Thuật toán tính gần đúng tích phân :

Chương trình chính

Input:

Output: In ra kết quả tính tích phân, sai số hoặc số khoảng chia cần thiết để đạt sai số cho trước

Thuật toán

B1: Khởi tạo một số biến toàn cục được sử dụng nhiều lần như:

f, a, b, n, h : Hàm số, khoảng lấy tích phân, số khoảng chia và bước h

A	: Mảng chứa giá trị của hàm tại các mốc nội suy
D	: Mảng chứa hệ số của đa thức là tích các $(t - i)$, i từ 0 đến n

B2: Bước h = (b-a)/n

B3: Gọi ra các hàm tính toán các yêu cầu bài toán

Gói tính giá trị lớn nhất của đạo hàm cấp i của hàm $|f(x)|$ trên đoạn $[a, b]$

Gói này tên là ***max***

Input: Hàm f và i

Output: Giá trị lớn nhất của đạo hàm cấp i của hàm $|f(x)|$ trên đoạn $[a, b]$

Thuật toán:

B1: Hàm $g(x)$ = đạo hàm cấp i của $f(x)$

B2: Tìm m_1, m_2 lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm $g(x)$ trên đoạn $[a, b]$ bằng thư viện có sẵn

B3: So sánh $|m_1|$ và $|m_2|$, khi đó giá trị lớn nhất của $|f(x)|$ là giá trị lớn hơn trong $|m_1|$ và $|m_2|$

Gói nhân một đa thức với (t - i)

Input: Mảng A chứa hệ số của đa thức cần nhân, ví dụ mảng A của đa thức $x^2 - 3x + 5$ là [1, -3, 5] và i

Output: Mảng A chứa chính hệ số sau khi nhân với i

Thuật toán:

B1: Thêm 0 vào cuối mảng A

B2: m = độ dài mảng A

B3: Với j từ m-1 chạy về 1

A[j] = A[j] - A[j - 1] * i

B4: Trả về mảng A

Gói chia một đa thức với (t - i)(chia hết)

Input: Mảng A chứa hệ số của đa thức cần chia, ví dụ mảng A của đa thức $x^2 - 3x + 5$ là [1, -3, 5] và i

Output: Mảng X chứa hệ số của đa thức chia

Thuật toán:

B1: Với j chạy từ 1 đến độ dài của X

X[j] = i*X[j-1] + A[j]

B2: Trả về X

Gói tính tích phân xác định của một đa thức

Input: Mảng A chứa hệ số của đa thức, a, b là khoảng lấy tích phân

Output: Giá trị tích phân xác định

Thuật toán

B1: I = 0

B2: m = độ dài mảng A

B3:Với j chạy từ 0 đến m-1

Nếu A[j] = 0

Bỏ qua

Nếu A[j] ≠ 0

A[j] = A[j]/(m-j)

I = I + A[j]*(b^(m-j))-a^(m-j))

B4: Trả về I

<u>Gói tính hệ số Cotes H_i</u>

Input: Hệ số Cotes thứ i

Output: Hệ số Cotes H_i

Thuật toán:

B1: Tạo mảng X chứa hệ số của phép chia đa thức D (tích các (t-i), i từ 0 đến n) với (t-im

B2: Tính hệ số H_i theo công thức

$$H_i = \frac{1}{n}\frac{(-1)^{n-i}}{i!\,(n-i)!}\int_0^n \frac{\prod_{j=0}^{n}(t-j)}{t-i}\,dt$$

B3: Trả về H_i

<u>Gói in ra các hệ số Cotes và tính giá trị của tích phân</u>

$(b$ - $a) \sum H_i y_i$

n

i=0

Input:

Output: Kết quả tích phân

Thuật toán:

B1: Khởi tạo biến I để tính tích phân, tạo mảng H để chứa các hệ số H_i

B2: Với i chạy từ 0 đến n

H_i = hệ số Cotes thứ i

$I = I + H_i * y_i$

B3: In kết quả I*(b-a)

Gói tính sai số của công thức Newton – Cotes

Input:

Output: Sai số công thức Newton - Cotes

Thuật toán

B1: Tạo hàm g là đạo hàm cấp n của hàm f

B2: Nếu n lẻ

m_1 = GTLN của $|g'(x)|$ trên đoạn $[a, b]$ bằng hàm ***max***

Tính sai số theo công thức:

$$|R_n(x)| \leq \frac{h^{n+2}}{(n+1)!} m_1 \int_0^n \prod_{i=0}^{n} (t-i)dt$$

B3: Nếu m chẵn

Tìm m_2 = GTLN của $|g''(x)|$ trên đoạn [a, b] bằng hàm ***max***

Tính sai số theo công thức

$$|R_n(x)| \leq \frac{h^{n+3}}{(n+2)!} m_2 \int_0^n \prod_{i=0}^{n+1} (t-i)dt$$

B4: In ra giá trị sai số

Gói tính tích phân bằng công thức hình thang

Input: Mảng A chứa giá trị của hàm $f(x)$ tại các mốc x_i

Output: Giá trị gần đúng của tích phân xác định bằng công thức hình

Thuật toán

B1: $trape = \frac{1}{2}(A[0] + A[n])$

B2: Với i trong khoảng (1, n)

$trape = trape + A[i]$

B3: In $trape$

Gói tính sai số của tích phân bằng công thức hình thang

Input:

Output: Sai số của tích phân bằng công thức hình thang

Thuật toán

B1: Tìm $M_2 = \max_{x\in[a,b]} |f''(x)|$ bằng hàm ***max***

B2: Sai số tính theo công thức $\frac{M_2}{12}(b-a)h^2$

Gói tính số khoảng chia cần thiết để đạt sai số ϵ cho trước

Input:

Output: Số khoảng chia cần thiết

Thuật toán

B1: Tìm $M_2 = \max_{x\in[a,b]} |f''(x)|$ bằng hàm ***max***

B2: Tính số khoảng chia cần thiết theo công thức:

$$n = \left[\left(\frac{M_2(b-a)^3}{12\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right] + 1$$

Gói tính gần đúng tích phân bằng công thức Simpson

Input: Mảng A chứa giá trị của hàm $f(x)$ tại các mốc x_i

Output: Giá trị gần đúng của tích phân xác định bằng công thức Simpson

Thuật toán

B1: simp = h/3*(A[0]+A[n])

simp_odd = 0

simp_even = 0

B2: Với i từ 1 đến n, i lẻ

simp_odd += A[i]

B3: Với i từ 2 đến n, i chẵn

simp_even += A[i]

B4: simp = simp + h/3*4*simp_odd + h/3*2*simp_even

Gói tính sai số công thức tính gần đúng tích phân bằng công thức Simpson

Input:

Output: Sai số công thức tính gần đúng tích phân bằng công thức Simpson

Thuật toán

B1: Tìm M_2 = max

$x \in [a,b]$

$|f^{(4)}(x)|$ bằng hàm ***max***

B2: Tính sai số theo công thức

$$\frac{M_4}{180}(b-a)h^4$$

Gói tính số khoảng chia cần thiết để đạt sai số ϵ cho trước

Input:

Output: Số khoảng chia cần thiết

Thuật toán

B1: Tìm M_2 = max

$x \in [a,b]$

$|f^{(4)}(x)|$ bằng hàm ***max***

B2: Tính số khoảng chia cần thiết theo công thức:

$$2m = \left[\sqrt[4]{\frac{M_4(b-a)^5}{180\varepsilon}}\right] + 1$$

nếu $\left[\sqrt[4]{\frac{M_4(b-a)^5}{180\varepsilon}}\right]$ lẻ

và bằng

$$2m = \left[\sqrt[4]{\frac{M_4(b-a)^5}{180\varepsilon}}\right] + 2$$

nếu $\left[\sqrt[4]{\frac{M_4(b-a)^5}{180\varepsilon}}\right]$ chẵn

s