

Trabalho Teórico 4 - Exercícios da Unidade 01b - Noções de Complexidade



PUC Minas

Aluno (a): Thaís Ferreira da Silva

Curso: Ciência da Computação

Disciplina: Algoritmos e Estruturas de Dados II

Turno: Manhã **Período:** 2º

Professor: Max do Val Machado

Exercício 1

A. $2^0 = 1$

B. $2^1 = 1$

C. $2^2 = 4$

D. $2^3 = 8$

E. $2^4 = 16$

F. $2^5 = 32$

G. $2^6 = 64$

H. $2^7 = 128$

I. $2^8 = 256$

J. $2^9 = 512$

K. $2^{10} = 1024$

L. $2^{11} = 2048$

Exercício 2

A. $\lg(2048) = 11$

B. $\lg(1024) = 10$

C. $\lg(512) = 9$

D. $\lg(256) = 8$

E. $\lg(128) = 7$

F. $\lg(64) = 6$

G. $\lg(32) = 5$

H. $\lg(16) = 4$

I. $\lg(8) = 3$

J. $\lg(4) = 2$

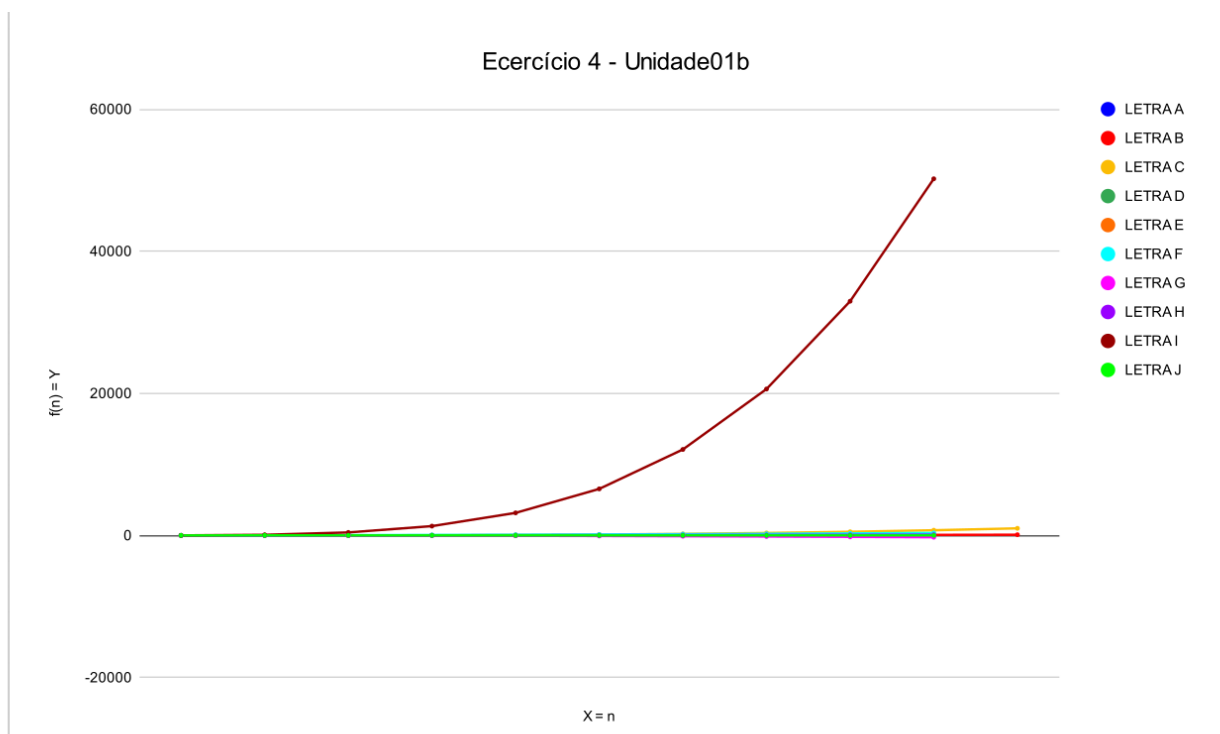
K. $\lg(2) = 1$

L. $\lg(1) = 0$

Exercício 3

- A. 5
B. 4
C. 5
D. 4
E. 4
F. 4
G. 4.08
H. 5
I. 4
J. 3.9
K. 4
L. 3

Exercício 4



Exercício Resolvido 1

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

3 subtrações

Exercício Resolvido 2

Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

Melhor caso: 2 adições no if, 1 no else

Pior caso: 5 adições no if

Exercício Resolvido 3

Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

O número máximo de adições acontece quando a primeira condição do if é falsa e a segunda, verdadeira. Se a primeira condição for verdadeira, o Java nem executa a segunda condição (ver AND_OR.java)

A	B	OR
F	x	x
T	x	T

A	B	AND
F	x	F
T	x	x

Exercício Resolvido 4

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

Faremos as subtrações quando i vale 0, 1, 2, 3

Exercício Resolvido 5

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

$2n$ subtrações

Exercício Resolvido 6

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

Faremos subtrações quando o valor de i igual a 0, 1 e 2

Exercício Resolvido 7

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

$n - 3$ subtrações

Exercício 5

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int i = 10;  
while (i >= 7){  
    i--;  
}
```

4 subtrações

Exercício 6

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 5; i >= 2; i--){  
    a--;  
}
```

8 subtrações

Exercício 7

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 0; i < 5; i++){  
    if (i % 2 == 0){  
        a--;  
        b--;  
    } else {  
        c--;  
    }  
}
```

$3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8$ subtrações

Exercício Resolvido 8

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

Solução fácil: $3 \times 2 \times 1 = 6$ subtrações

Exercício 8

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    for (int j = 0; j < n; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução: $n \times n \times 1 = n^2$ subtrações

Exercício 9

Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int i = 1, b = 10;
```

```
while (i > 0){  
    b--;  
    i = i >> 1;  
}
```

```
i = 0;
```

```
while (i < 15){  
    b--;  
    i += 2;  
}
```

9 subtrações ($1 + 16/2$)

Exercício 10

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 0; i < n; i++)  
    for (int j = 0; j < n - 3; j++)  
        a *= 2;
```

$$n^2 - 3n \text{ multiplicações} = n(n-3) \cdot 1$$

Exercício 11

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n - 7; i >= 1; i--)  
    for (int j = 0; j < n; j++)  
        a *= 2;
```

$$\text{multiplicações} = (n-7) \cdot n \cdot 1 = n^2 - 7n$$

Exercício 12

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)  
    a *= 2;
```

$$\log_2(n) + 1 \text{ multiplicações}$$

Exercício 13

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n+4; i > 0; i >>= 1)  
    a *= 2;
```

número de bits de (n+4)

ou seja: $1 + 4 = 5 = 101(\text{binário}) = 3 \text{ bits} = 3 \text{ multiplicações}$

$12 + 4 = 16 = 10000(\text{binário}) = 5 \text{ bits} = 5 \text{ multiplicações}$

Exercício 14

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n - 7; i >= 1; i--)
    for (int j = n - 7; j >= 1; j--)
        a *= 2;
```

$(n-7)(n-7) = n^2 - 2 * n * 7 + 7^2$ multiplicações

Exercício Resolvido 9

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)
    a *= 2;
```

Quando n é uma potência de 2, realizamos $\lg(n) + 1$ multiplicações
Se:

$n = 8$, efetuamos a multiplicação quando i vale 8, 4, 2, 1
 $n = 16$, 16, 8, 4, 2, 1
 $n = 32$, 32, 16, 8, 4, 2, 1

Exercício 15

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n + 1; i > 0; i /= 2)
    a *= 2;
```

$\log_2(n + 1) + 1$ multiplicações

Exercício 16

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 1; i /= 2)
    a *= 2;
```

$\log_2(n)$ multiplicações

Exercício 17

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 1; i < n; i *= 2)
```


$a *= 2;$
 $\log_2(n - 1) + 1$ multiplicações

Exercício 18

Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 1; i <= n; i *= 2)
    a *= 2;
```

$\log_2(n) + 1$ multiplicações

Exercício Resolvido 10

Faça um método que receba um número inteiro n e efetue o número de subtrações pedido em:

A. $3n + 2n^2$

```
i = 0;
while (i < n){
    i++;
    a--; b--; c--;
}
for (i = 0; i < n; i++){
    for (j = 0; j < n; j++){
        a--; b--;
    }
}
```

B. $5n + 4n^3$

```
i = 0;
while (i < n){
    i++;
    a--; b--; c--; d--; e--;
}
for (i = 0; i < n; i++){
    for (j = 0; j < n; j++){
        for (k = 0; k < n; k++){
            a--; b--; c--; d--;
        }
    }
}
```

C. $\lg(n) + n$

```
for (int i = n; i > 1; i /= 2){
    a--;
}
while (i < n){
    i++;
    a--;
}
```

D. $2n^3 + 5$

```

i = 0;
while (i < 5){
    i++;
    a--;
}
for (i = 0; i < n; i++){
    for (j = 0; j < n; j++){
        for (k = 0; k < n; k++){
            a--; b--;
        }
    }
}

```

E. $9n^4 + 5n^2 + \frac{n}{2}$

```

for (i = 0; i < n; i++){
    for (j = 0; j < n; j++){
        for (k = 0; k < n; k++){
            a--; b--; c--; d--; e--; f--; g--; h--; i--;
        }
    }
}
for (i = 0; i < n; i++){
    for (j = 0; j < n; j++){
        a--; b--; c--; d--; e--;
    }
}

```

F. $\lg(n) + 5 \lg(n)$

```

for (int i = n; i > 1; i /= 2){
    a--;
}
for (int i = n; i > 1; i /= 2){
    a--; b--; c--; d--; e--;
}

```

Exercício Resolvido 11

Encontre o menor valor em um array de inteiros

```

int min = array[0];
for (int i = 1; i < n; i++){
    if (min > array[i]){
        min = array[i];
    }
}

```

1º) Qual é a operação relevante?

Comparação entre elementos do array

2º) Quantas vezes ela será executada?

Se tivermos n elementos: $T(n) = n - 1$

3º) O nosso $T(n) = n - 1$ é para qual dos três casos? Pior dos casos