



SymPy

BÀI TẬP SYMPY

1. ĐẠI SỐ

Bài tập 1.1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

- a. $S_1 = x^2 + 2x + 5$ tại $x = 5$
- b. $S_2 = \sin x$ tại $x = \pi$
- c. $S_3 = \pi r^2$ tại $r = 5$
- d. $S_4 = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - x$ tại $x = 1$
- e. $S_5 = \log x^2$ tại $x = e$
- f. $S_6 = \frac{1}{x^3 - x + 1}$ tại $x = 5$
- g. $S_7 = \frac{a}{b}$ tại $a = 100$ và $b = 3$
- h. $S_8 = 5x^3 + 2x^4 - x^2 + 3x^2 - x^3 - x^4 + 1 - 4x^3$ tại $x = -1$
- i. $S_9 = \frac{\sin x}{x} + \frac{1}{2} \cos x - \frac{2}{\tan^2 x}$ tại $x = \frac{\pi}{3}$
- j. $S_{10} = \frac{1}{3}x^2y + xy^2 - xy + \frac{1}{2}xy^2 - 5xy - \frac{1}{3}x^2y$ tại $x = \frac{1}{2}$ và $y = 1$

Bài tập 1.2. Khai triển các đa thức sau:

- | | |
|---|--|
| a. $A_1 = (x + y)^3$ | f. $A_6 = (x - 3)^2(2x + 1)$ |
| b. $A_2 = (x + 2)(x - 3)$ | g. $A_7 = (x^2 + x + 1)(x - 1)$ |
| c. $A_3 = (x + 1)(x - 2) - (x - 1)x$ | h. $A_8 = 5(0.2x^2 - 3x)(x^2 - 7x + 3)$ |
| d. $A_4 = (x - 2y)(3xy + 5y^2 + x)$ | i. $A_9 = 12x^2y^2(2x + y)(2x - y)$ |
| e. $A_5 = \frac{2}{3}xy(2x^2y - 3xy + y^2)$ | j. $A_{10} = (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)(x - y)$ |

Bài tập 1.3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | |
|--|---|
| a. $B_1 = x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$ | g. $B_7 = x^2 + 4x - y^2 + 4$ |
| b. $B_2 = 4x^2 - 3x - 6y + 8xy$ | h. $B_8 = 4x^2 - 25 + (2x + 7)(5 - 2x)$ |
| c. $B_3 = mn^3 - 1 + m + n^2$ | i. $B_9 = ax - bx - a^2 + 2ab - b^2$ |
| d. $B_4 = -x + 6x^2y - 12xy + 2$ | j. $B_{10} = x^{10} + x^5 + 1$ |
| e. $B_5 = x^2 - 9 + (2x + 7)(3 - x)$ | |
| f. $B_6 = 5x^2yz + 5xy^2z - 5xyz$ | |

Bài tập 1.4. Giải các phương trình đại số sau trên tập số thực:

- a. $(x^2 - x - 2)\sqrt{x + 1} = 0$
- b. $\sqrt{(x - 3)^2(5 - 3x)} + 2x = \sqrt{3x - 5} + 4$
- c. $\sqrt{x^2 - 2x} = \sqrt{2x - x^2}$

d. $\frac{11}{x^2} - \frac{25}{(x+5)^2} = 1$

e. $(x-18)(x-7)(x+35)(x+90) = 2001x^2$

f. $x(x^2-1) = \sqrt{2}$

g. $\left(\frac{8x^3+2001}{2002}\right)^3 = 4004x - 2001$

h. $x = 1 - 1978(1 - 1978x^2)^2$

i. $(x+3\sqrt{x}+2)(x+9\sqrt{x}+18) = 168x$

j. $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x} = \sqrt{x+9}$

Bài tập 1.5. Xác định phần thực và phần ảo của kết quả các phép tính số phức sau:

a. $\frac{1}{2-3i}$

b. $\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$

c. $\frac{3-2i}{i}$

d. $\frac{3-4i}{4-i}$

e. $\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$

f. $i(2-i)(3+i)$

g. $\frac{\sqrt{2}+2i}{\sqrt{2}-2i}$

h. $\frac{3+2i}{1-i} + \frac{1-i}{3-2i}$

i. $(2-3i)^3$

j. $\left(\frac{4i}{1+\sqrt{3}i}\right)^2$

Bài tập 1.6. Tính giá trị của các biểu thức logic sau:

a. $x \text{ AND } y$ tại $x = \text{True}$ và $y = \text{True}$

b. $\text{NOT}(x \text{ AND } y)$ tại $x = \text{True}$ và $y = \text{False}$

c. $a \text{ XOR } b \text{ XOR } c \text{ XOR } d \text{ XOR } e$ tại $a = \text{True}, b = \text{False}, c = \text{True}, d = \text{True}$ và $e = \text{False}$

d. $\text{NOT}(a \text{ AND } b \text{ AND } \text{NOT}(c \text{ OR } d))$ tại $a = \text{True}, b = \text{False}, c = \text{True}$ và $d = \text{False}$

e. $(\text{NOT}(a) \text{ AND } b \text{ AND } c) \text{ AND } \text{NOT}(a \text{ OR } d)$ tại $a = \text{True}, b = \text{True}$ và $c = \text{False}$

f. $\text{NOT}[(a \text{ OR } b) \text{ AND } c] \text{ OR } d \text{ AND } e$ tại $a = \text{True}, b = \text{False}, c = \text{True}, d = \text{True}$ và $e = \text{False}$

g. $\text{NOT}[\text{NOT}(a) \text{ OR } \text{NOT}(b)] \text{ AND } b \text{ AND } c$ tại $a = \text{True}, b = \text{False}$ và $c = \text{True}$

h. $(m \text{ OR } n) \text{ XOR } [\text{NOT}(m) \text{ OR } p] \text{ XOR } [\text{NOT}(n) \text{ OR } \text{NOT}(p)]$ tại $m = \text{False}, n = \text{True}$ và $p = \text{False}$

i. $[\text{NOT}(a) \text{ AND } b \text{ AND } \text{NOT}(c)] \text{ OR } [a \text{ AND } b \text{ AND } \text{NOT}(c)] \text{ OR } [b \text{ AND } \text{NOT}(c) \text{ AND } d]$ tại $a = \text{False}, b = \text{False}, c = \text{True}$ và $d = \text{False}$

j. $\{\text{NOT}[(a \text{ AND } b) \text{ OR } c] \text{ AND } d\} \text{ AND } [(a \text{ AND } b) \text{ OR } c \text{ OR } d]$ tại $a = \text{True}, b = \text{False}, c = \text{False}$ và $d = \text{True}$

2. GIẢI TÍCH

Bài tập 2.1. Tính các giới hạn sau:

$$\text{a. } L_1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - \cos x + 1}{x^4 + x^2}$$

$$\text{b. } L_2 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 2x \sin^2 x)}{\sin(x^2) \cdot \tan x}$$

$$\text{c. } L_3 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \sqrt{x+1} + x^2 - 3 \tan^2 x}{\sin(x^3) + 2x}$$

$$\text{d. } L_4 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - \cos x + 1}{3x^3 + 2x}$$

$$\text{e. } L_5 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{2\sqrt{x^7} - \sin^2 x}$$

$$\text{f. } L_6 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - 2x + 1}{x^{50} - 2x + 1}$$

$$\text{g. } L_7 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x)}{1 - \cos x}$$

$$\text{h. } L_8 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[5]{x} - 1}$$

$$\text{i. } L_9 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{5x + \sqrt{5x + \sqrt{5x}}}}$$

$$\text{j. } L_{10} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + e^{-2x} - 2}{x^2}$$

Bài tập 2.2. Tính đạo hàm cấp 1 của các hàm số sau:

$$\text{a. } F_1(x) = x \arcsin(x^2 + 1)$$

$$\text{b. } F_2(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

$$\text{c. } F_3(x) = (2x^2 + 1)^{\arctan x}$$

$$\text{d. } F_4(x) = (2x + 3) + \cos x$$

$$\text{e. } F_5(x) = (x^2 + 1)e^x$$

$$\text{f. } F_6(x) = (x^2 + 1)e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$\text{g. } F_7(x) = \frac{1 + x}{1 - x + x^2}$$

$$\text{h. } F_8(x) = \sqrt{1 - 2x^2} - \sqrt[3]{1 - 3x^2}$$

$$\text{i. } F_9(x) = \left(1 + \frac{x^2}{2}\right) \sin x - \tan x$$

$$\text{j. } F_{10}(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \ln(1 - x)}$$

Bài tập 2.3. Tìm các nguyên hàm sau:

$$\text{a. } I_1 = \int (x^2 + x + 1) dx$$

$$\text{b. } I_2 = \int (\sin x \cdot \tan x) dx$$

$$\text{c. } I_3 = \int \frac{1}{4 - x^2} dx$$

$$\text{d. } I_4 = \int \frac{1}{x^2 - x - 6} dx$$

$$\text{e. } I_5 = \int e^{-x^2} dx$$

$$\text{f. } I_6 = \int \log^2 x dx$$

$$\text{g. } I_7 = \int \frac{1}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx$$

$$\text{h. } I_8 = \int x \ln x dx$$

$$\text{i. } I_9 = \int \frac{x}{2^x} dx$$

$$\text{j. } I_{10} = \int \cos^3 x \cdot e^{\sin x} dx$$

Bài tập 2.4. Tính các tích phân sau:

$$\text{a. } I_1 = \int_1^3 \frac{1}{x^2 - 2x + 5} dx$$

$$\text{b. } I_2 = \int_0^\pi x \cos x dx$$

$$\text{c. } I_3 = \int_{-1}^1 \sqrt{x^2 + 1} dx$$

$$\text{d. } I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^8 x dx$$

$$\text{e. } I_5 = \int_1^e (\ln x)(x+1)dx$$

$$\text{f. } I_6 = \int_1^e (x \ln x)^2 dx$$

$$\text{g. } I_7 = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{(1-x)^2} dx$$

$$\text{h. } I_8 = \int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{3}} \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} dx$$

$$\text{i. } I_9 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$$

$$\text{j. } I_{10} = \int_{e^2}^{+\infty} \frac{1}{x \ln x (\ln(\ln x))^2} dx$$

Bài tập 2.5. Giải các phương trình vi phân sau:

$$\text{a. } y' = 2x\sqrt{x^2+16}$$

$$\text{b. } y' = 2x\sqrt{y}$$

$$\text{c. } y' = 3y - x + 6x^2$$

$$\text{d. } y' - y \sin x = \sin x \cdot \cos x$$

$$\text{e. } y' - 2xy = 2x^3y^2$$

$$\text{f. } xy' + y = y^2 \ln x$$

$$\text{g. } y'' = x + 1$$

$$\text{h. } y'' + y = \sin x + \cos 2x$$

$$\text{i. } y'' - y' = e^x + e^{2x} + x$$

$$\text{j. } \sqrt{y} \cdot y'' = y$$

3. HÌNH HỌC

Bài tập 3. Thu gọn các biểu thức lượng giác sau:

$$\text{a. } T_1 = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\text{b. } T_2 = \tan x \cos x$$

$$\text{c. } T_3 = \frac{\tan^2 x + 1}{1 + \cot^2 x}$$

$$\text{d. } T_4 = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$\text{e. } T_5 = \sin 4x \sin 10x - \sin 11x \sin 3x - \sin 7x \sin x$$

$$\text{f. } T_6 = \frac{1 + \sin 2x - \cos 2x}{1 + \sin 2x + \cos 2x}$$

$$\text{g. } T_7 = \cos^2 x + \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$$

$$\text{h. } T_8 = \frac{(1 + \sin x) \sin x}{1 - \cos^2 x} - 1$$

$$\text{i. } T_9 = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{1 - \sin x \cos x}$$

$$\text{j. } T_{10} = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} + 1$$