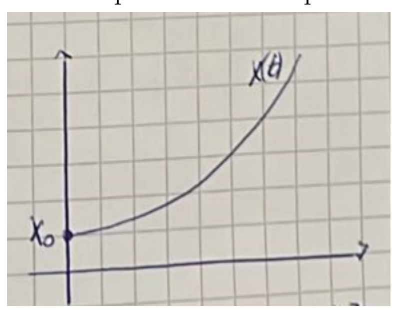
– Accelerazione costante
  * Trovo la velocità
    a(t)=costante e poniamo per semplicità $t_0 = 0$
    $a = \overline{a} = \frac{\delta v}{\delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow v(t) = v_0 + a * t(1)$



* Trovo la posizione

$$\begin{cases} \overline{v} = \frac{1}{2}(v_0 + v) = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + a * t) = v_0 + \frac{1}{2}a * t \\ \overline{v} = \frac{\delta x}{\delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0} \end{cases} \tag{1.1}$$

$\Rightarrow x(t) = x_0 + v_0 * t + \frac{1}{2}a * t^2$ (2)
Posso conoscere dove si trova la particella a patto di sapere le condizioni iniziali di tempo e moto della particella



Posso ricavare altre equazioni

* eliminando t da (1) e (2)
  $v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0)(3)$
* eliminando a da (1) e (2)
  $x(t) = x_0 + \frac{v_0+v}{2}t(4)$
* eliminando v_0 da (1) e (2)
  $x(t) = x_0 + v(t) - \frac{1}{2}a(t^2)(5)$

La (1) e la (2) sono le più importanti, da sapere a memoria
Mostriamo come a questi risultati si può arrivare anche con le derivate
$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a * dt \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t vdt = \int_0^t (v_0 + a * t)dt \Rightarrow x - x_0 = v_0 * t + \frac{1}{2}a * t^2 \Rightarrow x = x_0 + v_0 * t + \frac{1}{2}a * t^2$
Se al posto di t_0 avesso un t qualunque uso $t - t_0$

* Moto di caduta libera
  In assenza della resistenza dell'aria tutti i corpi cadono ugualmente
  - $g = 9,81\frac{m}{s^2}$

– La direzione (detta vericale) è la stessa direzione dell'accelerazione di gravitò
Sostituendo alle equazioni precedenti $a = -gt$ $x_0 = 0$
$v = v_0 + at = -gt$
$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at = -\frac{1}{2}gt^2$

Capitolo 2

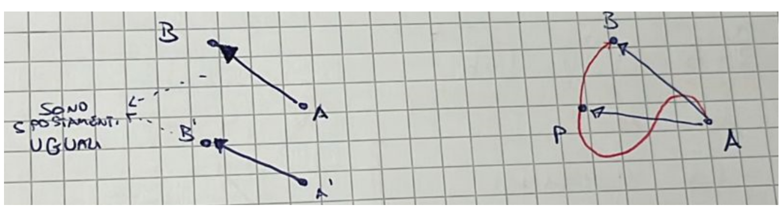
Vettori

Le grandezze fisiche sono:

- **Scalari:** definite da un numero e un'unità di misura
- **Vettoriali:** è definita da un numero, una direzione e un verso
  Il prodotto delle grandezze vettoriali è lo <u>spostamento</u>

2.1 Spostamento

Lo spostamento da A a B è caratterizzato dalla sua intensità, dalla direzione e dal verso e si indica con

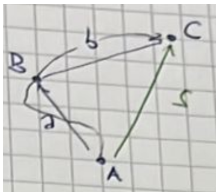


- Tutte le grandezze fisiche che si comportano come lo spostamento sono vettori
  Notazioni vettoriali

Vettore	**Modulo**
AB	$\overline{AB}$
v	v
$\vec{V}$	$\|\vec{V}\|$

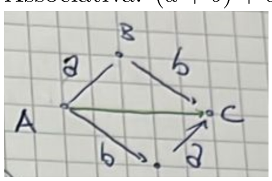
2.2 Somma di vettori: Metodo grafico

$\vec{A}+\vec{B}=\vec{s}$
<u>non</u> è la somma dei moduli



Proprietà della somma

- Commutativa: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- Associativa: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

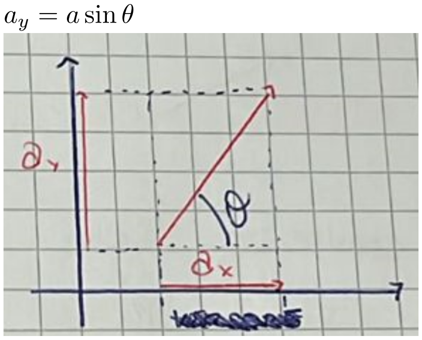


2.3 Sottrazione

Il vettore $-\vec{b}$ ha la stessa intensità di $\vec{b}$, ma verso opposto
La differenza è la somma di $\vec{a}$ e $-\vec{b}$
$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

2.4 Componenti dei vettori

Proietto le componenti sull'asse delle x
$a_x = a \cos \theta$
$a_y = a \sin \theta$



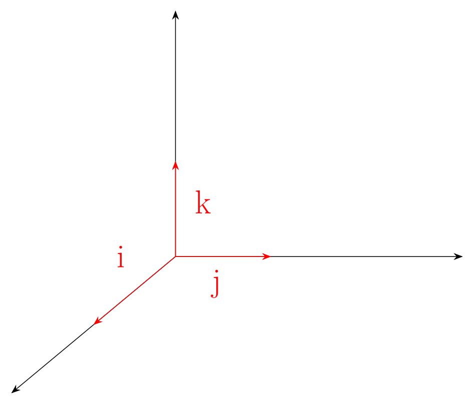
Le componenti:

- Sono scalari
- Insieme definiscono in modo univoco il vettore
  $|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$
  $\tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$

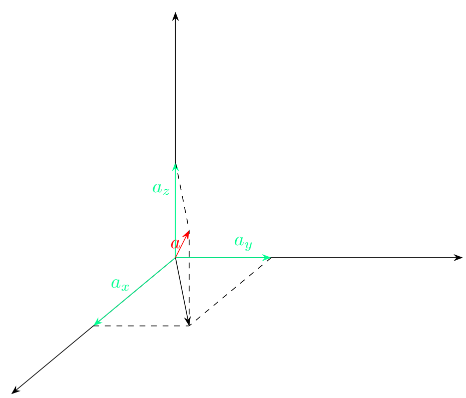
2.5 Versori

Definizione

Un **versore** è un vettore con modulo=1



i, j, k sono i versori della terna cartesiana destrorsa
Si indicano anche con $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$



$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$
$\vec{a}$ si può scrivere con: $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$

2.6 Somma di vettori: metodo delle componenti

$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$
$r_x\hat{i} + r_y\hat{j} + r_z\hat{k} = (a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}) + (b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k}) =$

$= (a_x + b_x)\hat{i} + (a_y + b_y)\hat{j} + (a_z + b_z)\hat{k}$
$r_x = (a_x + b_x)$
$r_y = (a_y + b_y)$
$r_z = (a_z + b_z)$

2.7 Prodotto di vettori

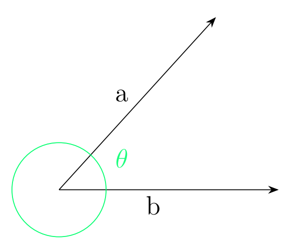
2.7.1 Prodotto tra vettore e scalare

Scalare = c
Vettore = $\vec{a}$
Il prodotto dà:

- Modulo $|a| * c$
- Direzione di $\vec{a}$
- Verso di $\vec{a}$ se c>0, opposto se c<0

2.7.2 Prodotto tra vettore e vetttore

$\vec{a} * \vec{b}$
$= |a| * |b| * \cos\theta$
$\vec{a} * \vec{b}$ si può pensare come



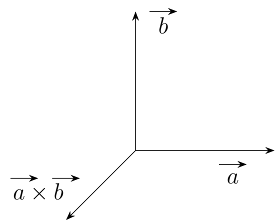
a * proiezione di b su a
$a * (cos\theta b)$ e viceversa

- Quando i vettori sono perpendicolari il prodotto scalare è 0 (il coseno è 0)
  $\hat{i} * \hat{k} = \hat{k} * \hat{j} = \hat{j} * \hat{i} = 0$
- Quando i vettori sono paralleli il coseno è 1 e si ha $a * b = |a| * |b|$
- $\vec{a} * \vec{b} = (a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}) * (b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k}) = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z$
- Il coseno dell'angolo tra i 2 vettori:
  $\cos\theta = \frac{\vec{a}*\vec{b}}{ab} = \frac{a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z}{ab}$

2.7.3 Prodotto vettoriale

$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ("a vettor b")

- Modulo $c = |\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin\theta$
- Direzione: perpendicolare al piano individuato da $\vec{a}$ e $\vec{b}$
- Verso: regola della mano destra



  $(\vec{a} \times \vec{b}) = -(\vec{b} \times \vec{a}) \Rightarrow$ non è commutativa

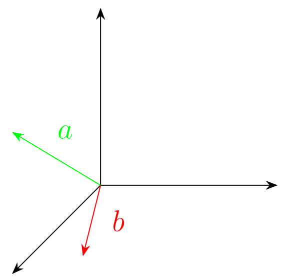
- Due vettori paralleli danno prodotto vettoriale = 0
  $\hat{i} \times \hat{i} = 0$...
- Mentre $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}(\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k})$
  $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}(\hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i})$
  $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}(\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j})$
- Con le componenti cartesiane
  $\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k})$
  $= (a_yb_z - a_zb_y)\hat{i} + (a_zb_x - a_xb_z)\hat{j} + (a_xb_y - a_yb_x)\hat{k}$
  Può essere ricordato facilmente col determinante

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \hat{i}(a_yb_z - a_zb_y) - \hat{j}(a_xb_z - a_zb_x) + \hat{k}(a_xb_y - a_yb_x)$$

- La divisione non è definita

Esercizi

1. Mostrare che $\vec{A}$ è perpendicolare a $\vec{B}$ se $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$
   Somma $\vec{S} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$
   Differenza $\vec{D} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$
   $(A_x+B_x)^2+(A_y+B_y)^2+(A_z+B_z)^2 = (A_x-B_x)^2+(A_y-B_y)^2+(A_z-B_z)^2$
   Svolgo i quadrati e ottengo
   $(A_x + B_x) + (A_y + B_y) + (A_z + B_z) = 0$
   $\Rightarrow \vec{A} * \vec{B} = 0$ quindi i vettori sono perpendicolari

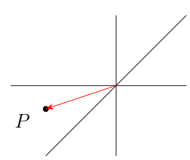


2. Calcolare l'angolo compreso tra $a = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ e $b = 2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$
   Dalla definizione $\vec{a} * \vec{b} = |a| * |b| * \cos\theta$
   Ma vale anche $\vec{a} * \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$
   $\cos\theta = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{a * b}$
   $a = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 4 + 25} = \sqrt{33}$
   $b = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 1 + 9} = \sqrt{14}$
   $\cos\theta = \frac{2*2 + (-2)*1 + 5*(-4)}{\sqrt{33}*\sqrt{14}} = -0,605 \Rightarrow \theta = 127,12°$

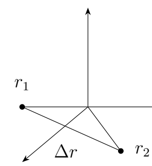
3. Prodotto vettoriale tra $\vec{a} = 3\hat{i} + 7\hat{j}$ e $\vec{b} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$
   $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 7 & 0 \\ 2 & -5 & 0 \end{vmatrix} = -29\hat{k}$

2.8 Moto in due e tre dimensioni

Cinematico in più dimensioni
Vettore posizione
Ha la coda nell'origine e la punta dove c'è la particella
$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$



Spostamento
$\Delta\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$
Δr è il vettore che va da r_1 a r_2



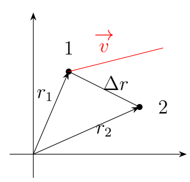
Proprietà

Si scrive $\Delta r = (x_2\hat{i} * y_2\hat{j} * z_2\hat{k}) - (x_1\hat{i} * y_1\hat{j} * z_1\hat{k}) = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k}$

2.8.1 Velocità vettoriale media e istantanea

Media

Rapporto tra lo spostamento Δr nel l'intervallo di tempo Δt e l'intervallo stesso
$\overline{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r_2}-\vec{r_1}}{t_2-t_1}$



Istantanea

$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{dr(t)}{dt}$
$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx\hat{i}+dy\hat{j}+dz\hat{k}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$

2.8.2 Accelerazione media e istantanea

Media

$\overline{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v_2}-\vec{v_1}}{t_2-t_1}$

Istantanea

$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{d^2t}$

2.8.3 Moto con accelerazione costante

$$\vec{a} = \text{costante} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = \text{costante} \\ a_y = \text{costante} \\ a_z = \text{costante} \end{cases} \tag{2.1}$$

Velocità

Guarda libro del professore