Quiz 6 - Somatórios - Alguns Métodos Gerais

PUC Minas

Aluno (a): Thaís Ferreira da Silva
Curso: Ciência da Computação
Disciplina: Algoritmos e Estruturas de Dados II
Turno: Manhã **Período:** 2º
Professor: Max do Val Machado

Exercícios Resolvidos

Exercício 18

Fórmula fechada:

$$\sum_{0}^{n}(3 + 1) = \sum_{0}^{n} 3 + \sum_{0}^{n} i =$$

$$3(n + 1) + \sum_{0}^{n} i = 3(n + 1) + \frac{n(n+1)}{2} =$$

$$\frac{6n + 6 + n^2 + n}{2} = \frac{n^2 + 7n + 6}{2}$$

Passo base:

$$\frac{0^2 + 7.0 + 6}{2} = \frac{6}{2} = 3$$ Verdadeiro

Indução propriamente dita:

$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

$$S_n = \frac{(n-1)^2 + 7(n-1) + 6}{2} + \frac{2(3+n)}{2} =$$

$$S_n = \frac{(n^2 - 2n + 1) + (7n - 7) + 6 + (6 + 2n)}{2} =$$

$$S_n = \frac{n^2 + 7n + 6}{2}$$ Verdadeiro

Exercício 19

Fórmula fechada:

$$\sum_{1}^{n}[(2i + 1)^2 - (2i)^2] = \sum_{1}^{n}[(4i^2 + 4i + 1) - 4i^2] =$$

$$\sum_{1}^{n}[4i + 1] = 4\sum_{1}^{n} i + \sum_{1}^{n} 1 = 4\sum_{1}^{n} i + n =$$

$$4\frac{n(n+1)}{2} + n = 2n^2 + 3n$$

Passo base:

$2 * 1^2 + 3 * 1 = 2 + 3 = 5$ Verdadeiro

Indução propriamente dita:

$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

$$S_n = 2(n - 1)^2 + 3(n - 1) + (4n + 1) =$$

$$S_n = 2 * (n^2 - 2n + 1) + (3n - 3) + (4n + 1) =$$

$$S_n = (2n^2 - 4n + 1) + (3n - 3) + (4n + 1) =$$

$S_n = 2n^2 + 3n$ Verdadeiro

Exercício 20

Fórmula fechada:

$$\sum_{1}^{n}[5i + 1)^2 - (5i - 1)^2] =$$

$$\sum_{1}^{n}[(25i^2 + 10i + 1) - (25i^2 - 10i + 1)] =$$

$$\sum_{1}^{n}[25i^2 + 10i + 1 - 25i^2 + 10i - 1)] = \sum_{1}^{n}[20i] =$$

$$20\frac{n(n+1)}{2} = 10n^2 + 10n$$

Passo base:

$10 * 1^2 + 10 * 1 = 10 + 10 = 20$ Verdadeiro

Indução propriamente dita:

$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

$$S_n = 10(n - 1)^2 + 10(n - 1) + (20n) =$$

$$S_n = 10(n^2 - 2n + 1) + (10n - 10) + (20n) =$$

$$S_n = (10n^2 - 20n + 10) + (10n - 10) + (20n) =$$

$S_n = 10n^2 + 10n$ Verdadeiro

Exercício 21

Fórmula fechada:

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} i * 2^i = (n - 1) * 2^{(n+1)} + 2$$

Passo base:

$(0 - 1) * 2^{(0+1)} + 2 = 0$ Verdadeiro

Indução propriamente dita:

$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

$$S_n = ((n - 1) - 1) * 2^{((n-1)+1)} + 2 + n2^n =$$

$$S_n = (n - 2) * 2^n + 2 + n2^n =$$

$$S_n = (2n - 2) * 2^n + 2 =$$

$$S_n = (n - 1) * 2^1 * 2^n + 2 =$$

$S_n = (n - 1) * 2^{(n+1)} + 2$ Verdadeiro

Exercício 22

Fórmula fechada:

$$S_n = \sum_{0 \le i \le n} i^2$$

$$S_n + a_{n+1} = a_0 + \sum_{0 \le i \le n} (i + 1)^2 =$$

$$S_n + (n + 1)^2 = \sum_{0 \le i \le n} (i + 1)^2 =$$

$$S_n + (n + 1)^2 = \sum_{0 \le i \le n} (i^2 + 2i + 1) =$$

$$S_n + (n + 1)^2 = \sum_{0 \le i \le n} i^2 + 2 \sum_{0 \le i \le n} i + \sum_{0 \le i \le n} 1 =$$

$$S_n + (n + 1)^2 = S_n + 2 \sum_{0 \le i \le n} i + \sum_{0 \le i \le n} 1 =$$

$$S_n + (n + 1)^2 = S_n + n(n + 1) + \sum_{0 \le i \le n} 1 =$$

$$S_n + (n + 1)^2 = S_n + n(n + 1) + (n + 1) =$$

$$Scubo_n + acubo_{n+1} = a_0 + \sum_{0 \le i \le n} (i + 1)^3 =$$

$$Scubo_n + (n + 1)^3 = \sum_{0 \le i \le n} (i + 1)^3 =$$

$$Scubo_n + (n + 1)^3 = \sum_{0 \le i \le n} (i^3 + 3i^2 + 3i + 1) =$$

$$Scubo_n + (n + 1)^3 = \sum_{0 \le i \le n} i^3 + \sum_{0 \le i \le n} 3i^2 + \sum_{0 \le i \le n} 3i + \sum_{0 \le$$

$$Scubo_n + (n + 1)^3 = Scubo_n + 3S_n + \frac{3n(n+1)}{2} + (n + 1)$$

$$(n + 1)^3 = 3S_n + \frac{3n(n+1)}{2} + (n + 1) =$$

$$3S_n = (n + 1)^3 - \frac{3n(n+1)}{2} - (n + 1) =$$

$$6S_n = 2(n + 1)^3 - 3n(n + 1) - 2(n + 1) =$$

$$6S_n = 2(n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - 3n^2 - 3n - 2n - 2$$

$$6S_n = 2n^3 + 6n^2 + 6n + 2 - 3n^2 - 3n - 2n - 2 =$$

$$6S_n = 2n^3 + 3n^2 + n =$$

$$S_n = \frac{2n^3+3n^2+n}{6} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$