Quiz 5 - Somatórios - Manipulação de Somas - Regras Básicas de Transformação

PUC Minas

Aluno (a): Thaís Ferreira da Silva
Curso: Ciência da Computação
Disciplina: Algoritmos e Estruturas de Dados II
Turno: Manhã **Período:** 2º
Professor: Max do Val Machado

Exercícios Resolvidos

Exercício 6

$$\sum_{3}^{n} a_i + \sum_{1}^{n} b_i =$$

$$(a_3 + a_4 + a_5 + ... + a_n) + (b_3 + b_4 + b_5 + ... + b_n) =$$

$$b_1 + b_2 + \sum_{3}^{n} (a_i + b_i) = - a_1 - a_2 + \sum_{1}^{n} (a_i + b_i)$$

Exercício 7a

$$\sum_{k=0}^{200} k^3 = \sum_{k=1}^{200} k^3 \text{ Verdadeira}$$

$$0^3 + 1^3 + 2^3 + ... + 200^3 = 1^3 + 2^3 + ... + 200^3$$

$$0 + 1 + 8 + ... + 200^3 = 1 + 8 + ... 200^3$$

Exercício 7b

$$\sum_{p=0}^{1000} (3 + p) = 3 + \sum_{k=0}^{1000} p \text{ Falsa}$$

(3+0) + (3+1) +...+ (3+1000) = 3 + 0 + 1 +...+ 1000

$$3 + 4 + ... + 1003 = 3 + 0 + 1 + ... + 1000$$

$$7 + ... + 1003 = 4 + ... + 1000$$

Exercício 7c

$$\sum_{l=1}^{n} 3l = 3\sum_{l=1}^{n} l$$ Verdadeira

(3*1) + (3*2) + … + (3*n) = 3*(1 + 2 + … + n)

$3 + 6 + \ldots + 3n = 3(3 +.. + n)$

$9 + \ldots + 3n = 9 +.. + n$

Exercício 7d

$$\sum_{k=0}^{12} k^p = (\sum_{k=0}^{12} k)^p$$ Falso

$0^p + 1^p + 2^p + \ldots + 12^p = (0 + 1 + 2 + \ldots + 12)^p$

$0^3 + 1^3 + 2^3 + 3^3 = (0 + 1 + 2 + 3)^3$

$36 = (6)^3$=> $36 \neq 216$

Exercício 7e

$$\sum_{t=8}^{32} (3 + t) = 75 + \sum_{t=8}^{12} t$$ Verdadeira

(3+8)+(3+9)+...+(3+32) = 75 + (8+9+...+32)

$11 + 12 + \ldots + 35 = 75 + (8 + 9 +.. 32)$

$575 = 75 + 500$

Exercício 8

$$\sum_{0 \leq i \leq 4} (3 + 2i) = \sum_{0 \leq i \leq 4} (3 + 2(4 - i)) =$$

Primeiro somatório:
(3 + 2.0) + (3 + 2.1) + (3 + 2.2) + (3 + 2.3) + (3 + 2.4)

Segundo somatório:
(3 + 2.[4-0]) + (3 + 2.[4-1]) + (3 + 2.[4-2]) + (3 + 2.[4-3]) + (3 + 2.[4-4])

(3 + 2.4) + (3 + 2.3) + (3 + 2.2) + (3 + 2.1) + (3 + 2.0)

Um somatório vai de 0 a 4, enquanto o outro vai de 4 a 0, logo os resultados serão iguais

Exercício 9

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} (a + b * i)$$

$$S_n = \sum_{0 \le (n-i) \le n} [a + b * (n - i)]$$

$$S_n = \sum_{0 \le (n-i) \le n} [a + (b * n) - (b * i)]$$

$$2S_n = \sum_{0 \le i \le n} [a + b * n - b * i] + \sum_{0 \le i \le n} (a + b * i)$$

$$2S_n = \sum_{0 \le i \le n} [a + b * n - b * i + a + b * i]$$

$$2S_n = \sum_{0 \le i \le n} [2a + b * n - b * i + b * i]$$

$$2S_n = \sum_{0 \le i \le n} [2a + b * n]$$

$$2S_n = (2a + b * n) \sum_{0 \le i \le n} 1$$

$$2S_n = (2a + b * n)(n + 1)$$

$$S_n = \frac{(2a+b*n)(n+1)}{2}$$

Exercício 9 extra

a + b . 1 = ai

1 + 3 . 0 = 1
1 + 3 . 1 = 4
1 + 3 . 2 = 7
1 + 3 . 3 = 10
1 + 3 . 4 = 13

Exercício 10

Se $S_n = \sum_{0 \le i \le n} (a + b * i) = \frac{(2a+b*n)(n+1)}{2}$,

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} i = \sum_{0 \le i \le n} (0 + 1 * i) = \frac{(2*0+1*n)(n+1)}{2} =$$

$$S_n = \frac{(n)(n+1)}{2}$$

Exercício 11

`int somatorio(int n){`
`    int soma = 0;`
`    for(int i = 1; i <= n; i++){`
`        soma += i;`
`    }`
`return soma;`
`}`
	`int somatorio(int n){`
	`    return ((n * (n+1))/2);`
	`}`

	+0	+1	+2	+3	+4	+5
Soma (n = 5)	0	1	3	6	10	15

Isso pode ser simplificado em uma P.A com incremento na razão.

$$S_n = \frac{n*(a1+an)}{2} = \frac{n*(1+n)}{2} = \frac{n*(n+1)}{2}$$

Exercício 12

$$\sum_{0 \le i \le n-2} (n - i - 1) = \sum_{0 \le i \le n-2} n - \sum_{0 \le i \le n-2} i - \sum_{0 \le i \le}$$

$$\sum_{0 \le i \le n-2} (n - i - 1) = n(n - 1) - \frac{(n-2)((n-2)+1)}{2} - (n -$$

$$\sum_{0 \le i \le n-2} (n - i - 1) = n(n - 1) - \frac{(n-2)(n-1)}{2} - (n - 1$$

$$\sum_{0 \le i \le n-2} (n - i - 1) = \frac{2n(n-1) - (n-2)(n-1) - 2(n-1)}{2}$$

$$\sum_{0 \le i \le n-2} (n - i - 1) = \frac{2n^2 - 2n - (n^2 - 3n + 2) - 2n + 2}{2}$$

$$\sum_{0 \le i \le n-2} (n - i - 1) = \frac{2n^2 - 2n - n^2 + 3n - 2 - 2n + 2}{2}$$

$$\sum_{0 \le i \le n-2} (n - i - 1) = \frac{n^2 - n}{2} = \Theta(n^2)$$

Exercício 13a

$$\sum_{1}^{n} i \; = \; \sum_{0}^{n} i \Rightarrow 0 + 1 + 2 + \ldots + n = 1 + 2 + \ldots + n$$

Os dois somatórios são iguais, pois soma zero a uma equação não modifica o resultado.

Exercício 13b

$$\sum_{1}^{n} a_i \; \neq \; \sum_{0}^{n} a_i \Rightarrow a_0 + a_1 + \ldots + a_n = a_1 + \ldots + a_n$$

Os dois somatórios são diferentes, pois não necessariamente o primeiro temor (a_o) vale zero.

Exercício 13c

$$\sum_{1}^{n} a_i \; = \; \sum_{0}^{n-1} a_{i+1} \Rightarrow a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_{(0+1)} + a_{(0+2)} + \ldots + a_n$$

O resultado dos dois somatórios é ($a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n$)

O primeiro somatório vai de 1 até n, com o primeiro termo sendo a_1, e o segundo somatório vai de 0 até n-1, com o primeiro termo sendo a_{0+1} .

Exercício 14

$$\sum_{1}^{m} a_i = \sum_{m}^{n} a_1 = \sum_{1}^{n} a_1 + a_m$$

o primeiro somatório vai de 1 até m, e o segundo de m até n, logo podemos ter um somatório que vai de 1 a n onde contamos a_m duas vezes.

Exercício 15

$$\sum_{1}^{m-3} a_i = \sum_{m}^{n} a_1 = \sum_{1}^{n} a_1 - a_{m-2} - a_{m-1}$$

o primeiro somatório vai de 1 até m, e o segundo de m até n, logo podemos ter um somatório que vai de 1 a n onde retiramos o a_{m-2} e o a_{m-1}.

Exercício 16

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} a * x^i$$

$$S_n + a * x^{n+1} = a * x^0 + \sum_{0 \le i \le n} a * x^{i+1}$$

$$S_n + a * x^{n+1} = a * x^0 + \sum_{0 \le i \le n} a * x^i * x$$

$$S_n + a * x^{n+1} = a * x^0 + x * \sum_{0 \le i \le n} a * x^i$$

$$S_n + a * x^{n+1} = a * x^0 + x * S_n$$

$$S_n + a * x^{n+1} = a * 1 + x * S_n$$

$$S_n + a * x^{n+1} = a + x * S_n$$

$$S_n - x * S_n = a - a * x^{n+1}$$

$$(1 - x) * S_n = a - a * x^{n+1}$$

$$S_n = \frac{a - a*x^{n+1}}{(1-x)}, \ para\, x \neq 1$$

$$S_n = \sum_{0 \leq i \leq n} a * x^i = \frac{a - a*x^{n+1}}{(1-x)}, \ para\, x \neq 1$$

Exercício 17

$$S_n = \sum_{0 \leq i \leq n} i * 2^i$$

$$S_n + a_{(n+1)} = a_0 + \sum_{0 \leq i \leq n} (i + 1) * 2^{(i+1)}$$

$$S_n + (n + 1) * 2^{(n-1)} = 0 * 2^0 + \sum_{0 \leq i \leq n} (i + 1) * 2^{(i+1)}$$

$$S_n + (n + 1) * 2^{(n-1)} = 0 + \sum_{0 \leq i \leq n} (i + 1) * 2^{(i+1)}$$

$$S_n + (n + 1) * 2^{(n-1)} = \sum_{0 \leq i \leq n} (i + 1) * 2^{(i+1)}$$

$$S_n + (n+1) * 2^{(n-1)} = \sum_{0 \le i \le n} i * 2^{(i+1)} + 2^{(i+1)}$$

$$S_n + (n+1) * 2^{(n-1)} = \sum_{0 \le i \le n} i * 2^{(i+1)} + \sum_{0 \le i \le n} 2^{(i+1)}$$

$$S_n + (n+1) * 2^{(n-1)} = \sum_{0 \le i \le n} i * 2^{i} * 2 + \sum_{0 \le i \le n} 2^{i} * 2$$

$$S_n + (n+1) * 2^{(n-1)} = 2 \sum_{0 \le i \le n} i * 2^{i} + 2 \sum_{0 \le i \le n} 2^{i}$$

$$S_n + (n+1) * 2^{(n-1)} = 2S_n + 2 \sum_{0 \le i \le n} 2^{i}$$

$$S_n + (n+1) * 2^{(n-1)} = 2S_n + 2 \sum_{0 \le i \le n} 1 * 2^{i}$$

$$S_n + (n+1) * 2^{(n-1)} = 2S_n + 2 \frac{1-2^{n+1}}{1-2}$$

$$S_n + (n+1) * 2^{(n-1)} = 2S_n + 2 * (2^{n+1} - 1)$$

$$(n+1) * 2^{(n-1)} - 2 * (2^{n+1} - 1) = 2S_n - S_n$$

$$(n+1) * 2^{(n-1)} - 2 * (2^{n+1} - 1) = S_n$$

$$S_n = n * 2^{(n-1)} + 2^{(n-1)} - 2 * 2^{n+1} + 2$$

$$S_n = n * 2^{(n-1)} - 2^{n+1} + 2$$

$$S_n = (n - 1) * 2^{(n+1)} + 2$$

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} i * 2^i = (n - 1) * 2^{(n+1)} + 2$$

Exercício 8 do quiz (não existe no ppt)

Faça um método *int somatorioPA(double a, double b, int n)* que retorna o somatório dos n primeiros termos de uma PA com termo inicial *a* e razão *b*.

```
int somatorioPA(double a, double b, int n){
    double soma = 0;
    for(int i=1;i<=n;i++){
        soma += (a + ((i-1)*b));
    }
    return soma;
}
```

Exercício 13 do quiz (não existe no ppt)

$$\sum_{i=2}^{n-1} [i.(i - 1).(n - i)] =$$

2*(2-1)*(n-2) = 2 * (1) * (n-2) = 2*(n-2)

3*(3-1)*(n-3) = 3 * (2) * (n-3) = 6*(n-3)

4*(4-1)*(n-4) = 4 * (3) * (n-4) = 12*(n-4)

5*(5-1)*(n-5) = 5 * (4) * (n-5) = 20*(n-5)

(n-1)*((n-1)-1)*(n-(n-1)) = (n-1)*(n-2)*(1)

$$\sum_{i=0}^{n} [i.(i - 1).(n - i)] =$$

0*(0-1)*(n-0) = 0 * (-1) * (n-0) = 0

1*(1-1)*(n-1) = 1 * (0) * (n-1) = 0

2*(2-1)*(n-2) = 2 * (1) * (n-2) = 2*(n-2)

3*(3-1)*(n-3) = 3 * (2) * (n-3) = 6*(n-3)

4*(4-1)*(n-4) = 4 * (3) * (n-4) = 12*(n-4)

5*(5-1)*(n-5) = 5 * (4) * (n-5) = 20*(n-5)

(n-1)*((n-1)-1)*(n-(n-1)) = (n-1)*(n-2)*(1)

n*(n-1)*(n-n) = n * (4) * (n-n) = 0

Através da primeira fórmula realizamos 3 contas a menos, sendo elas para i=0, i=1, i=n. Para i valendo esses 3 valores, as contas resultam em 0.