

## THUẬT TOÁN

### TÍNH GẦN ĐÚNG ĐẠO HÀM BẰNG XẤP XỈ HÀM SỐ BẬC 1,2,3

#### I. Cơ sở lý thuyết

##### 1. Hàm số bậc 1:

Sử dụng 2 mốc

Xét  $x \in [x_k, x_{k+1}]$ ,  $x = x_k + th$

$$P(t) = y_k + \Delta y_k t$$

$$P'(x) = P'(t) \cdot t'(x) = \frac{1}{h} (y_{k+1} - y_k)$$

$$x = x_k \Rightarrow P'(x_k) = \frac{1}{h} (y_{k+1} - y_k)$$

$$x = x_{k+1} \Rightarrow P'(x_{k+1}) = \frac{1}{h} (y_{k+1} - y_k)$$

##### 2. Hàm số bậc 2:

Sử dụng 3 mốc

Xét  $x \in [x_k, x_{k+2}]$ ,  $x = x_k + th$

$$P(t) = y_k + \Delta y_k t + \Delta^2 y_k t(t-1)$$

$$P'(x) = P'(t) \cdot t'(x) = \frac{1}{2h} [(2t-3)y_k - (4t-4)y_{k+1} + (2t-1)y_{k+2}]$$

$$+, x = x_k \Rightarrow t = 0: P'(x_k) = \frac{1}{2h} [-3y_k + 4y_{k+1} - y_{k+2}]$$

$$+, x = x_{k+1} \Rightarrow t = 1: P'(x_{k+1}) = \frac{1}{2h} [-y_k + y_{k+2}]$$

$$+, x = x_{k+2} \Rightarrow t = 2: P'(x_{k+2}) = \frac{1}{2h} [y_k - 4y_{k+1} + 3y_{k+2}]$$

##### 3. Hàm số bậc 3:

Sử dụng 4 mốc

Xét  $x \in [x_k, x_{k+3}]$ ,  $x = x_k + th$

$$P(t) = y_k + \Delta y_k t + \Delta^2 y_k t(t-1) + \Delta^3 y_k t(t-1)(t-2)$$

$$P'(x) = P'(t) \cdot t'(x)$$

$$= \frac{1}{6h} [(-11 + 12t - 3t^2)y_k + (18 - 30t + 9t^2)y_{k+1} + (-9 + 24t - 9t^2)y_{k+2} + (2 - 6t + 3t^2)y_{k+3}]$$

$$+, x = x_k \Rightarrow t = 0: P'(x_k) = \frac{1}{6h} [-11y_k + 18y_{k+1} - 9y_{k+2} + 2y_{k+3}] \quad (1)$$

$$+, x = x_{k+1} \Rightarrow t = 1: P'(x_k) = \frac{1}{6h} [-2y_k - 3y_{k+1} + 6y_{k+2} - y_{k+3}] \quad (2)$$

$$+, x = x_{k+2} \Rightarrow t = 2: P'(x_k) = \frac{1}{6h} [y_k - 6y_{k+1} + 3y_{k+2} + 2y_{k+3}] \quad (3)$$

$$+, x = x_{k+3} \Rightarrow t = 3: P'(x_k) = \frac{1}{6h} [-2y_k + 9y_{k+1} - 18y_{k+2} + 11y_{k+3}] \quad (4)$$

## II. Áp dụng: Tính xấp xỉ đạo hàm

Xét  $n+1$  mốc nội suy cách đều tăng dần:  $x_i, i = \overline{0, n}$ ,  $x = x_k + th$

### 1. Sử dụng phương pháp xấp xỉ hàm số bậc 1:

- Xét  $x = x_i, i = \overline{0, n-1} \Leftrightarrow t \in [0, n-1]$ ,

Chọn 2 điểm  $[x_i, x_{i+1}]$ , ta có Công thức tính xấp xỉ đạo hàm:

$$P'(x) = \frac{1}{h}(y_{i+1} - y_i) \Leftrightarrow P'(x) = \frac{1}{h}(y_{t+1} - y_t)$$

- Xét  $x = x_n \Leftrightarrow t = n$ ,

Chọn 2 điểm  $[x_{n-1}, x_n]$ , ta có Công thức tính xấp xỉ đạo hàm:

$$P'(x) = \frac{1}{h}(y_n - y_{n-1}) \Leftrightarrow P'(x_i) = \frac{1}{h}(y_t - y_{t-1})$$

### 2. Sử dụng phương pháp xấp xỉ hàm số bậc 2:

- Xét  $x = x_0, \Leftrightarrow t = 0$

Chọn 3 điểm  $[x_0, x_2]$ , ta sử dụng Công thức tính xấp xỉ đạo hàm tại  $x = x_k$ :

$$P'(x) = \frac{1}{2h}[3y_0 + 4y_1 - y_2] \Leftrightarrow P'(x) = \frac{1}{2h}[3y_t + 4y_{t+1} - y_{t+2}]$$

- Xét  $x = x_i, i = \overline{1, n-1} \Leftrightarrow t \in [1, n-1]$ ,

Chọn 3 điểm  $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ , ta sử dụng Công thức tính xấp xỉ đạo hàm tại  $x = x_{k+1}$ :

$$P'(x) = \frac{1}{2h}[-y_{i-1} + y_{i+1}] \Leftrightarrow P'(x) = \frac{1}{2h}[-y_{t-1} + y_{t+1}]$$

- Xét  $x = x_n, \Leftrightarrow t = n$

Chọn 3 điểm  $[x_{n-2}, x_n]$ , ta sử dụng Công thức tính xấp xỉ đạo hàm tại  $x = x_{k+2}$  :

$$P'(x) = \frac{1}{2h}[y_{n-2} - 4y_{n-1} + y_n] \Leftrightarrow P'(x_i) = \frac{1}{2h}[y_{t-2} - 4y_{t-1} + y_t]$$

### 3. Sử dụng phương pháp xấp xỉ hàm số bậc 3:

- Xét  $x = x_0, \Leftrightarrow t = 0$

Chọn 4 điểm  $[x_0, x_3]$ , ta sử dụng Công thức tính xấp xỉ đạo hàm tại  $x = x_k$ :

$$P'(x) = \frac{1}{6h} [-11y_0 + 18y_1 - 9y_2 + 2y_3]$$

$$\Leftrightarrow P'(x_k) = \frac{1}{6h} [-11y_t + 18y_{t+1} - 9y_{t+2} + 2y_{t+3}]$$

- Xét  $x = x_i, i = \overline{1, n-2} \Leftrightarrow t \in [1, n-2]$ ,

Chọn 4 điểm  $[x_{i-1}, x_{i+2}]$ , ta sử dụng Công thức tính xấp xỉ đạo hàm tại

$x = x_{k+1}$ :

$$P'(x) = \frac{1}{6h} [-2y_{i-1} - 3y_i + 6y_{i+1} - y_{i+2}]$$

$$\Leftrightarrow P'(x) = \frac{1}{6h} [-2y_{t-1} - 3y_t + 6y_{t+1} - y_{t+2}]$$

- Xét  $x = x_{n-1}, \Leftrightarrow t = n-1$

Chọn 4 điểm  $[x_{n-3}, x_n]$ , ta sử dụng Công thức tính xấp xỉ đạo hàm tại

$x = x_{k+2}$ :

$$P'(x) = \frac{1}{6h} [y_{n-3} - 6y_{n-2} + 3y_{n-1} + 2y_n]$$

$$\Leftrightarrow P'(x) = \frac{1}{6h} [y_{t-2} - 6y_{t-1} + 3y_t + 2y_{t+1}]$$

- Xét  $x = x_n, \Leftrightarrow t = n$

Chọn 4 điểm  $[x_{n-3}, x_n]$ , ta sử dụng Công thức tính xấp xỉ đạo hàm tại

$x = x_{k+3}$ :

$$P'(x) = \frac{1}{6h} [-2y_{n-3} + 9y_{n-2} - 18y_{n-1} + 11y_n]$$

$$\Leftrightarrow P'(x) = \frac{1}{6h} [-2y_{t-3} + 9y_{t-2} - 18y_{t-1} + 11y_t]$$