

Bài tập Phương pháp Toán trong xử lý ảnh số
(GV Lý Quốc Ngọc)

Không gian Metric

Bài 1

Chứng minh không gian $X=\mathbb{R}$ được trang bị các hàm d sau là không gian metric

- a. $d(x,y)=|x-y|$
- b. $d(x,y)=2 \cdot |x-y|$
- c. $d(x,y)=|x^3-y^3|$

Bài 2

Chứng minh không gian $X=\mathbb{R}^2$ được trang bị các hàm d sau là không gian metric

- a. $d(x,y)=[(x_1-y_1)^2 + (x_2-y_2)^2]^{1/2}$
- b. $d(x,y)=|x_1-y_1| + |x_2-y_2|$

Bài 3

Chứng minh không gian $X=\mathbb{R}$ được trang bị hàm d sau không là không gian metric

$$d(x,y)=|xy|$$

Bài 4

Chứng minh nếu $\{x_n\}$ là dãy Cauchy trong X và X đầy đủ thì tồn tại điểm $x \in X$ sao cho:

Với mọi $\epsilon > 0$, $B(x, \epsilon)$ chứa vô hạn phần tử x_n

Bài 5

Chứng minh (\mathbb{R}, d_2) là không gian metric đầy đủ.

Chứng minh (\mathbb{R}^2, d_2) là không gian metric đầy đủ.

Bài 6

Chứng minh rằng tập con $S=\{x=1/n: n=1,2,3,\dots\}$ đóng trong $((0,1], d_2)$

Bài 7

CMR nếu (X,d) là không gian metric thì X đóng.

CMR nếu (X,d) là không gian metric thì X mở.

Bài 8

Giả sử S là tập con đóng của không gian metric. CMR $\partial S \subset S$.

Bài 9

Giả sử S là tập con mở của không gian metric. CMR $\partial S \cap S = \emptyset$.

Bài 10

Giả sử S là tập con mở của không gian metric. CMR $S^\circ = S$.

Bài 11

Giả sử S là tập con đóng của không gian metric. CMR $S = S^\circ \cup \partial S$.

Ánh xạ co

Bài 1

Khảo sát IFS $\{R; w_1, w_2\}$, $w_1(x) = x/3$, $w_2(x) = x/3 + 2/3$.

CMR $\{R; w_1, w_2\}$ là hệ hàm co với hệ số co $s = 1/3$.

Giả sử $B_0 = [0, 1]$. Tính $B_n = W^{on}(B_0)$, $n = 1, 2, \dots$

Suy ra $A = \lim B_n$ chính là tập Cantor.

Kiểm tra $A = A/3 \cup \{A/3 + 2/3\}$
