Modulações em ângulo

Comunicações I

Thadeu L. B. Dias

UFRJ

ToC

Intro

Poder do modulador IQ

O modulador em quadratura pode realizar todas as modulações do tipo AM que nós já vimos:

$$x_{\mathrm{DSB-LC}} = (1 + k \cdot m(t)) \cos(2\pi f_c t) + 0 \sin(2\pi f_c t), \quad (1)$$

$$x_{\mathrm{DSB-SC}} = m(t) \cos(2\pi f_c t) + 0 \sin(2\pi f_c t), \quad (2)$$

$$x_{\mathrm{SSB}} = m(t) \cos(2\pi f_c t) \pm \tilde{m}(t) \sin(2\pi f_c t), \quad (3)$$

$$x_{\mathrm{VSB}} = m(t) \cos(2\pi f_c t) \pm [h_{\mathrm{VSB}} * m(t)] \sin(2\pi f_c t), \quad (4)$$

$$x_{\mathrm{QAM}} = m_1(t) \cos(2\pi f_c t) + m_2(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (5)$$

O termo *linear* é relativamente enganoso, pois a operação do produto *não é linear*.

Por outro lado, a amplitude do sinal modulado é uma função linear de $m(t)$:

- Função afim,
- Transformada de Hilbert,
- Filtro por SLIT,

são todas operações lineares.

Ocupação de banda

Vimos também que a largura de banda ocupada pelo sinal AM é entre 1 e 2 vezes a largura de banda do próprio sinal modulante:

- $W_{\text{SSB}} = W_m$
- $W_m \leq W_{\text{VSB}} < 2\,W_m$
- $W_{\text{DSB}} = 2\,W_m$

Enquanto isso é eficiente em termos de banda de transmissão, isso é bastante *restritivo*.
E se por acaso, nós tivermos mais banda disponível?

Canal AWGN

Em todo receptor, além do sinal modulante transmitido, o sinal recebido possui *ruído*.
Mas o que é ruído exatamente?

$$\hat{x}(t) = x(t) + w(t)$$

O ruído é modelado por uma função $w(t)$ que a priori é *desconhecida*.

Apesar de $w(t)$ ser uma função desconhecida, se modelarmos apenas algumas propriedades dessa função, podemos facilitar a análise de como ele afeta a nossa recepção.

Um modelo razoável com a realidade e que torna a análise simples é a do AWGN (Additive White Gaussian Noise).

A cada instante, a distribuição do valor segue uma distribuição Gaussiana:

$$p_{W(t)(w;t)} = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{w^2}{N_0}}, \tag{6}$$

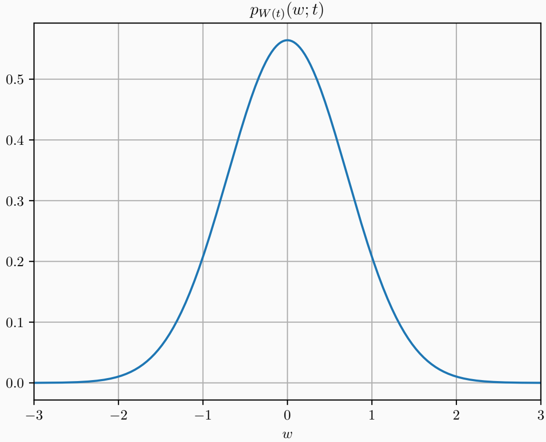

Figura 1: Distribuição Gaussiana com $\sigma^2 = 1$.

enquanto o termo ‘branco’ se refere ao fato de que *na média*, a potência de $w(t)$ está igualmente distribuída em todas as frequências:

$$\mathbb{E}[|\mathcal{F}\{w(t)\}|^2] = \frac{N_0}{2}. \tag{7}$$

Isso é um termo apropriado da física, onde a luz branca possui essa propriedade!
O mais importante para nós é o branco, mas na literatura se encontra informalmente ruídos *coloridos*: rosa, marrom, azul, violeta, cinza, *et cetera*.

Ruído AWGN no DSB-LC

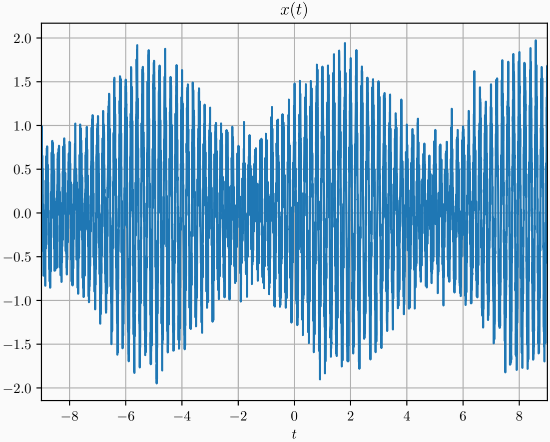

Figura 2: Sinal DSB-LC no receptor, com ruído.

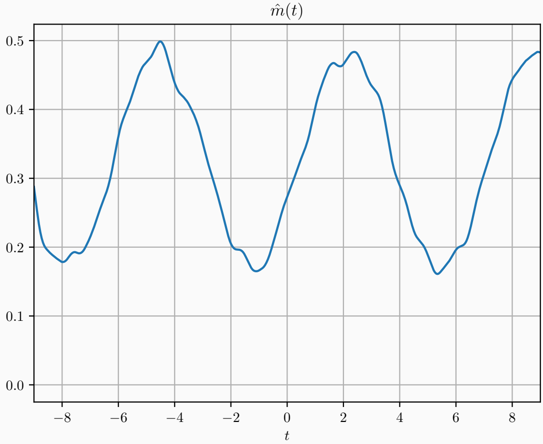

Figura 3: Demodulação DSB-LC no receptor, com ruído.

Até agora, vimos como podemos trocar uma vantagem em uma área por vantagem em outra. Exemplos,

- DSB-LC: Simplificação no receptor $\Rightarrow$ Piora energética,
- SSB: Redução na banda $\Rightarrow$ Filtro de Hilbert,
- VSB: Filtro realizável $\Rightarrow$ Vestígio da banda lateral.

A próxima troca que faremos será Largura de banda $\Rightarrow$ Resiliência à Ruído.
Como? Com um esquema de modulação não linear!

Modulação em ângulo

Fase instantânea e frequência instantânea

Para uma cossenoide modulada em angulo, de forma geral, temos

$$x(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t)), \tag{8}$$

onde a modulação no argumento do cosseno se dá por uma função do tempo genérica $\phi(t)$. Nós chamamos de

- Fase instantânea: $\phi_i(t) = 2\pi f_c t + \phi(t)$, o argumento do cosseno.
- Frequência instantânea: $\frac{1}{2\pi}\frac{\partial \phi_i}{\partial t}(t) = f_c + \frac{1}{2\pi}\frac{\partial \phi}{\partial t}(t)$.

No PM, o sinal modulante interfere diretamente na fase instantânea, ou seja, $\phi(t) = \kappa_p m(t)$:

$$x_{\mathrm{PM}}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \kappa_p m(t)), \tag{9}$$

enquanto no FM, temos o equivalente para a frequência instantânea, ou seja, $\frac{1}{2\pi}\frac{\partial \phi_i}{\partial t}(t) = f_c + \kappa_f m(t)$.

$$x_{\mathrm{FM}}(t) = A_c \cos\left(2\pi f_c t + 2\pi\kappa_p \int_{-\infty}^{t} m(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right). \tag{10}$$

Aqui, podemos observar a dualidade entre modulação/demodulação PM e FM, isso é, se tivermos um modulador PM e quisermos um FM, basta integrar o sinal antes de modular.

Reciprocamente, se tivermos um modulador FM e quisermos modular PM, basta *derivar* o sinal modulante antes!

Esse resultado vai também ser útil quando quisermos analisar a resposta em frequência de moduladores em ângulo. Como?

$$\mathcal{F}\left\{\int_{-\infty}^{t} m(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right\} = \frac{M(f)}{2\pi jf} + \frac{M(0)\delta(f)}{2j} \tag{11}$$

$$\mathcal{F}\left\{\frac{\partial m}{\partial t}(t)\right\} = 2\pi jfM(f) \tag{12}$$

Como as respostas em frequência de derivadas e integrais do sinal modulado são relacionadas, a análise genérica de um serve para outro!

Modulador PM genérico

Vamos relembrar a equação do PM:

$$x_{\mathrm{PM}}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \kappa_p m(t)).$$

Agora

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b),$$

logo,

$$x_{\mathrm{PM}}(t) = A_c \left[\cos(2\pi f_c t)\cos(\kappa_p m(t)) - \sin(2\pi f_c t)\sin(\kappa_p m(t))\right]. \tag{13}$$

Essa estrutura é conhecida, não é?

Aqui se torna claro como a modulação é *não linear*. Aqui fazemos a amplitude relativa à portadora do $\cos$ ser proporcional ao $\cos$ do sinal modulante, uma função claramente não linear!

Como se parece um sinal do tipo FM, por exemplo?

Exemplo sinal tipo FM

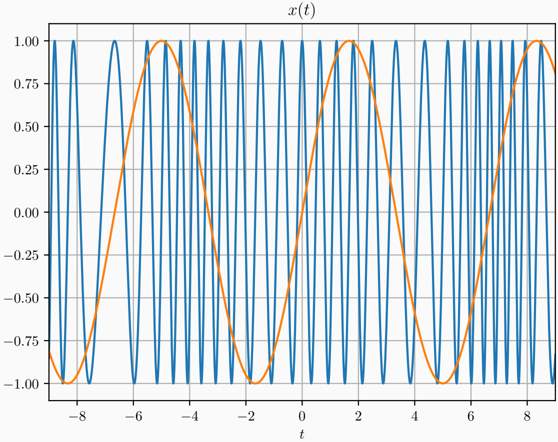

Figura 4: Senóide pura modulando a portadora em frequência.

Na próxima aula

Agora como se comporta o *espectro* de um sinal do tipo PM/FM?

Vai parecer o espectro DSB de $\cos(k \cdot m(t))$ e $\sin(k \cdot m(t))$.

Alguma ferramenta pode nos auxiliar nisso?