



# Zawody indywidualne grupy starszej dzień 2

---

1. Ze zbioru liczb  $\{1, 2, \dots, 100\}$  wybieramy 51 liczb.

Udowodnić, że pewne dwie z nich są względnie pierwsze (ich największy wspólny dzielnik jest równy 1).

2. Niech  $a, b \in \mathbb{Z}_+$  i  $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \in \mathbb{Z}_+$ . Udowodnij, że  $a = b$ .

3. Dane są liczby rzeczywiste  $x, y, z$  różne od 0, dla których  
 $x + y + z = 0$ .

Wiedząc, że liczby  $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$  oraz  $\frac{x}{z} + \frac{z}{y} + \frac{y}{x} + 1$  są równe, wyznacz ich sumę.

4. Dany jest trapez  $ABCD$  w którym  $AB$  jest równoległe do  $CD$  oraz  $AD = AB + CD$ . Wykaż, że dwusieczna kąta  $\sphericalangle DAB$  przechodzi przez środek  $BC$ .

