

chapter 5 性能解析

2021/5/3

パーセプトロンの学習定理

(復習)

- 入力ベクトル $x \in \mathbb{R}^m$ およびパラメータ $w \in \mathbb{R}^m$ に対するパーセプトロンの出力

$$\text{sign}(w^T x) \quad (1)$$

- パラメータの初期値: $w^{(0)} = 0$
- 学習データ $x \in \mathbb{R}^m, y \in \{-1, 1\}$ を受け取り、
 $\text{sign}(w^T x) \neq y$ ならば、次の更新則に従いパラメータを更新する

$$w^{(t+1)} = w^{(t)} + yx \quad (2)$$

パーセプトロンの学習定理

- 性能解析に関連する定義

定義 (学習データのマージン)

学習データ $\{x^{(t)}, y^{(t)}\}_{t=1, \dots, N}$ について、 $y^{(t)} u^T x^{(t)} \geq \gamma$ を満たし $\|u\| = 1$ であるベクトル u が存在するとき、学習データはマージン γ で線形分離可能であるという。

定義 (学習データの半径)

学習データ $\{x^{(t)}, y^{(t)}\}_{t=1, \dots, N}$ の半径を $R = \max_t \|x^{(t)}\|$ とする。

パーセプトロンの学習定理

定理 (パーセプトロンの学習定理)

学習データについて、半径が R でありマージン γ で分離可能であるならば、この学習データに対するパーセプトロンの更新回数は高々 $(R/\gamma)^2$ 回である。

パーセプトロンの学習定理

Proof.

すべての

Slide with Plot

