



Zawody indywidualne grupy starszej dzień 2

1. Ze zbioru liczb $\{1, 2, \dots, 100\}$ wybieramy 51 liczb.

Udowodnić, że pewne dwie z nich są względnie pierwsze (ich największy wspólny dzielnik jest równy 1).

2. Niech $a, b \in \mathbb{Z}_+$ i $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$. Udowodnij, że $a = b$.

3. Dane są liczby rzeczywiste x, y, z różne od 0, dla których
 $x + y + z = 0$.

Wiedząc, że liczby $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ oraz $\frac{x}{z} + \frac{z}{y} + \frac{y}{x} + 1$ są równe, wyznacz ich sumę.

4. Dany jest trapez $ABCD$ w którym AB jest równoległe do CD oraz $AD = AB + CD$. Wykaż, że dwusieczna kąta $\sphericalangle DAB$ przechodzi przez środek BC .

