

# Transmissão em banda base

## Comunicações I

---

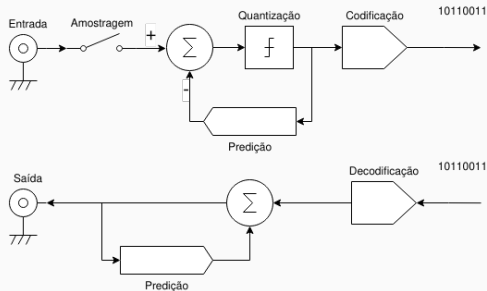
Thadeu L. B. Dias

UFRJ

1. Família PCM
2. Transmissão em banda base
3. Análise espectral
4. Interferência intersimbólica

## Recap

---



**Figure 1:** Codificador e decodificador do DPCM com previsão linear.

Vimos em aulas anteriores a família PCM de codificação. As várias formas do PCM são as técnicas que nos permitem transformar um sinal analógico  $m(t)$  em uma sequência de símbolos (geralmente binários) que representam sua versão amostrada no tempo e quantizada.

Vimos várias formas de fazer a codificação do sinal amostrado/quantizado:

- PCM direto,
- DPCM, DPCM Wiener, DPCM LMS,
- $\Delta$ -Modulation, Adaptive  $\Delta$ -Modulation,  $\Sigma\Delta$ -Modulation,

mas não vimos como de fato transmitir os símbolos gerados através de algum meio.

## Transmissão em banda base

---

# Transmissão em banda base

A forma mais direta de se transmitir os símbolos gerados pelo PCM é associar uma forma de onda para cada símbolo diferente;

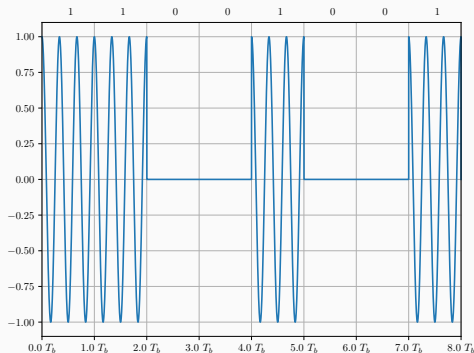


Figure 2: Exemplo de forma de onda para transmissão de bits.

Naturalmente, há diversas formas de se fazer essa associação, cada uma com suas vantagens e desvantagens;

A depender da forma de onda, as características de transmissão/recepção podem variar:

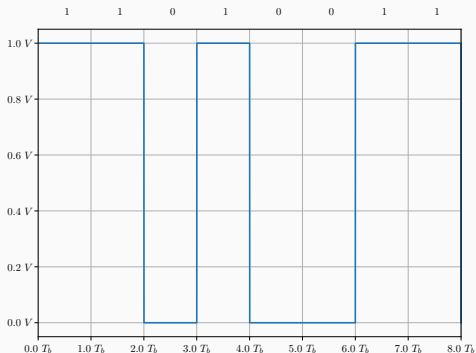
- Densidade espectral de potência do sinal transmitido
- Sincronização
- Resiliência a interferência
- Resiliência a ruído

Vamos começar com as formas de onda tradicionais (códigos de linha), depois vamos observar como otimizar o formato do pulso para alguns critérios;



# Pulsos tradicionais — NRZ Unipolar

Pulso *Non-Return to Zero* Unipolar  $\{0, 1\} \mapsto \{0, +V\}$ :

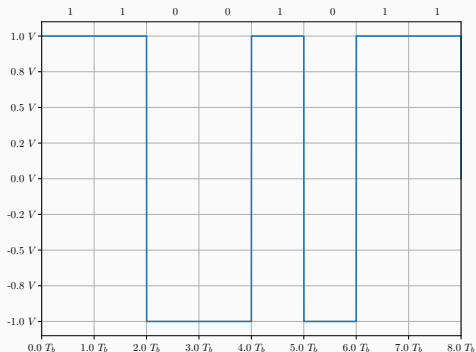


**Figure 3:** Exemplo de forma de bits transmitidos com pulso NRZ Unipolar.

Extremamente simples, implementável com um dispositivo tipo chave; Fonte assimétrica, mas possui valor DC;

# Pulsos tradicionais — NRZ Polar

Pulso *Non-Return to Zero* Polar  $\{0, 1\} \mapsto \{-V, +V\}$ :

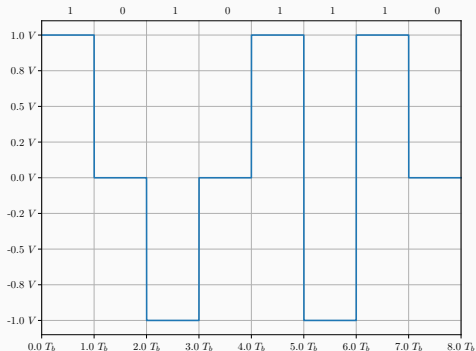


**Figure 4:** Exemplo de forma de bits transmitidos com pulso NRZ Polar.

Extremamente simples, implementável com um dispositivo tipo chave; Fonte simétrica, sem valor DC se equiprováveis;

# Pulsos tradicionais — NRZ Bipolar

Pulso *Non-Return to Zero* Bipolar  $\{0, 1\} \mapsto \{0, \pm V\}$ :

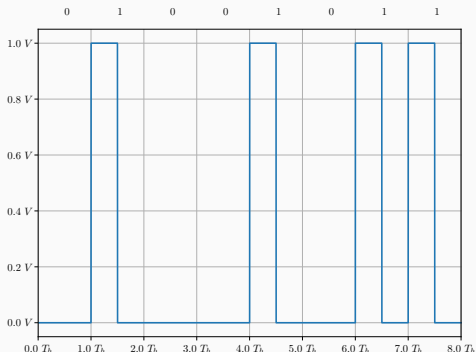


**Figure 5:** Exemplo de forma de bits transmitidos com pulso NRZ Bipolar.

Três níveis de tensão, valor depende de um *estado*; Fonte simétrica, sem valor DC *sempre*;

# Pulsos tradicionais — RZ Unipolar

Pulso *Return to Zero* Unipolar  $\{0, 1\} \mapsto \{0, +V\}$ :

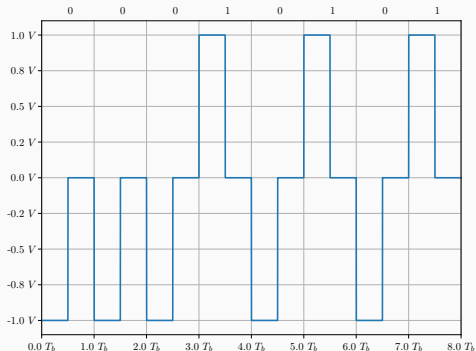


**Figure 6:** Exemplo de forma de bits transmitidos com pulso RZ Unipolar.

Pulso mais curto que  $T_b$ , banda mais larga mas permite sincronismo mesmo em sequências de “1”s; Fonte assimétrica, com valor DC;

# Pulsos tradicionais — RZ Polar

Pulso *Return to Zero* Polar  $\{0, 1\} \mapsto \{-V, +V\}$ :

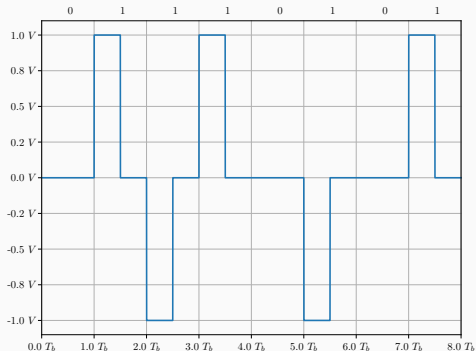


**Figure 7:** Exemplo de forma de bits transmitidos com pulso RZ Polar.

Pulso mais curto que  $T_b$ , permite sincronismo *sempre*; Fonte simétrica, sem valor DC se equiprováveis;

# Pulsos tradicionais — RZ Bipolar

Pulso *Return to Zero* Bipolar  $\{0, 1\} \mapsto \{0, \pm V\}$ :

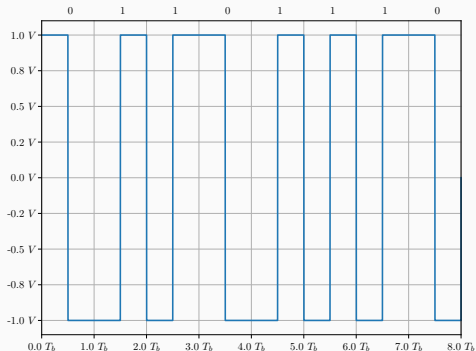


**Figure 8:** Exemplo de forma de bits transmitidos com pulso RZ Bipolar.

Três níveis de tensão, valor depende de um *estado*; Fonte simétrica, sem valor DC *sempre*;

# Pulsos tradicionais — Manchester

Pulso Manchester  $\{0, 1\} \mapsto \{\downarrow, \uparrow\}$ :



**Figure 9:** Exemplo de forma de bits transmitidos com pulso manchester.

Garantida uma transição por bit (sincronismo); Fonte simétrica, sem valor DC *sempre*;

# Análise espectral

---



Um aluno perspicaz vai perceber que na realidade, os sinais transmitidos pelos códigos de linha podem ser representados da forma

$$x(t) = \sum_k A[k]p(t - k \cdot T_b), \quad (1)$$

onde a forma do pulso é definida por  $p(t)$ , e a amplitude do pulso é caracterizada pela variável aleatória  $A[k]$ ; Isso se torna incrivelmente semelhante a uma forma de transmissão (analógica) que já estudamos.

Como podemos calcular a densidade espectral de potência de um sinal desse tipo?

# Resolvendo a não-estacionariedade

É possível provar que adicionando um delay aleatório  $\tau$  no sinal  $x(t)$ , temos o processo aleatório

$$x(t - \tau) = \sum_k A[k]p(t - k \cdot T_b - \tau), \quad \tau \sim \mathcal{U}\{0, T_b\}, \quad (2)$$

que é estacionário.

Esse ‘truque’ é comumente utilizado na análise de sinais de transmissão; chamamos esses tipos de sinais *cicloestacionários*.

Na realidade, vale a pena notar que o sinal cicloestacionário pode ser escrito baseando-se na forma impulsiva de uma sequência discreta:

$$x(t - \tau) = \left( \sum_k A[k] \delta(t - kT_b - \tau) \right) * p(t), \quad \tau \sim \mathcal{U}\{0, T_b\}, \quad (3)$$

isso é, um sinal aleatório impulsivo convoluido com o filtro com resposta  $P(f)$ !

$$\begin{aligned}
R_{A_\delta A_\delta}(t') &= \mathbb{E}_{A,\tau} \left[ \sum_k \sum_{k'} A[k] A[k'] \delta(t - kT_b - \tau) \delta(t - k'T_b - \tau - t') \right] \\
&= \sum_k \sum_{k'} R_{AA}[k, k'] \mathbb{E}_\tau [\delta(t - kT_b - \tau) \delta(t - k'T_b - \tau - t')]
\end{aligned}$$

Para bits I.I.D. de média 0,  $R_{AA}[k, k'] = \sigma_A^2 \delta[k - k']$ ,

$$\begin{aligned}
&= \sum_k \sigma_A^2 \mathbb{E}_\tau [\delta(t - kT_b - \tau) \delta(t - kT_b - \tau - t')] \\
&= \frac{\sigma_A^2}{T_b} \sum_k \delta(t') [u(t - kT_b - t') - u(t - kT_b - t' + T_b)] \\
&= \frac{\sigma_A^2}{T_b} \delta(t') \sum_k [u(t - kT_b) - u(t - kT_b + T_b)] \\
&= \frac{\sigma_A^2}{T_b} \delta(t')
\end{aligned}$$

Como a densidade espectral de potência de um sinal que passa por um SLIT  $P(f)$  é

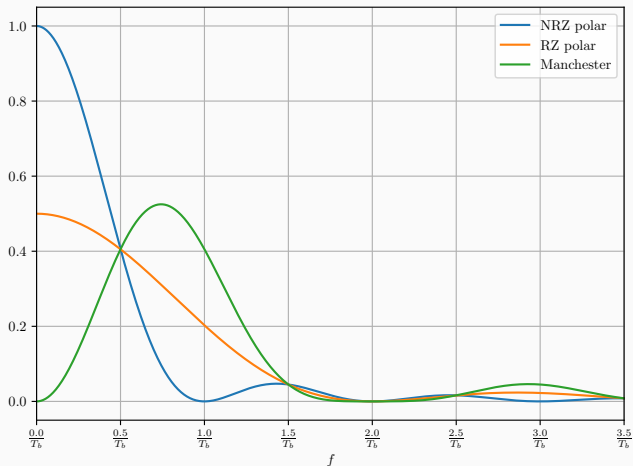
$$S_{XX}(f) = S_{AA}(f)|P(f)|^2, \quad (4)$$

para uma transmissão do tipo que estamos analisando temos:

$$S_{XX}(f) = \frac{\sigma_A^2}{T_b}|P(f)|^2, \quad (5)$$

onde  $P(f)$  vai depender do pulso (NRZ, RZ, Manchester)!

# PSD dos pulsos básicos



**Figure 10:** Densidade espectral de potência para códigos de linha (normalizado).

## Razão de potência fora da banda

No gráfico anterior, vimos que na realidade, a densidade espectral de potência dos pulsos analisados se estende até o infinito ( $\text{sinc}^2$ ), porém, grande parte da sua potência está contida em uma região de passa baixas.

Uma métrica que nos diz qual a porcentagem de banda que está além de uma frequência  $f$ , é a *Out Of Band Power Ratio*:

$$P_{\text{OB}}(f) = \frac{\int_f^{\infty} S_{XX}(f) \, df}{\int_0^{\infty} S_{XX}(f) \, df}. \quad (6)$$

Com canais limitados em banda, esse é um dos fatores que nos guiam na hora de escolher o melhor pulso para usar na transmissão.

## Interferência intersimbólica

---



# Ortogonalidade de pulsos e interferência intersimbólica

No receptor, a recepção do sinal transmitido envolve a amostragem do sinal a cada período  $T_b$ .

Contudo, observe como o sinal avaliado em um tempo  $kT_b$  é uma *sobreposição* de pulsos relativos a todas as amostras:

$$x(kT_b) = \sum_{k'} A[k'] p(kT_b - k' T_b). \quad (7)$$

Qual a condição que garante que a medida em  $kT_b$  depende apenas de  $A[k]$ ?

Podemos escrever a condição que satisfaz a interferência intersimbólica da seguinte forma:

$$x(kT_b) = A[k] = \sum_{k'} A[k'] p(kT_b - k' T_b)$$
$$p(kT_b - k' T_b) = \delta[k - k'].$$

Como podemos usar isso para projetar o pulso de transmissão?

# Condição de Nyquist

Considere a amostragem do pulso de transmissão a cada  $T_b$  segundos:

$$p[n] = \sum_n p(t)\delta(t - nT_b). \quad (8)$$

Sabemos a relação do espectro impulsivo e o espectro contínuo:

$$P_\delta(f) = R_b \sum_k P(f - nR_b). \quad (9)$$

Se precisamos que  $p[n] = \delta[n]$ , então

$$P_\delta(f) = R_b \sum_k P(f - nR_b) = 1! \quad (10)$$

Se tivermos um pulso cuja sobreposição deslocada de  $R_b$  seja *constante*, então conseguimos garantir que não haverá interferência intersimbólica! Isso também é chamado de critério de Nyquist.

## Exemplo de pulso sem ISI

Quando o pulso atende ao critério de Nyquist, visualizaremos algo do tipo:

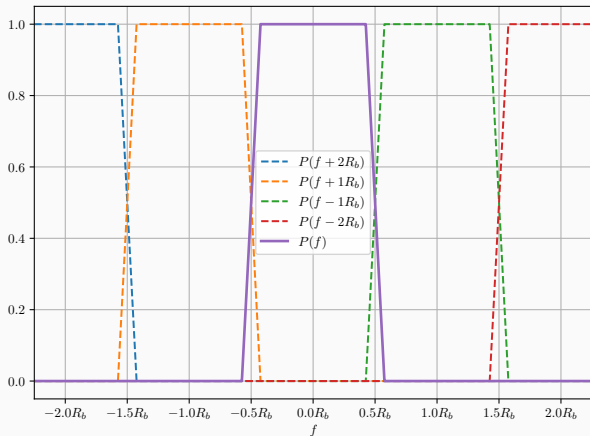


Figure 11: Espectro de um pulso sem ISI.

Confirmando a localização dos zeros:

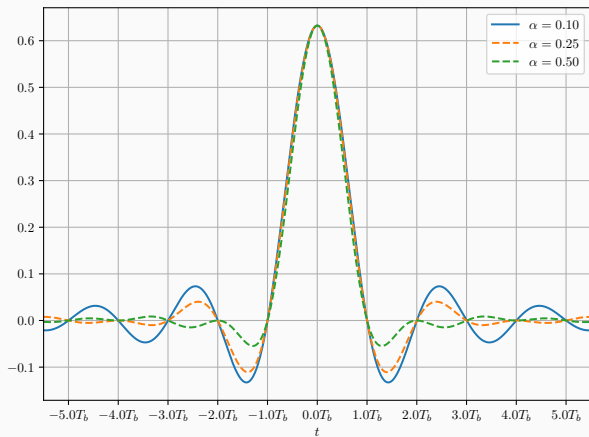


Figure 12: Formato de pulsos sem ISI.