



Zawody indywidualne grupy młodszej

dzień 3

1. Udowodnić, że jeżeli $x + \frac{1}{x}$ jest liczbą całkowitą, to $x^2 + \frac{1}{x^2}$ też jest liczbą całkowitą.
2. W czworokącie $GYAT$ przez S, K, U, N oznaczono środki boków GY, YA, AT, TG odpowiednio. Udowodnić, że $SKUN$ jest równoległobokiem.
3. Znaleźć wszystkie liczby pierwsze p takie, że $p + 2$ oraz $p + 4$ są także liczbami pierwszymi.
4. Jan i Paweł rysują na przemian przekątne 20-kąta foremnego, takie że narysowana przekątna nie przecina żadnej innej już narysowanej (ale mogą stykać się w jednym wierzchołku). Gracz, który nie może wykonać ruchu, przegrywa. Kto ma strategię wygrywającą?