

chapter 5 性能解析

2021/6/16

リグレット解析

- プレイヤーは t 期ごとに実行可能なアクション集合に含まれる1つのアクション $\theta^{(t)} \in K$ を選択
- コスト関数 $f^{(t)}$ によりアクション $\theta^{(t)}$ に対するコスト $f^{(t)}(\theta^{(t)})$ が定まる
- プレイヤーは戦略に基づいてアクションを決定する

リグレット解析

- プレイヤーはどのように戦略を選んで合計コスト $\sum f^{(t)}(\theta^{(t)})$ を最小化するか
- そもそもコスト関数 $f^{(t)}$ がわからない場合でも最小化できるか
- ここで戦略のリグレットを導入する

定義 (戦略のリグレット)

ある戦略 A に基づくアクションの合計コストと最適戦略 θ^* による合計コストの差を戦略 A のリグレット $Regret(A)$ と定義する。

$$Regret(A) = \sum_{t=1}^T f^{(t)}(\theta^{(t)}) - \sum_{t=1}^T f^{(t)}(\theta^*)$$

リグレット解析

リグレット解析の意味付け

- $\text{Regret}(A)$ が T についての線形な関数ならばコスト差は縮まらない
- $\text{Regret}(A)$ が T についての線形な関数より小さければ、コストの差は0に近づいていく
- このとき、その戦略 A が達成するコストは最適戦略のコストに限りなく近づいていく

リグレット解析

オンライン学習におけるリグレット解析

- 学習データ $(\mathbf{x}^{(t)}, y^{(t)})$ が与えられたときの
オンライン学習器のパラメータ $\boldsymbol{\theta}^{(t)} \in \mathbb{R}^m$ をアクションとする
- 損失関数 $f^{(t)} = (\mathbf{x}^{(t)}, y^{(t)}, \boldsymbol{\theta})$ をコスト関数とする
- この場合、最適戦略はすべての学習データに対するコスト関数を最小にするアクションを選ぶ戦略となる

Follow the Leader

- 単純な戦略として、これまでの合計コストを最小にするようなアクションを選ぶものを考える

$$\boldsymbol{\theta}^{(1)} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta} \in K} \sum_{i=1}^{t-1} f^{(i)}(\boldsymbol{\theta})$$

- この戦略のことをFollow the Leader(FTL)という

Follow the Reader

- FTLではうまくいかないケースがある
- アクション $\theta \in [-1, 1]$ 、コスト関数 $f^{(t)}(\theta) = (1/2)(-1)^t \theta$ を考える