MIELECKI OBÓZ MATEMATYCZNY

19.09.2025r.

Zawody indywidualne Elity

dzień 3

---

1. Na stole w stosie leży 2025 monet. Chowamy do kieszeni jedną monetę i stos rozdzielamy na dwie części (nie muszą być równe). Następnie z dowolnego stosu mającego więcej dwie monety znów chowamy jedną, a resztę rozdzielamy na dwie części itd. Czy można doprowadzić do sytuacji, że na stole zostaną wyłącznie stosy zawierające po 5 monet?
2. Rozstrzygnij, czy w przestrzeni istnieją takie 24 punkty i 2019 różnych płaszczyzn, że żadne trzy punkty nie są współliniowe, każda płaszczyzna przechodzi przez co najmniej 3 punkty oraz każda trójka punktów leży na pewnej płaszczyźnie.
3. Liczbę n nazywamy *tralalero*, jeżeli dla każdego jej dzielnika d zachodzi $d + 1 | n + 1$. Znaleźć wszystkie liczby *tralalero*.
4. Udowodnić, że dla każdej pary dodatnich liczb rzeczywistych a, b oraz dla każdej dodatniej liczby całkowitej n zachodzi nierówność

$$(a + b)^n - a^n - b^n \geq \frac{2^n - 2}{2^{n-2}} ab(a + b)^{n-2}$$