

HK I, 2012-2013

Bài 11: Thiết kế thuật toán

Giảng viên: Hoàng Thị Điệp

Khoa Công nghệ Thông tin – Đại học Công Nghệ

Các chiến lược thiết kế thuật toán

- Chia-đề-trị (Divide-and-conquer)
 - Chia bài toán thành các bài toán kích thước nhỏ có thể giải quyết độc lập. Sau đó kết hợp nghiệm các bài toán kích thước nhỏ thành nghiệm bài toán gốc
 - Thuật toán đệ quy
- Quy hoạch động (Dynamic programming)
 - Giải bài toán lớn dựa vào kết quả bài toán con. Tránh lặp lại việc giải cùng một bài toán con bằng cách lưu nghiệm các bài toán con trong một bảng
 - Thuật toán lặp
- Tham ăn (Greedy method)
 - Thực hiện từng bước một. Tại mỗi bước, chọn phương án được xem là tốt lúc đó.
 - Không phải tất cả các thuật toán tham ăn đều cho kết quả tối ưu toàn cục
- Các chiến lược khác
 - Quay lui
 - Thuật toán ngẫu nhiên

Thuật toán tiêu biểu

- Chia-để-trị
 - Tìm kiếm nhị phân (binary search)
 - Sắp xếp trộn (merge sort)
 - Sắp xếp nhanh (quick sort)
- Quy hoạch động
 - Tìm dãy con tăng dài nhất (longest increasing subsequence)
 - Bài toán ba lô (backpacker/knapsack)
 - Bài toán người bán hàng (traveling salesman)
- Tìm dãy con chung của hai dãy số (longest common subsequence)
- Tham ăn
 - Xây dựng mã Huffman (Huffman encoding)
 - Tìm cây bao trùm nhỏ nhất (minimum spanning tree)

1. Fibonacci(n)

Tìm số Fibonacci thứ n đệ quy

- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$
- $F_0 = 0, F_1 = 1$
 - 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 ...
- Thủ tục tính đệ quy trực tiếp thực hiện chậm do tính lặp nhiều lần.

Algorithm **Fib(n)**

Input n

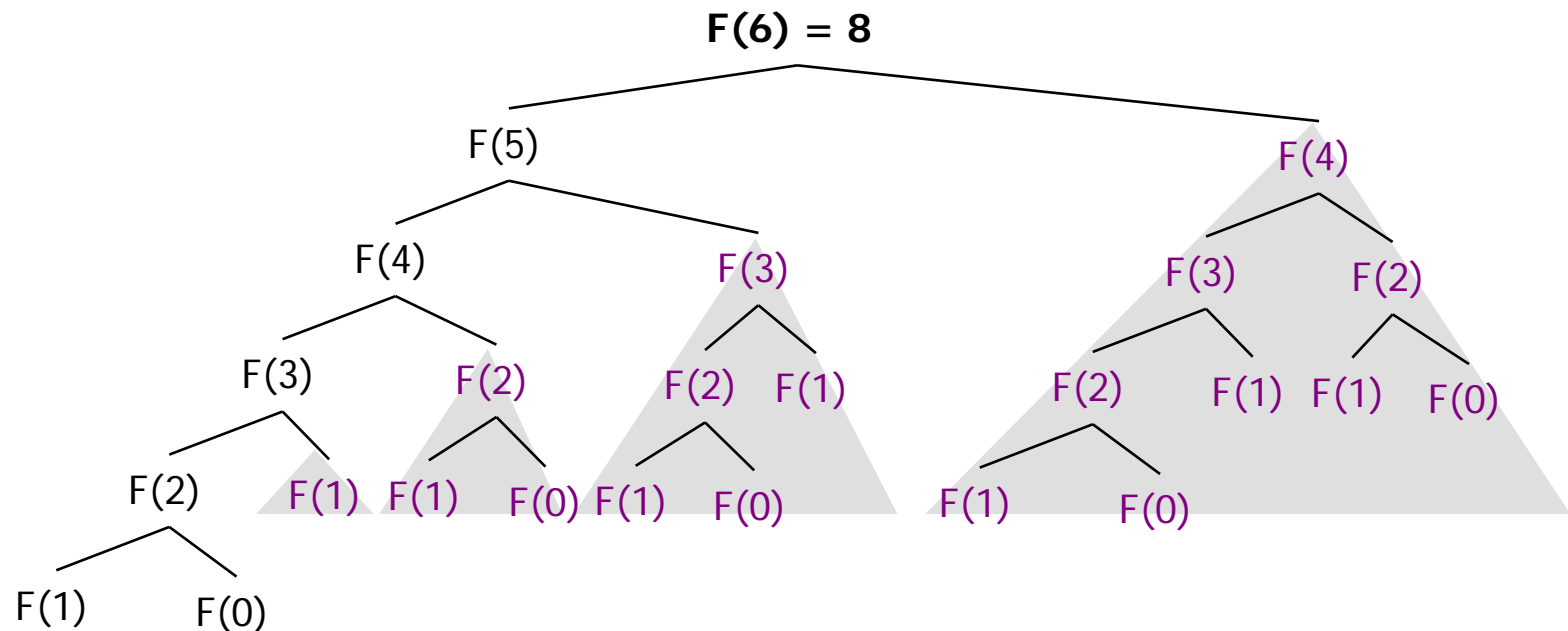
Output số Fibonacci thứ n

if n = 0 **then return** 0

else if n = 1 **then return** 1

else

return Fib(n - 2) + Fib(n - 1)



Phân tích

- Có bao nhiêu phép cộng?
- Tỷ lệ vàng $\frac{F_{n+1}}{F_n} \approx \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.61803\dots$
- Suy ra $F_n \approx 1.6^n$
- Cây đệ quy có các lá bằng 0 hoặc 1, do đó có tổng cộng khoảng 1.6^n phép cộng
- Thời gian thực hiện là **hàm mũ**

Fibonacci(n) quy hoạch động

- Ta có thể tìm F_n trong thời gian tuyến tính bằng cách ghi nhớ nghiệm các bài toán con – tức là dùng **quy hoạch động**
- Tính toán từ dưới-lên (bottom-up)
- Đánh đổi bộ nhớ để lấy thời gian!
 - Theo cách này, tại thời điểm bất kì cần ghi nhớ 2 giá trị

Algorithm **Fibonacci(n)**

Input n

Output số Fibonacci thứ n

$F_0 \leftarrow 0$

$F_1 \leftarrow 1$

for $i \leftarrow 2$ **to** n **do**

$F_i \leftarrow F_{i-1} + F_{i-2}$

2. Tìm dãy con tăng dài nhất

Tìm dãy con tăng dài nhất

- Hãy tìm dãy con tăng dài nhất của một dãy số cho trước
- Ví dụ
 - dãy được cho là $\{ 14, 1, 17, 2, 16, 17, 3, 15, 4, 1, 5, 18, 13, 6, 7, 19, 8, 12, 1, 9, 10, 8 \}$
 - thì dãy con tăng dài nhất là $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$
- Giải bài toán này như thế nào?
- Vì sao bài toán này là bài toán quy hoạch động?

Quy hoạch động

- Quy hoạch động **không** phải là một thuật toán.
- Quy hoạch động **không** phải là một phong cách lập trình.
- Quy hoạch động **là** một lớp các bài toán có tính chất:
 - Các bài toán con gối nhau (overlapping subproblems) và
 - Cấu trúc con tối ưu (optimal substructure)
 - các lời giải tối ưu cho các bài toán con có thể được sử dụng để tìm lời giải tối ưu cho bài toán toàn cục
- Ví dụ: Để tìm dãy con tăng dài nhất, ta xét 2 bài toán
 - Tìm dãy con tăng dài nhất kết thúc tại phần tử thứ k
 - Tìm dãy dài nhất trong những dãy đã cho

Tìm dãy con tăng dài nhất: bài toán con

- Dãy gốc $S = \{ 14, 1, 17, 2, 16, 17, 3, 15, 4, 1, 5, 18, 13, 6, 7, 19, 8, 12, 1, 9, 10, 8 \}$
- Bài toán con: Tìm dãy con tăng dài nhất kết thúc tại phần tử thứ k
- Thuật toán
 - Nếu tất cả các phần tử trước k đều $\geq S[k]$, trả về dãy con chỉ chứa $S[k]$
 - Nếu có t phần tử đứng trước k nhỏ hơn $S[k]$, gọi W là dãy dài nhất trong các dãy con tăng kết thúc tại các phần tử này. Trả về $W \cup S[k]$

s1	14	?
s2	1	?
s3	17	?
s4	2	?
s5	16	?
s6	17	?
s7	3	?
s8	15	?
s9	4	?
s10	1	?
s11	5	?
s12	18	?
s13	13	?
s14	6	?
s15	7	?
s16	19	?
s17	8	?
s18	12	?
s19	1	?
s20	9	?
s21	10	?
s22	8	?

Tìm dãy con tăng dài nhất: bài toán con

- Dãy gốc $S = \{ 14, 1, 17, 2, 16, 17, 3, 15, 4, 1, 5, 18, 13, 6, 7, 19, 8, 12, 1, 9, 10, 8 \}$
- Bài toán con: Tìm dãy con tăng dài nhất kết thúc tại phần tử thứ k
- Thuật toán
 - Nếu tất cả các phần tử trước k đều $\geq S[k]$, trả về dãy con chỉ chứa $S[k]$
 - Nếu có t phần tử đứng trước k nhỏ hơn $S[k]$, gọi W là dãy dài nhất trong các dãy con tăng kết thúc tại các phần tử này. Trả về $W \cup S[k]$

s1	14	{14}
s2	1	{1}
s3	17	{14 1, 17}
s4	2	{1, 2}
s5	16	{1, 2, 16}
s6	17	{1, 2, 16, 17}
s7	3	{1, 2, 3}
s8	15	{1, 2, 3, 15}
s9	4	{1, 2, 3, 4}
s10	1	{1}
s11	5	{1, 2, 3, 4, 5}
s12	18	{1, 2, 16, 17, 18} {1, 2, 3, 15, 18}
s13	13	{1, 2, 3, 4, 5, 13}
s14	6	{1, 2, 3, 4, 5, 6}
s15	7	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
s16	19	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 19}
s17	8	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
s18	12	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12}
s19	1	{1}
s20	9	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
s21	10	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
s22	8	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

Cấu trúc chung của phương pháp quy hoạch động

1. Đưa ra cách tính nghiệm của các bài toán con đơn giản
2. Tìm công thức xây dựng nghiệm của bài toán thông qua nghiệm của các bài toán con
3. Thiết kế bảng để lưu nghiệm của các bài toán
4. Tính nghiệm của các bài toán từ nhỏ đến lớn
5. Xây dựng nghiệm của bài toán cần tìm từ bảng

3. Bài toán ba lô

Bài toán ba lô

- Có N đồ vật, đồ vật i có khối lượng w_i và giá trị t_i . Một tên trộm có 1 chiếc ba lô có thể mang được không quá M kg. Hãy tìm cách mang một số đồ vật để tổng giá trị lấy được là lớn nhất. Biết rằng, w_i nguyên dương nhỏ hơn 101, M nguyên dương nhỏ hơn 1001.

- Ví dụ

$N = 5, M = 10$

i	A	B	C	D	E
w_i	1	3	5	7	9
t_i	\$100	\$200	\$301	\$400	\$500



© bnpdesignstudio * www.ClipartOf.com/74452

Bài toán ba lô: bài toán con

- Khảo sát các tập con các đồ vật:
 - nếu có các đồ vật $\{ i_0, i_1 \dots i_n \}$ thì
 - với mỗi số nguyên k trong khoảng $0..n$, ta xét tập con các đồ vật $i_0 \dots i_k$.
- Khảo sát tất cả khối lượng cực đại nhỏ hơn:
 - nếu khối lượng cực đại của bài toán gốc là m thì
 - với mỗi số nguyên w trong khoảng $0..m$, tìm giá trị cực đại của tập con của $i_0 \dots i_k$ có khối lượng $< w$.

Bài toán ba lô: Lời giải quy hoạch động

Đồ vật	Khối lượng	Giá trị
A	1kg	\$100
B	3kg	\$200
C	5kg	\$301
D	7kg	\$400
E	9kg	\$500

```

for mọi ô [x, y]
  if x = 0 và y = 0 then
    cell[x, y] = 0kg $0 {}
  else
    gọi m là đồ vật thêm vào ở cột y
    gọi w là khối lượng của m
    if w > khối lượng cực đại của hàng
      cell[x, y] = cell[x, y-1]
    else
      cell[x, y] = max {cell[x, y-1], (cell[x-w, y-1] + m)}
    
```

	tập rỗng			A			A/B			A/B/C			A/B/C/D			A/B/C/D/E		
kg ≤ 0	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}
kg ≤ 1	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}
kg ≤ 2	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}
kg ≤ 3	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}
kg ≤ 4	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}
kg ≤ 5	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}
kg ≤ 6	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}
kg ≤ 7	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}
kg ≤ 8	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}
kg ≤ 9	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}
kg ≤ 10	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}	?kg	\$?	{}

Bài toán ba lô: Lời giải quy hoạch động

Đồ vật	Khối lượng	Giá trị
A	1kg	\$100
B	3kg	\$200
C	5kg	\$301
D	7kg	\$400
E	9kg	\$500

```

for mọi ô [x, y]
  if x = 0 và y = 0 then
    cell[x, y] = 0kg $0 {}
  else
    gọi m là đồ vật thêm vào ở cột y
    gọi w là khối lượng của m
    if w > khối lượng cực đại của hàng
      cell[x, y] = cell[x, y-1]
    else
      cell[x, y] = max {cell[x, y-1], (cell[x-w, y-1] + m)}
    
```

	tập rỗng			A			A/B			A/B/C			A/B/C/D			A/B/C/D/E		
kg ≤ 0	0kg	\$0	{}	0kg	\$0	{}	0kg	\$0	{}	0kg	\$0	{}	0kg	\$0	{}	0kg	\$0	{}
kg ≤ 1	0kg	\$0	{}	1kg	\$100	{A}	1kg	\$100	{A}	1kg	\$100	{A}	1kg	\$100	{A}	1kg	\$100	{A}
kg ≤ 2	0kg	\$0	{}	1kg	\$100	{A}	1kg	\$100	{A}	1kg	\$100	{A}	1kg	\$100	{A}	1kg	\$100	{A}
kg ≤ 3	0kg	\$0	{}	1kg	\$100	{A}	3kg	\$200	{B}	3kg	\$200	{B}	3kg	\$200	{B}	3kg	\$200	{B}
kg ≤ 4	0kg	\$0	{}	1kg	\$100	{A}	4kg	\$300	{A, B}	4kg	\$300	{A, B}	4kg	\$300	{A, B}	4kg	\$300	{A, B}
kg ≤ 5	0kg	\$0	{}	1kg	\$100	{A}	4kg	\$300	{A, B}	5kg	\$301	{C}	5kg	\$301	{C}	5kg	\$301	{C}
kg ≤ 6	0kg	\$0	{}	1kg	\$100	{A}	4kg	\$300	{A, B}	6kg	\$401	{A, C}	6kg	\$401	{A, C}	6kg	\$401	{A, C}
kg ≤ 7	0kg	\$0	{}	1kg	\$100	{A}	4kg	\$300	{A, B}	6kg	\$401	{A, C}	6kg	\$401	{A, C}	6kg	\$401	{A, C}
kg ≤ 8	0kg	\$0	{}	1kg	\$100	{A}	4kg	\$300	{A, B}	8kg	\$501	{B, C}	8kg	\$501	{B, C}	8kg	\$501	{B, C}
kg ≤ 9	0kg	\$0	{}	1kg	\$100	{A}	4kg	\$300	{A, B}	9kg	\$601	{A, B, C}	9kg	\$601	{A, B, C}	9kg	\$601	{A, B, C}
kg ≤ 10	0kg	\$0	{}	1kg	\$100	{A}	4kg	\$300	{A, B}	9kg	\$601	{A, B, C}	9kg	\$601	{A, B, C}	9kg	\$601	{A, B, C}

Bài toán ba lô

- Có cần thiết phải ghi lại khối lượng, giá trị và danh sách đồ vật trong từng ô?
- Có cần thiết phải lưu lại toàn bộ các ô trong một mảng 2 chiều lớn?
- Thời gian thực hiện của thuật toán này?

Bài toán ba lô: lời giải tham ăn

- Xem giáo trình

Chuẩn bị bài tới

- Đọc chương 17 giáo trình (Sắp xếp)