19.09.2025r.

MIELECKI OBÓZ MATEMATYCZNY

Kolorowanie

Zadania:

1. Czy można pokryć klockami domina (2×1):
    a) szachownicę 8×10?
    b) szachownicę, której jeden bok ma parzystą liczbę pól?
    c) szachownicę 7×7?
2. Czy można pokolorować przestrzeń na dwa kolory tak, aby nie istniał żaden odcinek o długości 1 o monochromatycznych końcach?
3. Czy szachownicę 8×8 można „obskoczyć” ruchami konika szachowego, stając na każdym polu dokładnie raz, jeśli startujemy z lewego dolnego pola i kończymy w prawym górnym?
4. Na każdym polu szachownicy 7 x 7 siedzi żaba. Nagle wszystkie żaby skaczą, każda na pole z którym sąsiaduje. Udowodnić, że na któreś pole trafią przynajmniej dwie żaby.
5. Na płaszczyźnie podzielonej ,,w kratkę” wybrano $4n$ pól. Pokazać, że przynajmniej n z nich jest rozłączne.
6. Czy szachownicę 8×8 z usuniętymi dwoma przeciwległymi narożnymi polami można wypełnić klockami domina (2×1)?
7. Czy szachownicę 10×10 można pokryć:
    a) tetraminami (4 pola) w kształcie litery T
    b) tetraminami w kształcie litery L?
8. Czy szachownicę 8×8 można pokryć piętnastoma tetraminami w kształcie litery L oraz jednym tetraminem 2×2?
9. Prostokąt jest ułożony z L-tetramin oraz S-tetramin. Wykaż, że liczba L-tetramin jest parzysta.
10. Czy szachownicę 10×10 można pokryć klockami 4×1?
11. Czy da się tablicę 8×8 z usuniętym narożem pokryć triminami 3×1?

12. Tablicę 8×8 trzeba pokryć 21 triminami oraz jedną płytką 1×1. Wyznaczyć wszystkie możliwe położenia płytki 1×1.

13. Udowodnij, że kwadratu 9×9 nie można pokryć klockami, z których każdy jest wymiaru 1×5 lub 1×6.