



# Zawody indywidualne Elity

## dzień 2

---

1. Dany jest trapez  $ABCD$ , w którym  $AB$  jest równoległe do  $CD$  oraz  $AD = AB + CD$ . Wykaż, że dwusieczna kąta  $\sphericalangle DAB$  przechodzi przez środek  $BC$ .
2. Każdy z wierzchołków 2022-kąta foremnego pomalowano na jeden z dwóch kolorów tak, aby nie istniał trójkąt o wierzchołkach tego samego koloru mający kąt  $30^\circ$ .  
Udowodnij, że nie istnieje trójkąt prostokątny o wierzchołkach tego samego koloru.
3. Niech  $x_0$  będzie rzeczywistym rozwiązaniem równania  $x^3 + px + q = 0$ , gdzie  $p$  i  $q$  są liczbami rzeczywistymi. Pokazać, że  $4qx_0 \leq p^2$ .
4. Znajdź największe  $n$ , dla którego istnieje ciąg  $(a_1, \dots, a_n)$ , oraz dla dowolnego  $i \neq j$  zachodzi:

$$a_i \mid a_j^2 + 1.$$

