

# FINANÇAS CORPORATIVAS

Ana Tereza Schlaepfer Spinola

SPINOLA, Ana Tereza Schlaepfer. **Finanças Corporativas**. Rio de Janeiro: FGV, 2025.

Todos os direitos reservados. Textos, vídeos, sons, imagens, gráficos e demais componentes deste material são protegidos por direitos autorais e outros direitos de propriedade intelectual, de forma que é proibida a reprodução no todo ou em parte, sem a devida autorização.

# APRESENTAÇÃO

Nesta apostila, apresentaremos, de forma bastante aplicada, conhecimentos financeiros referentes a dinheiro, orçamento, gastos, custos, receitas e despesas, todos necessários ao nosso dia a dia. Essencialmente, dependemos de recursos financeiros para sobreviver, mas muitas são as perguntas que podem surgir quando o assunto é conhecimento financeiro. O quanto de recursos é alocado ao consumo? O quanto aplicamos para auferir rendimentos? Quanto custará o financiamento do carro, de um imóvel, de uma máquina? Quanto de juros está sendo cobrado em determinado financiamento? Vale mais comprar à vista ou a prazo? Como comparar as alternativas oferecidas para o financiamento de um bem? Em que ativo devo aplicar? A ação que está sendo oferecida está subavaliada ou superavaliada? Como avaliar diferentes projetos de uma empresa? Qual o custo de capital de uma empresa? Como calcular o custo do capital próprio e o de terceiros? Como analisar o risco e o retorno de investimentos?

As respostas a todas essas perguntas serão abordadas ao longo desta apostila, que está dividida em dois módulos.

No Módulo 1, trataremos da Matemática Financeira e do seu aprendizado conceitual a partir da aplicação prática. Vamos compreender os fundamentos; interpretar os problemas, identificando as variáveis, e analisar os resultados, deixando de lado o formalismo e a preocupação com as demonstrações algébricas, cujo cálculo é facilitado pela utilização da máquina de calcular financeira ou do Excel com as planilhas eletrônicas. Daremos uma atenção especial ao papel do valor do dinheiro no tempo em finanças, à estruturação de um fluxo de caixa com uma série de pagamentos, indicando como traduzi-la em valor presente e valor futuro, comparáveis em qualquer momento. Vamos conhecer as diversas taxas de juros e aprender a transformá-las em unidades passíveis de comparação. Conheceremos também os diferentes sistemas de amortização, a estrutura do cálculo de juros, cálculo de prestações, amortizações e saldo devedor que tanto nos assusta quando contraímos um financiamento. Sendo assim, neste primeiro módulo de Matemática Financeira, você terá uma introdução aos conceitos que servem de base para todas as operações financeiras. Mais uma vez, os cálculos complexos ficam restritos às máquinas de calcular e às planilhas eletrônicas, cabe a você adquirir a capacidade de modelar um problema e analisar o resultado.

No Módulo 2, trataremos das Finanças Corporativas associadas ao estudo de mercados e instrumentos que lidam com o fluxo de caixa distribuído ao longo do tempo. Estudaremos como as empresas aplicam recursos financeiros em uma grande variedade de ativos; como planejam a distribuição dos seus recursos em despesas de capital (Capex) e em despesas operacionais (Opex); como se instrumentalizam para responder às perguntas importantes referentes às decisões de investimento; como se elabora um estudo de viabilidade de investimentos de longo prazo de uma empresa; como e a que custos pode-se contratar financiamento para fazer frente a esses investimentos; como calcular o valor presente líquido na avaliação das obrigações e ações; como minimizar riscos; como definir as técnicas e os aspectos positivos e negativos das diferentes metodologias de avaliação de projetos de investimentos; além de como calcular o custo da empresa e os fatores associados a risco *versus* retorno. Finanças Corporativas envolvem decisões financeiras, que compreendem decisões de investimento e decisões de financiamento tomadas pelas empresas. O decisor deve considerar o retorno aos acionistas, as questões éticas e os riscos associados à sua decisão. Este módulo permitirá a você conhecer as ferramentas e análises adequadas para tomar essas decisões.

Conhecer a racionalidade financeira, ter o domínio das ferramentas financeiras e ser capaz de tomar decisões racionais de investimento são habilidades que, certamente, agregarão valor à sua vida tanto profissional quanto pessoal.

Sucesso, um ótimo estudo e vamos ao desafio!

# SUMÁRIO

MÓDULO I – MATEMÁTICA FINANCEIRA.....	9
INTRODUÇÃO .....	9
HP-12C E FUNÇÕES FINANCEIRAS DO EXCEL.....	11
Funções e operações básicas da HP-12C .....	11
Funções financeiras do Excel .....	12
REVISÃO DO FERRAMENTAL TEÓRICO .....	14
Razão e percentagem.....	14
Distribuição percentual.....	15
Valores absolutos e valores relativos.....	15
Taxa média de crescimento em determinado período .....	16
VALOR DO DINHEIRO NO TEMPO.....	17
Conclusões.....	18
FLUXO DE CAIXA – FC (CASH FLOW – CF).....	18
Regime de competência <i>versus</i> regime de caixa .....	19
DINÂMICA DO CAPITAL FINANCEIRO .....	20
Taxa de juros – <i>interest (i)</i> .....	21
Notações .....	22
REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO .....	23
REGIME DE JUROS .....	23
Taxa nominal ( $i_{nom.}$ ).....	25
Prazo das aplicações .....	26
JUROS SIMPLES .....	27
Taxes proporcionais a juros simples.....	27
Aplicação atual dos juros simples.....	28
JUROS COMPOSTOS.....	30
Aplicação atual dos juros compostos.....	31
Utilização da HP-12C .....	32
Taxes equivalentes de juros compostos.....	34
Juros compostos: aplicação .....	34
AVALIAÇÃO DE FINANCIAMENTOS EM OPERAÇÕES COMERCIAIS .....	35
DESCONTOS SIMPLES E COMPOSTOS.....	36
Recebíveis .....	36
Desconto simples.....	37
Desconto composto.....	40
TAXAS IMPLÍCITAS .....	42
Taxa de juros implícita linear ou efetiva linear .....	42
Taxa de juros implícita exponencial ou efetiva exponencial .....	43
SÉRIE PERIÓDICA DE PAGAMENTOS.....	44

Objetivos .....	45
Características .....	45
SÉRIES DIFERIDAS.....	50
SÉRIES COM PRESTAÇÕES INTERMEDIÁRIAS.....	51
PERPETUIDADES.....	52
Perpetuidades periódicas.....	52
Perpetuidades em gradiente.....	53
Perpetuidades em progressão aritmética.....	53
Perpetuidades em progressão geométrica.....	55
SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO .....	56
Sistema Price ou sistema francês de amortização.....	57
Sistema de amortizações constantes (SAC).....	59
Sistema amortização misto (SAM) .....	60
Comparativo entre os sistemas de amortização.....	62
TAXAS DE JUROS .....	62
<b>MÓDULO II – FINANÇAS CORPORATIVAS.....</b>	<b>65</b>
INTRODUÇÃO .....	65
FINANÇAS: CONCEITOS BÁSICOS.....	68
DECISÕES RELATIVAS À ADMINISTRAÇÃO FINANCEIRA.....	70
ADMINISTRAÇÃO FINANCEIRA .....	72
Funções gerenciais .....	72
ORÇAMENTO DE CAPITAL .....	73
Importância do orçamento de capital.....	73
Razões para investir .....	73
TAXA MÍNIMA DE ATRATIVIDADE (TMA).....	75
ELABORAÇÃO DO FLUXO DE CAIXA.....	76
Tipos de fluxo de caixa.....	76
MÉTODOS DE ANÁLISE DE INVESTIMENTOS.....	77
Períodos de <i>payback</i> (PB).....	77
<i>Payback</i> descontado .....	79
Valor presente líquido – VPL ( <i>net presente value</i> – NPV).....	80
Taxa interna de retorno – TIR ( <i>internal rate return</i> – IRR).....	85
ANÁLISE DE PROJETOS COM VIDAS DESIGUAIS .....	88
TIR: análise incremental – comparando projetos.....	90
Análise comparativa entre os métodos do NPV e da TIR.....	92
Taxa interna de retorno modificada (TIRM) .....	94
Índice de lucratividade (IL).....	96
Valor anual uniforme equivalente (Value).....	97
DETERMINAÇÃO DA ESCOLHA DE VÁRIOS PROJETOS.....	98
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE/CENÁRIOS.....	101

ANÁLISE DE RISCO .....	102
Administração do risco .....	102
Estrutura do capital .....	103
Estrutura do capital: capital de terceiros.....	103
ESTRUTURA DO CAPITAL: CAPITAL PRÓPRIO .....	105
Avaliação de ações.....	106
Fluxo de caixa das ações.....	106
RETORNO SOBRE INVESTIMENTOS .....	108
Retornos, taxa de dividendo, taxa de ganho de capital .....	109
Retornos médios, retorno livre de risco e prêmio por risco.....	110
RISCO DOS INVESTIMENTOS .....	111
Medidas de risco: distribuição de frequência e variabilidade .....	112
.....	115
RETORNOS ESPERADOS E NÃO ESPERADOS.....	115
AVALIAÇÃO DE RISCO .....	115
Riscos sistemáticos e não sistemáticos .....	116
Risco diversificado e risco da carteira.....	118
COEFICIENTE BETA ( $\beta$ ): MENSURAÇÃO DO RISCO SISTEMÁTICO .....	120
Cálculo do beta de uma carteira.....	121
CAPITAL ASSET PRICING MODEL (CAPM) E LINHA DE MERCADO DE TÍTULOS (SML).....	122
<i>Capital Asset Pricing Model (CAPM)</i> – Modelo de Precificação de Ativos .....	122
CUSTO DE CAPITAL .....	125
Custo médio ponderado de capital (Wacc) .....	125
Cálculo de $R_E$ , $R_D$ e $R_P$ .....	126
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>129</b>
<b>PROFESSORA-AUTORA.....</b>	<b>131</b>





# MÓDULO I – MATEMÁTICA FINANCEIRA

Neste módulo, apresentaremos o ferramental a ser utilizado para a tomada de decisão financeira. Não focaremos, contudo, no desenvolvimento de fórmulas matemáticas – isso será feito por meio da calculadora ou das planilhas do Excel. De outra forma, preparamos você para lidar com a racionalidade financeira, identificar as variáveis financeiras de determinado problema (modelar) e, por fim, analisar o resultado obtido a partir do cálculo realizado. Por exemplo, um resultado de 3% ao ano é bom ou ruim? Iniciaremos o nosso estudo com os conceitos de Matemática Financeira utilizados na área de Finanças. Faremos uma revisão do ferramental matemático, já estudado no Ensino Básico, que é de grande importância para a compreensão e análise das questões financeiras. Em seguida, focaremos os juros simples e compostos e suas aplicações, bem como os descontos racionais e comerciais de recebíveis simples e compostos. Por fim, realizaremos cálculos de prestações, conheceremos os sistemas de amortização (Price, SAC e SAM) e desenvolveremos habilidades voltadas para o domínio das diferentes taxas de juros, que se apresentam da mesma forma, em formato percentual, porém com diferentes significados: taxas efetivas, taxas reais, taxas *over*, taxas *spread*, taxas líquidas, taxas brutas e taxas nominais.

## Introdução

A Matemática Financeira é uma área da Matemática voltada para a realização dos cálculos necessários à comparação de valores ao longo do tempo. Em outras palavras, por meio da Matemática Financeira, estudamos o valor do dinheiro ao longo do tempo, com o objetivo de estabelecer relações formais entre quantias expressas em datas distintas.

A Matemática Financeira é uma ferramenta necessária à área de Finanças, que se ocupa do processo, das instituições, dos mercados e dos instrumentos envolvidos na transferência de fundos entre pessoas, empresas e governos (Gitman, 2012).

Quando se trata das finanças, tanto pessoais quanto corporativas, devemo-nos balizar pela máxima de Benjamin Franklin “*Time is money*” (“Tempo é dinheiro”), que destaca a importância do valor do dinheiro no tempo. Na área financeira, se considerarmos um dinheiro parado, suprimiremos a oportunidade de esse dinheiro estar sendo aplicado em ativos financeiros ou produtivos (máquinas e equipamentos) que estariam proporcionando uma remuneração. Os ativos também podem, contudo, oferecer *prejuízo* (remuneração negativa), caso a aplicação dos valores seja malsucedida (ações que perderam valor, investimentos em um negócio que não trouxe resultados, etc.).

Toda a modelagem de problemas financeiros envolve as seguintes variáveis:

- *present value (valor presente)* –  $PV$ ;
- *future value (valor futuro)* –  $FV$ ;
- *anuidades/prestações* –  $PMT$ ;
- *tempo – n*;
- *taxa – i*.

A variável que avalia a diferença de valores ao longo do tempo é a taxa de juros ( $i$ ). As variáveis financeiras como  $PV$ ,  $FV$  e  $n$  podem ser resumidas a uma única informação – comparável a todas as opções existentes – que permita a tomada de decisão.

O foco dado à Matemática na Matemática Financeira não é um problema, pois, há muitos anos, as máquinas financeiras como a HP-12C, o Excel (na função financeira) e a inteligência artificial (IA) já resolvem as difíceis equações matemáticas existentes. Não nos preocupemos com isso. Em qualquer situação, mesmo utilizando a IA, temos que estar atentos à necessidade de desenvolver a capacidade de modelar dado problema, identificando as suas variáveis financeiras bem como calculando e analisando os resultados obtidos, o que lastreará a nossa tomada de decisão.

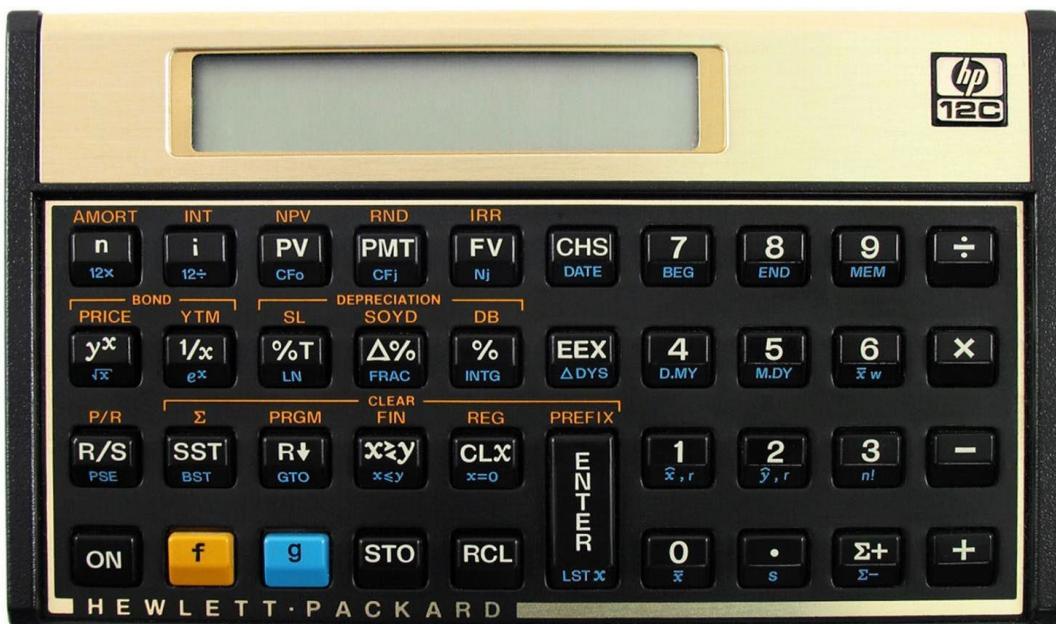
Sendo assim, esta apostila tem por objetivo levar você a desenvolver a racionalidade financeira, o que significa saber pensar sob o enfoque financeiro (conhecer o pensamento financeiro), raciocinar levando em conta o conceito de valor do dinheiro no tempo e saber distinguir, no tempo, as variáveis  $PV$ ,  $FV$ ,  $PMT$ ,  $n$  (períodos) e  $i$  (taxa). Simples, não? A Matemática em si ficará para os sistemas, e as máquinas resolverão as complicadas equações matemáticas.

# HP-12C e funções financeiras do Excel

## Funções e operações básicas da HP-12C

Na HP-12C, as operações são realizadas de modo diferente das demais máquinas. Para somarmos  $2 + 3$ , devemos digitar  $2$  *enter*  $3 +$ . Esse sistema de entrada de dados chama-se RPN (notação polonesa reversa). Além disso, devemos clicar em *g* para utilizar as funções azuis e em *f* para utilizar as funções amarelas, como podemos observar na figura a seguir.

Figura 1 – HP-12C



Vejamos algumas funções fundamentais, básicas, que devemos conhecer para utilizar a HP-12C:

a) Limpeza de registros:

*Devemos limpar os registros antes de qualquer operação, o que deve ser feito por meio das seguintes funções:*

- *f REG* – limpa todos os registros;
- *f FIN* – limpa os registros financeiros.

b) Fixação de casas decimais:

*A HP-12C utiliza até 99 casas decimais nos seus cálculos internos. Em finanças, contudo, é comum trabalharmos com quatro casas decimais. Para defini-las, devemos clicar *f 4*.*

c) Cálculos fracionários com juros compostos:

Para realizar cálculos fracionários com juros compostos, é necessário configurar a máquina HP 12C. Para isso, deve-se pressionar as teclas STO e EEX. Quando a configuração for realizada, a letra → c aparecerá na base do visor. Com o c ativado, os cálculos considerarão tanto a parte inteira quanto a parte fracionária dos números.

d) Cálculo encadeado:

Considere a necessidade de realizar o seguinte cálculo:

$$j = [(4,22 + 5,74) \times (9,14 - 7,21) + 42] \times 24 = 1.469.,34$$

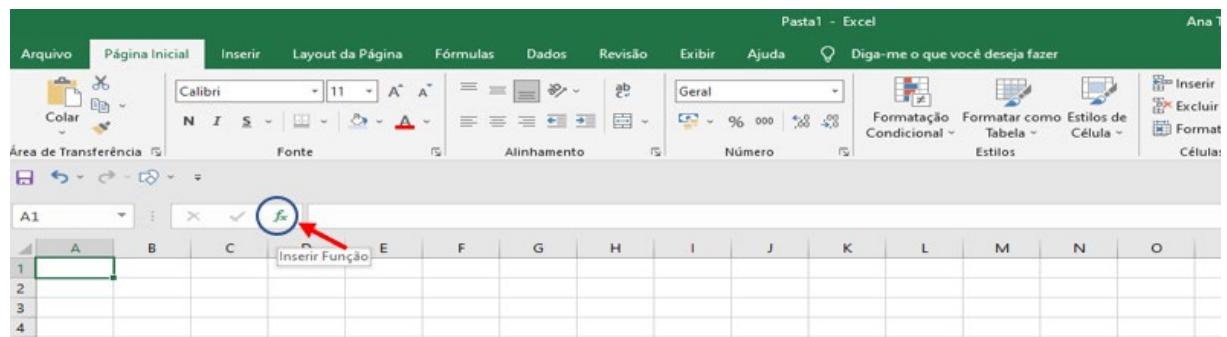
Nesse caso, na HP-12C, devemos utilizar a sequência a seguir:

$$\begin{array}{ccccccc} j = & 4,22 \text{ e } 5,74 & (+) & 9,14 & e & 7,21 & (-) (\times) \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ & 9,96 & & 1,93 & & 61,22 & 1,469,34 \\ & & & \downarrow & & & \\ & & & 19,22 & & & \end{array}$$

## Funções financeiras do Excel

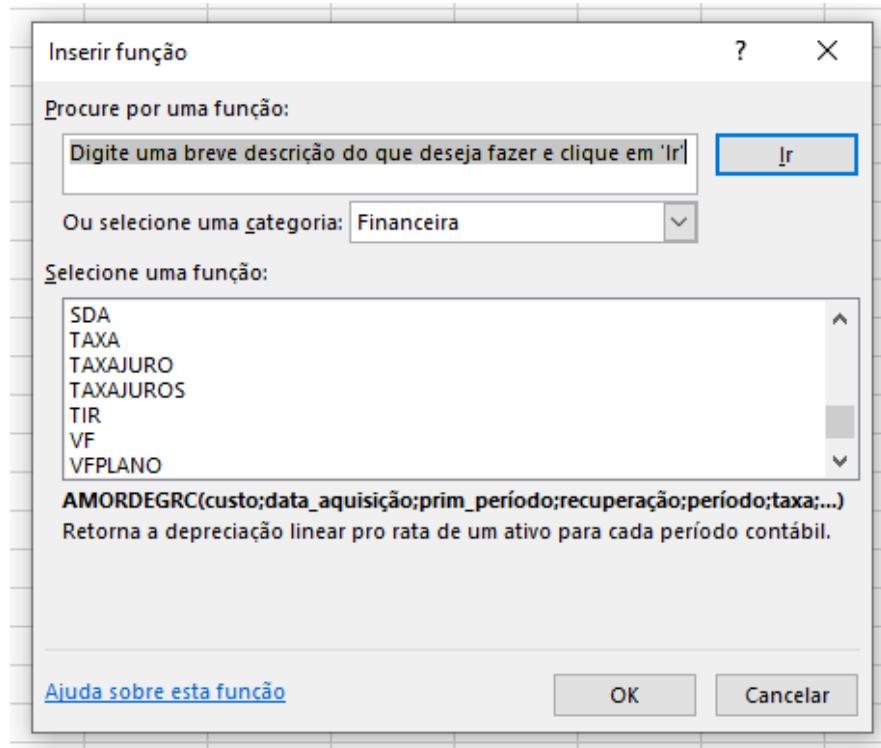
Ao abrirmos o Excel, devemos buscar a função financeira com que queremos trabalhar. Para tanto, devemos clicar em  $f_x$  (inserir função), como podemos observar na figura a seguir.

Figura 2 – Inserção de uma função no Excel



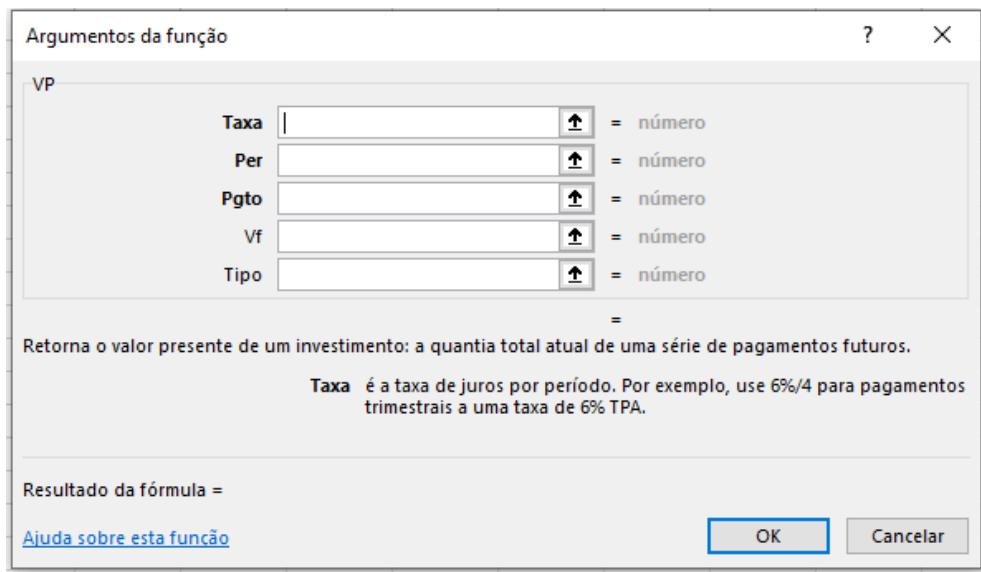
Em seguida, devemos buscar a categoria financeira e selecionar a função desejada (TIR, VF, VPL, etc.).

Figura 3 – Seleção da função desejada no Excel



Ao escolhermos determinada função, uma nova janela, autoexplicativa, abrirá. Por exemplo, se escolhermos a função VP, essa janela será a apresentada na figura a seguir.

Figura 4 – Argumentos da função



Por fim, devemos inserir os valores correspondentes às variáveis da função financeira nos respectivos campos.

## Revisão do ferramental teórico

A taxa de juros corresponde à variação percentual entre dois valores distantes entre si no tempo. Para que duas ou mais taxas possam ser comparadas, há a necessidade de compatibilizar o período das taxas (% ao mês, % ao ano, etc.) com a unidade de tempo que está sendo analisada (dia, mês, bimestre, etc.). Por exemplo, considerando uma taxa de 12% ao ano para um período de dois meses, precisaremos converter a taxa anual em uma taxa mensal.

Para que tenhamos o perfeito domínio do cálculo de percentagens, faremos uma revisão sobre o tema. Quando se trata de variações percentuais até 100%, a forma de calcular está mais presente no nosso conhecimento. Agora, se sugerirmos um aumento de 1.200% sobre \$ 100, fica mais difícil calcular. Qual será o novo valor? Como devemos calculá-lo? Responderemos a essas e a outras questões nos próximos tópicos.

### Razão e percentagem

A notação para percentual é %. Sendo assim, 40 por cento é representado por 40% ou 40/100. Ao multiplicarmos o coeficiente de uma conta por 100, retornamos à notação inicial de percentual.

Vejamos alguns exemplos na tabela seguir.

Tabela 1 – Exemplos: cálculo de percentagem

percentual	fração	= coeficiente (fator)	multiplicar por 100	retorno ao formato percentual
40%	40/100	0,40	× 100	40%
120%	120/100	1,20	× 100	120%
3.740%	3.740/100	37,40	× 100	3.740%

É fundamental conhecer o desenvolvimento do cálculo para encontrar novos valores ou variações, com base em informações percentuais.

## Distribuição percentual

A distribuição percentual apresenta o peso relativo de cada um dos itens (parcelas) em relação ao total.

Por exemplo, suponhamos que uma pessoa tenha aplicado \$ 120.000 em diferentes ativos financeiros, distribuídos da seguinte forma: \$ 10.000 em fundos de ações, \$ 15.000 em previdência privada, \$ 25.000 em CDI, \$ 30.000 em multimercados e \$ 40.000 em renda fixa. Qual é a participação de cada ativo financeiro na carteira dessa pessoa? Vejamos:

	v. absolutos	(em mil)	v. relativos
fdo. ações	10.000	$10/120 = 0,0833 \times 100 =$	8,33%
prev. privada	15.000	$15/120 = 0,1250 \times 100 =$	12,50%
CDI	25.000	$25/120 = 0,2083 \times 100 =$	20,83%
multimercado	30.000	$30/120 = 0,2500 \times 100 =$	25,00%
<u>renda fixa</u>	<u>40.000</u>	<u><math>40/120 = 0,3334 \times 100 =</math></u>	<u>33,34%</u>
invest. total	120.000		100%

Na HP-12C: 120 enter 10 [% T] 10%

## Valores absolutos e valores relativos

Um valor absoluto é uma quantidade definida em relação a ela mesma. Já um valor relativo é uma quantidade definida em relação a uma outra quantidade.

## Variação entre valores

A variação entre valores pode ser:

- *absoluta – é a diferença aritmética entre dois valores;*
- *relativa – é a diferença entre dois valores em relação a um dos valores considerados, e o resultado é apresentado em termos percentuais.*

Suponhamos os seguintes valores nos meses de janeiro e fevereiro:

- *janeiro – \$ 3.450;*
- *fevereiro – \$ 9.500.*

Qual é a variação absoluta e a relativa entre os valores de janeiro e fevereiro apresentados?

Em termos absolutos, temos:  $\$ 9.500 - \$ 3.450 = \$ 6.050$ . Esse resultado não nos oferece, contudo, a real dimensão da diferença, e ainda resta a pergunta: Essa diferença é significativa ou não? É grande ou pequena? A resposta dependerá de uma avaliação comparativa: Em relação a qual valor?

Em termos relativos, vamos comparar a variação dos valores em relação ao valor original – janeiro (variação percentual). Desse modo, temos:

$$(equação 1) \quad \Delta\% \rightarrow \frac{9.500 - 3.450}{3.450} = \frac{6.050}{3.450} = 1,7536 \times 100 = 175,36\%$$

ou

$$(equação 2) \quad \frac{9.500}{3.450} - \frac{3.450}{3.450} = \frac{9.500}{3.450} - 1 = 2,7536 - 1 = 1,7536 \times 100 = 175,36\%$$

Para o cálculo das taxas de juros, adotaremos sempre a forma da equação 2, que explica a razão pela qual somamos 1 ou subtraímos 1 nas taxas para efetuar o seu cálculo.

Na HP-12C: 3.450 e 9.500 Δ% ? 175,36%

É importante ter o domínio do cálculo das variações percentuais por meio do método da equação 2.

## Taxa média de crescimento em determinado período

A taxa média de crescimento em determinado período pode ser calculada pelo método linear ou pelo método exponencial. A taxa é calculada com base na relação entre FV e PV, considerando o tempo entre esses dois valores.

Por exemplo, qual é a taxa média de crescimento do valor aplicado a seguir?

$$\begin{array}{ccc} \bullet & \xrightarrow{\hspace{2cm}} & \bullet \\ \text{valor presente (PV)} & & \text{valor futuro (FV)} \\ 100 & & 250 \\ n = 0 & - & n = 10 \text{ meses} & - & n = 10 \end{array}$$

Por meio do **método linear**, que será a base do cálculo dos **juros simples**, pressupõe-se que a taxa sempre incidirá sobre o valor original ou inicial ( $PV_0$ ). Considerando o exemplo apresentado, temos:

$$\frac{250 - 100}{100} = \frac{250}{100} - 1 = 2,50 - 1 = 1,5 \times 100 = 150\% \text{ a. p.,}$$

*e se a variação ocorreu em 10 meses, tem - se*

$$\frac{150\%}{10 \text{ meses}} = 15\% \text{ ao mês}$$

Já por meio do **método exponencial**, que será a base do cálculo dos **juros compostos**, pressupõe-se que, como são valores cumulativos, a taxa sempre incidirá sobre o último valor acumulado. Considerando o exemplo apresentado, temos:

$$\left[ \sqrt[10]{\frac{250}{100}} - \frac{100}{100} \right] \times 100 = \left[ \sqrt[10]{\frac{250}{100}} - 1 \right] \times 100 = \left[ \sqrt[10]{2,5} - 1 \right] \times 100 = \left[ (2,5)^{\frac{1}{10}} - 1 \right] \times 100 = \\ = [(2,5)^{0,10} - 1] \times 100 = 1,096 - 1 = 0,096 \times 100 = 9,6\% \text{ ao mês.}$$

Na HP-12C: (a) 250 enter 100 ÷ 1 enter 10 ÷ y<sup>x</sup> 1 – 100 × ...9,6.

## Valor do dinheiro no tempo

Com o objetivo de estabelecer relações formais entre quantias expressas em datas distintas, a Matemática Financeira estuda o valor do dinheiro no tempo. O dinheiro tem, portanto, o seu valor atualizado ao longo do tempo. Mas, por que isso acontece? Dois elementos influenciam o valor do dinheiro no tempo: a inflação e os juros.

a) **Inflação** – desvalorização da moeda:

*Em um período inflacionário, o valor da moeda no período  $n + 1$  é diferente do valor da moeda no período  $n$ . Por exemplo, considerando uma inflação de 10% no período entre janeiro e fevereiro, temos:*

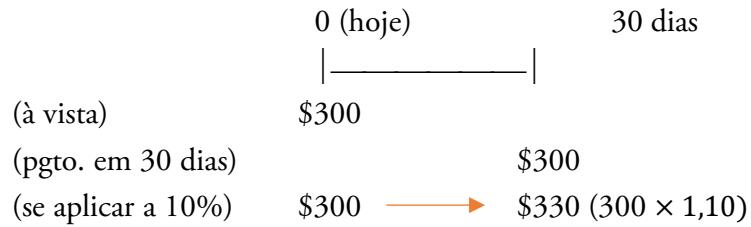
$$\begin{array}{ccc} \$100 & \neq & \$100 \\ | & & | \\ \text{jan.} & & \text{fev.} \\ \$100 & = & \$110 (100 \times 1,10) \end{array}$$

Significa que para comprar os mesmos produtos em fevereiro serão necessários \$110 ao invés de, somente, \$100,00.

b) Juros – remuneração do capital (aplicação financeira):

*Mesmo que a inflação seja igual a 0 (zero), a oportunidade de aplicar valores no mercado financeiro confere ao investidor a possibilidade de ter o seu capital aplicado e remunerado por meio de juros.*

Por exemplo, supondo que o mercado financeiro esteja pagando 10% a.m., qual é o melhor negócio: fazer uma compra de \$ 300,00 à vista ou pagar os mesmos \$ 300,00 daqui a 30 dias? Vejamos:



É mais negócio pagar a compra de \$ 300,00 daqui a 30 dias do que pagar à vista, pois isso permite que a pessoa aplique, durante 1 mês, os \$ 300 no mercado financeiro, à taxa de 10% a.m. Com isso, ao final do mês, ela terá o equivalente a \$ 330,00 [300 + (300 × 0,10)]. Com esse valor, poderá pagar daqui a 30 dias os \$ 300 da compra realizada e ainda ficará com um saldo de \$ 30,00.

## Conclusões

Vejamos algumas conclusões importantes:

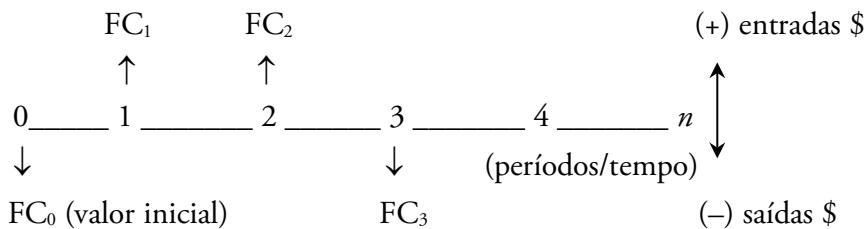
- só será possível comparar quantias expressas em uma mesma data;
  - só será possível operar ( $+, -, \times, \div$ ) com valores em uma mesma data.

## Fluxo de caixa – FC (*cash flow*– CF)

Fluxo de caixa (FC) é o conjunto de entradas e saídas de dinheiro no caixa ao longo do tempo. A sua representação é feita por meio do diagrama de fluxo de caixa (DFC), e as suas entradas e saídas são representadas da seguinte forma:

- entradas no FC = recebimentos (+), expressa na parte superior da linha do tempo;
  - saídas do FC = pagamentos ou desembolsos (-), expressa na parte inferior da linha do tempo.

Vejamos a estrutura de um DFC:



Nesse caso,  $FC_0$  e  $FC_3$  são valores negativos (saída de valores do caixa). Já  $FC_1$  e  $FC_2$  são valores positivos (entrada de valores no caixa). O  $FC_0$  pode ser positivo ou negativo, mas é um valor atual ou valor presente, no ato da operação. Por fim, a linha horizontal representa o horizonte de tempo ( $n$  períodos).

$$\text{Na HP-12C: } FC_0 = g \text{ Cf}_0 \quad \text{e} \quad FC_1 \dots FC_n = g \text{ Cf}_j$$

### Regime de competência *versus* regime de caixa

No **regime de competência**, que é um regime contábil, os valores são registrados no momento do fato gerador. Por exemplo, se vendermos hoje um produto com emissão de nota fiscal e fatura para pagamento em 30 dias, o registro da venda será lançado contabilmente **hoje** no contas a receber.

Já no **regime de caixa**, os valores são registrados no momento em que ocorrem os efetivos pagamentos (saídas) e recebimentos (entradas) no caixa. Considerando o exemplo apresentado, no **regime de caixa** o registro da venda só será realizado quando o efetivo recebimento dos valores ocorrer, ou seja, daqui a 30 dias.

A Matemática Financeira trabalha com o regime de caixa.

Devemos lançar no FC toda e qualquer movimentação de caixa. No entanto, devemos ficar atentos ao fato de que algumas despesas não constituem saídas de valores do caixa, sendo apenas lançamentos contábeis. São elas:

- *depreciação;*
- *provisão;*
- *reversão.*

Além disso, devemos considerar para cada período um único valor, representado pelo saldo entre as receitas e despesas ocorridas naquela data.

Vejamos um exemplo:

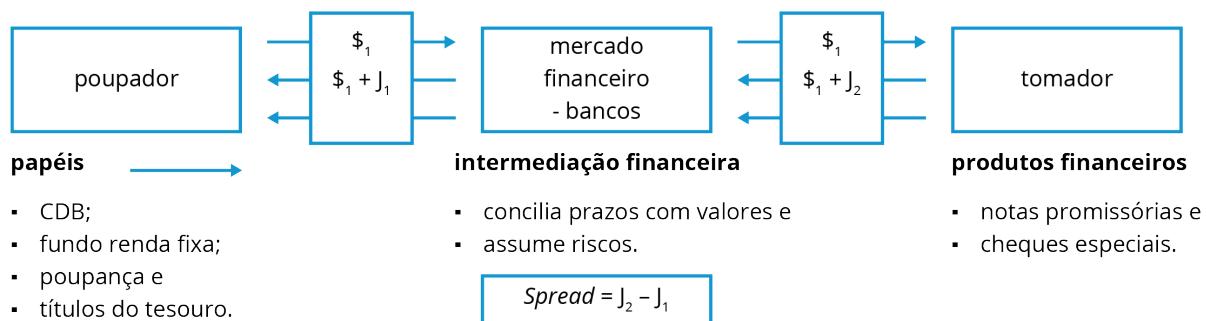
Tabela 2 – Movimentos e regime de caixa – lucros e perdas (\$)

discriminação	movimento contábil	regime de caixa
receita líquida	4.000,00	4.000,00
(-) depreciação	(500,00)	-
(=) Lair	(3.500,00)	4.000,00
(-) imposto de renda (provisão)	(350,00)	-
(=) lucro líquido	3.150,00	4.000,00

## Dinâmica do capital financeiro

A dinâmica do capital financeiro pode ser representada conforme a figura 5.

Figura 5 – Dinâmica do capital financeiro



O **poupar** oferece os valores ao intermediário financeiro por meio de aplicações e resgata, ao final do prazo, o valor aplicado acrescido de juros. Na outra ponta, o **tomador** de recursos solicita ao intermediário financeiro valores (empréstimos e financiamentos) e, ao final do período, reembolsa os valores recebidos, acrescidos de juros (remuneração do capital).

Os juros são a remuneração do capital, recebidos ou pagos quando da aplicação financeira, concessão de empréstimos/financiamentos, que podem ser feitos, por exemplo, por meio de:

- *cartões de crédito;*
- *crédito direto ao consumidor;*
- *desconto de promissórias;*
- *empréstimos;*
- *sistema de financiamento de habitação, dentre outros.*

Já a poupança consiste nos valores não utilizados no consumo e que são aplicados no mercado financeiro (investimentos). A poupança adia o consumo, ou seja, pode ser associada a um consumo futuro. Os investimentos são os valores aplicados no capital financeiro ou produtivo, os quais oferecem uma remuneração denominada juros (ao capital financeiro) ou lucro (ao capital produtivo).

### Taxa de juros – *interest (i)*

A taxa de juros é a razão entre os juros pagos ou recebidos ao final do período de operação e o valor originalmente aplicado ou empregado (capital).

$$i = \frac{\$ \text{ juros}}{\$ \text{ capital} (PV)}$$

$$i\% = \frac{\text{juros}}{PV} \times 100$$

O dinheiro tem uma cotação, que é a taxa de juros. Vejamos alguns exemplos:

- a) Uma aplicação de \$ 100,00 rendeu \$ 50,00 no final de 2 meses. Qual é a taxa de juros para o período?

Nesse caso, temos juros = \$ 50,00 e capital = \$ 100,00. Sendo assim:

$$i\% = \frac{\text{juros}}{PV} \times 100 \rightarrow i\% = \frac{50}{100} \times 100 = 50\% \text{ ao bimestre}$$

- b) Qual a remuneração (juros) obtida com \$ 10.000,00 aplicados a uma taxa de 9% ao mês, ao final de 1 mês?

Resposta: \$ 900,00.

$$i\% = \frac{\text{juros}}{PV} \times 100 \rightarrow 9\% = \frac{\text{juros}}{10.000} \times 100 \rightarrow \text{juros} = 0,09 \times 10.000 = 900$$

É importante observarmos que, nesses dois exemplos, ainda não consideramos a variável tempo ( $n$ ). No exemplo (a), consideramos os valores para um período de dois meses (ao bimestre) e, no exemplo (b), consideramos um período unitário mensal (um mês).

## Notações

### Notação para taxa de juros

As taxas de juros devem estar vinculadas a determinado período de tempo: dia, mês, ano, etc. Vejamos as notações mais utilizadas:

- $i\% a.d.$  –  $i\%$  ao dia;
- $i\% a.m.$  –  $i\%$  ao mês;
- $i\% a.b.$  –  $i\%$  ao bimestre;
- $i\% a.t.$  –  $i\%$  ao trimestre;
- $i\% a.s.$  –  $i\%$  ao semestre;
- $i\% a.a.$  –  $i\%$  ao ano;
- $i\% a.p.$  –  $i\%$  ao período (para outras unidades de tempo).

### Notação para variáveis financeiras

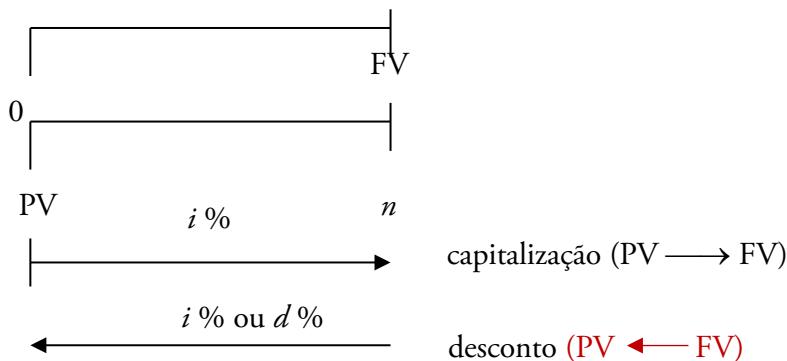
Vejamos, a seguir, as notações utilizadas para as variáveis financeiras, considerando as possíveis diferenças existentes.

Tabela 3 – Notação para variáveis financeiras

tradicional	significado	máquina financeira	português
P	principal – capital inicial	PV – <i>present value</i>	VP – valor presente
S	montante – capital no fim do período n	FV – <i>future value</i>	VF – valor futuro
n	nº de períodos	n	n
i	taxa de juros	i <i>interest</i>	i
R ou A	prestações fixas	PMT <i>payment</i>	A – anuidade
d	taxa de desconto por período	i	d
(1 + i)	fator da taxa de juros		

## Notação do DFC

A seguir, apresentamos o diagrama do fluxo de caixa considerando as variáveis financeiras que auxiliarão na modelagem dos problemas financeiros.



## Regimes de capitalização

Os regimes de capitalização se relacionam tanto com a forma como os juros são adicionados ao capital quanto com a frequência com que esses juros são incorporados/cobrados ao capital.

Os juros podem ser adicionados ao capital de duas formas:

- *contínua – juros acrescentados a cada período, em espaços de tempo infinitesimais;*
- *periódica – juros acrescentados no início ou no final de cada período.*

As operações financeiras são, em geral, periódicas, uma vez que agregam ou cobram juros ao capital no início ou no final de um período estipulado.

Os juros também podem diferir de acordo com o momento em que são incorporados/cobrados ao capital, podendo ser:

- *postecipados (modo: end) – quando os juros são incorporados/cobrados ao capital ao final do período;*
- *antecipados (modo: begin) – quando os juros são incorporados/cobrados ao capital no início do período.*

## Regime de juros

O regime de juros se refere ao tipo de juros e a como eles são calculados. Vejamos:

- a) Regime de juros simples:

*A taxa de juros incide sempre sobre o capital inicial (PV). Nesse caso, os juros recebidos são retirados da aplicação e não são incorporados ao capital para serem reapplicationados.*

b) Regime de juros compostos:

*A taxa de juros incide sobre o FV do período imediatamente anterior. Nesse caso, os juros recebidos são incorporados ao capital e re aplicados.*

Para exemplificar, vamos calcular os juros simples e os juros compostos de um PV = \$ 100,00 aplicado a uma taxa  $i = 50\%$  a.a., durante um período  $n$  de cinco anos.

No caso dos juros simples, temos:

Tabela 4 – Cálculo de juros simples

anos	PV	cálculo	juros	juros acumulados	FV
0	100				
1	100	$100 \times 0,50$	50	50	150
2	100	$100 \times 0,50$	50	100	150
3	100	$100 \times 0,50$	50	150	150
4	100	$100 \times 0,50$	50	200	150
5	100	$100 \times 0,50$	50	250	150

Total de juros recebidos (juros simples):  $5 \times \$ 50 = \$ 250$ . Verifiquem que PV não se altera, pois a cada ano o valor re aplicado é o valor original (\$ 100,00), uma vez que os juros são retirados da aplicação. A cada ano o FV é \$ 150,00 (PV + juros), porém retirados da aplicação os \$ 50,00 de juros auferidos naquele ano, reaplica-se os \$ 100,00.

Já no caso dos juros compostos, temos:

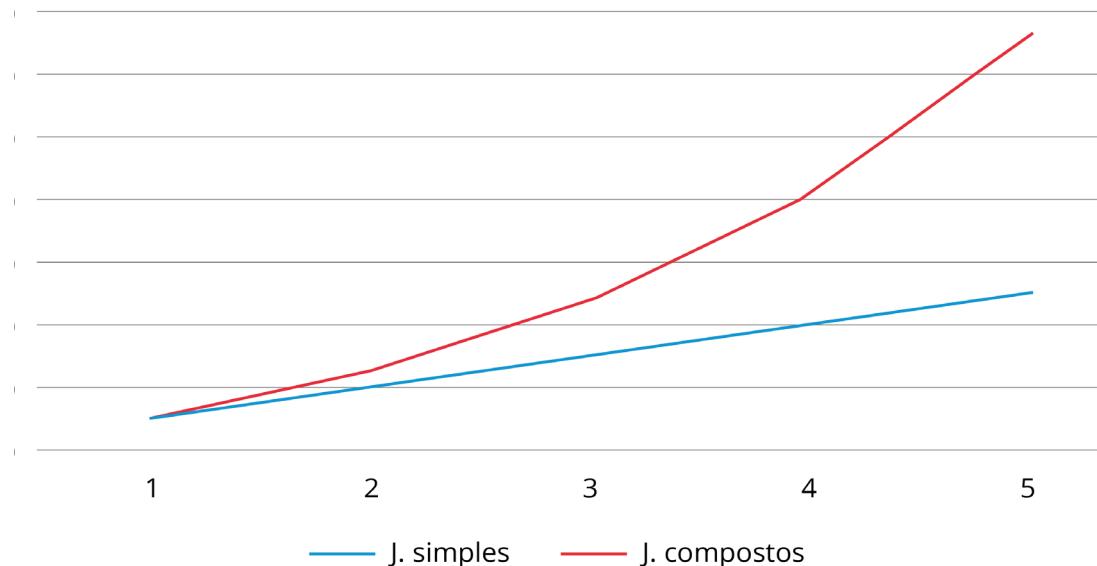
Tabela 5 – Cálculo de juros compostos

anos	PV	cálculo	juros	juros acumulados	FV
0	100				
1	100	$100 \times 0,50$	50	50	150
2	150	$150 \times 0,50$	75	125	225
3	225	$225 \times 0,50$	112,50	237,50	337,50
4	337,50	$337,50 \times 0,50$	168,75	406,25	506,25
5	506,25	$506,25 \times 0,50$	253,15	659,40	759,40

Total de juros recebidos (juros compostos): 659,40. Diferentemente dos juros simples, nos juros compostos não há retiradas dos juros auferidos, que são incorporados ao capital para serem reaplicados. Com isso, no 2º ano reaplica-se \$ 150,00 ( $\$ 100,00 + \$ 50,00$ ), e assim por diante.

Podemos representar esses resultados graficamente. Observe como os juros simples são lineares e os juros compostos são exponenciais.

Figura 6 – Juros simples *versus* juros compostos



### Taxa nominal ( $i_{\text{nom.}}$ )

A taxa nominal é uma taxa que possui um período de capitalização (incorporação ao capital) diferente da unidade a que a taxa está referida. Precisamos transformar a taxa nominal em taxa efetiva para considerá-la no cálculo financeiro. Por exemplo, uma taxa de 6% a.a., com capitalização mensal, define que os juros deverão ser incorporados ao capital mensalmente (capitalização mensal), como ocorre na caderneta de poupança, apesar de a unidade da taxa de juros estar definida como anual (% a.a.). A capitalização poderá ser mensal, bimestral, etc.

Como é facultada a retirada dos juros ao término de cada período de capitalização, a conversão da taxa nominal em taxa efetiva é realizada pelo cálculo de juros simples (proporcional e linear).

Vejamos alguns exemplos:

a) Exemplo 1:

*Uma taxa nominal de 12% a.a. com capitalização mensal corresponde a uma taxa efetiva mensal de 1% a.m. (linear: 12% a.a./12 meses em 1 ano = 1% a.m.).*

b) Exemplo 2:

*Uma taxa nominal de 24% a.a. com capitalização trimestral corresponde a uma taxa efetiva trimestral de 6% a.t. (linear: 24% a.a./4 trimestres em 1 ano = 0,24/4 = 0,06 × 100 = 6% a.t.).*

*Nesse caso, o prazo da taxa é diferente do prazo da capitalização: 24% a.a. capitalizado mensalmente. Em outras palavras, a cada final de período de capitalização (mensal), o valor é creditado na conta para ser reaplicado. Devemos transformar, portanto, a taxa nominal indicada na taxa efetiva, que é a taxa que corresponde à taxa do período de capitalização.*

Para exercitar, determine as taxas efetivas a partir das seguintes taxas nominais:

1. 42% a.b. capitalizado anualmente. R.: 252% a.a. (Dica: Quantos bimestres tem em 1 ano?)
2. 36% a.s. capitalizado bimestralmente. R.: 12% a.b.

## Prazo das aplicações

Há dois tipos de referência para a contagem do número de dias (mensal e anual) a ser considerado no cálculo financeiro. Dependendo da operação financeira considera-se o mês/ano civil ou mês/ano comercial. Vejamos:

- **ano civil** – considera o ano-calendário de 365 ou de 366 (bissexto) dias/ano e 28, 29, 30 ou 31 dias/mês;
- **ano comercial** – considera 360 dias/ano e 30 dias/mês, independentemente do ano-calendário.

Vejamos alguns critérios de uso do ano civil e do ano comercial:

Quadro 1 – Prazos adotados para aplicação e conversão de taxas

	<b>prazo de aplicação</b>	<b>prazo utilizado na conversão de taxa</b>
juros exatos	civil	civil
juros comerciais	comercial	comercial
juros bancários	civil	comercial

Na prática, usualmente, adota-se o ano comercial com 360 dias e os meses com 30 dias. O juro exato é utilizado quando estiver expresso explicitamente na operação.

Algumas operações financeiras adotam mês/ano civil para prazos, e a conversão das taxas em prazo comercial. (Veja o item Taxas de juros)

Consideremos, por exemplo, uma aplicação de \$ 1.000 por um prazo de 35 dias. O banco informa uma taxa linear de 30% a.a. Qual é a taxa a ser aplicada para um período de 35 dias?

$$\text{cálculo juros simples} = \frac{30\%}{360 \text{ (dias)}} \times 35 \text{ (dias)} = 2,9167\% \text{ a.p. (35 dias)}$$

## Juros simples

Considerando juros simples o cálculo do valor futuro (FV) ou montante (S) no final de um período ( $n$ ) é resultante da aplicação da taxa de juros ( $i$ ) sobre um capital (PV). Considera-se que o rendimento de cada período seja retirado, ou seja, não seja reaplicado. Nesse caso, reaplicamos sempre o PV, ou o mesmo capital inicial, como se os juros recebidos fossem retirados da aplicação.

Fórmulas de juros simples:

$$FV = PV + \text{juros}$$

$$\text{juros} = PV \times i \times n$$

$$FV = PV (1 + i \times n)$$

$$PV = \frac{FV}{1 + i \times n}$$

A taxa de juros ( $i$ ) e o período ( $n$ ) devem ser expressos na mesma unidade de tempo.

## Taxas proporcionais a juros simples

As operações, em Matemática Financeira, só podem ser feitas depois de compatibilizado o período dado com a unidade de tempo da taxa de juros. No caso dos juros simples, a conversão das unidades da taxa de acordo com o período é calculada linearmente, ou seja, proporcionalmente. Vejamos:

Tabela 6 – Conversão de unidades

taxa de juros	período desejado	cálculo	descrição
10 % a.a.	semestre	$10 / 2 = 5,00\% \text{ a.s.}$	são 2 semestres em 1 ano
10 % a.a.	quadrimestre	$10 / 3 = 3,33\% \text{ a.q.}$	são 3 quadrimestres em 1 ano
10 % a.a.	trimestre	$10 / 4 = 2,50\% \text{ a.t.}$	são 4 trimestres em 1 ano
10 % a.a.	bimestre	$10 / 6 = 1,66\% \text{ a.b.}$	são 6 bimestres em 1 ano
10 % a.a.	mês	$10 / 12 = 0,83\% \text{ a.m.}$	são 12 meses em 1 ano

A unidade da taxa de juros deve ser sempre convertida de acordo com o prazo da operação.

## Aplicação atual dos juros simples

O mercado financeiro adota os juros simples para o cálculo de algumas operações, pois:

- nos juros simples, dada uma taxa, calcula-se a taxa equivalente ao período considerado multiplicando-se ( $\times$  ou \*) ou dividindo-se ( $\div$  ou /);

No exemplo a seguir, convertemos uma taxa % a.a. em % a.m. Vejamos:

$$\begin{array}{l} \text{juros simples: } \frac{50\%}{12} = 4,1667\% \text{ a.m.} \\ \text{50% a.a.} \end{array}$$

## Cheque especial

A aplicação dos juros decorrentes da utilização do cheque especial é diária e somente sobre o saldo devedor. Os valores são pagos, de uma só vez, no final do mês.

Suponhamos que o banco cobre uma taxa mensal de 12% sobre o uso do cheque especial. Vamos determinar o total de juros cobrados no mês de março, relativo à conta corrente a seguir discriminada.

Tabela 7 – Cálculo de juros cobrados pelo banco

data	descrição	valor \$	saldo	dias = n	juros	
					cálculo	
5/mar.	transporte		250,00	2		$P * i * n = J$
7/mar.	PIX-saque	450,00	(200,00)	3		$200 * 0,12 / 30 * 3 = 2,40$
10/mar.	PIX-saque	300,00	(500,00)	5		$500 * 0,12 / 30 * 5 = 10$
15/mar.	PIX-saque	400,00	(900,00)	3		$900 * 0,12 / 30 * 3 = 10,80$
18/mar.	depósito	1.000,00	100,00	13		
					total pago	23,20

## Saldo médio

O saldo médio ( $S_m$ ) corresponde a uma retenção de valores na conta corrente, em geral, um percentual sobre o valor de uma operação de empréstimo. Por esse valor retido, não há qualquer remuneração do banco, pois se trata de depósito à vista. Em algumas operações financeiras, o saldo médio é exigido pelos bancos para conceder benefícios aos clientes, como cheques especiais, empréstimos e isenção de tarifas.

O cálculo do saldo médio é realizado da seguinte forma:

$$S_m = \frac{S_1 \cdot n_1 + S_2 \cdot n_2 + \dots + S_n \cdot n_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n}$$

Onde:

$S_n$ : é o saldo da conta em uma determinada data;

$n$ : é a quantidade de dias em que o saldo ficou na conta.

Para exercitar, calcule o  $S_m$  do exemplo anterior.

R.: (153,84).

## Prazo médio

O prazo médio é, usualmente, empregado pelos bancos comerciais nas operações de desconto de duplicatas. Nesse caso, o banco opera com a mesma taxa de desconto a juros simples para diferentes prazos de vencimento.

$$i = \text{para todos os } k \text{ (valores) e } n \text{ (prazos)}$$

O cálculo do prazo médio é realizado da seguinte forma:

$$\text{prazo médio } (n_m) = \frac{n_1 \cdot k_1 + n_2 \cdot k_2 + \dots + n_n \cdot k_n}{k_1 + k_2 + \dots + k_n}$$

Para exercitar, suponha que um investidor tenha aplicado \$ 100 por 4 meses, \$ 200 por 5 meses e \$ 400 por 7 meses, todos esses valores a juros simples de 10% a.m.

- a) Qual é o prazo médio das aplicações?  
R.: 6 meses.
- b) Qual foi o total de juros recebidos pelo prazo médio?  
R.: 420,00.

## Taxa média

A taxa média é definida nos casos em que diferentes valores ( $k_n$ ) são aplicados a diferentes taxas ( $i$ ) em um mesmo período.

$$i_m = \frac{i_1 \cdot k_1 + i_2 \cdot k_2 + \dots + i_n \cdot k_n}{k_1 + k_2 + \dots + k_n}$$

Para exercitar, suponha que um investidor tenha aplicado, a juros simples, por um mesmo período, \$ 200,00 à taxa de 10% a.m., \$ 300,00 à taxa de 15% a.m. e \$ 700 à taxa de 25% a.m.

- a) Qual foi a taxa média de juros recebida?  
R.: 20% a.m.
- b) Qual foi o montante de juros recebido?  
R.: \$ 240,00.

## Juros compostos

No regime de juros compostos, os juros são calculados sobre o valor acumulado do período imediatamente anterior, ou seja, os juros auferidos em cada um dos períodos são agregados ao saldo imediatamente anterior (capitalizado) e são utilizados como base de cálculo dos juros para o próximo período. Vejamos um exemplo:

Tabela 8 – Cálculo de juros compostos

<b>n</b>	<b>PV</b>	<b>juros</b>	<b>PV (1 + i)</b>	<b>FV = (PV + J ) ou FV = PV (1 + i )</b>
0				100
1	100	(100 × 0.10) = 10	100 × 1.10 =	110
2	110	(110 × 0.10) = 11	110 × 1.10 =	121
3	121	(121 × 0.10) = 12	121 × 1.10 =	133

Demonstrando:

$$\begin{aligned}
 & [100 \times (1 + 0.10)] \times [1 + 0.10] \times [1 + 0.10] = \\
 & = 100 \times [1.10] \times [1.10] \times [1.10] = \\
 & = 100 \times [1.10]^3 = 133 \\
 & \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & = PV (1 + i)^n = FV
 \end{aligned}$$

Vejamos algumas observações importantes:

- a taxa  $i$  e o período  $n$  devem estar na mesma unidade;
- para compatibilizar  $i$  com  $n$ , nunca divida ou multiplique a taxa;
- nos juros compostos, a conversão da taxa é exponencial.

## Aplicação atual dos juros compostos

- nos juros compostos, dada uma taxa, calcula-se a taxa equivalente ao período considerado utilizando-se a potenciação ou a radiciação  $n$ :  $(x)^n$  ou  $\sqrt[n]{( )}$ .
- na equivalência da taxa de um período maior para um período menor, o resultado calculado a partir da divisão ( $\div$ ) é maior do que o resultado calculado a partir da radiciação ( $\sqrt[n]{( )}$ ).

No exemplo a seguir, convertemos uma taxa % a.a. em % a.m. Vejamos:

50% a.a. → juros simples:  $\frac{50\%}{12} = 4,1667\% \text{ a. m.}$

→ juros compostos:  $\sqrt[12]{1 + 50\%} = [(1 + 0,50)^{\frac{1}{12}} - 1] \times 100 = 3,44\% \text{ a. m.}$

Vejam que a conversão da taxa pelo método linear (juros simples) apresentou um resultado superior à conversão da taxa pelo método exponencial ( $4,1667 > 3,44$ ).

Vejamos, agora, algumas fórmulas importantes:

a) Valor futuro ou montante:

$$FV = PV (1 + i)^n$$

b) Valor presente ou principal:

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

c) Taxa de juros:

$$i\% = \left[ \frac{(FV)^{1/n}}{PV} - 1 \right] \times 100$$

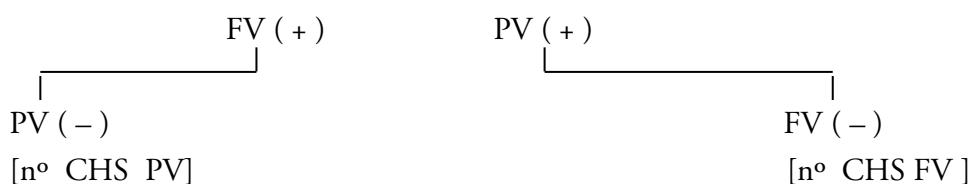
d) Período:

$$n = \frac{\log [FV/PV]}{\log [1 + i]}$$

## Utilização da HP-12C

A utilização da máquina financeira com as suas funções financeiras bem como a planilha em Excel é própria para o cálculo de juros compostos.

Como vimos, inicialmente, devemos limpar os registros financeiros da HP-12C. Para tanto, devemos usar f FIN. Em seguida, inserimos os dados, observando que o sinal do PV tem que ser diferente do sinal do FV, não importando quais valores serão considerados positivos (+) ou negativos (-).



PV sempre terá sinal contrário ao FV. A inversão de sinal (CHS – *change sign*) é feita após a digitação do número. Por exemplo:

2.000 CHS → aparecerá no visor: -2.000

Caso o PV seja digitado com o mesmo sinal de FV, o resultado da operação será Error 5.

A taxa deve ser digitada no formato %. Por exemplo, para calcularmos 15%, digitamos 15 i. A resposta também será dada em percentual.

## Utilização das teclas

As teclas a serem utilizadas são as seguintes:

FV	PV	n	i	PMT
----	----	---	---	-----

Algumas outras sequências de teclas importantes:

- $g\ Cf_0 \rightarrow$  valor correspondente ao valor do fluxo de caixa em  $n = 0$ ;
- $g\ Cf_j \rightarrow$  parcelas do FC;
- $N_j \rightarrow$  nº de repetições de valores iguais ao do último valor do  $Cf_j$  inserido;
- $f\ NPV$  ou  $f\ IRR \rightarrow$  análise de investimentos: valor presente líquido ou taxa interna de retorno.
- $i \rightarrow$  taxa (formato percentual)

É importante observarmos que o período  $n$  deve ser compatível com a taxa  $i$ .

$$\begin{aligned} n \text{ anos} &\rightarrow i\% \text{ ano (}i\%\text{ a.a.)} \\ n \text{ dias} &\rightarrow i\% \text{ dia (}i\%\text{ a.d.)} \end{aligned}$$

Para exercitar o conhecimento adquirido, realize os exercícios a seguir:

1. Um investidor aplicou \$ 5.000,00 à taxa de 15% a.m., no regime de juros compostos.
  - a) Calcule o montante (FV) no final do 1º, 2º, 3º e 4º meses.  
R.:  $FV_1 = \$ 5.750,00$  e  $FV_4 = \$ 8.745,03$ .
  - b) Faça o mesmo cálculo para o montante a juros simples.  
R.:  $FV_1 = \$ 5.750,00$  e  $FV_4 = \$ 8.000$
  - c) Represente, graficamente, os resultados obtidos com juros simples e juros compostos.

2. Determinada aplicação de \$ 700.000,00 oferece uma rentabilidade de \$ 250.000,00 ao final de 5 meses. Qual é a taxa de rentabilidade composta mensal dessa operação?  
R.: 6,29% a.m.

## Taxas equivalentes de juros compostos

As taxas equivalentes de juros compostos são taxas convertidas para o mesmo período de tempo indicado na taxa, o que é feito pelo método exponencial. Vejamos:

- *de períodos menores para períodos maiores – potenciação:*

$$\text{dias} \rightarrow \text{anos} [(1 + i\% \text{ a.d.})^n - 1] \times 100 = i \% \text{ a.a}$$

- *de períodos maiores para períodos menores – radiciação:*

$$\text{anos} \rightarrow \text{dias} [(1 + i\% \text{ a.a.})^{1/n} - 1] \times 100 = i \% \text{ a.d}$$

Agora, vejamos como converter taxas diárias, mensais, trimestrais e semestrais em taxas anuais:

$$FV = [PV(1 + i_d)^{360}] = [PV(1 + i_m)^{12}] = PV[(1 + i_t)^4] = [PV(1 + i_b)^6] = [PV(1 + i_a)^1]$$

## Juros compostos: aplicação

Os juros compostos são aplicados nas relações comerciais, nas compras parceladas a longo prazo, nos investimentos, nos empréstimos, remuneração de títulos, entre outros. Vejamos exemplos de títulos:

- a) Letras de câmbio:

*Títulos de crédito emitidos pelas sociedades de crédito, financiamento e investimento, visando captar recursos para financiamento de crédito direto ao consumidor (CDC).*

- b) CDBs:

*Títulos emitidos pelos bancos comerciais, de investimento ou desenvolvimento para captar recursos voltados para o capital de giro e o capital fixo das empresas.*

As formas de remuneração são as seguintes:

a) Taxa pré-fixada:

*Nesse caso, o aplicador conhece, antecipadamente, a taxa que remunerará a aplicação – a taxa é dada. A inflação e os valores do FC a preços correntes são estimados a priori, no início da operação. O risco está baseado na incerteza associada ao futuro. Será que as projeções que determinaram o cálculo da taxa pré-fixada irão efetivamente ocorrer?*

b) Taxa pós-fixada:

*Nesse caso, a aplicação será remunerada por uma taxa a ser definida no futuro, no término da operação, que dependerá do desempenho do mercado financeiro ou da inflação no período. O risco está baseado no desconhecimento da taxa futura que será aplicada na operação, pois esta poderá ser maior ou menor do que a taxa pré-fixada, conhecida quando da contratação da operação. Se a taxa pós-fixada futura for menor do que a taxa oferecida no ato da contratação da operação, a remuneração final será menor.*

Taxa pós-fixada é, normalmente, utilizada em operações financeiras de longo prazo (financiamento de imóveis), em operações com moedas estrangeiras, em empréstimos indexados ao IGPM, em CDB com remuneração atrelada ao CDI, etc. A inflação é calculada *a posteriori*.

O imposto de renda é calculado sobre os juros auferidos.

## Avaliação de financiamentos em operações comerciais

Como devemos avaliar as diferentes opções de financiamento? Devemos realizar o pagamento à vista ou em 30 dias? Em quantas parcelas? Qual é a melhor taxa: a oferecida pela loja A ou pela loja B?

Conhecemos o valor do bem que desejamos comprar, mas quando nos oferecem diferentes prazos, diferentes valores de prestações, diferentes descontos à vista, ficamos confusos quanto à opção que melhor se adequará às nossas disponibilidades financeiras e à opção que possui a menor taxa de juros. Nesse caso, devemos:

1. identificar o preço real do bem;
2. definir a taxa de juros efetivamente cobrada em uma compra parcelada;
3. avaliar se vale a pena comprar à vista ou com pagamento no futuro (a prazo) ou parcelado;
4. identificar a melhor opção de financiamento.

Além disso, ao dispor de valores para comprar um bem, o comprador deve ficar atento a algumas questões. Vejamos:

a) Opção 1 – o comprador dispõe de recursos:

*Se escolher realizar a operação à vista, há duas possibilidades: (i) o comprador está com recursos disponíveis na conta corrente; ou (ii) o comprador está com recursos aplicados e deverá resgatá-los para a compra à vista. Se os recursos estiverem disponíveis na conta corrente, o fato de utilizá-los na compra à vista significa que esses recursos perdem a oportunidade de serem aplicados e receberem juros pela aplicação. O mesmo raciocínio aplica-se no caso de os recursos estarem aplicados. Nesse caso, o comprador deverá resgatar os recursos da aplicação, renunciando ao recebimento dos juros advindos dessa aplicação.*

*Já se escolher comprar a prazo, o comprador manterá os recursos aplicados e comparará a taxa do financiamento (taxa cobrada pelo vendedor para financiar o bem) com a taxa de remuneração do capital aplicado. A escolha recairá sobre a taxa que está sendo cobrada pelo vendedor versus a taxa que está remunerando o capital aplicado. Seria desejável menor taxa de financiamento e maior taxa de aplicação.*

b) Opção 2 – o comprador não dispõe de recursos:

*Nesse caso, só cabe ao comprador comparar as diversas taxas de financiamento oferecidas.*

A escolha de uma opção implica o abandono de outra, ou seja, qualquer escolha tem um custo. Sendo assim, a opção escolhida deve ser suficientemente boa para compensar o custo associado ao abandono da outra opção. É o que chamamos de **custo de oportunidade**.

Todas as operações financeiras estão sujeitas à incidência de impostos (IR e IOF), que provocam:

- ↑ custo do empréstimo;
- ↓ rentabilidade das aplicações.

## Descontos simples e compostos

### Recebíveis

Quando se vende um produto, ele pode ser pago à vista ou a prazo (em data futura). A data futura é o prazo dado ao cliente para que efetue o pagamento. O documento de venda que dá direito ao vendedor de receber esse valor no futuro é chamado de recebível (notas promissórias, títulos, duplicatas, devolução do imposto de renda, etc.).

Caso o vendedor necessite de recursos no intervalo entre a data de venda e a data de recebimento dos valores, ele poderá negociar o adiantamento desses valores com uma instituição financeira. Essa operação é chamada de **desconto de duplicatas**.

Um recebível negociado faz com que o direito de receber o montante (valor nominal – N) do documento seja transferido para a instituição financeira que, por sua vez, adiantará o valor do recebível, descontado do valor dos juros devidos pela antecipação dos recursos.

Alguns recebíveis apresentam valor de face correspondente à data em que foram emitidos, e não ao valor futuro. Nesse caso, é preciso calcular o valor a ser recebido quando do vencimento do recebível. A taxa para essa capitalização é, em geral, pactuada quando da emissão.

O valor do desconto pode ser calculado com base na capitalização simples ou composta. O método mais utilizado no dia a dia do mercado é o desconto racional composto. Sendo assim:

$$V = N - D$$

Onde:

$V$  = valor liberado;

$N$  = valor do título;

$D$  ou  $d$  = desconto.

$n$  = prazo

As notações R e C indicam o tipo de desconto: racional ou comercial.

Os descontos podem ser calculados:

- “por dentro” – são calculados sobre o PV, o que implica descontos menores;
- “por fora” – são calculados sobre o FV, o que implica descontos maiores.

Figura 7: Tipos de desconto

		racional - “por dentro”
	simples	comercial - “por fora”
desconto		bancário
	composto	racional ou financeiro - “por dentro”
		comercial - “por fora”

## Desconto simples

### Desconto racional simples – “por dentro”

O desconto racional simples é calculado sobre o valor anual do título (PV). Dessa forma, temos:

$$N_R = V_R(1 + d_R \times n) \rightarrow V_R = \frac{N_R}{(1 + d_R \times n)}$$

Vejamos alguns exemplos:

1. A DCA tem uma nota promissória a ser recebida daqui a quatro meses. Essa nota promissória tem um valor nominal de \$ 5.000,00. A taxa corrente para desconto a juros simples é de 6% a.m.

*Nesse caso, temos:*

- valor liberado:  $V_R = N_R / (1 + d_R \times n) \rightarrow V_R = 5.000 / (1 + 0,06 \times 4) = 4.032,25$ ;
- valor do desconto:  $V_R = N_R - D_R \rightarrow 5.000 - 4.032,25 = 967,74$ .

**Comentário:** Ao descontar a nota promissória antes do prazo (adiantamento de recursos) a instituição financeira está cobrando \$ 967,74 e a DCA, ao invés de receber \$ 5.000,00 daqui a quatro meses, receberá hoje \$ 4.032,25.

2. A HBC possui uma promissória com valor de face de \$ 15.000,00 que foi emitida para ser paga oito meses após a sua data de emissão, com uma taxa de juros simples de 4% a.m. A empresa precisa de recursos três meses antes do vencimento, e o mercado está cobrando uma taxa de 3% a.m., com desconto racional simples.

Considerando os dados apresentados, vamos calcular o valor do desconto racional simples:

$$N_R = V_R(1 + d_R \times n) \rightarrow V_R = \frac{N_R}{(1 + d_R \times n)}$$

Cálculo do valor nominal ( $N_R$ ) da promissória:

$$15.000 (1 + 0,04 \times 8) = 19.800.$$

Cálculo do valor liberado

$$V_R = N_R / (1 + d_R \times n) \rightarrow V_R = 19.800 / (1 + 0,03 \times 3) = 18.165.$$

Cálculo do desconto:

$$D_R = N_R - V_R \rightarrow 19.800 - 18.165 = 1.634,86.$$

**Comentário:** A promissória tem um valor de face de \$ 15.000,00 que indica que, após oito meses da sua data de emissão, terá o seu valor acrescido de uma taxa de juros simples de 4% a.m (valerá \$ 19.800,00).

Se negociada com uma instituição financeira três meses antes do vencimento (recursos antecipados), a instituição financeira cobrará \$ 1.634,86 e a HBC, ao invés de receber \$ 19.800,00 daqui a quatro meses, receberá hoje \$ 18.165,00.

## Desconto comercial simples – “por fora”

No desconto comercial simples, também conhecido como desconto simples “por fora”, a taxa de desconto incide sobre o valor nominal do título ( $N$ ), descontado antes do vencimento.

$$D_C = N_C \times d_C \times n \quad \text{e} \quad V_C = N_C (1 - d \times n)$$

Vejamos um exemplo:

1. Um título no valor de face de \$ 20.000,00 foi emitido com taxa de juros de 6% a.m. e termo de oito meses. A lojista está precisando de recursos e irá descontar esse título, antecipando o prazo em três meses, a uma taxa de juros de mercado de 2% a.m.

Vamos calcular o valor do desconto simples e o valor descontado simples, tanto pelo desconto racional quanto pelo desconto comercial:

Valor nominal do título:

$$20.000 (1 + 0,06 \times 8) = 29.600.$$

Cálculo do desconto racional:

- valor liberado:  $V_R = N_R / (1 + d_R \times n) \rightarrow V = 29.600 / (1 + 0,02 \times 3) = 27.924,52$ .
- desconto:  $29.600 - 27.924,52 = 1.675,47$ .

Cálculo do desconto comercial simples:

- cálculo do desconto:  $D_C = N_C \times d \times n \rightarrow D = 29.600 \times 3 \times 0,02 = 1.776$ .
- valor liberado:  $29.600 - 1.776 = 27.824$ .

valor desconto racional < valor desconto comercial

## Desconto bancário simples

Os bancos cobram, usualmente, taxas pelas suas operações financeiras com descontos. Essa cobrança pode ser realizada de duas formas:

- a taxa incide sobre o valor nominal do recebível;
- a taxa incide sobre o valor nominal e é proporcional ao tempo de antecipação.

$$D_B = N_B (d \times n + s) \quad \text{e} \quad V_B = N_B (1 - d \times n - s)$$

Vejamos um exemplo:

1. A empresa Star deseja descontar um título com valor nominal de \$ 150.000,00, quatro meses antes do seu vencimento. A taxa administrativa do banco é de 1,5% sobre o valor nominal do título, e a taxa de desconto simples é de 3% a.m.

Com base nesses dados, vamos determinar o valor do desconto bancário e o valor liberado da operação de desconto bancário simples:

Desconto bancário simples:

$$D_B = N_B (d \times n + s) \rightarrow D_B = 150.000 (0,03 \times 4 + 0,015) \rightarrow D_B = 20.250.$$

Valor liberado:

$$V_B = N_B - D_B \rightarrow V_B = 150.000 - 20.250 = 129.750.$$

## Desconto composto

A operação de desconto composto é a operação realizada para a antecipação de recebíveis cujos juros são calculados pela capitalização composta.

O desconto composto pode ser:

- *racional composto ou financeiro ou “por dentro” – de uso mais frequente nos mercados, é também conhecido como desconto composto real;*
- *comercial composto ou “por fora”.*

### Desconto racional composto – “por dentro”

O cálculo do desconto racional composto é realizado por meio da mesma fórmula de juros compostos:

$$FV = PV (1 + i)^n \rightarrow N_R = V_R (1 + d)^n ; \quad D_R = N_R - V_R ; \quad N_R = V_R (1 + d)^n$$

Onde:

$FV = N_R$  → valor nominal do título;

$PV = V_R$  → valor descontado;

$i = d$  → taxa de desconto;

$D_R$  → desconto racional composto.

Vejamos um exemplo:

1. Uma empresa precisa descontar uma duplicata que vence daqui a cinco meses cujo valor nominal é de \$ 25.000,00. O banco cobra uma taxa de juros composta por essa operação de 5% a.m.

Considerando os dados apresentados, vamos calcular o valor que deverá ser liberado hoje e o valor do desconto.

Dados:  $N_R = 25.000$ ;  $d = 5$ ;  $n = 5 \rightarrow V = ?$

$$N_R = V_R (1 + d)^n \rightarrow V_R = N_R / (1 + d)^n.$$

Na HP 12C:  $N_R = FV = 25.000$ ;  $i = 5$ ;  $n = 5 \rightarrow V_R = PV = ? 19.588,15$  (valor liberado).

Valor do desconto:  $D_R = N_R - V_R$

$$25.000 - 19.588,15 = 5.411,84.$$

### Desconto comercial composto – “por fora”

No desconto comercial composto ( $V_{cc}$ ), o cálculo do desconto é realizado sobre o valor nominal do título. Nesse tipo de operação, o desconto é superior ao desconto calculado “por dentro”.

$$V_{cc} = N (1 - d)^n$$

Vejamos um exemplo:

1. Um título no valor de \$ 25.000,00 será descontado cinco meses antes do seu vencimento, a uma taxa de 5% a.m., segundo o desconto comercial composto.

Com base nos dados apresentados, vamos calcular o valor a ser liberado hoje e o desconto da operação:

Valor liberado:

Dados:  $N = 25.000$ ;  $d = 5$ ;  $n = 5 \rightarrow V_{cc} = ?$

$$V_{cc} = N(1 - d)^n \rightarrow V = 25.000 (1 - 0,05)^5 \rightarrow V_{cc} = ? 19.344,52.$$

Desconto:

$$25.000 - 19.344,52 = 5.655,48.$$

Se compararmos os métodos, podemos observar que o desconto “por fora” é superior ao desconto “por dentro”:  $5.655,48 > 5.411,84$ , pois incide sobre o FV, enquanto o “por dentro” incide sobre o PV (valor atual).

## Taxas implícitas

As taxas implícitas ou efetivas relacionam os valores descontados e os valores nominais, o que pode ser traduzido pela relação entre FV e PV.

Dois tipos de taxa efetiva podem ser utilizados para o cálculo dos descontos comerciais e bancários. Como veremos a seguir, a diferença entre esses tipos de taxa está associada ao regime de capitalização, que pode ser simples (linear) ou composto (exponencial).

### Taxa de juros implícita linear ou efetiva linear

No desconto racional simples, a taxa efetiva linear é a mesma que foi utilizada no cálculo do desconto, pois se trata da relação entre o valor nominal do título e o seu valor liberado.

Nos descontos comercial e bancário, como as taxas de desconto incidem sobre o valor nominal (FV), a taxa implícita comercial linear será diferente da taxa de desconto utilizada em operações de desconto comercial.

A taxa implícita comercial linear é a taxa que, em regime de juros simples, transforma o valor descontado comercial no respectivo valor nominal. Vejamos:

$$N = V (1 + i \times n) \rightarrow i_{C/B} = \left[ \frac{\left( \frac{N}{V} - 1 \right)}{n} \right] \text{ (calculada em função do } N\text{)}$$

Essa mesma taxa implícita comercial linear pode ser obtida em função da taxa de desconto  $d$  utilizada no cálculo do valor descontado comercial. Vejamos:

$$V = N (1 - d \times n) \rightarrow i_{C/B} = \frac{d}{(1 - d \times n)} \text{ (calculada em função do } d\text{)}$$

Onde:

$i_{C/B}$  → taxa implícita de desconto comercial (C) ou bancário (B).

Vamos ver um exemplo:

- Uma empresa que precisava de recursos realizou um desconto bancário simples, 80 dias antes do vencimento de um título cujo valor de face era de \$ 300.000,00 e cujo termo era de 180 dias, considerando uma taxa de 6% a.m. O banco utilizou a taxa corrente de juros simples de 4% a.m. e cobrou uma taxa administrativa de 0,5% sobre o valor nominal.

Considerando os dados disponibilizados, vamos calcular a taxa implícita bancária linear utilizada nessa operação financeira:

Cálculo do valor nominal do título:

$$FV = PV(1 + i \times n) \rightarrow 300.000(1 + 0,06 \times 6) = 408.000.$$

Cálculo do valor descontado:

$$V_B = N_B(1 - d \times n - s) \rightarrow V_B = 408.000(1 - 0,04/30 \times 80 - 0,005) = 366.520.$$

Desconto:

$$408.000 - 366.250 = 41.480.$$

A taxa implícita linear é a taxa de juros que transforma \$ 366.520 em \$ 408.000 em um prazo de 80 dias, considerando juros simples:

$$FV = PV(1 + i \times n) \rightarrow (((408.000 / 366.250) - 1) / 80) \times 30 = 4,27\% \text{ a.m.}$$

## Taxa de juros implícita exponencial ou efetiva exponencial

A taxa implícita exponencial racional composta transforma o valor descontado  $V_R$ , em um prazo de  $n$  períodos do desconto, no correspondente valor nominal  $N$ . Vejamos:

$$\begin{aligned} N &= V_R(1 + i_R)^n \rightarrow i_R = (N / V_R)^{1/n} - 1 \text{ (em função de } N) \\ i_R &= [1 / (1 + i \times n)]^{1/n} - 1 \text{ (em função de } i) \end{aligned}$$

Podemos obter a **taxa implícita exponencial comercial e bancária**, pela transformação, em um prazo de  $n$  períodos, o valor descontado  $V_C$  no correspondente valor nominal  $N$ . Vejamos:

$$\begin{aligned} N &= V_{C/B}(1 + i_{C/B})^n \rightarrow i_{C/B} = \left(\frac{N}{V_{C/B}}\right)^{1/n} - 1 \text{ (em função de } N) \\ i_{C/B} &= [1 / (1 - d \times n - s)]^{1/n} - 1 \text{ (em função de } d) \end{aligned}$$

Obs.: Considerar o  $s$  apenas se for taxa implícita exponencial bancária.

Vamos, agora, comparar o desconto comercial simples e o desconto racional simples a partir de um exemplo:

1. Ao procurar um banco para desconto de duplicatas, determinada empresa recebeu duas propostas para um título com valor de face de \$ 30.000,00, um termo de oito meses e uma taxa de juros composta de 30% a.a., capitalizada mensalmente e que vence daqui a cinco meses:
  - *proposta 1 – desconto comercial simples, com taxa de juros simples, de 5% a.m.;*
  - *proposta 2 – desconto racional simples, a uma taxa corrente de juros simples de 5% a.m.*

Com base nos dados apresentados, vamos avaliar a melhor opção financeira utilizando como critério de decisão a taxa implícita exponencial referente a cada uma das propostas.

Valor nominal:

$$FV = PV(1 + i)^n \rightarrow 30.000(1 + 0,30/12)^8 = 36.552,08.$$

Taxa de juros implícita exponencial:

- *proposta 1: desconto comercial simples*  
 $I_R = [1/(1 - d \times n - s)]^{1/n} - 1 \rightarrow I_R = [1/(1 - 0,05 \times 5)]^{1/5} - 1 = 5,92\% \text{ a.m.}$
- *proposta 2: desconto racional simples*  
 $I_c = [1/(1 + d \times n - s)]^{1/n} - 1 \rightarrow I_c = [1/(1 + 0,05 \times 5)]^{1/5} - 1 = 4,36\% \text{ a.m.}$

A proposta 2 apresenta a menor taxa.

## Série periódica de pagamentos

Uma série periódica de pagamentos ou recebimentos é uma sequência finita ou infinita de iguais valores, efetuada em intervalos de tempo iguais. As entradas e saídas, respectivamente, receitas e despesas, são representadas da seguinte forma:

- *entradas – representadas por meio de (+);*
- *saídas – representadas por meio de (-).*

Os recebimentos ou pagamentos de valores (*payments*) são chamados de PMT ou anuidades.

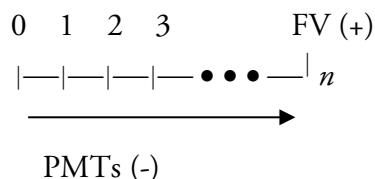
Na HP-12C, a função PMT e, no Excel, a função PGTO pressupõem que todas as parcelas tenham o mesmo valor e que o intervalo de tempo entre elas seja igual.

## Objetivos

Uma série periódica de pagamentos pode ser utilizada com diferentes objetivos. Vejamos:

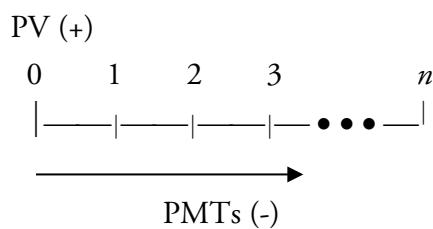
a) Capitalização:

Pagamentos de PMTs para um recebimento futuro FV.

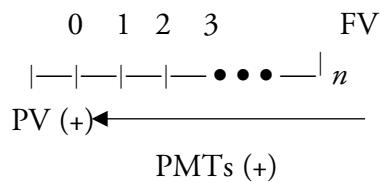


b) Amortização:

Financiamento do PV para pagamento por meio de parcelas futuras PMT.



c) Cálculo do valor presente a partir dos PMTs:



Deve-se sempre observar os sinais quando for desembolso ( - ) ou ingresso ( + ) para qualquer variável, seja PV, PMT ou FV.

## Características

As séries de pagamentos podem-se diferenciar de acordo com as seguintes características:

a) Número de PMTs:

Conforme o número de PMTs, as séries podem ser:

- *finitas – com uma quantidade determinada de períodos;*
- *infinitas – perpetuidades (quantidade indeterminada de períodos, ou seja, quando se desconhece o término da série).*

b) Periodicidade:

Quanto à periodicidade, as séries podem ser:

- *periódicas* – com valores ocorrendo em intervalos **regulares** entre os períodos (PMT);
- *não periódicas* – com valores ocorrendo em intervalos **variáveis** entre os períodos.

c) Valor:

De acordo com valor dos PMTs, as séries podem ser:

- *uniformes* – PMTs com valores iguais;
- *não uniformes* – PMTs com valores diferentes. Nesse tipo de série, incluem-se, além de diferentes valores, séries gradientes que apresentam diferentes valores que possuem uma lei de formação, por progressão linear ou geométrica.

d) Modo antecipado e postecipado

O período em que ocorre a 1<sup>a</sup> PMT, seja de pagamento ou recebimento, diferencia as séries de pagamentos, que podem ocorrer de forma:

- **antecipada** (com entrada) – o pagamento da 1<sup>o</sup> PMT ocorre no momento  $n = 0$ , junto com o PV (g BEGIN na HP – 12C). No Excel, utilizar “estimativa” 1;
- **postecipada** (sem entrada) – o pagamento da 1<sup>o</sup> PMT ocorre no momento  $n = 1$ , um período após o PV (g ENDa na HP – 12C). No Excel, utilizar “estimativa” 0.

## Fórmulas

A seguir, apresentamos as fórmulas para cálculo das PMTs postecipadas:

$PV = PMT \frac{(1 + i)^n - 1}{i (1 + i)^n}$	$n = \frac{\log [ [(FV \times i) / (PMT)] + 1]}{\log (1 + i)}$
$PMT = PV \frac{i (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$	$FV = PMT \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$
$PMT = FV \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$	$i = \text{polinômios}$ Utilize a máquina de calcular.

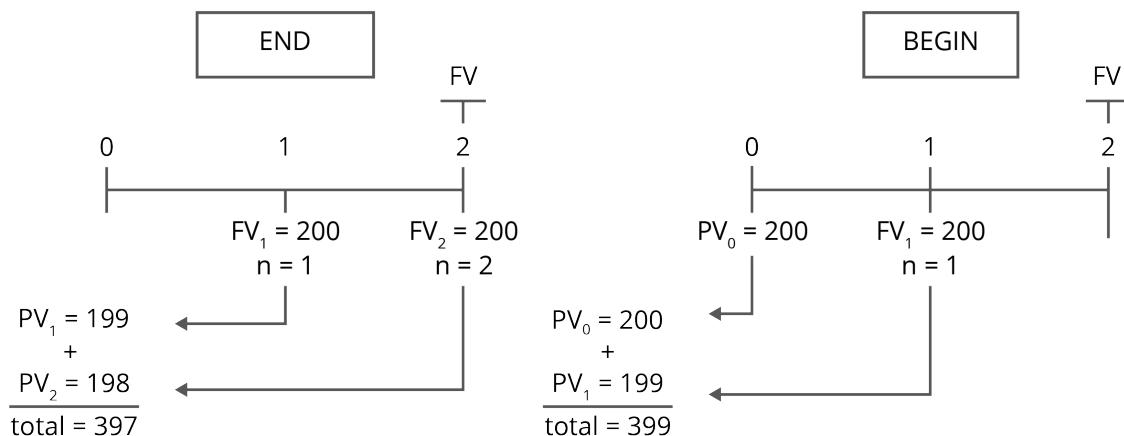
## Diagramas

Agora, vejamos os diagramas que explicitam a posição do valor presente e do valor futuro nos resultados encontrados nas calculadoras e no Excel, associados ao cálculo de PMTs. No cálculo que envolve PMT, a quantidade de períodos ( $n$ ) corresponde à quantidade de parcelas (prestações). Vejamos, a seguir, um exemplo em que são consideradas duas parcelas.

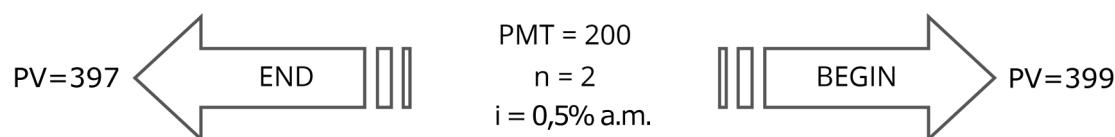
Calcule o PV e o FV, nos modos antecipado e postecipado, considerando duas prestações de \$ 200 cada e taxa de juros de 0,5% a.m.

a) Valor presente:

Cálculo do PV descontando o valor de cada uma das parcelas:

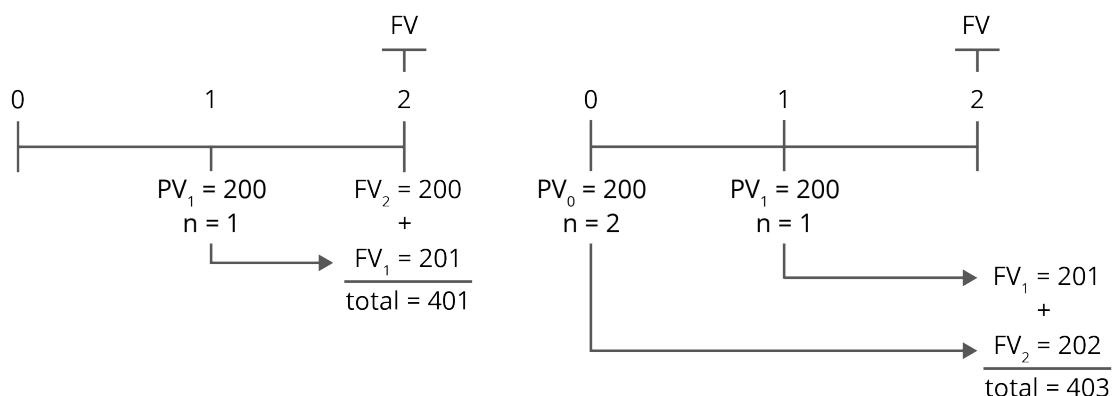


Cálculo do PV utilizando a função PMT:

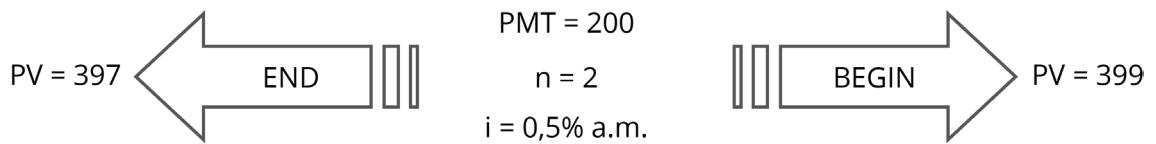


b) Valor futuro:

Cálculo do FV capitalizando o valor de cada uma das parcelas:



Cálculo do FV utilizando a função PMT:



Em resumo, no cálculo da PMT, a variável  $n$  corresponde ao número de pagamentos/recebimentos iguais e consecutivos.

<b>END - Posticipado</b>	<b>BEGIN - Antecipado</b>
<p>O FV já inclui o valor da última <math>PMT_n</math>.</p> <p>O PV é calculado em um período anterior ao pagamento da 1<sup>a</sup> PMT.</p>	<p>O FV calculado está posicionado em um período após o pagamento da última PMT.</p> <p>O PV calculado está posicionado no mesmo período do pagamento da 1<sup>a</sup> PMT. A 1<sup>a</sup> PMT já está incluída no valor do PV.</p>

No modo é END (g END na HP12-C) não aparece a informação no visor da máquina, pois é *default*. Somente aparece no visor da máquina o modo BEGIN (g BGN na HP12-C).

De forma a aplicarmos o conhecimento adquirido, vamos analisar um exemplo:

- Uma pessoa tem uma aplicação financeira que rende 10% a.m. e precisa comprar uma TV. A Shophouse oferece as seguintes condições:
  - preço anunciado: \$ 1.000,00;
  - PMTs mensais de \$ 310,00, com 1º vencimento após 30 dias (modo END);
  - quantidade de PMTs: 3;
  - sem entrada;
  - valor à vista: com 20% desconto sobre o preço anunciado.

Vamos analisar as opções sob a ótica do PV, da PMT e dos juros:

a) Valor da TV à vista:

$$1.000 - (1.000 \times 0,20) = 1.000 - 200 = 800 \text{ ou } 1.000 \times 0,80 = \$ 800.$$

b) Análise sob a ótica do PV:

PV	n	i	PMT
? = 770,92	3	10	310

Ao comparar as alternativas à vista e a prazo pela ótica do PV, tem-se que o PV das PMTs de \$ 310 mensais totalizariam \$ 770,92. Isso significa que, se a pessoa aplicasse hoje \$ 770,92, a uma taxa de 10% a.m., em três meses, geraria \$ 310,00/mês, o que daria para pagar a prestação de \$ 310. Como o valor à vista é \$ 800, valeria mais a pena comprar a prazo, uma vez que essa alternativa demonstra ser de menor custo (\$ 770,92). O desconto oferecido para o pagamento à vista (20%) não foi suficiente para evitar o financiamento.

c) Análise sob a ótica da PMT:

PV	n	i	PMT
800	3	10	? = 321,69

Nesse caso, se a opção for o pagamento a prazo, a pessoa ficará com \$ 800 disponíveis para aplicar a uma taxa de 10% a.m., por três períodos, o que geraria três parcelas mensais de \$ 321,69. Com esse valor mensal recebido, a pessoa pagará \$ 310,00 ao mês de prestação e ainda restarão \$ 11,69 mensais para outras despesas. Podemos concluir, portanto, que o financiamento da loja é melhor que o pagamento à vista, ou seja, pois o financiamento custará, mensalmente, menos que o valor mensal recebido pela aplicação dos \$ 800,00.

d) Análise sob a ótica dos juros (*i*):

PV	n	i	PMT
800	3	? = 7,92	310

Ao aplicar \$ 800 por três meses para receber \$ 310,00 ao mês, a pessoa estaria sendo remunerada em 7,92% a.m. de juros ou, sob outro enfoque, a taxa de juros cobrada pela loja para financiar o valor à vista é de 7,92% a.m. Dessa forma, o financiamento da loja tem uma taxa inferior (7,92% a.m.) que a oportunidade oferecida pelo mercado (10% a.m.). Em resumo, finançou a 7,92% a.m. e apliquei a 10% a.m. É preferível aplicar os \$ 800,00 e comprar com o financiamento da loja.

## Séries diferidas

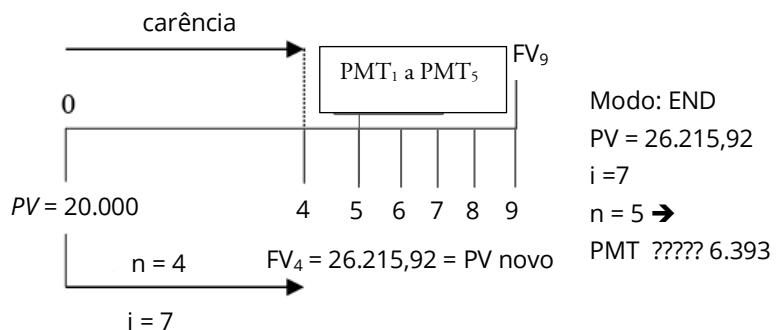
As séries diferidas têm períodos de carência. Um período de carência de quatro meses, por exemplo, significa que haverá capitalização durante esse tempo, com o pagamento da liquidação do empréstimo ocorrendo a partir do 5º mês, inclusive.

A primeira PMT ocorre em período posterior à concessão do financiamento.

No prazo de carência, pode-se desembolsar ou não o pagamento de juros. No caso de não haver desembolso, haverá cobrança de juros nesse período, os quais serão capitalizados e incorporados no PV, que será a base para o cálculo das PMTs após o período de carência.

Por exemplo, suponha que uma empresa tenha captado \$ 20.000,00 por meio de uma linha especial de crédito. O período de carência do empréstimo é de quatro meses. Devem ser pagas cinco prestações mensais e iguais, considerando uma taxa de juros de 7% a.m.

Calcule o valor dessas prestações. R.: 6.393.



## Séries com prestações intermediárias

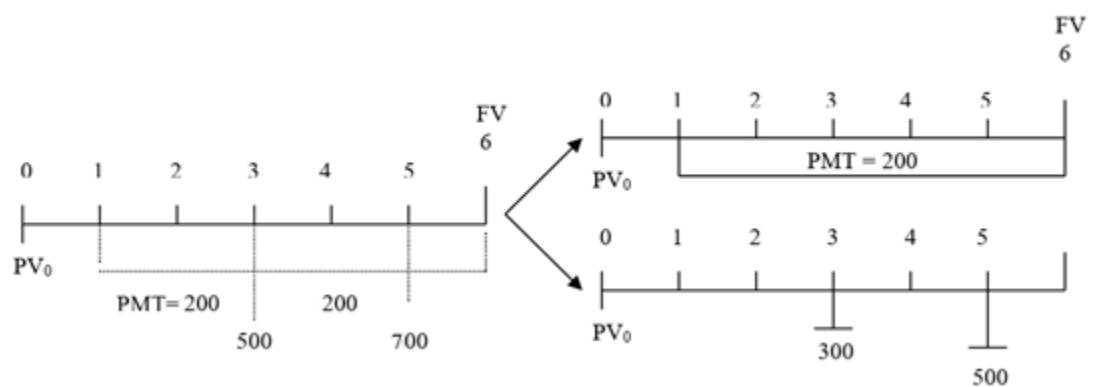
As séries com prestações intermediárias são séries não periódicas, mas podem apresentar uma lei de formação que as distinga em uma parte periódica e uma não periódica. Por exemplo, consideremos um financiamento que deve ser amortizado em 6 parcelas mensais, com os seguintes valores:

- 1º, 2º, 4º e 6º períodos – \$ 200,00 cada um;
- 3º período – \$ 500,00;
- 5º período – \$ 700,00.

Considerando uma taxa de juros de 10% a.m., qual seria o valor presente desse financiamento?

Para facilitar os cálculos, podemos dividir a série em duas: uma uniforme e a outra não uniforme.

Vejamos:



Na primeira série (periódica), temos:

- $PMT = 200$ ;
- $n = 6$ ;
- $i = 10 \rightarrow PV_0 = ? 871,05$ .

Na segunda série (não periódica), temos:

- $FV_3 = 300$ ;
- $i = 10$ ;
- $n = 3 \rightarrow PV_0 = ? 225,39$ .
  
- $FV_5 = 500$ ;
- $i = 10$ ;
- $n = 5 \rightarrow PV_0 = ? 310,46$ .

Total:  $871,05 + 225,39 + 310,46 = 1.406,90$

## Perpetuidades

As perpetuidades são séries de pagamento cujo número de PMTs é desconhecido ou indeterminado, por isso, são consideradas perpétuas ou infinitas. Em geral, trata-se de valores pagos/recebidos enquanto um negócio ou uma pessoa existirem. Não sabemos, portanto, quando ocorrerá o término da série.

São exemplos:

- *dividendos de empresas;*
- *planos de capitalização;*
- *previdência privada;*
- *pensões.*

## Perpetuidades periódicas

Nas perpetuidades periódicas, os intervalos e os valores são constantes.

Para calcular o  $PV_0$  de uma perpetuidade, calcula-se o coeficiente do valor da parcela a ser paga/recebida ao longo do período pela taxa de juros que envolve a operação.

$$PV = \frac{PMT}{i}$$

Visualizando o DFC dessa série, observamos que a 1<sup>a</sup> PMT ocorre um período depois do PV, que encontramos em  $n = 0$ :

PV	1	2	3	
	—	—	—	••• → ∞
0	PMT <sub>1</sub>	PMT <sub>2</sub>	PMT <sub>3</sub>	

Para exercitar, realize os seguintes exercícios:

1. A que taxa mensal devemos aplicar \$ 3.000,00 se quisermos obter uma receita mensal de \$ 1.000,00 até o fim da vida? O valor já será retirado 1 mês após o depósito.

R.: 33% a.m.

2. A ação de uma empresa promete pagamentos de dividendos no valor de \$ 10,00 para o próximo ano. Admitindo que a empresa não pretende crescer, mantendo estáveis os dividendos anuais, qual deveria ser o preço justo da ação hoje para a sua classe de risco, se o retorno esperado é de 20 % a.m.?

R.: \$ 50,00.

## Perpetuidades em gradiente

As perpetuidades em gradiente são séries periódicas, com pagamentos que ocorrem em períodos regulares e cujo valor cresce de acordo com determinada razão  $R$  (crescimento linear, com valor constante de crescimento de uma parcela para a outra) durante um período desconhecido.

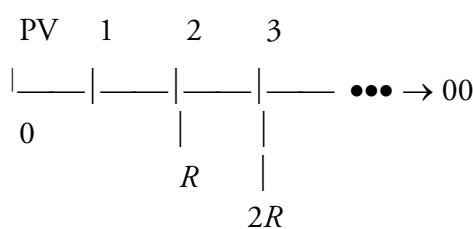
Esse tipo de série possui duas características:

- a 1<sup>a</sup> PMT ocorre dois períodos após o PV;
- o valor da 1<sup>a</sup> PMT corresponde à razão ( $R$ ), que é a diferença de valor entre as parcelas.

Dessa forma, o  $PV_0$  corresponde ao coeficiente da razão pelo quadrado da taxa. Nesse caso, contudo, **não devemos criar o fator taxa** ( $1 + \%$ ) para o denominador.

$$PV_0 = \frac{R}{i^2}$$

As características anteriormente indicadas estão representadas no DFC a seguir.



Para exercitar, resolva a questão a seguir:

1. Quanto devemos depositar hoje em uma conta corrente que rende 1,5 % a.m. se, daqui a dois meses, pretendemos tirar \$ 150,00, daqui a três meses, \$ 300,00, daqui a quatro meses, \$ 450,00, e assim sucessivamente?

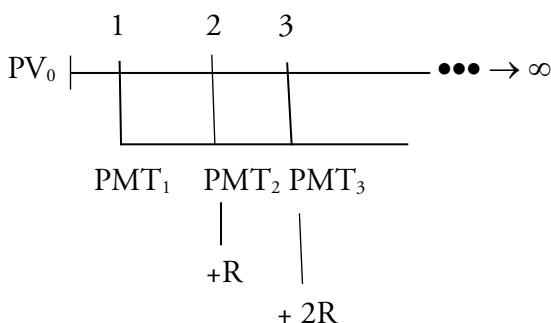
R.: 666.666,66.

## Perpetuidades em progressão aritmética

As perpetuidades em progressão aritmética são séries perpétuas que integram dois tipos de perpetuidades: perpetuidade periódica e em gradiente linear, a uma razão  $R$ , que devem ser calculadas em separado e, posteriormente, totalizadas.

$$PV = \frac{PMT}{i} + \frac{R}{i^2}$$

Nesse caso, a perpetuidade periódica tem a sua 1<sup>a</sup> PMT paga ou recebida um período após o PV. A série gradiente ocorre a partir da 2<sup>a</sup> PMT com o valor de  $R$ , e assim sucessivamente crescente em  $R$ .



Vamos analisar um exemplo:

Quanto devemos depositar hoje em uma conta corrente que rende 1,5% a.m. se a primeira PMT, em  $t = 1$ , for de \$ 500,00, a segunda for de \$ 650,00, a terceira for de \$ 800,00, em uma perpetuidade?

Solução em duas etapas:

- *Dados:*

R	n	i	PMT
150	$\infty$	1,5	500

$$PV = \frac{PMT}{i} + \frac{R}{i^2}$$

- 1<sup>a</sup> etapa – série uniforme da perpetuidade = PMT = \$ 500:

$$PV = \frac{PMT}{i} \rightarrow PV = \frac{500}{0,015} = 33.333,33$$

- 2<sup>a</sup> etapa – série gradiente da perpetuidade com razão ( $R$ ) = \$ 150,00:

$$PV = \frac{R}{i^2} \rightarrow PV = \frac{150}{0,015^2} = 666.666,66$$

- **Valor presente total:**  $33.333,33 + 666.666,66 = 699.999,99$ .

## Perpetuidades em progressão geométrica

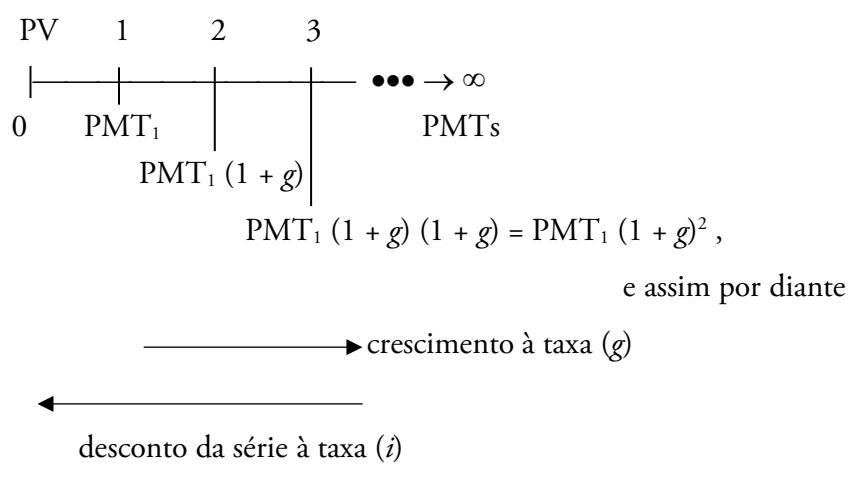
As perpetuidades em progressão aritmética são séries crescentes de pagamento considerando determinada taxa de crescimento ( $g$ ).

Uma progressão geométrica é uma sucessão de números obtidos, com exceção do primeiro, pelo produto de um número imediatamente anterior da série, crescente por uma constante  $g$  (taxa de crescimento). Na formulação apresentada a seguir, verificamos a função da perpetuidade periódica  $PV = \frac{PMT}{i-g}$ , que representa o desconto de uma série perpétua a uma taxa  $i$  e, dada a existência de uma taxa de crescimento ( $g$ ), o denominador descontará a série pela diferença da taxa ( $i$ ) menos a taxa de crescimento ( $g$ ).

Em resumo, de um lado, temos uma taxa de desconto e, do outro, uma taxa de crescimento, logo a taxa resultante ( $i - g$ ) que descontará a série é a taxa de desconto ( $i$ ) menos a de crescimento ( $g$ ).

$$PV_0 = \frac{PMT}{i-g}, \text{ na qual } i > g.$$

A seguir, apresentamos o DFC correspondente ao crescimento das PMTs a uma taxa ( $g$ ), que será, posteriormente, descontada a uma taxa ( $i$ ).



## Aplicação das séries de perpetuidade na avaliação de ações

A seguir, apresentamos duas aplicações das séries de perpetuidade que são adotadas na precificação das ações: uma com dividendos constantes e outra com dividendos crescentes a uma taxa  $g$ . Vejamos:

a) Modelo com dividendos constantes = perpetuidade:

$$PV = \frac{PMT}{i} \rightarrow \text{valor teórico} = \frac{\text{dividendos (PMT)}}{\text{taxa de juros}}$$

b) Modelo com dividendos crescentes constantes (Modelo Gordon) = perpetuidade crescente:

$$PV = \frac{PMT}{i-g} \rightarrow \text{valor teórico} = \frac{\text{dividendos (PMT)}}{\text{tx de juros} - \text{tx cresc.}}$$

## Sistemas de amortização

Os sistemas de amortização são métodos para quitação de empréstimos/financiamentos por meio do pagamento de juros e amortização.

As amortizações se referem às parcelas do empréstimo/financiamento/principal que serão quitadas, que abatem o saldo devedor. Caso haja correção no valor do financiamento/empréstimo, esse valor é calculado sobre o saldo devedor no momento em que se aplica a correção, devendo-se recalcular, com base nesse valor corrigido, o valor das PMTs restantes.

As prestações (PMTs) compreendem pagamentos de *juros + amortização*. Os juros são calculados sempre sobre o saldo devedor do período imediatamente anterior.

A seguir, apresentaremos os sistemas mais utilizados para os casos pré-fixados:

- *sistema Price*;
- *sistema SAC*;
- *sistema SAM*.

Qualquer sistema de amortização baseia-se nas seguintes premissas:

$J_n = (i \% \times SD_{n-1})$	$(\frac{PV}{n}) = \text{amort.}$ (somente para o SAC)
$PMT_n = \text{amort}_n + \text{juros}_n$	$SD_n = (SD_{n-1} - \text{amort}_n)$
PMT calculada como série periódica finita (somente para o Price)	Cálculo da amortização do Price: [PMT – juros]

A diferença entre os sistemas de amortização está na forma de cálculo adotada (se a partir das prestações ou a partir da amortização), conforme apresentado a seguir.

## Sistema Price ou sistema francês de amortização

O sistema Price se caracteriza por possuir prestações (PMTs) constantes (séries periódicas uniformes) ao longo de todo o período de financiamento/empréstimo. Se houver correção do saldo devedor, calculam-se as novas PMTs (constantes) sobre o novo valor, até o final do período.

Esse sistema é mais utilizado no crédito direto ao consumidor (CDC) e no sistema imobiliário. O mutuário fica sujeito à cobrança de juros mediante taxa pactuada sobre o saldo devedor existente no período imediatamente anterior.

Vejamos um exemplo:

Suponhamos que uma pessoa opte pelo sistema Price para realizar um financiamento de \$ 1.000 em oito meses, sem entrada e com uma taxa de juros de 10% a.m. Com base nesses dados, é possível calcular o valor das prestações, as amortizações e os juros pagos em determinado período, construindo assim uma tabela para análise do cliente.

Tabela 9 – Sistema Price

Sistema amortização – Price				
períodos	juros	amortização	PMT	saldo devedor
0				1.000,00
1	100,00	87,44	<b>187,44</b>	912,56
2	91,26	96,18	<b>187,44</b>	816,38
3	81,64	105,80	<b>187,44</b>	710,57
4	71,06	116,38	<b>187,44</b>	594,19
5	59,42	128,02	<b>187,44</b>	466,17
6	46,62	140,82	<b>187,44</b>	325,35
7	32,53	154,91	<b>187,44</b>	170,44
8	17,04	170,40	<b>187,44</b>	0,05
<b>Total</b>	<b>499,57</b>	<b>999,95</b>	<b>1.499,52</b>	

Obs.: diferença residual de arredondamento.

O PMT será calculado com base em juros compostos, considerando uma série periódica uniforme. Vejamos:

- *Cálculo do PMT:*

$$PV = 1.000;$$

$$i = 10;$$

$$n = 8 \rightarrow PMT = ? 187,44.$$

- *Cálculo dos juros em n = 1:*

$$\text{juros}_1 = \text{saldo devedor}_{(0)} \times i \text{ (taxa)} \rightarrow \text{juros}_1 = 1.000 * 0,10 = 100.$$

- *Cálculo da amortização em n = 1:*

$$PMT_1 = \text{juros}_1 (+) \text{amortização}_1 \rightarrow \text{amortização}_1 = 187,44 (-) 100 = 87,44.$$

- *Cálculo do saldo devedor em n = 1:*

$$SD_1 = SD_0 (-) \text{amortização}_1 \rightarrow SD_1 = 1.000 (-) 87,44 = 912,56.$$

- *Cálculo do SD em qualquer momento – por exemplo, em n = 5:*

**Não devemos limpar a memória da máquina**, mantendo as seguintes informações:

$$PV = 100;$$

$$PMT = (187,44);$$

$$i = 10;$$

$$n = 5 \rightarrow FV = ?? (\text{este valor corresponderá ao } SD_5) = 466,14$$

Para o cálculo do saldo devedor em  $n = 5$ , devemos alterar a variável  $n$ , que passa a ser 5 (digitar, na HP-12C: 5 n, mantendo as demais funções com as informações já utilizadas para o cálculo do PMT) e, em seguida, clicar  $FV = ? 466,14$  (essa informação corresponde ao saldo devedor no quinto período).

- *Cálculo do total amortizado até n = 5:*

Se o  $SD_5 = 466,14$ , já foram amortizados  $1.000 - 466,14 = 533,86$  (total amortizado).

- *Cálculo do total de juros pagos até n = 5:*

Considerando que  $PMT = \text{juros} + \text{amortizações}$ , temos:

- *total PMTs pagas até n = 5*  $\rightarrow \$ 187,44 \times 5 = \$ 937,20$ ;

- *total amortização paga até n = 5*  $\rightarrow \text{valor do financiamento} (-) SD_5 = 1.000 - 466,17 = 533,83$ ;

- *total de juros:  $\Sigma PMT (-) \Sigma Amort = \$ 937,20 (-) \$ 533,83 = \$ 403,37$ .*

No sistema Price devemos, inicialmente, calcular as PMTs.

## Sistema de amortizações constantes (SAC)

O sistema SAC é calculado com base em **amortizações constantes** ao longo do período, enquanto o sistema Price é calculado com base em **PMTs constantes**.

No sistema SAC, inicialmente, devemos determinar o valor da amortização ao longo de todo o período:

$$\text{amortização} = \frac{PV}{n}$$

Na qual:

- $PV$  = valor do financiamento/empréstimo;
- $n$  =  $n^{\circ}$  de períodos.

Para exemplificar o uso do sistema SAC, vamos considerar os dados do nosso último exemplo.

- $PV = 1.000$ ;
- $n = 8$ ;
- $i = 10\%$ .

Tabela 10 – Sistema de amortização constante (SAC)

Sistema amortização - SAC				
períodos	juros	amortização	PMT	saldo devedor
0				1.000,00
1	100,00	<b>125,00</b>	225,00	875,00
2	87,50	<b>125,00</b>	212,50	750,00
3	75,00	<b>125,00</b>	200,00	625,00
4	62,50	<b>125,00</b>	187,50	500,00
5	50,00	<b>125,00</b>	175,00	375,00
6	37,50	<b>125,00</b>	162,50	250,00
7	25,00	<b>125,00</b>	150,00	125,00
8	12,50	<b>125,00</b>	137,50	-
<b>Total</b>	<b>450,00</b>	<b>1.000,00</b>	<b>1.450,00</b>	

a) Cálculo da amortização:

$$\text{amortização} = \frac{PV}{n}$$

$$PV = 1.000;$$

$$n = 8 \rightarrow \text{amortização} = 1.000 / 8 = ? 125,00.$$

b) Cálculo dos juros em  $n = 1$ :

$$\text{juros}_1 = \text{saldo devedor}_{(0)} \times i \text{ (taxa)} \rightarrow \text{juros}_1 = 1.000 * 0,10 = 100.$$

c) Cálculo da PMT em  $n = 1$ :

$$\text{PMT}_1 = \text{juros}_1 (+) \text{amortização}_1 \rightarrow \text{PMT}_1 = 100,00 (+) 125 = 225,00.$$

d) Cálculo do saldo devedor em  $n = 1$ :

$$\text{SD}_1 = \text{SD}_0 (-) \text{amortização}_1 \rightarrow \text{SD}_1 = 1.000 (-) 125,00 = 875,00.$$

e) Cálculo do SD em qualquer momento – por exemplo, em  $n = 5$ :

▪ Cálculo do total de amortizações acumuladas até  $n = 5$ :

$$125,00 \times 5 = 625,00.$$

▪ Cálculo do saldo devedor em  $n = 5$ :

$$PV - \sum \text{amortização} = 1.000 - 625,00 = \$ 375,00.$$

▪ Valor dos juros em  $n = 5$ :

Calcula-se  $\text{SD}_4 \times 0,10$ , onde  $\text{SD}_4 = 1.000 - (125 \times 4) = 500$ . Dessa forma, temos  $J_5 = 0,10 \times 500 = 50$ .

## Sistema amortização misto (SAM)

O SAM é adotado pelo sistema financeiro de habitação para a liquidação dos financiamentos da casa própria. As PMTs correspondem à média aritmética das PMTs do sistema Price e do SAC, por período.

Definidas as PMTs, calculamos, a partir do SD, o valor dos juros. Em seguida, por meio da diferença  $\text{PMT} - \text{juros}$ , calculamos o valor da amortização que abaterá o SD. Vamos observar como são realizados esses cálculos com base na tabela a seguir.

Tabela 11 – Sistema de amortização misto (SAM)

Sistema amortização – SAM				
períodos	juros	amortização	PMT	saldo devedor
0				1.000,00
1	100,00	106,22	206,22	893,78
2	89,38	110,59	199,97	783,19
3	78,32	115,40	193,72	667,79
4	66,78	120,69	187,47	547,10
5	54,71	126,51	181,22	420,59
6	42,06	132,91	174,97	287,67
7	28,77	139,95	168,72	147,72
8	14,77	147,70	162,47	0,02
<b>Total</b>	<b>474,78</b>	<b>999,98</b>	<b>1.474,76</b>	

Constrói-se a tabela período a período.

a) Cálculo da PMT<sub>1</sub>:

$$(PMT_{price} + PMT_{SAC}) / 2 = (187,44 + 225) / 2 = 206,22 \text{ e assim por diante.}$$

b) Cálculo dos juros no  $n = 1$ :

$$SD_{n-1} \times i = J_n \rightarrow 1.000 * 0,10 = 100.$$

c) Cálculo do saldo devedor no  $n = 1$ :

$$SD_n = SD_{n-1} - amort. \rightarrow 1.000 - 106,22 = 893,78.$$

d) Cálculo da amortização no  $n = 1$ :

$$amort._n = PMT_n - juros_n \rightarrow 206,22 - 100 = 106,22.$$

## Comparativo entre os sistemas de amortização

A seguir, apresentamos as tabelas referentes aos três sistemas de amortização (Price, SAC e SAM), de modo que possamos compará-los.

Figura 8 – Comparativo entre os sistemas de amortização Price, SAC e SAM

Sistema Amortização : Price					Sistema Amortização Constante : SAC					Sistema Amortização Misto : SAM				
Períodos	Juros	Amortiza ção	PMT	Saldo Devedor	Períodos	Juros	Amortiza ção	PMT	Saldo Devedor	Períodos	Juros	Amortiza ção	PMT	Saldo Devedor
0				1.000,00	0				1.000,00	0				1.000,00
1	100,00	87,44	187,44	912,56	1	100,00	125,00	225,00	875,00	1	100,00	106,22	206,22	893,78
2	91,26	96,18	187,44	816,38	2	87,50	125,00	212,50	750,00	2	89,38	110,59	199,97	783,19
3	81,64	105,80	187,44	710,57	3	75,00	125,00	200,00	625,00	3	78,32	115,40	193,72	667,79
4	71,06	116,38	187,44	594,19	4	62,50	125,00	187,50	500,00	4	66,78	120,69	187,47	547,10
5	59,42	128,02	187,44	466,17	5	50,00	125,00	175,00	375,00	5	54,71	126,51	181,22	420,59
6	46,62	140,82	187,44	325,35	6	37,50	125,00	162,50	250,00	6	42,06	132,91	174,97	287,67
7	32,53	154,91	187,44	170,44	7	25,00	125,00	150,00	125,00	7	28,77	139,95	168,72	147,72
8	17,04	170,40	187,44	0,05	8	12,50	125,00	137,50	-	8	14,77	147,70	162,47	0,02
Total	499,57	999,95			Total	450,00	1.000,00			Total	474,78	999,98		

Considerando os três sistemas, podemos concluir que:

- no sistema SAC, o total de juros pagos é menor que nos sistemas Price e SAM;
- os resíduos existentes no saldo devedor dos sistemas Price e SAM se devem a arredondamentos do cálculo;
- os valores das amortizações do SAC, quando comparados aos do sistema Price, são maiores nos períodos iniciais e menores nos períodos finais, daí o menor pagamento de juros (abatase, com mais intensidade, o saldo devedor no início da série e, ao final, o saldo devedor é reduzido em menor intensidade).

## Taxas de juros

Existem diversos tipos de taxas no sistema financeiro. Para utilizá-las e compará-las, precisamos compreender a diferença entre elas e convertê-las para um único tipo, além de associá-las a um mesmo período. Algumas taxas são calculadas com base nos dias úteis (DU), outras consideram os dias corridos (DC). Em uma aplicação mensal, por exemplo, temos de adotar a taxa mensal.

As taxas de juros mais adotadas são:

- efetivas;
- nominais;
- reais;
- over;
- taxa bruta;

- taxa líquida;
- pós-fixada e pré-fixada;
- *spread*.

Devemos conhecer as diferentes taxas para que possamos ter segurança quanto à decisão a ser tomada quando uma delas nos é oferecida. É um grande engano achar que todas as taxas são iguais. A taxa efetiva é diferente da taxa nominal, que é diferente da taxa *over*, da taxa real e da taxa bruta, apesar de todas terem a mesma notação “% a.x.”, sendo “x” o período a que a taxa se refere (mês, ano, semestre, etc.).

Vejamos, a seguir, cada uma dessas taxas com mais detalhes:

a) Taxas nominais e taxas efetivas:

*A taxa nominal apresenta uma unidade de tempo que difere do período de capitalização. A conversão da taxa nominal em taxa efetiva é feita linearmente. Por exemplo, 12% a.a. capitalizado mensalmente = 12% a.a./12 meses no ano = 1% a.m. (taxa efetiva). Uma vez definida a  $i\%$  do período (taxa efetiva), devemos aplicá-la ao problema, seja no regime de juros simples ou no regime de juros compostos.*

*A taxa efetiva é definida pela relação entre FV e PV, sejam os juros simples ou compostos.*

b) Taxa aparente e taxa real:

*A taxa aparente corresponde à taxa efetivamente divulgada pelo mercado, que inclui a inflação. Já a taxa real é a taxa aparente descontada a inflação, que reflete com maior precisão o ganho real de um investimento, uma vez que considera a perda com a desvalorização causada pela inflação do período.*

$$(1 + i_{real}) = \frac{(1 + i_{aparente})}{(1 + i_{inflação})}$$

c) Taxa bruta e taxa líquida:

*A taxa líquida corresponde à taxa bruta descontado o imposto de renda e os encargos financeiros e bancários.*

$$\text{taxa líquida} = \text{taxa bruta} (-) \text{impostos} (-) \text{encargos financeiros} (-) \text{despesas bancárias}$$

d) Taxa pós-fixada e pré-fixada:

*A taxa pós-fixada é aquela que está vinculada ao índice de inflação e aos juros de curto prazo. Essa taxa só será conhecida e definida quando da liquidação da operação.*

*A taxa pré-fixada é aquela definida previamente, e a pessoa sabe exatamente o que receberá/pagará ao final da aplicação/do empréstimo.*

e) Taxa *spread*:

A taxa *spread* se refere à remuneração do intermediário financeiro sobre as operações que realiza, que advém da relação entre a taxa de aplicação e a taxa de captação. Compreendida como o “lucro do banco”.

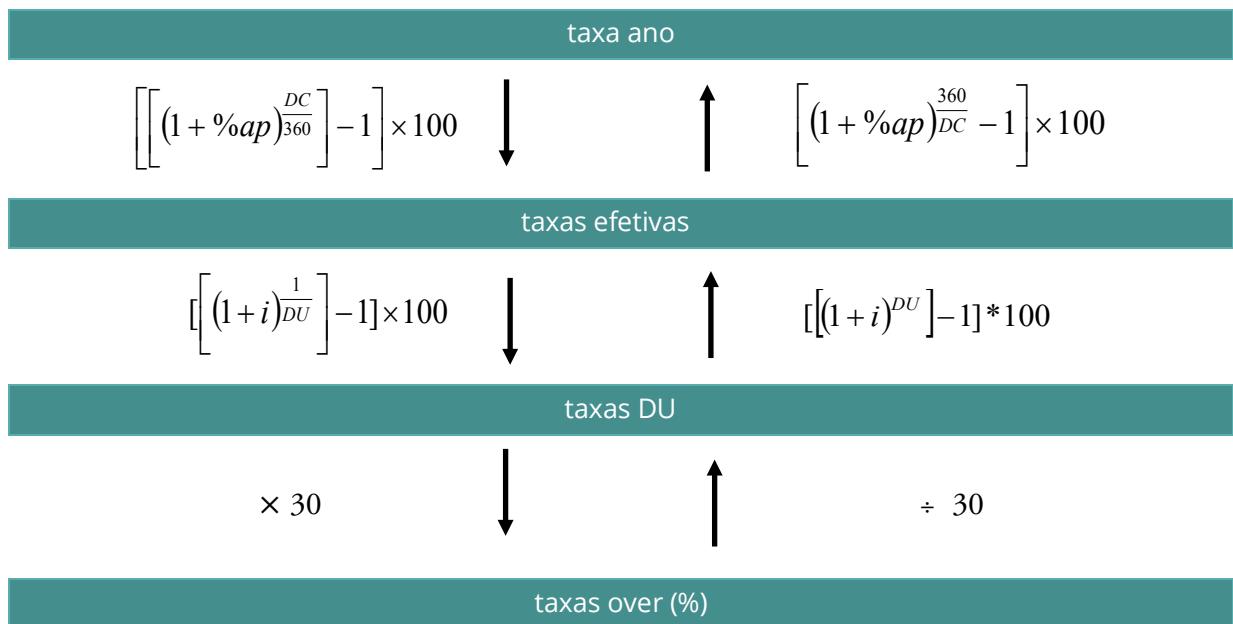
$$(1 + i_{spread}) = \frac{(1 + i_{aplic.})}{(1 + i_{captação})}$$

f) Taxa *over*:

A taxa *over* é uma **taxa de juros nominal**, formada por juros simples com capitalização diária, considerando apenas os dias úteis (dias de funcionamento do mercado financeiro).

$taxa\ over = taxa\ DU \times 30\ dias$
---

Conversão da taxa *over* em taxas efetivas e anuais:



Cuidado! Como é uma taxa nominal, a taxa *over* pode ser enganosa.



## MÓDULO II – FINANÇAS CORPORATIVAS

Neste módulo, trataremos das finanças associadas à operação da empresa. Quanto custa a empresa para funcionar? Como a empresa obtém capital para custear as suas atividades? Como é composto o seu capital – próprio ou de terceiros – e em quais proporções? Quanto custa esse capital? O projeto que desejamos desenvolver é rentável? Em que situações? O quão rentável? Devemos rejeitá-lo? Para responder a esses questionamentos, entraremos no mundo das empresas, o que envolve obter conhecimento a respeito de conceitos como: ativos reais, Capex e Opex, orçamento de capital – sem esquecer da responsabilidade social aplicada às finanças –, fluxos de caixa, taxa mínima de atratividade e métodos de análise de investimentos (*payback*, *payback* descontado, valor presente líquido, taxa interna de retorno, taxa interna de retorno modificada, índice de lucratividade e valor anual uniforme equivalente). Com isso, desenvolveremos a capacidade de utilizar os métodos de análise de investimentos para tomada de decisão quanto à comparação e escolha de projetos e aprenderemos a realizar análises de benefício/custo (índice de lucratividade). Em seguida, analisaremos a estrutura de capital das empresas, considerando a avaliação do capital de terceiros e do próprio, bem como as avaliações de risco e o retorno do capital investido. Por fim, detalharemos as diferentes abordagens de risco (sistêmico e não sistemático, diversificado e não diversificado), a precificação de ativos (CAPM) e custo médio ponderado de capital (CMPC/Wacc).

### Introdução

Antes de iniciarmos este módulo, é importante destacarmos a contribuição dos Prêmios Nobel de Economia Daniel Kahneman e Amos Tversky (2002) e Robert Schiller (2013), bem como de Aswath Damodaran, professor de finanças da *Stern School of Business*, na Universidade de Nova York.

As pesquisas de Daniel Kahneman e Amos Tversky foram pioneiras na compreensão do comportamento humano na economia, embrião das finanças comportamentais. As pesquisas de Schiller envolvem desde finanças comportamentais até gerenciamento de risco. Damodaran defende a tese de que o mix entre uma boa narrativa e números é essencial para o mundo dos negócios e investimentos. Em síntese, todos analisaram o comportamento das pessoas em relação ao risco, uma vez que perceberam que as explicações racionais não bastavam para justificar o comportamento humano quanto às finanças. Vejamos, a seguir, algumas questões associadas às finanças comportamentais que contribuirão para uma melhor compreensão das finanças corporativas.

Perguntaram a Robert Schiller: “O que você gostaria de saber sobre investimentos que ainda não foi descoberto?” Ele respondeu: “O papel exato que a sorte desempenha em resultados bem-sucedidos.” Tendemos a ignorar a sorte como fator responsável pelo nosso sucesso, seja financeiro, profissional ou pessoal, talvez por ser indelicado sugerir que o sucesso de outra pessoa se deva à sorte. Pode parecer que somos pessoas mesquinhos e invejosas. Além disso, atribuir o nosso sucesso à sorte pode parecer desmoralizante.

Housel no livro *Psicologia Financeira* (2021) apresenta algumas reflexões e exemplos. Sorte e risco são irmãos. Por exemplo, no ensino médio, dois colegas de sala, Evans e Bill Gates, tinham iguais oportunidades. Evans morreu ainda no ensino médio, fazendo montanhismo. Já Gates experimentou a sorte ao matricular-se em Lakeside. Os dois tinham uma chance em um milhão nas escolhas que realizaram.

Todo resultado obtido na vida é guiado por outras forças além do esforço individual. Isso envolve muitas perguntas para as quais ainda não temos resposta, tais como:

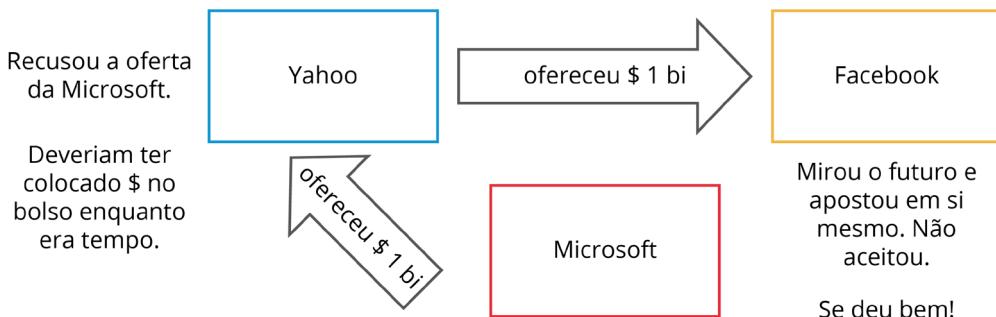
- *Empresas que vão à falência não se esforçaram o suficiente?*
- *Os investimentos que se provaram ruins foram mal planejados?*
- *O quanto arriscamos e o quanto decidimos conscientemente?*

É difícil determinar. Qualquer coisa a ser conquistada tem probabilidade de sucesso inferior a 100%. No entanto, tendemos a fazer a seguinte leitura quando o fracasso de outra pessoa é atribuído a más decisões: “O resultado foi ruim, então ela tomou uma decisão equivocada.” Já o nosso fracasso é atribuído ao risco da decisão. Desconhecemos as histórias dos investidores que “tomaram decisões ruins”.

Na figura a seguir, podemos observar um exemplo de duas empresas que negaram ofertas de compra.

## Caso Yahoo, Microsoft e Facebook

Figura 9 – Compras recusadas



O Yahoo ofereceu \$ 1 bilhão USD para comprar o Facebook, mas a empresa não aceitou, apostando em si mesma. Decisão acertada! Já a Microsoft fez ao Yahoo uma oferta de compra por \$ 1 bilhão USD. Assim como o Facebook, a empresa decidiu seguir sozinha e recusou a oferta, o que, nesse caso, não parece ter sido uma boa decisão, pois o Yahoo perdeu valor de mercado ao longo do tempo.

Outras perguntas, associadas ao comportamento humano, intrigam-nos na área financeira, como as seguintes:

- *O que levaria o multimilionário Gupta, CEO da McKinsey, a usar informações privilegiadas para ganhar mais alguns milhões?*
- *O que levou Madoff, um bem-sucedido dono de corretora de valores que ganhava entre \$ 25 e 50 milhões USD por ano, a entrar no esquema Ponzi, enganando milhares de grandes investidores?*

Ambos foram descobertos e presos. Em resumo, por que pessoas como Gupta e Madoff, que têm riqueza, prestígio, poder e liberdade, ficam desesperados atrás de dinheiro, sendo capazes de arriscar tudo nessa busca? Racionalmente, nada justifica arriscar algo que você já tem e de que precisa por algo que você não tem e de que não precisa. (Housel, 2021).

Amos Tversky, Daniel Kahneman e Aswari Damodaran nos ofereceram uma nova visão a respeito da área de Finanças.

As pesquisas de Kahneman e Tversky que lhes deram o Prêmio Nobel em 2002 resultaram na Teoria da Perspectiva, que mostra que a reação das pessoas às perdas é muito mais intensa que a sua reação a ganhos correspondentes. Essas reações conduzem ao entendimento do conceito de aversão à perda ou ao prejuízo.

Os pesquisadores também observaram que as pessoas são mais avessas ao risco em escolhas que envolvam ganhos certos e mais dispostas a correr riscos em escolhas que envolvem perdas certas. “As pessoas odeiam muito mais quando perdem algo do que quando ganham alguma coisa. Mas, quando pensam em prosperidade de uma forma geral, elas são mais receptivas à aceitação de risco”, declarou Kahneman à entrevista à *Revista IstoÉ* (2003).

As pessoas tomam, frequentemente, decisões com base em *chutes*, emoções, intuições e *regras de ouro*, e as suas escolhas sofrem influência da maneira como as opções são colocadas. Os mercados também são afetados por comportamentos de manada e consensos prematuros. Isso se opõe à teoria econômica tradicional, segundo à qual as pessoas analisam racionalmente a relação custo-benefício das coisas ao tomarem uma decisão.

Damodaram, no livro *Narrative and numbers* (2017), apresenta a importância da narrativa combinada com a análise e a avaliação financeiras tradicionais. Ele busca respostas para as seguintes perguntas:

- *Como uma empresa que nunca teve lucro pode ter uma avaliação de bilhões de dólares?*
- *Por que algumas start-ups atraem grandes investimentos e outras, não?*

O autor argumenta que o poder da história impulsiona o valor corporativo, adicionando substância aos números e persuadindo, até mesmo, investidores cautelosos a assumir riscos. Segundo Damodaram, nos negócios, existem os contadores de histórias, que tecem narrativas convincentes, e os analistas, que constroem modelos e relatos significativos. Ambos os papéis são essenciais para o sucesso, mas apenas a combinação dos dois é capaz de garantir que uma empresa entregue e mantenha valor.

Kahneman (2017) afirmou que “nunca ninguém tomou uma decisão por causa de um número. As pessoas precisam de uma história”, entendimento esse que pode ter inspirado a pesquisa de Damodaran.

Nesse ponto, é fundamental compreendermos que as disciplinas não são estanques, ou seja, devemos levar em conta a interdisciplinaridade. Uma disciplina como Finanças é impactada por inúmeras variáveis, não somente por análises gráficas, simulações, leituras de séries históricas, mas também por aspectos psicológicos que influenciam o comportamento humano, as suas reações, os seus medos, anseios, aversões e propensões a risco e incerteza. Daí a área financeira, para além das análises técnicas e fundamentalistas que serão conhecidas neste material, considerar também o comportamento humano nas suas análises.

A área de finanças comportamentais teve origem nos trabalhos de Daniel Kahneman (psicólogo e economista falecido em 2024) e Amos Tversky (cientista cognitivo falecido em 1996). Em 2002, Kahneman recebeu o Nobel de Economia pelo trabalho desenvolvido por ambos.

## Finanças: conceitos básicos

Segundo o *Dictionary Banking and Finance* (2005), um investimento é definido como (i) o ato de aplicar recursos monetários na criação de ativos, nos diversos setores da economia, sejam eles maquinários ou novas fábricas (ativos reais), e como o (ii) ato de aplicar recursos monetários em ativos financeiros, notadamente em ações e obrigações. Essas duas definições indicam que os investimentos são abordados em duas vertentes: na criação de ativos associados ao capital produtivo e na aplicação em ativos financeiros.

No quadro a seguir, apresentamos, comparativamente, as duas diferentes vertentes de aplicação de recursos monetários.

Quadro 2 – Aplicação de recursos monetários

ativos financeiros	ativos reais ("produtivos")
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ capital financeiro;</li> <li>▪ remuneração: juros;</li> <li>▪ ações – capital próprio;</li> <li>▪ obrigações – capital de terceiros;</li> <li>▪ métodos de avaliação:           <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ indicadores financeiros;</li> <li>▪ retornos esperados;</li> <li>▪ taxa de juros;</li> <li>▪ Wacc;</li> <li>▪ risco.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ capital produtivo;</li> <li>▪ remuneração: lucro;</li> <li>▪ máquinas e equipamentos;</li> <li>▪ bens de capital;</li> <li>▪ métodos de avaliação:           <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ NPV;</li> <li>▪ TIR;</li> <li>▪ TIRM;</li> <li>▪ <i>payback e payback descontado</i>;</li> <li>▪ IL;</li> <li>▪ Vaué.</li> </ul> </li> </ul>

O capital é um dos fatores de produção da economia e compreende:

a) Capital produtivo:

Representado por investimentos de longo prazo em máquinas, equipamentos, indústrias e fábricas, que geram valores por meio da produção. É remunerado por meio do **lucro**.

b) Capital financeiro:

Representado por títulos, obrigações, certificados e outros papéis negociáveis e rapidamente conversíveis em dinheiro (moeda propriamente dita), o que proporciona a aquisição de capital produtivo. É remunerado por meio de **juros**.

Sendo assim, as medidas comparativas dessas remunerações, para fins de tomada de decisão, são as taxas:

- *de juros – definidas pelo mercado financeiro, em função da oferta e da demanda de moeda;*
- *de lucro – calculadas a partir do fluxo de caixa de cada projeto.*

As decisões de investimento em capital produtivo, também conhecidas como orçamento de capital, podem ser consideradas como um ponto central para o sucesso de uma empresa, tendo em vista os valores substanciais que absorvem.

Nas decisões de orçamento de capital, para manter o valor das suas ações inalterado, a empresa exige que a taxa de retorno dos seus investimentos seja, minimamente, igual ao custo médio ponderado do capital (CMPC/Wacc). A viabilidade econômica do projeto e a possibilidade de aumento do valor das ações para os acionistas estão sempre ligadas ao fluxo de caixa e ao custo de capital da empresa.

A análise de investimentos está contida na área de estudo da Administração Financeira, que se preocupa, fundamentalmente, com os estudos de questões relativas a:

a) Orçamento de capital:

Que investimentos de longo prazo as empresas e as pessoas deveriam fazer?

R.: Os investimentos de longo prazo são aplicados, principalmente, na aquisição de bens de capital (máquinas e equipamentos) para as empresas.

b) Estrutura de capital:

Como podemos obter recursos financeiros para custear os investimentos?

R.: Os recursos financeiros podem advir de novos acionistas-sócios (capital próprio – E) ou de financiamentos obtidos de terceiros (capital de terceiros – D).

c) Administração do capital de giro:

Como poderia ser administrada a gestão financeira do dia a dia no que se refere a pagamentos a fornecedores e recebimentos de clientes no curto prazo?

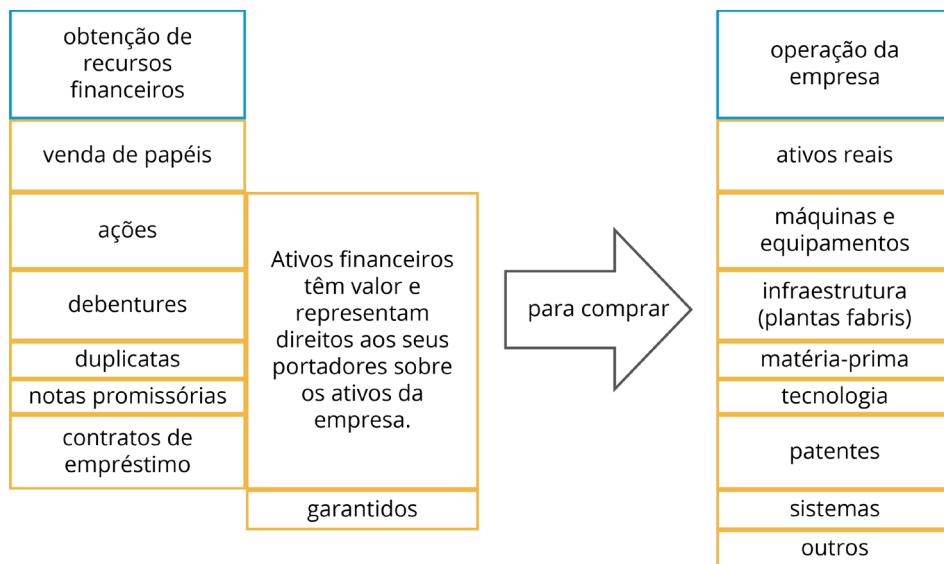
R.: A gestão financeira de curto prazo é feita associando-se valores e prazos de pagamento a fornecedores e de recebimento de clientes. A má gestão dos recursos de curto prazo gerará prejuízo para a empresa.

## Decisões relativas à administração financeira

O gestor financeiro deve tomar decisões que envolvem:

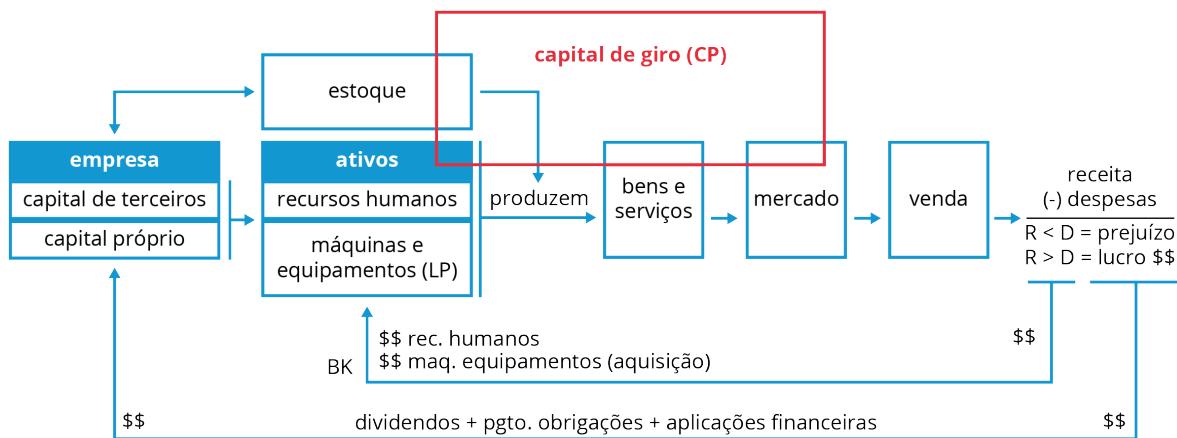
- *os processos de planejamento e gestão dos investimentos de longo prazo, levando em consideração:*
  - *a expectativa de receita futura (quantidade de recursos a receber);*
  - *o prazo em que esses recursos serão recebidos (tempo);*
  - *a probabilidade de recebimento (risco dos fluxos de caixa futuros) (orçamento de capital).*
- *a melhor combinação de recursos (próprios ou de terceiros) que a empresa deverá utilizar para financiar as suas operações (estrutura de capital);*
- *a administração dos recursos do ativo circulante (caixa, bancos, estoques e realizável de curto prazo) e do passivo circulante (dívidas de curto prazo) (administração do capital de giro).*

Figura 10 – Fluxo de recursos financeiros



Na figura a seguir, podemos observar um esquema que representa a dinâmica da administração financeira de uma empresa.

Figura 11 – Dinâmica da administração financeira de uma empresa



Uma empresa é constituída de capital próprio e de terceiros, ambos aplicados em ativos (recursos humanos, máquinas e equipamentos, e estoque) voltados para a produção de bens e serviços. Os produtos/serviços são encaminhados ao mercado para venda. Os valores recebidos com a venda dos produtos/serviços (receita) são utilizados para o pagamento dos custos (despesas).

Quando a receita é **superior** às despesas, aufer-se lucro. Quando a **receita** é inferior às despesas, tem-se prejuízo. No caso de a receita superar as despesas, os valores excedentes retornam à empresa e são aplicados em recursos humanos, máquinas e equipamentos (capital produtivo) bem como na remuneração aos acionistas e em ativos financeiros.

Há um intervalo entre o ingresso de recursos advindos da venda dos bens/serviços e a saída de recursos por meio do pagamento de matéria-prima e mão de obra. Nesse intervalo, a empresa necessita de recursos (capital de giro) para operar no dia a dia.

O capital de giro é considerado um capital de curto prazo.

## Administração financeira

Administração Financeira ou Finanças é a ciência que utiliza técnicas, métodos quantitativos e estrutura conceitual para determinar os processos empresariais de captação de recursos e de alocação de capital de modo mais eficiente, promovendo, simultaneamente, qualidade de vida para a sua força de trabalho e as suas famílias, a comunidade local e a sociedade como um todo.

### Funções gerenciais

Para atingir os objetivos financeiros, o gestor deve analisar inúmeras opções, que envolvem temas como:

- *desenvolvimento de novos produtos ou serviços;*
- *expansão de mercados;*
- *aumento da produtividade;*
- *antecipação de mudanças;*
- *adaptação da empresa às novas mudanças;*
- *desenvolvimento de estratégias mistas;*
- *contratação e motivação de pessoas.*

Além disso, o gestor deve agir observando as leis e os regulamentos, tendo o seu comportamento baseado na ética e responsabilidade social.

A responsabilidade social se manifesta, sobretudo, na adoção e disseminação de valores, condutas e procedimentos positivos do ponto de vista ético, social e ambiental bem como na realização de investimentos privados no campo social.

Cada vez mais gestores se preocupam com as estratégias de sustentabilidade das empresas no longo prazo, considerando os impactos das suas atividades sobre os meios social e ambiental, e a sua contribuição para o bem comum e a melhoria da qualidade de vida da comunidade.

## Orçamento de capital

O orçamento de capital é um processo de planejamento e gestão dos investimentos de longo prazo associados aos ativos operacionais utilizados na produção e aos fluxos de caixa projetados. Refere-se aos investimentos de longo prazo das empresas.

O processo de orçamento de capital envolve desembolsos substanciais, e o administrador financeiro deve identificar as oportunidades cujo retorno sobre o investimento supere os custos envolvidos. Para realizar essa avaliação, é fundamental analisar, além da magnitude dos investimentos, o risco e o fluxo de caixa futuro.

### Importância do orçamento de capital

As decisões de orçamento de capital, dada a sua magnitude, impactam a empresa por muitos anos e fazem com que percam um pouco da sua flexibilidade. Por exemplo, um ativo de alto valor tem uma vida útil de 10 anos. A expansão de ativos se baseia nas vendas futuras esperadas, por isso a decisão de comprar um ativo requer uma previsão de vendas para um longo horizonte de tempo.

As decisões de orçamento de capital definem a direção estratégica de uma empresa, pois mudanças para novos produtos, serviços ou mercados são precedidas de dispêndio de capital. Se a empresa investir em excesso, poderá incorrer, desnecessariamente, em perdas por depreciação e capacidade ociosa dos equipamentos, além de outras despesas. Por outro lado, se a empresa não realizar investimentos, estará sujeita à obsolescência dos equipamentos, o que impactará a sua produção competitiva e poderá levar à perda de participação de mercado para empresas concorrentes. A recuperação de clientes perdidos requer muitos gastos com venda, redução de preço, melhoria dos produtos, todos altamente onerosos.

A previsão errônea de ativos também leva, claramente, ao desperdício de um tempo escasso para aquisição de novos ativos para a produção.

### Razões para investir

A análise de propostas de investimento é uma operação que possui tanto custos quanto oportunidades de benefícios futuros e cuja tomada de decisão requer foco em diferentes áreas, tais como:

- a) Reposição para manutenção do negócio:

Associada à reposição de equipamentos desgastados e obsoletos.

- b) Projetos de segurança ou ambientais:

Gastos necessários para cumprir determinações do governo, acordos trabalhistas ou termos de apólices de seguros. São denominados investimentos obrigatórios e, frequentemente, não produzem receita.

c) Contratos de longo prazo:

Envolvem contratos que garantem uma receita futura por um longo período, mas também comprometem um grande valor, gerando um custo crescente, por período.

d) Reposição para redução de custo:

Envolve redução de custos com mão de obra, materiais e insumos, exigindo uma análise mais detalhada e cuidadosa, pois se trata de área sensível.

e) Expansão de produtos ou mercados existentes:

Refere-se a projetos para ampliar a produção ou para expandir locais de varejo ou a capacidade de distribuição nos mercados existentes. Requer decisões que envolvem uma previsão explícita do crescimento da demanda.

f) Expansão para novos produtos e mercados:

Refere-se a investimentos para a produção de um novo produto ou para a expansão de uma nova área geográfica ou de novo nicho de clientes que, atualmente, não está sendo atendido. São projetos que envolvem decisões estratégicas e requerem grandes somas de investimento.

g) Pesquisa e desenvolvimento (P&D):

Constituem, na maioria das vezes, o item mais importante de investimento, mas os fluxos de caixa que geram são, geralmente, muito incertos para permitir a análise de FC padrão. Muitos desses investimentos acabam sendo fundos perdidos. No entanto, são fundamentais para os processos de inovação. Em geral, determina-se um orçamento para P&D.

Em resumo, são motivos que levam as empresas a investirem:

- *modernização dos equipamentos em função de obsolescência ou depreciação;*
- *capacidade ociosa tendendo a 0 (zero);*
- *expansão das atividades.*

A decisão da implantação de um projeto deve considerar alguns critérios. Vejamos:

a) Critérios econômicos:

Associados à rentabilidade dos investimentos. Nesse caso, a taxa de lucro deve ser maior que a taxa de juros.

Pergunta a ser respondida: “Quais investimentos oferecem o maior retorno?”

b) Critérios financeiros:

Associados à disponibilidade de recursos.

Pergunta a ser respondida: “Quanto de capital próprio e quanto de capital de terceiros esses investimentos necessitarão e quais são os custos desses capitais?”

c) Critérios imponderáveis:

Associados à fatores não conversíveis em dinheiro.

Pergunta a ser respondida: “Quais benefícios sociais a implantação do projeto oferecerá?”

Os investimentos podem ser realizados por empresas, pelo Governo e por pessoas físicas. Quando realizados pelas empresas, devem ser coerentes com os objetivos da organização e, por isso, devem passar por uma avaliação. Essa avaliação é realizada por meio dos seguintes métodos:

- $NPV$ ;
- $TIR$ ;
- $TIRM$ ;
- $PB$ ;
- $PB$  descontado
- $Vau$ ;
- $IL$ .

## Taxa mínima de atratividade (TMA)

A taxa mínima de atratividade corresponde à taxa definida pelo investidor, acrescida de um prêmio pelo risco do negócio. Em outras palavras, é a taxa por meio da qual os investidores consideram que estão obtendo ganhos financeiros, a partir:

- *do custo médio ponderado de capital (CMPC; Wacc – weight average cost capital);*
- *da taxa que obteria em uma aplicação no mercado com o menor risco possível;*
- *da taxa que estaria perdendo caso desejasse investir em outros projetos (custo de oportunidade);*
- *da caderneta de poupança para as pessoas físicas (livre de risco);*
- *da taxa de retorno do investimento (TIR).*

Para as empresas, a TMA é estratégica, e a sua definição e referência também dependem do prazo:

- *curtíssimo prazo – remuneração de títulos bancários (podem ser certificados de depósitos bancários – CDBs);*
- *médio prazo – remuneração média das contas de capital de giro (taxas de juros por vendas a prazo, valorização dos estoques);*

- *longo prazo* – custo médio ponderado de capital, que representa a média ponderada dos custos de capital próprio e de terceiros da empresa.

## Elaboração do fluxo de caixa

Fluxo de caixa é uma ferramenta de gestão financeira que organiza, ao longo da linha do tempo, as entradas e saídas de dinheiro de uma pessoa ou empresa. Em análise de investimentos, adotamos o regime de caixa, que registra as movimentações de dinheiro conforme elas ocorrem. Dessa forma, o fluxo de caixa do projeto é definido pelas datas em que ocorrem o ingresso e a saída de dinheiro do caixa

Uma venda a prazo é um evento econômico registrado contabilmente pelo regime de competência de exercícios. Isso significa que, embora a venda seja reconhecida como receita no momento da transação, o dinheiro dessa venda ainda não entrou no caixa da empresa.

### Tipos de fluxo de caixa

Os fluxos de caixa podem se referir a determinado investimento (*Capex* – *CAPital EXPenditure*) ou ser operacionais (*Opex* – *Operational EXPenditure*).

Os fluxos de caixa de um investimento (*Capex* – *capital expenditure*) se caracterizam por:

- *desembolsos iniciais (compra do novo ativo);*
- *venda do ativo substituído (substituição de equipamentos);*
- *venda do ativo ao fim da sua vida útil (valor residual);*
- *impostos devidos na compra e venda de ativos;*
- *custos de oportunidade (terreno próprio, local próprio, etc.);*
- *necessidades de capital de giro inicial.*

Já os fluxos de caixa operacionais (*Opex* – *operational expenditure*), associados ao dia a dia da empresa, caracterizam-se por aumento ou diminuição:

- *das receitas;*
- *das despesas operacionais;*
- *dos encargos tributários;*
- *do capital de giro requerido.*

Dessa forma, para calcularmos o retorno do investimento, seja qual for o método, devemos preparar, inicialmente, um fluxo de caixa. Em seguida, devemos aplicar um dos métodos de avaliação de projetos para avaliar a sua viabilidade. Cada método tem a sua peculiaridade e deve ser adotado com base na avaliação que se deseja obter.

## Métodos de análise de investimentos

Na análise de investimentos, utilizamos técnicas para analisar potenciais empreendimentos e decidir se valem a pena. Podemos também comparar diferentes oportunidades de investimento.

Os métodos/técnicas mais adotadas são as seguintes:

- *período de payback e de payback descontado;*
- *valor presente líquido (VPL ou NPV – net present value);*
- *taxa interna de retorno (TIR ou IRR – internal rate return) e taxa interna de retorno modificada (TIRM);*
- *valor anual uniforme equivalente (Vaué);*
- *índices de rentabilidade ou lucratividade líquida (IL).*

A tomada de decisão de investimento será realizada considerando o custo de capital da empresa (Wacc), a taxa de juros praticada no mercado e a taxa de retorno do investimento comparadas a uma taxa mínima de atratividade.

Podemos observar que cada um dos métodos de análise de investimentos está associado a uma das variáveis da Matemática Financeira:

- *payback – associado ao prazo (n);*
- *NPV – associado ao PV;*
- *taxa interna de retorno – associado à taxa (i);*
- *Vaué – associado ao PMT;*
- *IL – associado ao PV dos benefícios e custos.*

Sendo assim, a análise do projeto pode ser realizada a partir de qualquer um desses métodos, cujas dinâmicas, vantagens e desvantagens apresentaremos a seguir.

Antes da adoção de qualquer método, as informações disponíveis devem estar organizadas em um fluxo de caixa.

### Períodos de *payback* (PB)

O período de *payback* é definido como o tempo necessário para recuperar o investimento inicial. Foi o primeiro método formal utilizado para avaliar projetos de orçamento de capital. O investidor comparará o período de retorno do investimento com o prazo de retorno que está disposto a aguardar para a recuperação do seu investimento. Em resumo, é uma análise de investimentos realizada com base na variável *período* (tempo para recuperação do investimento).

Há, contudo, alguns problemas relacionados a esse método. Vejamos:

- *não considera o valor do dinheiro no tempo;*
- *não considera o fluxo de caixa futuro após o período de payback, o que implica rejeitar o fluxo de caixa após esse período, que poderia tornar lucrativos projetos de longa duração;*
- *inibe projetos de longo prazo, como os de pesquisa e desenvolvimento e os novos projetos.*

## Interpretação dos resultados do *payback*

Vejamos como devem ser interpretados os resultados do *payback* para a tomada de decisão:

- período de *PB* calculado < período de *PB* máximo aceitável → projeto deve ser aceito;
- período de *PB* calculado > período de *PB* máximo aceitável → projeto **deve ser rejeitado**

Suponhamos, por exemplo, que dois projetos (A e B) requeiram, igualmente, um investimento de \$ 15.000, mas possuam diferentes fluxos de caixa futuros, como podemos observar na tabela a seguir.

Tabela 12 – Fluxos de caixa dos projetos A e B: método do *payback*

anos/projetos	projeto A	valor acumulado proj. A	projeto B	valor acumulado proj. B
0 – inv. inicial	-15.000		-15.000	
1	4.000	-11.000	4.000	-11.000
2	4.000	-7.000	3.000	-8.000
3	4.000	-3.000	4.000	-4.000
4	4.000	1.000	4.000	0
5			4.000	4.000
6			5.000	9.000

O investimento do projeto A poderá ser recuperado entre o 3º e o 4º ano. Considerando que a diferença do fluxo nesse período é de \$ 4.000 (igual à amplitude entre – 3.000 e 1.000), se dividirmos por 12 meses, teremos \$ 333,33 mensais, considerando valores uniformes. Desse modo, os \$ 3.000 serão recuperados em 9 meses ( $3.000/333,33 = 9$ ). O investimento total será recuperado, portanto, em 3 anos e 9 meses. Já o investimento do projeto B será recuperado em 4 anos exatos.

Utilizando o princípio da eliminação dos fluxos futuros, podemos concluir que o projeto A recupera o investimento em um período menor que o projeto B, logo seria o escolhido.

Quanto menor for o período de *payback*, maior será a liquidez do projeto.

A comparação se dá com base no período que se projeta para o retorno do capital. Em uma avaliação simplista, o projeto que retornar dentro do prazo projetado (PB máximo aceitável) será o escolhido. Em termos gerais, o método do PB pode, portanto, criar um viés nas decisões, a favor de projetos de curto prazo. Por conta dessa característica, mesmo em grandes empresas, o método do PB é utilizado em decisões menos importantes ou quando o custo de uma análise mais detalhada supera o custo de um possível erro.

Há empresas que definem um período de PB para investimentos inferiores a determinado valor (por exemplo, \$ 30.000) e, por uma questão prática, infere-se que um investimento que se paga rapidamente e traz benefícios para além do período de corte, provavelmente, terá um NPV positivo.

Devemos levar em consideração que os fluxos de caixa futuros, de longo prazo, são mais arriscados que os fluxos de caixa de curto prazo. Por esse motivo, o *payback* é, muitas vezes, utilizado como um indicador de risco do projeto. No entanto, como a análise pelo método de *payback* não considera o valor do dinheiro no tempo, podemos adotar uma variante do *payback*: o *payback* descontado.

### **Payback descontado**

No método do *payback* descontado, os fluxos de caixa esperados são descontados a valor presente, pelo custo de capital do projeto ou por uma TMA. Para tanto, calculamos o NPV das entradas de caixa nos seus respectivos períodos e comparamos o resultado com o valor do investimento.

O *payback* descontado é um tipo de cálculo de “ponto de equilíbrio”, no sentido de que, se os fluxos de caixa entrarem à taxa esperada até o ano de *payback*, podemos considerar que o projeto se pagará.

Para exemplificar, vamos analisar os dois projetos (A e B) já apresentados e determinar qual deles é o mais viável por meio do método do *payback* descontado. Considerando uma TMA de 10% a.a., temos:

Tabela 13 – Fluxos de caixa dos projetos A e B: método do *payback* descontado

anos/ projetos	projeto A	projeto A descontado (10% a.a.)	valor acumulado proj. A desc.	projeto B	projeto B descontado (10% a.a.)	valor acumulado proj. B desc.
0 – inv. inicial	-15.000			-15.000		
1	4.000	3.636	-11.364	4.000	3.636	-11.364
2	4.000	3.306	-8.058	3.000	2.479	-8.885
3	4.000	3.005	-5.053	4.000	3.005	-5.880
4	4.000	2.732	-2.321	4.000	2.732	-3.148
5				4.000	2.484	-664
6				5.000	2.822	2.158

Como podemos observar os resultados são diferentes daqueles encontrados pelo método do *payback* apresentado anteriormente. Considerando uma TMA de 10%, o projeto A não se pagará em 4 anos, e o projeto B se pagará entre o 5º e o 6º ano, mais precisamente em 5 anos, 2 meses e 24 dias.

Todos os valores da coluna “projeto descontado” consideram os valores descontados ao  $PV_0$ , ou seja, todos os valores são constantes no  $PV_0$ .

### Valor presente líquido – VPL (*net present value* – NPV)

Para calcularmos o valor presente líquido, devemos observar primeiramente que a HP-12C utiliza a sigla NPV, e o Excel, se em português, utiliza a sigla VPL na sua função financeira.

Um investimento vale a pena quando cria valor para os seus investidores. Criar valor significa garantir que o investimento inicial ou o custo de aquisição será **menor** que os benefícios gerados pelo projeto.

A diferença entre os valores dos benefícios futuros e o seu custo inicial, todos no momento  $n = 0$ , é denominada de valor presente líquido (VPL) ou *net present value* (NPV). Quando o NPV é positivo, o investimento é menor do que as receitas futuras (benefícios do projeto), ou seja, elas são superiores ao investimento, o que representa a medida da criação de valor para os investidores.

O valor presente líquido desconta à determinada TMA o fluxo de caixa futuro (valores positivos e negativos) para o momento  $n = 0$  e o compara com o investimento realizado. Valores negativos no FC futuro significam que, em dado momento, houve pagamentos que superaram a receita.

O NPV do fluxo de caixa descontado a determinada taxa (TMA), considerando todos os investimentos, custos e receitas, oferece as seguintes possibilidades de resultado:

a) NPV positivo:

O empreendimento **deve ser aceito**, uma vez que o fluxo de caixa futuro, descontados ao  $PV_0$  é superior ao investimento realizado. O projeto está gerando mais caixa que o necessário para pagar os custos e investimentos, bem como para oferecer a taxa de retorno superior à requerida pelos decisores/acionistas. NPV positivo representa a medida de criação de valor aos acionistas/investidores.

b)  $NPV = 0$ :

O empreendimento **pode ser aceito**, uma vez que o fluxo de caixa descontado à PV é exatamente igual ao valor do investimento. Não há criação de valor nem perda. Os fluxos de caixa do projeto são suficientes somente para pagar o capital investido e retornar o investimento à TMA requerida.

c) NPV negativo:

O empreendimento **deve ser rejeitado**, uma vez que o fluxo de caixa futuro, descontados ao  $PV_0$  é inferior ao investimento realizado. O projeto não está gerando caixa suficiente, com as taxas desejadas, para pagar os custos e os investimentos, ou seja, não oferece o retorno desejado pelos investidores.

Em resumo, temos:

- **$NPV$  positivo** – o empreendimento deve ser aceito.
- **$NPV = 0$**  – o retorno do investimento é igual à TIR, o empreendimento pode ser aceito.
- **$NPV$  negativo** – o empreendimento deve ser rejeitado.

Vamos analisar alguns exemplos:

1. Empresários analisaram dois projetos, apresentados na tabela a seguir, e desejam obter uma TMA de 5% a.a.

Tabela 14 – Fluxo de caixa dos projetos A e B: método do NPV

anos/ projetos	projeto A	projeto B
0 – inv. inicial	-15.000	-15.000
1	4.000	4.000
2	4.000	7.000
3	4.000	4.000
4	4.000	4.000
5	100	100
NPV (5%aa)	-737,84	1.983,24

Cálculo do NPV na máquina HP12-C para o projeto A:

15000 CHS g Cf<sub>0</sub>

4000 g Cf<sub>j</sub>

4 g N<sub>j</sub> (por serem 4 parcelas iguais de 4.000)

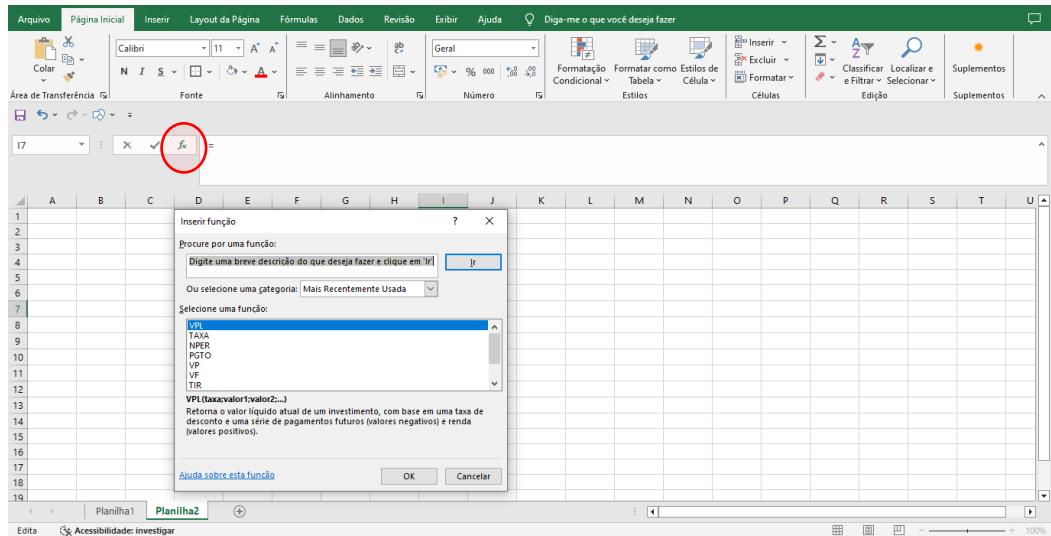
100 g Cf<sub>j</sub>

5 i

F NPV ??? (a máquina calculará e apresentará o resultado no visor).= (- ) 737,84

Cálculo do NPV no Excel:

Clica em  $f_x$  e busca a função financeira VPL:



### Entrada dos valores na função VPL:

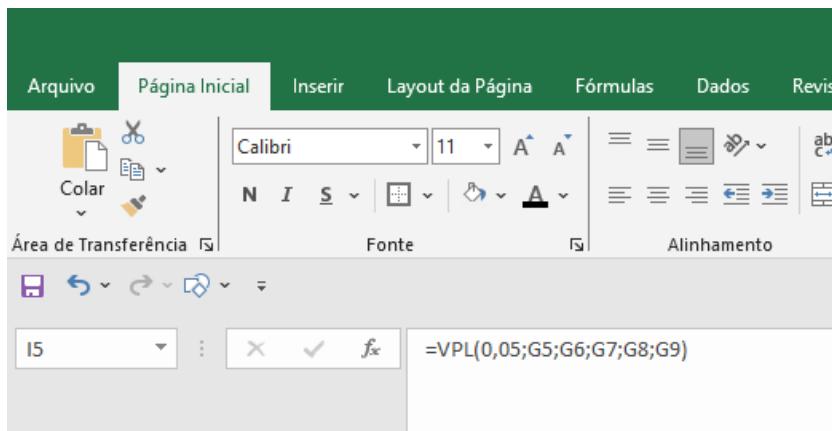
Arg.	Value	Cell Reference
Taxa	0,05	
Valor1	4000	G6
Valor2	4000	G7
Valor3	4000	G8
Valor4	4000	G9
Valor5	-737,84	

### Comentários:

- inserir inicialmente a taxa sem formato %;
- inserir o valor do FC no n=1 e assim por diante. Pode-se inserir o valor (vide Valor 1) ou indicar a célula (vide demais valores G6 em diante);
  - resultado da fórmula: 14.262,15.

c. clicar em OK;

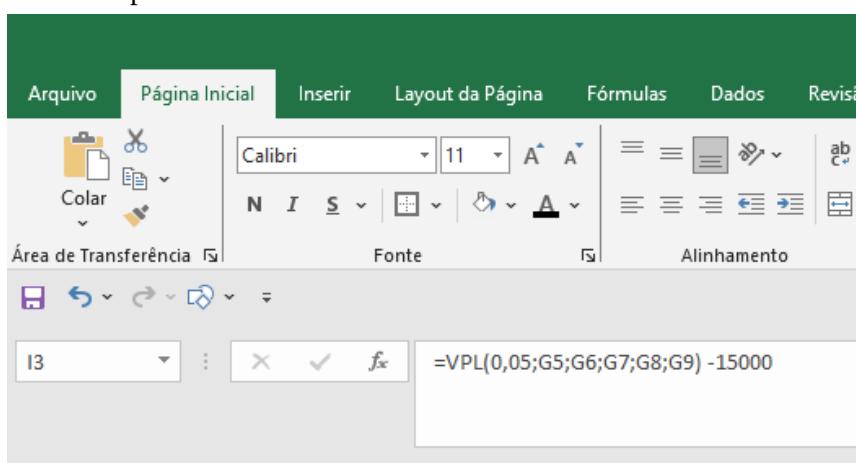
- observe que irá parecer no campo da função: =VPL(0,05;G5;G6;G7;G8;G9);



- o valor 14.262,15 representa o FC descontado a 5% para o PV<sub>0</sub>.

d. para calcular o VPL, será necessário subtrair o investimento inicial no n=0 (14.262,15 – 15.000 = (-) 737,85);

e. pode-se acrescentar na fórmula o valor “–15.000”:



Os projetos A e B têm investimentos iguais, \$ 15.000, e a diferença está no 2º ano dos FC dos projetos, em que o projeto B apresenta uma receita superior à do projeto A. Quando comparamos as receitas futuras (dos anos de 1 a 5), descontadas à taxa de 5%, com o investimento inicial, o projeto A apresenta um NPV negativo, e o projeto B apresenta um NPV positivo.

Nas condições definidas, o projeto A, por ter um NPV negativo (-737,84), deve ser, portanto, rejeitado.

O projeto B, considerando um investimento de \$ 15.000, oferecerá ao investidor, além do valor investido, um ganho de \$ 1.983,24, deve ser, portanto, aceito. A receita superior do projeto B (7.000) no ano 2 do fluxo de caixa em relação à do projeto A (4.000) viabilizou o projeto B (NPV positivo).

2. A Rodex S/A identificou um projeto de investimento cujo fluxo de caixa é apresentado a seguir. Vamos determinar o valor presente desse fluxo de caixa, considerando as seguintes TMAs: 17%, 11% e 5% a.a.

Tabela 15 – Fluxo de caixa do projeto A: método baseado no NPV

anos/projetos	projeto A
0 – inv. inicial	-3.000
1	1.000
2	200
3	800
4	1.500
NPV (5% a.a.)	58,91
NPV (11% a.a.)	-363,72
NPV (17% a.a.)	-699,22

Dado que o NPV passa a ser negativo entre as taxas de 5% a.a. e 11% a.a., analisamos que o retorno desse investimento está mais próximo de 5% a.a. O retorno desse fluxo é de 5,75% a.a., cujo cálculo será apresentado no próximo tópico.

### Taxa interna de retorno – TIR (*internal rate return* – IRR)

Para calcularmos a taxa de retorno, inicialmente, é importante observarmos que a HP-12C utiliza a sigla IRR, e o Excel, se em português, utiliza a sigla TIR na sua função financeira.

A taxa interna de retorno é a taxa de desconto que iguala todos os valores positivos com todos os valores negativos de determinado fluxo de caixa, descontados no momento zero ( $n = 0$ ).

$$PV \text{ entradas e saídas do FC} = PV \text{ do investimento}$$

A TIR de um projeto é a sua taxa de retorno esperada e, na TIR, o NPV do projeto é igual a zero. Sendo assim:

- se a TIR > TMA, o projeto **deve ser aceito**;

*Quando a TIR excede o custo de capital ( $Wacc$ ) ou a TMA, significa que há um superávit financeiro após o pagamento do capital investido, e esse excedente será provisionado para os acionistas da empresa, ampliando a sua riqueza.*

- se a  $TIR < TMA$ , o projeto **deve ser rejeitado**.

Quando a TIR for menor do que o custo de capital ou a TMA, a execução do projeto gerará custo adicional para os acionistas.

## Cálculo da TIR

Para compreendermos como é realizado o cálculo da TIR, vamos considerar o fluxo de caixa a seguir, referente ao projeto A. Como base nesse fluxo de caixa, vamos calcular a taxa que descontará o fluxo de caixa futuro ao valor presente, de forma que o total dos valores presentes seja igual ao investimento inicial. A taxa de desconto que faz com que o fluxo de caixa descontado à PV seja exatamente igual ao investimento realizado, ou seja, o  $NPV = 0$ , é a TIR.

Tabela 16 – Fluxo de caixa do projeto A: método baseado na TIR

anos/projetos	projeto A
0 – inv. inicial	-15.000
1	4.000
2	4.000
3	4.000
4	4.000
5	100

A fórmula para o desconto do fluxo de caixa é a de juros compostos. O valor presente é o valor futuro descontado. Vejamos:

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

Sendo assim, a TIR será a taxa que descontará esse fluxo, fazendo com que o PV do fluxo de caixa seja igual a 15.000. Adotando a fórmula de juros compostos para o cálculo da TIR, temos:

$$\frac{4.000}{(1+x)} + \frac{4.000}{(1+x)^2} + \frac{4.000}{(1+x)^3} + \frac{4.000}{(1+x)^4} + \frac{100}{(1+x)^5} = 15.000$$

Na HP-12C:

$$15.000 \text{ CHS } g \text{ } CF_0$$

$$4.000 \text{ } g \text{ } CF_j$$

4  $\text{g } N_J$  (número de repetições dos 4.000)

$$100 \text{ } g \text{ } CF_j$$

f IRR ? =? 2,87% a.a.

No Excel:

A entrada dos dados é informada por intervalo e não individualmente por valor como no VPL. Sendo assim:

- define-se no  $f_x$  a função TIR;
- no campo “Valores”, entra-se com o intervalo dos dados, incluindo o valor do investimento no  $n = 0$ ;
- não há necessidade de se colocar a estimativa;
  - resultado da fórmula: 2,87%.
- no campo da  $f_x$ , tem-se o registro “=TIR (G13:G18)”.

A remuneração (TIR) desse projeto é de 2,87 % a.a. A taxa é anual, pois os valores indicados são anuais. Essa remuneração representa a taxa que descontará o fluxo de caixa futuro para o momento  $n = 0$ , de forma que o total do NPV seja igual a 0.

$$[FC \text{ futuro descontado} (-) \text{ investimento inicial}] = 0, \text{ em } n = 0$$

Os projetos podem ser avaliados de forma independente ou mutuamente excludente. No caso de haver mais de um projeto, a decisão por um projeto implicará na exclusão dos demais. Os projetos podem, portanto, ser independentes ou mutuamente excludentes.

## Análise de projetos com vidas desiguais

O impacto de vidas desiguais nos projetos é relevante, uma vez que os benefícios serão gerados em diferentes períodos. Os valores que foram recebidos antecipadamente, em curto período, terão a oportunidade de ser aplicados à mesma TMA.

**É essencial que qualquer estudo específico sobre aplicação de capital seja realizado em um contexto cujo horizonte de planejamento seja uniforme.**

Uma das contradições mais problemáticas dos critérios de NPV e TIR está na seleção de projetos mutuamente excludentes, quando a duração dos projetos é diferente.

Por exemplo, consideremos que uma empresa possua duas opções de investimento mutuamente excludentes: projeto A (expansão) ou projeto B (nova aquisição). O fluxo de cada uma das opções está apresentado a seguir, e a TMA é de 10% a.a.

Tabela 17 – Fluxo de caixa dos projetos A (expansão) e B (nova aquisição)

anos / projetos	projeto A	projeto B
0 – inv. inicial	-10.000	-10.000
1	13.000	5.000
2		5.000
3		5.000
<b>TIR</b>	30,00%	23,37%
<b>NPV (10% a.a.)</b>	<b>1.818,18</b>	<b>2.434,26</b>

O projeto a ser escolhido, quando analisado pelos métodos NPV e TIR, pode apresentar resultados contraditórios. No entanto, considerando o NPV como o critério de escolha mais confiável, o projeto B seria selecionado. No entanto, argumenta-se que a solução válida requer que as opções sejam levadas a um horizonte econômico comum. Para isso, seria necessário admitir que o investimento no projeto A possa ser substituído uma ou mais vezes, ao final da sua vida útil, por outro idêntico, até que o seu horizonte econômico de tempo seja igual ao do investimento do projeto B. No exemplo, isso corre no terceiro ano, após duas substituições.

Os horizontes econômicos das opções são igualados em alguma data futura que corresponde ao mínimo múltiplo comum dos prazos dessas opções. A tabela a seguir apresenta o fluxo de caixa do projeto A, já considerando as substituições consecutivas necessárias para igualar o seu horizonte de tempo econômico ao do projeto B. Vejamos:

Tabela 16 – Fluxo de caixa do projeto A (expansão) e do projeto B (nova aquisição)

anos/projetos	projeto A	fluxo 2	fluxo 3	fluxo total A	projeto B
0 – inv. inicial	-10.000			-10.000	'-10.000
1	13.000	-10.000		3.000	5.000
2		13.000	-10.000	3.000	5.000
3			13.000	13.000	5.000
TIR	30,00%			30%	23,37%
NPV (10%aa)	1.818,18			4.973,7	2.434,26

Podemos observar que, igualados os períodos das duas opções por meio das sucessivas repetições do projeto A, de menor duração, esse projeto passa a ser dominante, já que o seu NPV é maior que o NPV do projeto B ( $\$ 4.973,70 > \$ 2.434,26$ ).

Ao compararmos as opções mutuamente exclusivas de duração diferente, podemos concluir que a aplicação direta do NPV como critério de seleção, sem igualar previamente os horizontes econômicos, pode resultar em uma decisão inconsistente quanto à maximização de valor para a empresa.

Um método alternativo, porém, mais prático em relação ao das substituições ou repetições sucessivas, é o método do valor anual uniforme equivalente (Vaué). Nesse método, todos os fluxos de caixa são transformados em uma série uniforme equivalente. Esse método implica a repetição idêntica das opções e será apresentado adiante.

## TIR: análise incremental – comparando projetos

A avaliação de projetos dependerá da relação entre eles. Como vimos, os projetos podem ser independentes ou mutuamente excludentes.

a) Projetos independentes:

- tratam-se de projetos que não produzem impactos em outros;
- não estão sendo comparados nem são alternativos a outros projetos;
- se um projeto independente estiver sendo avaliado, pode-se adotar qualquer método de avaliação para a decisão entre aceitá-lo ou rejeitá-lo.

b) Projetos mutuamente excludentes:

- trata-se de quando dois ou mais projetos estão sendo avaliados e a escolha por um implica a rejeição dos demais.

Vejamos a análise dos projetos A e B, considerando que a TMA é de 10% a.a.

anos	projeto A	projeto B
0	- 60.000,00	- 100.000,00
1	18.000,00	29.000,00
2	18.000,00	29.000,00
3	18.000,00	29.000,00
4	18.000,00	29.000,00
5	18.000,00	29.000,00
NPV (10% a.a.)	8.234,16	9.932,82
TIR (% a.a.)	15,24	13,82

Sendo projetos independentes, temos que o  $NPV_{10\%}$  do projeto A é menor que o  $NPV_{10\%}$  do projeto B ( $8.234,16 < 9.932,82$ ). Por outro lado, a  $TIR_A > TIR_B$  ( $15,24 > 13,82$ ).

Mas, afinal, qual é a razão dessas diferenças? Pode haver diferenças de tamanho (escala) entre os projetos. Isso significa que o custo de um dos projetos é maior que o do outro. Também pode haver diferenças na distribuição temporal: valores do FC maiores nos primeiros anos do projeto A e menores no projeto B. A oportunidade de receber valores antecipados promove a possibilidade de aplicar em outros ativos.

E como podemos resolver essas questões? O valor antecipado de receitas futuras depende do retorno que podemos obter sobre esses fluxos de caixa, ou seja, a taxa pela qual os valores poderão ser reinvestidos.

O método do NPV pressupõe que os valores serão reinvestidos à taxa referente ao custo de capital, enquanto o método da TIR pressupõe que os valores serão reinvestidos à própria TIR. O melhor pressuposto é o de que os valores recebidos possam ser reinvestidos à taxa referente ao custo de capital (método do NPV).

Os valores da TIR indicam que os dois projetos podem ser considerados no processo decisório, pois ambos têm TIR superior à TMA (10% a.a.). Não podemos considerar o projeto A como o melhor somente por apresentar uma TIR superior à TMA, uma vez que não são independentes. Para aplicar corretamente o método da TIR, é necessário fazer uma análise incremental dos investimentos envolvidos, que devem ser considerados na escolha da melhor opção. Vejamos:

Tabela 16 – Fluxo de caixa incremental dos projetos A e B

anos	projeto A	projeto B	FC Incremental B - A
0	-60.000,00	-100.000,00	-40.000,00
1	18.000,00	29.000,00	11.000,00
2	18.000,00	29.000,00	11.000,00
3	18.000,00	29.000,00	11.000,00
4	18.000,00	29.000,00	11.000,00
5	18.000,00	29.000,00	11.000,00
NPV (10% a.a.)	8.234,16	9.932,82	1.698,65
TIR (%a.a.)	15,24	13,82	11,65

A análise incremental é realizada pela diferença entre os projetos, tanto de investimento quanto no fluxo de caixa. No caso dos projetos A e B, analisamos um único incremento [B – A], que apresentou uma  $TIR_{B-A}$  de 11,65, superior à TMA de 10%. Sendo assim, o incremento deve ser aceito, o que leva à escolha do projeto B em detrimento ao projeto A. Ao calcular [B – A] tem-se que o projeto A está contido no projeto B. Se o NPV é positivo, significa que os valores adicionais apresentados pelo incremento também oferecem um NPV positivo. Logo, **o projeto B deve ser aceito.**

## Análise comparativa entre os métodos do NPV e da TIR

Em muitos aspectos, o método do NPV é melhor que o método da TIR. No entanto, alguns executivos estão mais familiarizados com o método da TIR.

Considerando os projetos A e B mutuamente excludentes e o seu FC incremental [Projs. B – A], temos:

Tabela 17 – Fluxo de caixa dos projetos A e B

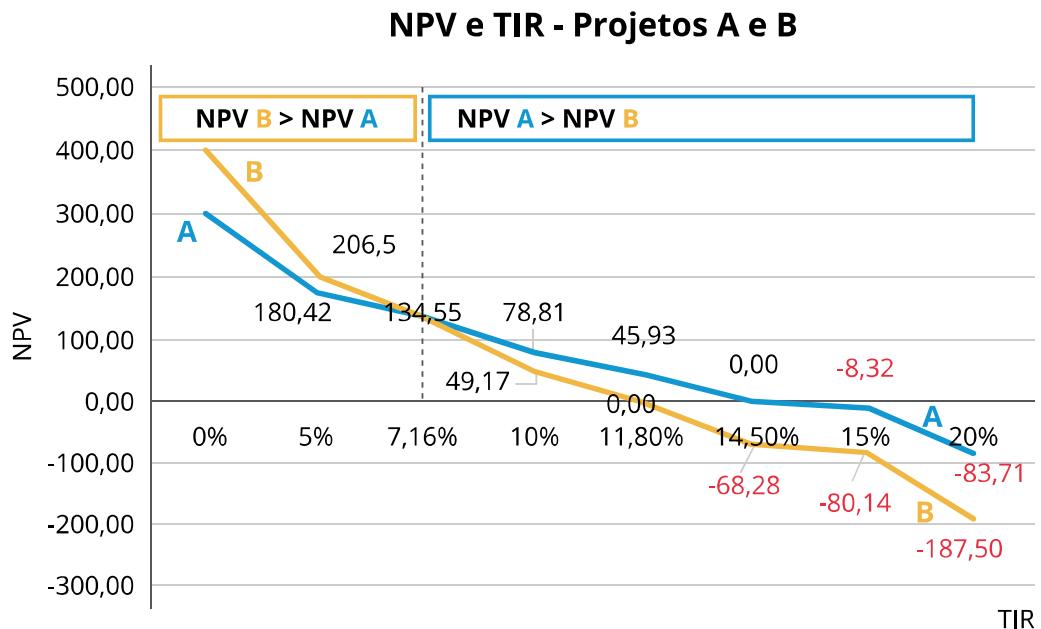
anos	projeto A	projeto B	FC Incremental B - A
0	-1.000,00	-1.000,00	-
1	500,00	100,00	-400,00
2	400,00	300,00	-100,00
3	300,00	400,00	100,00
4	100,00	600,00	500,00
TIR (%a.a.)	14,50	11,80	7,16
NPV 0%	300,00	400,00	
NPV 5% a.a.	180,42	206,50	
NPV 10% a.a	78,82	49,18	
NPV 15% a.a	-8,33	-80,14	

Compatibilizando com os dados apresentados, para melhor interpretar a Figura 12, temos os seguintes NPVs para estas diferentes taxas:

anos	projeto A	projeto B	Observação
NPV 7,16 % a.a.	134,55	134,55	A esta taxa o projeto A é indiferente ao projeto B
NPV 11,8 % a.a	45,93	- 0,25 (próximo a 0)	
NPV 14,5% a.a	-0,183 (próximo a 0)	-68,28	
NPV 20% a.a	- 83,71	-187,50	

O conflito entre NPV e TIR, no caso de projetos mutuamente excludentes, pode ser observado no gráfico a seguir, construído a partir dos dados apresentados:

Figura 12 – Comparativo entre os projetos A e B



O ponto de interseção das curvas dos projetos A e B (7,16%) corresponde à  $TIR_{B-A}$ , cujo valor foi obtido no fluxo de caixa incremental. Essa taxa de 7,16% demonstra que, nesse ponto, os projetos A e B são indiferentes.

No gráfico apresentado, a área representada por taxas menores que 7,16% (taxa de equilíbrio) demonstra que os  $NPV_B$  são maiores que os  $NPV_A$ , logo o projeto B é preferível ao projeto A. Já na área do gráfico representada por taxas superiores à 7,16%, o projeto A apresenta  $NPVs$  maiores do que projeto B. A decisão será definida a partir do custo de capital e da TMA definidas para o projeto.

A superioridade de um ou outro projeto dependerá do retorno exigido.

Esse exemplo demonstra que projetos mutuamente excludentes não devem ser analisados com base nos seus retornos (TIRs). As TIRs podem-nos conduzir a conclusões equivocadas. Precisamos analisar sempre os  $NPVs$ , pois eles indicam o projeto que gera riqueza para os acionistas.

Em resumo:

- *os métodos do  $NPV$  e da  $TIR$  devem ser considerados como auxiliares às decisões com base em informações, e não como substitutos ao bom julgamento dos administradores;*
- *qualquer projeto que tenha alta  $TIR$  ou alto  $NPV$  deve ser questionado. Em uma economia altamente competitiva, em que todas as empresas têm as mesmas oportunidades, rapidamente, uma derrubaria o  $NPV$  positivo da outra. Um  $NPV$  positivo pode ocorrer em empresas que entram em um novo mercado ou estão criando novos produtos que se ajustam ao mercado consumidor e que não estavam previstos anteriormente, assim como em empresas que estão gerando inovação tecnológica.*

## Taxa interna de retorno modificada (TIRM)

Não é possível calcular a TIR em fluxos de caixa que apresentem mais de uma troca de sinal. Quando o investimento inicial é um valor negativo no fluxo de caixa e as receitas futuras são valores positivos, só há uma mudança de sinal, do negativo do investimento inicial para o positivo das receitas futuras. Caso haja, ao longo do FC, valores positivos e negativos intercalados, significando mais de uma mudança de sinal, a TIR calculada poderá apresentar diferentes resultados a cada mudança de sinal. É impossível analisar qualquer investimento com essa variedade de TIRs. O método da TIR é utilizado, com segurança, quando só existe uma troca de sinal no fluxo de caixa.

Em resumo, a adoção da avaliação dos projetos pela TIR gera as seguintes limitações:

- *em FCs que apresentam mais de uma mudança de sinal, são geradas múltiplas TIRs, tantas quantas forem as mudanças de sinal;*
- *no método da avaliação pela TIR, pressupõe-se que as entradas de caixa ao longo do período são reinvestidas à taxa da TIR, o que, muitas vezes, não corresponde à realidade do mercado, a qual pressupõe que o reinvestimento ocorra pela TMA, o que vai ao encontro do método de avaliação pelo  $NPV$ .*

Essas limitações podem ser resolvidas por meio da adoção da taxa interna de retorno modificada (TIRM). Nesse método:

- as parcelas negativas são descontadas para o  $PV_0$  utilizando uma taxa básica de juros da economia, que pode ser remuneração paga pelos títulos públicos;
- as parcelas positivas são capitalizadas para o  $FV_n$ , a uma taxa de retorno determinada pelas oportunidades de mercado de retorno de aplicações de risco semelhantes;
- passa-se a ter um  $PV$ , um  $FV$  e um período que permitirão calcular uma taxa de juros para o período. Essa taxa de juros calculada por este método é denominada de TIRM.

Vejamos um exemplo:

Uma empresa de petróleo apresenta o seguinte fluxo de caixa, cujas taxas de financiamento e reinvestimento são iguais a 10% a.a. e 7% a.a., respectivamente (adaptado de Puccini, 2017, p. 443-444).

Tabela 18 – Fluxo de caixa – projeto A

anos	projeto A	PV dos FC negativo (10% a.a.)	FVs do FC positivo (7% a.a.)
0	-5.860,00	-26.693,00	
1	21.095,00		
2	-25.208,00		
3	10.000,00		34.151,00
TIR: HP 12C	Error 3		TIR: 8,55% a.a
TIR: Excel	7%		

**Fonte:** Puccini (2017, p. 444).

Cálculo dos valores negativos no  $PV_0$  ( taxa de 10%):

$$FV = 25.208 ; n=2 ; i = 10 \rightarrow PV = ?? 20.833,05 + 5.860 = 26.693,00.$$

Cálculo dos valores positivos para  $FV_3$  (taxa de 7%):

$$PV = 21.095 ; n=2 ; i = 7 \rightarrow FV_3 = ?? 24.151,65 + 10.000 = 34.151,65.$$

Considerando  $PV = 26.693,00$ ;  $FV = 34.151,00$ ;  $n = 3 \rightarrow i = ??? = 8,55$ .

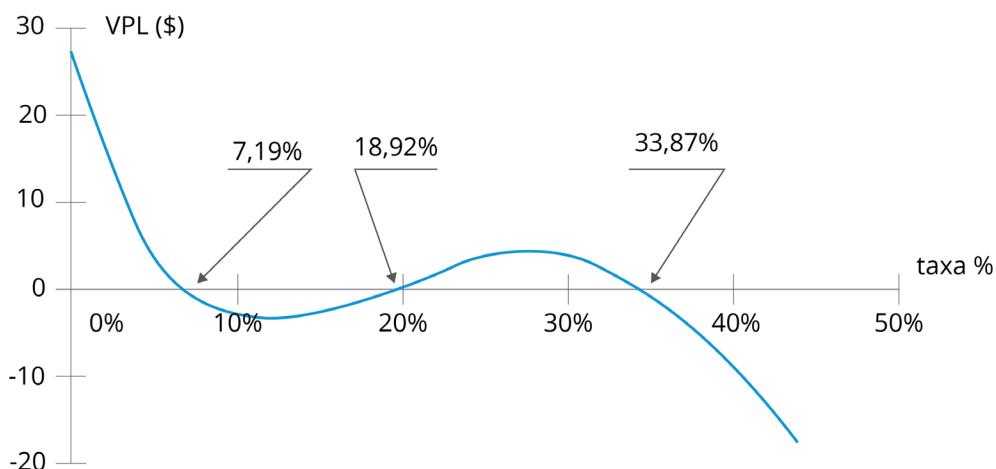
$TIRM = 8,55\% \text{ a.a.}$

Para calcular a TIR no Excel, é necessário informar um valor que se estima ser próximo ao resultado buscado.

Tabela 19 – TIR do projeto A a partir das estimativas

TIR	estimativa utilizada
7%	0
19%	0,15
34%	0,50

Figura 13 – Gráfico do VPL – TIRs múltiplas



## Índice de lucratividade (IL)

Por meio do índice de lucratividade, avaliamos os benefícios de um projeto em relação ao seu custo. Esse índice, também chamado de coeficiente benefício/custo, é representado pelo quociente entre o valor presente dos fluxos de caixa futuros positivos (benefícios) e o valor presente dos fluxos de caixa futuros negativos (custos) somado ao investimento inicial.

Vejamos como interpretar os resultados referentes ao IL:

- *IL > 1 → significa que os benefícios<sub>0</sub> > custos<sub>0</sub> → NPV > 0: o projeto **deve ser aceito**;*
- *IL < 1 → significa que os benefícios<sub>0</sub> < custos<sub>0</sub> → NPV < 0: o projeto **deve ser rejeitado**;*
- *IL = 1 → significa que os benefícios<sub>0</sub> = custos<sub>0</sub>, o NPV = 0 e o valor adotado para descontar o fluxo é igual a TIR. Não há perdas nem ganhos no n = 0.*

Por exemplo, se IL = 1,10, isso significa que, para cada \$ 1 aplicado, obtém-se \$ 1,10 de valor; se IL = 0,80, significa que, para cada \$ 1 aplicado, obtém-se \$ 0,80.

A técnica do IL é usualmente utilizada em projetos governamentais nacionais e internacionais.

## Valor anual uniforme equivalente (Vuae)

O método do valor anual uniforme equivalente (Vuae) é um método alternativo que torna mais prática a comparação de investimentos para substituições de equipamentos ou para projetos que possuem custos/receitas com repetições sucessivas ou com diferentes vidas úteis. Por meio desse método, não há necessidade de repetir os fluxos de caixa do projeto, uma vez que podem possuir vidas desiguais. Nesse caso, devemos calcular a série uniforme equivalente de cada projeto, entendendo que elas se estendem até o final do horizonte de análise.

O método do Vuae pressupõe a repetição idêntica das opções.

Vejamos um exemplo:

1. A empresa ZPTC tem dois projetos (Z e T) para a aquisição de máquinas e equipamentos, com vida útil desiguais, cujo custo de capital é de 10% a.a., com riscos iguais. Vamos analisar esses projetos:

Tabela 20 – Projetos da empresa ZPTC

	projeto Z	projeto T
inv. inicial	-70.000	-85.000
ano 1	28.000	35.000
2	33.000	30.000
3	38.000	25.000
4		20.000
5		15.000
6		10.000
NPV (10% a.a.)	11.277	19.013

Como são projetos com vidas desiguais, para compará-los, devemos considerar a necessidade de fazer a reposição, de modo a igualar o horizonte de análise.

Pelo método do Vaue, transformamos o NPV líquido de períodos desiguais em PMTs (série uniforme periódica), que equivale a compará-los em um mesmo prazo. Dessa forma, temos:

- $NPV_{10\%} Z = + 11.277; i = 10\% \quad n = 3 \rightarrow PMT = + 4.534,64;$
- $NPV_{10\%} T = + 19.013. ; i = 10\% \quad n = 6 \rightarrow PMT = + 4.365,52.$

Dessa forma, o projeto Z apresenta maiores resultados de PMT positivos, ou seja, se o NPV for distribuído igualmente ao longo do tempo, ele apresentará PMTs superiores aos PMT<sub>T</sub>, apesar de ambos serem positivos ( $PMT_Z > PMT_T$ ), logo o projeto Z é preferível ao T.

### Fragilidades do método do Vaue nos problemas com repetição

O uso do método do Vaue nos problemas de investimentos com repetição apresenta algumas fragilidades. Vejamos:

- *se houver inflação, o valor do equipamento de reposição será maior no período seguinte;*
- *os preços de venda e os custos também sofrerão alterações;*
- *as reposições, provavelmente, serão realizadas com equipamentos tecnologicamente mais avançados, modificando a estrutura de custos e receitas.*

*A adoção desse método (Vaue) pressupõe que os valores de investimentos e custos não sofrerão alterações no horizonte temporal.*

## Determinação da escolha de vários projetos

Para a escolha de um ou mais projetos entre vários projetos alternativos, deve-se considerar:

- *o valor presente líquido (VPL);*
- *as taxas internas de retorno (TIR);*
- *a restrição orçamentária;*
- *o custo de capital.*

Um dado básico a ser considerado para realizar essa escolha é a disponibilidade de capital para o projeto, que define a sua restrição orçamentária.

Para melhor compreendermos de que forma essa escolha deve ser feita, vamos analisar os projetos a seguir.

Tabela 21 – Projetos sob análise

projeto	invest. inicial	TIR (%)	VPL (10%)
A	70.000	20	112.000
B	110.000	10	126.500
C	90.000	17	145.000
D	60.000	15	80.000
E	40.000	8	36.000
F	80.000	13	100.000

Quais desses projetos devem ser aceitos, considerando uma TMA de 10% a.a. e uma restrição orçamentária no valor de \$ 250.000? Vamos responder a essa pergunta considerando duas abordagens (pela TIR e pelo VPL):

a) Abordagem pela TIR:

Nesse caso, devemos organizar os projetos em função da TIR, da maior para a menor:

Tabela 22 – Projetos organizados em função da TIR

projeto	invest. inicial	TIR (%)	VPL (10%)
A	70.000	20	112.000
C	90.000	17	145.000
D	60.000	15	80.000
F	80.000	13	100.000
B	110.000	10	126.500
E	40.000	8	36.000

Com base nessa abordagem, teremos:

- *projetos aceitos: TIRs > TMA → A, B, C, D e F;*
- *projeto rejeitado: E, pois TIR (8%) < TMA (10%).*

Entre os cinco projetos com  $TIR > TMA$  que podem ser aceitos, qual a combinação deles que totalizam os \$ 250.000 e oferecem os melhores resultados? São as combinações possíveis dos projetos A, C e D, que totalizam investimentos de \$ 220.000, com as maiores TIRs? Ou seria A, C e F, que totalizam investimentos de \$ 240.000, com uma TIR um pouco menor do que a alternativa A, C e D? Todas essas alternativas são possíveis, mas não são determinantes para definir a combinação que gerará maior riqueza. Sendo assim, há necessidade de complementar a análise com a abordagem do VPL.

b) Abordagem pelo VPL:

Nesse caso, devemos organizar os projetos por ordem decrescente de VPL.

Sendo assim, teremos:

Tabela 23 – Projetos organizados em função do VPL

projeto	invest. inicial	TIR (%)	VPL (10%)
C	90.000	17	145.000
B	110.000	10	126.500
A	70.000	20	112.000
F	80.000	13	100.000
D	60.000	15	80.000
E	40.000	8	36.000

Essa análise nos trará os seguintes resultados:

- projeto E – deve ser rejeitado, pois  $TIR (8\%) < TMA (10\%)$ ;
- projetos A, C e D: têm investimento inicial de \$ 220.000 e VPL de \$ 337.000;
- projetos A, C e F: têm investimento inicial de \$ 240.000 e VPL de \$ 357.000;
- projetos D, F e B: têm investimento inicial de \$ 250.000 e VPL de \$ 306.000.

A escolha deverá recair sobre a combinação dos projetos que oferecem maiores VPLs, que são os projetos A, C e F, combinados.

Tabela 24 – Possíveis combinações de projetos

projetos	inv. inicial	VPL
ACD	220.000	337.000
ACF	240.000	357.000
DFB	250.000	306.000

## Análise de sensibilidade/cenários

A **análise de sensibilidade** é uma técnica que indica qual o impacto que a mudança em uma variável acarreta sobre um determinado resultado, enquanto outros fatores permanecem constantes.

A **análise de cenários** é uma ferramenta estratégica que permite, por meio do controle das alternativas, estimar diferentes futuros possíveis, avaliar riscos e tomar decisões com maior segurança. Por meio dela, definimos vários cenários alternativos:

- *o pior cenário (pessimista);*
- *o melhor cenário (otimista);*
- *o cenário base (moderado).*

A cada um dos cenários atribui-se uma probabilidade de ocorrência (graus de chances daquele cenário ocorrer). A distribuição percentual dos cenários estudados deve totalizar 100%.

**A análise de cenários é útil para avaliação futura de um projeto atribuindo pesos a cada uma das incertezas.**

Ao compararmos dois projetos, aquele que apresentar maiores impactos em relação à mudança das variáveis será o mais arriscado, pois, nesse caso, um erro relativamente pequeno na estimativa de uma variável, como *unidades de venda*, produziria um grande erro no VPL esperado do projeto. Sendo assim, a análise de sensibilidade pode fornecer uma visão útil quanto ao risco de um projeto.

Os *softwares* voltados para a criação de planilhas eletrônicas, como o Excel, são ideais para realizar análises de sensibilidade associados à diferentes cenários.

## Análise de risco

O risco é inerente a todas as atividades que visam a um resultado futuro. Só não existe risco no passado, uma vez que é imutável. Segundo Bernstein (2019, p. ix e p. 1):

O risco afeta os aspectos mais profundos da psicologia, matemática, estatística e história. [...] A ideia revolucionária que define a fronteira entre os tempos modernos e o passado é o domínio do risco: a noção de que o futuro é mais do que um capricho dos Deuses e de que os homens e mulheres não são passivos ante a natureza.

Na tentativa de minimizar o risco, utilizamos os fatos ocorridos para estimar, com base nas informações já conhecidas, os resultados futuros. Essas projeções não indicam, contudo, uma certeza, mas tão somente uma tendência. O risco está associado a algum fator que contrarie um resultado esperado.

## Administração do risco

A incerteza a respeito do futuro sempre preocupou as pessoas. No passado, as pessoas buscavam minimizar a incerteza fazendo consultas a oráculos e a adivinhos, que detinham o monopólio sobre o conhecimento dos eventos futuros. Atualmente, deixamos de ser passivos diante da natureza e entendemos que o futuro não é só um capricho dos deuses. Definimos, então, um processo racional para enfrentar os riscos.

A ciência oferece instrumentos para que possamos compreender o risco e a incerteza. A Teoria da Probabilidade, por exemplo, constitui o núcleo matemático do conceito de risco. Quando, em determinado momento, conhecemos todos os dados, podemos utilizar modelos determinísticos. No entanto, quando não temos certeza a respeito dos dados de entrada (em previsão de vendas, estimativa do custo produção em função de falhas, etc.), utilizamos modelos probabilísticos para avaliar o risco.

São fatores que nos dão uma noção do risco de um projeto de investimento:

- *incerteza dos resultados associada a um projeto;*
- *caráter não desejado de algum desses resultados.*

Por exemplo, um ativo garantido pelo governo que promete pagar, em seis meses, 10,5% é um investimento com risco próximo a zero, porque é garantido e com retorno conhecido. Já um investimento em ações de uma companhia que explorará urânio na África, cujo retorno poderá ser qualquer um maior ou menor que 100%, apresenta grande variabilidade, o que aumenta o risco.

**Quanto mais suscetível à variação for o retorno esperado,  
mais arriscado será o projeto.**

Podemos utilizar as seguintes opções de solução:

- *regra de decisão junto às matrizes de decisão;*
- *análise de sensibilidade – quando não dispomos de qualquer dado sobre a distribuição de probabilidade;*
- *simulação – quando dispomos de alguma informação para que possamos transformar a incerteza em risco.*

## Estrutura do capital

A estrutura de capital compreende a distribuição dos recursos de uma empresa entre capital próprio e capital de terceiros, o que a caracteriza como uma variável de decisão gerencial, pois depende da política de financiamento da empresa.

O valor de uma empresa ( $V$ ) é definido pelo somatório do capital próprio ( $E$ ), capital de terceiros ( $D$ ) e ações preferenciais ( $P$ ).

$$V = E + D + P$$

## Estrutura do capital: capital de terceiros

Para financiarem as suas operações, as empresas utilizam capital próprio, capital de terceiros (financiamento) e ações preferenciais para viabilizar os seus investimentos.

A combinação específica da estrutura de capital de uma empresa entre capital de terceiros e capital próprio é uma variável gerencial.

O custo do capital de terceiros corresponde à taxa de juros que a empresa precisa pagar para obter novos financiamentos do mercado financeiro. Em resumo, é o “retorno exigido pelos financiadores das dívidas das empresas” (Ross; Westerfield; Jordan, 2000, p. 325).

Quando precisam tomar recursos emprestados no mercado, as empresas, geralmente, emitem títulos de dívidas, denominadas obrigações. Há diversos tipos de obrigação, com pagamentos periódicos. A seguir, analisaremos os títulos de renda fixa.

## Obrigações: títulos de renda fixa

Renda fixa é todo tipo de investimento que tem regras de rendimento previamente definidas. Nesse caso, o investidor conhece, antecipadamente, o prazo e a taxa de rendimento ou o índice que será usado para valorizar o dinheiro investido, quando a taxa for pré-fixada.

Dessa forma, os rendimentos podem ser:

- *prefixados – com juro anual fixo e conhecido;*
- *pós-fixados – atrelados a um indicador, como o Certificado de Depósito Interbancário (CDI), que é referência de rentabilidade para rendimentos fixos ou variáveis;*
- *híbridos – com juro fixo mais variação de um índice (p.ex. IPCA), que é a inflação oficial.*

Aplicações como certificados de depósito bancário (CDBs), letras de câmbio, letras de crédito imobiliário e do agronegócio (LCIs, LCA) e debêntures são alguns dos exemplos desses títulos. Alguns deles estão cobertos pelo Fundo Garantidor de Créditos (FGC).

Títulos privados de renda fixa são ativos emitidos por instituições financeiras, como bancos privados, financeiras, *fintechs*, bancos estatais ou empresas privadas e funcionam para captar recursos para essas instituições. Ao adquirir um dos títulos, o cliente faz uma espécie de empréstimo junto ao banco, à financeira ou à companhia, que, em troca, determina valores para a remuneração (juros) e fixa um período para que o cliente possa voltar a movimentar o dinheiro (prazo) (O QUE [...], 2017).

Os títulos do Tesouro Direto são emitidos pelo próprio governo e podem ser adquiridos por meio de corretoras credenciadas.

A maioria dos títulos de renda fixa paga cupons com frequência anual (a cada 12 meses) ou semianual (a cada seis meses), podendo também pagar cupons trimestrais ou mensais, ou até não pagar (*bullets*). Nesse caso, o investidor recebe um único pagamento no vencimento do título. O cupom representa os pagamentos periódicos do título, definidos no momento da emissão dos títulos e a taxa de juros leva em conta a perda ou o ganho de capital, que é a diferença entre o preço pago na hora da compra e o preço da venda do papel.

Por exemplo, um título de cinco anos pode ter um cupom anual de 10%, ou seja, todos os anos o investidor irá receber, em uma data predeterminada, 10% do valor investido inicialmente. Caso o preço de compra do título e o valor da venda sejam os mesmos, esse investidor receberá, no vencimento, 100% do valor investido, e o retorno auferido ao longo do período será igual ao cupom. Caso compre o título a 98% do valor de face e venda-o a 100%, além dos cupons, o investidor auferirá um ganho de capital, ou seja, a diferença entre os preços de compra e de venda. Nesse caso, o retorno do título será superior aos valores recebidos dos cupons (ganho de capital + cupons). Se o valor de compra for maior que o valor de venda do título, haverá uma perda de capital (ganho de capital negativo), porém os valores recebidos do cupom não serão alterados.

## Ágio e deságio na negociação de títulos

Ocorre ágio quando o valor negociado do título (PV) é superior ao valor de face. O deságio, por sua vez, ocorre quando o valor negociado do título (PV) é inferior ao valor de face. Por exemplo, se um título lançado há cinco anos está, atualmente, sendo negociado a 110% do seu valor, houve ágio. Se esse mesmo título está sendo negociado hoje a 85%, houve deságio.

## Ratings

*Ratings* são avaliações de risco de crédito da empresa emitente. Essas avaliações se baseiam na probabilidade de inadimplência e na proteção que os credores têm, no caso de inadimplência.

Internacionalmente, elas são feitas pela Standard & Poor's e Moody's. O *rating* mais alto é o AAA, e o mais baixo é o D.

Por exemplo, suponhamos que, há cinco anos, tenha sido lançada uma obrigação no valor de \$ 1.000, com um prazo de 20 anos e uma taxa de cupom de 5% a.a. Uma pessoa deseja negociá-la hoje, porém a taxa de mercado está em 8% a.a. Por qual preço deverá negociá-la?

Nesse caso, temos:

- *o valor nominal (FV) é o valor que a obrigação pagará no final do período de 20 anos;*
- *a taxa de cupom representa 5% de 1.000 (\$ 50), que serão pagos anualmente (série de pagamentos uniforme PMT);*
- *se já se passaram cinco anos, restam 15 anos até o vencimento (n = 15);*
- *sendo a taxa de juros do mercado hoje de 8%, quem for comprar essa obrigação em uma negociação desejará receber, no mínimo, 8%.*

Sendo assim, temos:

$$FV = 1.000$$

$$PMT = 50$$

$$n = 15$$

$$i = 8 \rightarrow PV = ? 743,22.$$

Devemos entrar com o mesmo sinal para FV e PMT, pois ambos representam receitas. Caso FV e PMT sejam consideradas (+), o PV trará um resultado com a notação (-).

## Estrutura do capital: capital próprio

Capital próprio é o patrimônio da empresa cuja contribuição advém de sócios-proprietários e acionistas, que são os beneficiários do lucro do negócio.

As ações são valores mobiliários que representam frações do capital social da empresa, ofertadas ou não na bolsa de valores, podendo ser ordinárias e preferenciais. Vejamos as características de cada uma delas:

a) Ações ordinárias (ON):

As ações ordinárias (ON) dão direito a voto nas assembleias da empresa, facultam aos seus proprietários participação nas decisões relacionadas à operação da empresa, pagam dividendos e garantem uma parte do valor obtido com uma eventual venda do negócio.

b) Ações preferenciais (PN):

As ações preferenciais (PN) conferem aos seus proprietários o direito a dividendos fixos que são pagos antes da distribuição dos dividendos das ações ordinárias. O valor a ser pago está determinado *a priori*. Os acionistas não têm direito a voto nas assembleias de acionistas, mas também não são sócios dos riscos do negócio. Cabe a eles fiscalizar a gestão da empresa pelos controladores.

Os dividendos são parte do lucro que é distribuído aos acionistas, representando ganhos para o investidor. O pagamento dos dividendos é diverso para quem detém ações ordinárias e quem detém ações preferenciais. Os acionistas de ações preferenciais recebem dividendos fixos ou mínimos e têm maiores chances de recuperar parte do capital investido, em caso de falência ou fechamento da empresa.

Vejamos algumas características dos dividendos:

- *o pagamento ou não pagamento dos dividendos é uma decisão do conselho de administração;*
- *o pagamento de dividendos não constitui uma despesa para a empresa, não sendo dedutível do imposto de renda (os dividendos são pagos após o IR);*
- *os dividendos recebidos pelas pessoas físicas são tributados.*

## Avaliação de ações

A avaliação de ações é mais difícil de ser analisada que a avaliação das obrigações. Essa dificuldade se deve:

- *a fluxos de caixa não conhecidos antecipadamente;*
- *à duração perpétua do investimento, sendo o prazo final desconhecido;*
- *à impossibilidade de observar, em dado momento, a taxa exigida pelo mercado.*

## Fluxo de caixa das ações

O fluxo de caixa das ações corresponde ao valor presente dos dividendos futuros, na taxa de crescimento futura esperada ( $g$ ) e no nível geral de juros ( $i$ ). Trata-se de uma perpetuidade, uma vez que o término da série não é conhecido. Vejamos:

- a) Crescimento igual a zero:

Pressupõe que os dividendos futuros serão de iguais valores. Dessa forma, calcula-se o PV para uma perpetuidade. Dado que:  $D_1 = D_2 = D_3$ .

$$\frac{\text{dividendos (PMT)}}{\text{taxa de juros (i)}} = PV$$

Na qual:

- *taxa de juros = retorno exigido.*

- b) Crescimento constante:

Pressupõe que os dividendos de uma empresa cresçam a uma taxa constante ( $g$ ). O cálculo do dividendo, em qualquer data, deve ser realizado da seguinte forma:

$$D_n = D_0 \times (1 + g)^n \text{ ou } D_n = D_{n-1} \times (1 + g)$$

O valor presente da série de dividendos, onde  $i$  = taxa de desconto,  $g$  = taxa de crescimento e  $i > g$ , será o seguinte:

$$PV_0 = \frac{D_0 \times (1 + g)}{(i - g)} \text{ ou } PV_0 = \frac{D_1}{(i - g)}$$

O valor de uma ação daqui a cinco anos será calculada da seguinte forma:

$$PV_5 = \frac{D_5 \times (1 + g)}{(i - g)}$$

Por exemplo, suponhamos que o próximo dividendo de determinada ação seja de \$ 4,00 por ação. Os investidores exigem um retorno de 16%. A taxa de crescimento dos dividendos é de 6% a.a. Vamos calcular o valor atual das ações e o seu valor daqui a quatro anos.

Valor da ação para o ano 0:

$$PV_0 = \frac{4}{(0,16 - 0,06)} = 40$$

Cálculo do dividendo para daqui a quatro anos:

$$D_4 = 4,00 \times (1 + 0,06)^3 = \$ 4,764.$$

Cálculo do valor da ação daqui a quatro anos:

$$PV_4 = \frac{4,764 \times (1 + 0,06)}{(0,16 - 0,06)} = 50,49$$

Caso a taxa de desconto ( $i$ ) seja menor que a taxa de crescimento ( $g$ ), teremos um valor presente infinitamente maior, pois o valor da ação crescerá a taxas ( $g$ ) muito maiores que os descontos ( $i$ ) para um prazo futuro.

“O mercado de ações não é um mecanismo de votação, mas um mecanismo de avaliação. Cada ação só pode valer o PV de seu fluxo de caixa” (Malkiel, 2021, p.109).

## Retorno sobre investimentos

Na maior parte dos investimentos, a pessoa ou a empresa gasta dinheiro hoje com a expectativa de ganhar mais ainda no futuro. O conceito de retorno oferece aos investidores uma forma conveniente de expressar o desempenho financeiro de um investimento.

O retorno sobre um investimento é medido como o total de ganhos ou prejuízos dos proprietários, decorrente de um investimento ao longo de determinado período.

O risco é a possibilidade de prejuízo financeiro, mas pode também ser explicado pela variabilidade de retornos associados a determinado ativo. O retorno exigido depende do risco do investimento: quanto maior for o risco, maior será o retorno exigido. “O risco do investimento nunca é claramente percebido, de modo que a taxa apropriada à qual o futuro deveria ser descontado nunca é a certa” (Malkiel, 2021, p. 109).

**Para fins de análise, as informações sobre retorno são sintetizadas em termos percentuais.**

Para ilustrar, suponhamos que uma pessoa compre 10 participações em ações por \$ 1.000. As ações não pagam dividendos, mas, no final do primeiro ano, essa pessoa vendeu as suas ações por \$ 1.100. Qual foi o retorno do investimento inicial de \$ 1.000?

A taxa de retorno de um investimento é calculada da seguinte forma:

$$\text{taxa de retorno} = \frac{\text{quantia recebida} - \text{quantia investida}}{\text{quantia investida}}$$

Onde:

$$\text{quantia recebida} - \text{quantia investida} = \text{retorno}.$$

Considerando os dados do nosso exemplo, temos:

$$\frac{\$ 100}{\$ 1.000} = \$ 0,10 = 10\%$$

O retorno em unidade monetária é a diferença entre o total recebido e a quantia investida. A taxa de retorno é a relação entre o retorno e a quantia investida. Sendo o retorno igual a \$ 100, e a quantia investida igual a \$ 1.000, o retorno é de 10%.

Se, no final do ano, essa pessoa tivesse vendido a ação por apenas \$ 900, o seu retorno, nessa moeda, teria sido de (−\$ 100). Considerando um retorno negativo de −10%, em que cada unidade monetária investida perde 10 centavos, o investimento original nem ao menos seria recuperado.

Embora a expressão dos retornos em unidade monetária seja fácil, surgem dois problemas:

- para realizar um julgamento correto a respeito do retorno, precisamos conhecer a escala (tamanho) do investimento – um retorno de \$ 100 em um investimento de \$ 100 é muito bom (assumindo que o investimento seja mantido por um ano), mas um retorno de \$ 100 em um investimento de \$ 10.000 é bastante baixo;
- também precisamos conhecer o tempo oportuno de ocorrência desse retorno – um retorno de \$ 100 sobre um investimento de \$ 100 é um retorno muito bom, caso ele ocorra após um ano, mas o mesmo retorno, nessa moeda, após 20 anos, não seria muito bom.

## Retornos, taxa de dividendo, taxa de ganho de capital

A **taxa de dividendo** é resultado do quociente entre o dividendo esperado e o preço corrente ( $D_1/PV_0$ ) ou da relação entre os dividendos recebidos e o preço inicial da ação.

Já a **taxa de ganho de capital** é a taxa de crescimento do valor do investimento ou a relação entre a variação de preço da ação e o preço inicial.

O **retorno total**, por sua vez, é representado pela taxa de dividendo + taxa de ganho de capital. Vejamos alguns exemplos:

1. Uma ação está sendo negociada a \$ 20,00. O próximo dividendo será de \$ 1,00 por ação. Estima-se que os dividendos crescerão a uma taxa de 10% a.a. Vamos calcular o retorno oferecido por essa ação.

$$\text{retorno total} = (1/20) + 10\% = 5\% + 10\% = 15\%.$$

2. Uma ação estava cotada, no início do ano, a \$ 45,00 e, no final do ano, a \$ 56,00. Os dividendos pagos por ação foram de \$ 15,00. Vamos calcular o retorno monetário total.

Taxa de dividendo:

$(D_1/PV_0) = \$15/\$45 = 33\%$ . Isso significa que, para cada \$ 100,00 aplicados, serão recebidos \$ 33,00 de dividendos.

Taxa de ganho de capital:

$(\$56 - 45)/\$45 = 24\%$ . Isso significa que, para cada \$ 1,00 aplicado, obtém-se um ganho de capital de 24%.

Retorno total:

$\text{taxa dividendo} + \text{taxa ganho de capital}$  ( $33\% + 24\% = 57\%$ ).

## Retornos médios, retorno livre de risco e prêmio por risco

**Retornos médios** se referem à média aritmética dos retornos totais de determinado período (n).

$$E(R) = \frac{\sum R}{n}$$

Os **retornos livres de risco** ( $R_f$ ), por sua vez, são retornos de títulos que têm a garantia do Governo, tais como títulos públicos e cadernetas de poupança. Essa taxa é utilizada como padrão de referência para ativos que têm risco zero.

Já o **prêmio por risco** ou retorno excedente representa o retorno adicional, que é a diferença entre o retorno dos ativos com altas taxas de risco, como ações ordinárias, e o retorno dos ativos livres de risco.

Na tabela a seguir, apresentamos o retorno médio e o prêmio por risco dos cinco diferentes ativos observados ao longo de 75 anos nos EUA, considerando que as letras do tesouro, consideradas ativos livres de risco ( $R_f$ ) tiveram um retorno médio de 3,7% para o período.

Tabela 25 – Retorno médio e prêmio por risco de ativos

investimento	retorno médio	prêmio por risco
ações de grandes empresas	12,2	8,5
ações de empresas menores	17,4	13,7
obrigações de empresas	5,7	2
obrigações do governo	5,2	1,5
letras do tesouro	3,7	0

Vejamos um exemplo:

$$\text{prêmio por risco} = \text{retorno esperado} (-) \text{retorno livre de risco}$$

- $\text{ações das grandes empresas}: 8,5\% = 12,2\% (-) 3,7\%;$
- $\text{ações das empresas menores}: 13,7\% = 17,4\% (-) 3,7\%.$

Nesse exemplo, o prêmio por risco das pequenas empresas é maior que o prêmio por risco das empresas maiores, diferença essa que ocorre em função do risco assumido pelo investidor ao investir em pequenas empresas.

Para realizar o estudo da variabilidade desses retornos ao longo do tempo, são utilizadas as séries históricas.

## Risco dos investimentos

O mercado de ações é o que se apresenta com maior risco. “As previsões são difíceis de fazer – particularmente aquelas sobre o futuro” (Goldwyn *apud* Malkiel, 2021, p. 124). Existem duas abordagens de avaliação de ações, dada a incerteza do futuro:

- **análise técnica** – a avaliação é realizada com base na interpretação de gráficos que representam o movimento das ações no passado, de modo a prever a direção das mudanças futuras;
- **análise fundamentalista** – a avaliação é realizada pelo valor apropriado (*valor real*) de uma ação, associado aos ativos da empresa e à taxa esperada dos lucros e dividendos, à taxa de juros e ao risco. Busca-se distinguir o valor real do preço atual de dada ação.

Vejamos os mecanismos utilizados para a avaliação:

a) Taxa de crescimento esperado:

Quanto maior for a taxa de crescimento, maior será a disposição do investidor para pagar pela ação. Caso a taxa de crescimento seja longa, maior ainda será o valor da ação.

b) Pagamento de dividendos esperado:

Quanto maiores forem os dividendos esperados, maior será o valor das ações. E quanto maior for o lucro retido, maior será o valor da ação.

c) Grau de risco:

Quanto menor for o risco de uma ação, maior será a qualidade da ação (*blue chip*), o que demonstra que se deve pagar mais pela ação. Quanto maior for o risco, maiores serão recompensas esperadas no futuro, logo hoje a ação deveria ter menor preço na esperança de valer mais no futuro.

Quanto maiores forem as oscilações, maiores serão os riscos.

d) Nível das taxas de juros do mercado:

Representada pelo custo de oportunidade. Quanto maior for a taxa de juros, mais o mercado perceberá as ações como uma alternativa estável e rentável. Quanto menores forem as taxas de juros, menor será a remuneração dos títulos, beneficiando o mercado de ações.

A seguir, estudaremos algumas medidas de risco.

## Medidas de risco: distribuição de frequência e variabilidade

Para os investidores, o risco está associado à possibilidade de não obter os retornos esperados. Sendo assim, a área financeira utiliza a distribuição de frequência e a variabilidade dos retornos para avaliar o risco de retornos em diferentes períodos. Os intervalos de tempo devem ser uniformes, independentemente do período a ser considerado, para que possamos avaliar a frequência dos valores de retorno no período estudado.

A frequência dos valores dos retornos por intervalos reflete o grau de concentração ou de dispersão dos retornos em torno de uma média. A medida da volatilidade dos retornos é feita pelo afastamento do retorno esperado de um ativo, em relação aos retornos médios dos ativos de mercado. As medidas mais utilizadas de volatilidade são: desvio-padrão e a variância.

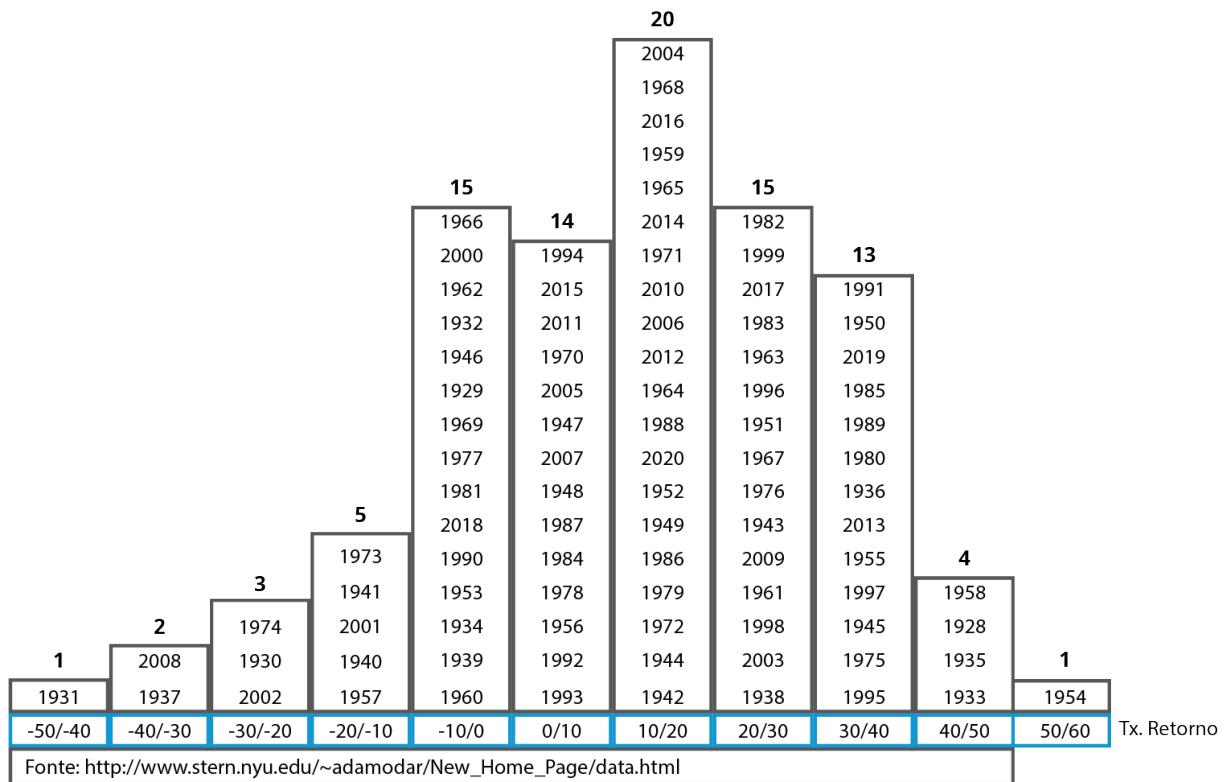
### Variância e desvio-padrão

A **variância** é uma medida de dispersão relativa utilizada na comparação entre os retornos efetivamente ocorridos e o retorno médio. Quanto maior for a variância, mais o retorno efetivo tende a afastar-se do retorno médio.

Já o **desvio-padrão** ( $\sigma$ ) é a medida do risco total. Indicador estatístico mais comum para analisar o risco de um ativo, ele avalia a dispersão em torno de uma média.

Como exemplo, no histograma a seguir, podemos observar a distribuição das frequências dos retornos das ações ordinárias de acordo com a S&P 500, considerando o retorno anual da carteira de ações dentro de cada um dos intervalos de 10% de retorno. Os retornos mais frequentes estão no intervalo entre 10 e 20%.

Figura 15 – Histograma dos retornos das ações americanas (1931-2020)



**Fonte:** Disponível em: [http://www.stern.nyu.edu/~adamodar/New\\_Home\\_Page/data.html](http://www.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/data.html). Acesso em: 20 maio 2024.

A partir dessas informações, é necessário medir a dispersão efetiva entre os retornos, ou seja, o quanto os retornos se desviaram de uma média. Desse modo, podemos saber o quanto volátil o retorno é. A variância e a sua raiz quadrada – o desvio-padrão – medem a volatilidade.

Quanto maior forem a variância e o desvio-padrão, mais dispersos serão os retornos e maiores serão os riscos.

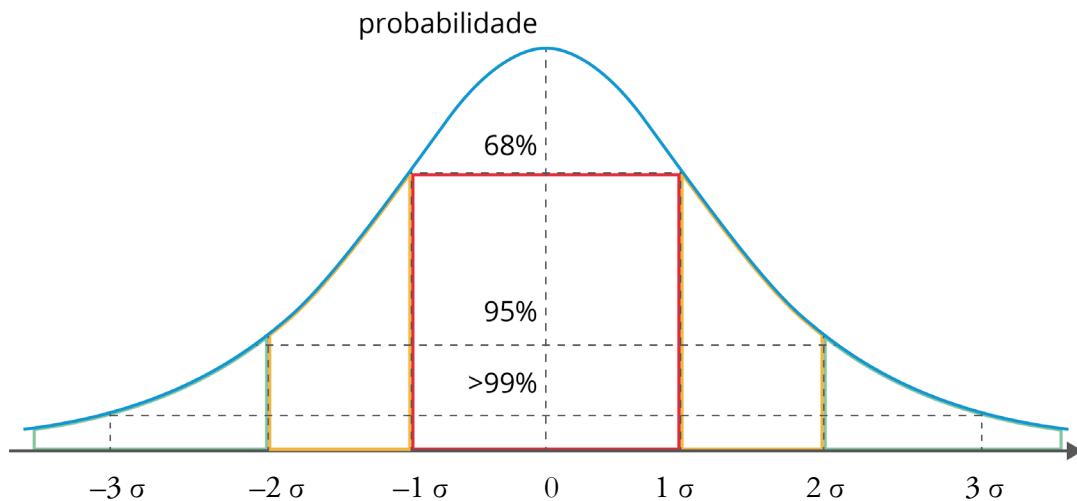
## Distribuição normal $\sigma$

Os retornos esperados são eventos aleatórios, o que significa que a sua ocorrência individual não obedece a regras ou padrões que permitam fazer previsões acertadas. Por exemplo, qual o retorno de uma ação no final de um ano? A estatística permite que, diante da imprevisibilidade do resultado de alguns eventos, possamos tirar algumas conclusões, caso tenhamos um conjunto de informações a respeito desses eventos que nos permitam identificar algum padrão.

Podemos perceber que alguns eventos se distanciam de uma média, mas a grande maioria tende a situar-se no entorno da média. Esses comportamentos próximos à média e distantes da média seguem determinado padrão, denominado distribuição normal.

A distribuição normal é representada pela curva conhecida como Curva de Gauss ou Curva do Sino (*Bell Curve*), como podemos observar na figura a seguir. O seu formato é simétrico em torno da média, representada pelo ponto mais alto da curva.

Figura 17 – Curva de Gauss – distribuição normal



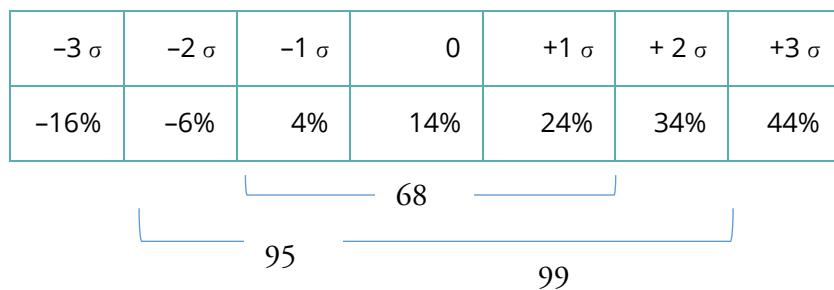
A distribuição normal pode ser descrita pela média e pelo desvio-padrão. De acordo com a distribuição normal, conforme pode ser observado na figura apresentada, há uma probabilidade de 68% de que os retornos futuros se situem em torno da média (indicada pela posição do ponto mais alto da curva), dado  $1\sigma$  (1 DP).

Vamos supor que um conjunto de ações apresentou um retorno médio de 14% e um desvio-padrão de 10%.

Nesse caso, temos:

- 68% dos possíveis resultados estarão no intervalo entre a média e  $+/- 1\sigma$  (1 DP), ou seja, entre 4% e 24% ( $14\% - 10\% = 4\%$  e  $14\% + 10\% = 24\%$ );
- 95% dos possíveis resultados ocorrerão entre  $+/- 2\sigma$  (2 DP), em relação à média, ou seja, entre -6% e 24%, já com uma amplitude muito larga;
- 99% dos resultados estarão entre  $+/- 3\sigma$  (3 DP), ou seja, entre -16% e 44%.

Em resumo, para esse exemplo, temos:



## Retornos esperados e não esperados

O retorno de qualquer ação no mercado é formado por duas partes:

a) Retorno esperado:

Parte do retorno que os investidores têm a expectativa de receber e cuja previsibilidade é, de certa forma, possível.

Esse tipo de retorno depende das informações que os investidores têm a respeito da ação, da situação da empresa e dos fatores que o mercado analisa, que poderão afetar a ação no futuro. É mais previsível e calculável.

b) Retorno não esperado (incerto):

Ocorre a partir de informações inesperadas.

c) Retorno total

$$\text{retorno total} = \text{retorno esperado} + \text{retorno não esperado}$$

Esses retornos estão associados às análises de risco sistemático e não sistemático, diversificado e não diversificado, apresentadas a seguir.

## Avaliação de risco

A Teoria Moderna do Portfólio (TMP) está baseada no princípio da diversificação, utilizada pelos investidores racionais para otimizar as suas carteiras de investimento e precificar um ativo arriscado, com foco na redução de risco. A premissa é a de que todos os investidores:

- são avessos ao risco;
- desejam altos retornos e resultados garantidos.

A TMP informa aos investidores como melhor combinar ações no seu portfólio.

Os riscos que afetam o sistema econômico como um todo são chamados de riscos sistemáticos. Já os riscos que podem ser minimizados a partir de acréscimos de ativos (até um limite) são chamados de riscos diversificáveis, como veremos no próximo tópico.

## Riscos sistemáticos e não sistemáticos

O verdadeiro risco de investimento é a parte não antecipada do retorno, que resulta de surpresas. Se não houvesse surpresas e se o que esperássemos receber fosse o efetivamente recebido, teríamos um investimento livre de risco.

Existem dois tipos de risco associados a ativos individuais: os sistemáticos e os não sistemáticos.

Em um mercado globalizado, a gestão de riscos em empresas é de fundamental importância, dada a velocidade das informações e o impacto que acarretam sobre o resultado das empresas. Esses são os riscos sistemáticos.

Já os riscos não sistemáticos são aqueles que afetam um número muito pequeno de empresas e que podem ser neutralizados por meio da diversificação.

Existe uma recompensa pelo risco assumido. Essa recompensa é denominada prêmio de risco. Quanto maior for o risco assumido, maiores serão os prêmios de risco.

Vejamos, com mais detalhes, cada um dos tipos de risco:

a) Risco sistemático ( $m$ ):

Advém do fator surpresa que afeta um grande número de ativos. É também denominado **risco de mercado**, uma vez que afeta o mercado como um todo.

Constituem exemplos de riscos sistemáticos as incertezas sobre as condições econômicas gerais, tais como: PIB, taxa de juros e taxas de inflação.

A seguir, apresentamos alguns fatores que impactam o prêmio de risco de um país:

- *riscos políticos;*
- *repúdio de contratos por governos;*
- *falhas no planejamento econômico;*
- *liderança política e frequência de mudança;*
- *confílio externo;*
- *experiência em comércio exterior;*
- *corrupção no governo;*
- *militarização na política;*
- *religião envolvida com política;*
- *falta de tradição da lei e da ordem;*
- *mudanças inesperadas na inflação;*
- *tensões raciais;*

- guerra civil e serviços;
- dificuldades de burocracia;
- sistema legal pouco desenvolvido;
- terrorismo político;
- mudanças na legislação tributária com relação aos investimentos (expropriação) e repatriação de partes dos lucros.
  
- riscos financeiros:
- volatilidade da moeda e problemas de conversão;
- inadimplência ou reestruturação favorável de empréstimos;
- atraso no pagamento de créditos de fornecedores;
- experiência no comércio exterior.
  
- riscos econômicos:
- volatilidade da economia;
- mudanças inesperadas na inflação;
- relação entre dívida e exportações de bens;
- relação da balança comercial do país e a operação da empresa com a exportação de bens e serviços;
- taxas de câmbio e mercado;
- questões trabalhistas.

b) Risco não sistemático ( $\epsilon$ ):

É um risco que afeta um pequeno número de empresas e pode ser neutralizado com a diversificação de ativos. Muitas vezes, é chamado de **risco específico**.

Por exemplo, o anúncio da destituição de um presidente da companhia só interessará à própria companhia e talvez ao setor; logo tem uma amplitude mais limitada, mais específica.

c) Retorno total

$$\text{retorno total} = \text{retorno esperado} (+) \text{parcela sistemática} (+) \text{parcela não-sistemática}$$

$$\text{retorno total} = \text{retorno esperado} (+) \text{risco de mercado} (+) \text{risco específico}$$

$$\text{retorno esperado} = \text{retorno do ativo livre de risco}$$

O retorno esperado é previsível e, portanto, livre de risco.

## Risco diversificado e risco da carteira

O risco geral do portfólio é reduzido pelo acréscimo de ativos (diversificação de ativos) até dado limite. O risco tem recompensas que são expressas pelo maior retorno.

Risco é a chance de que os retornos esperados não se concretizem. É um conceito evasivo e fugidio. Somente o risco determina o grau em que os retornos estão, se acima ou abaixo da média.

William Sharpe (1964), John Lintner (1965) e Fischer Black (1972), na busca de ferramentas que permitissem melhor avaliar o risco dos ativos e identificar o risco que poderia ser eliminado pela diversificação, desenvolveram o modelo de precificação de ativos CAPM, amplamente utilizado na estimativa de custo de capital de empresas e na avaliação de carteiras (Fama; French, 2007).

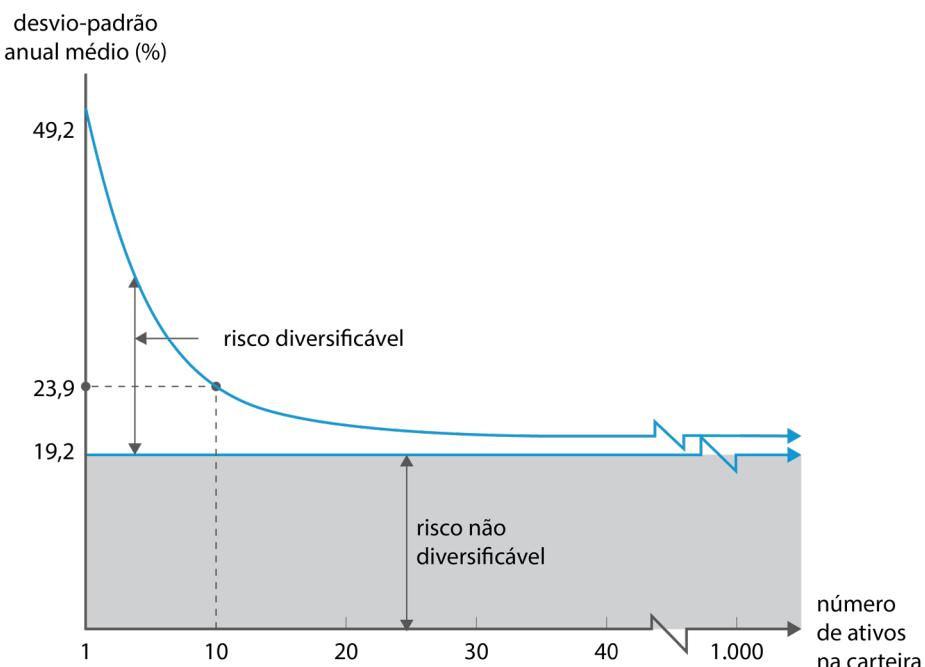
Em 1990, William Sharpe foi agraciado com o Prêmio Nobel.

## Princípios da diversificação

Com relação à quantidade de ativos em uma carteira, podemos ter o risco diversificável e o não diversificável.

Como podemos observar no gráfico a seguir, à medida que a quantidade de ativos (títulos) aumenta, o risco diminui (risco diversificável). O maior risco está concentrado em uma carteira com até 10 ativos e, a partir daí, o acréscimo na quantidade de ativos não gera benefícios significativos de redução de risco (risco não diversificável).

Figura 18 – Risco diversificável e não diversificável



**Fonte:** Ross, Westerfield e Jordan (2000).

No **risco diversificável**, uma parte do risco, associada a ativos individuais, pode ser eliminada por meio da ampliação dos ativos na carteira. O processo de ampliação dos ativos para investimentos é denominado diversificação.

O princípio de diversificação explica que a quantidade de aplicações por muitos ativos elimina parte do risco. Toda a área de risco diversificável, na figura apresentada, fica acima dos 19,2%.

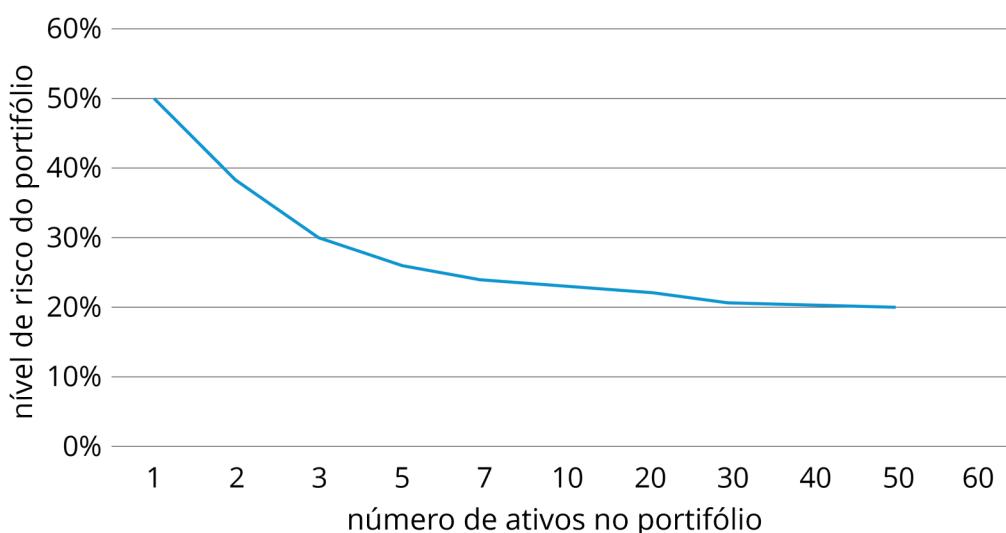
O **risco não diversificável**, por sua vez, é o risco que **não pode ser eliminado** com a uma maior quantidade de ativos. Cada ativo adicional não reduz o risco da carteira.

*Os riscos sistemáticos e não diversificáveis são objetos de análise. Para esses riscos há uma remuneração extra (prêmio).*

O risco não sistemático, que atua somente sobre alguns ativos, e o risco diversificável, que pode ser minimizado com a diversificação de ativos, não constituem preocupações por parte dos gestores. Não há remuneração extra para esses ativos.

O desvio-padrão, como vimos, é uma medida de risco. O gráfico a seguir apresenta a média dos desvios-padrão do retorno anual de carteiras de ações. Quanto menor for a quantidade de ativos em uma carteira, maior será o desvio-padrão (risco). Por exemplo, um único ativo tem um risco de 50%. À medida que são incorporados novos ativos nas carteiras, o desvio-padrão (risco) vai sendo reduzido e estabiliza a partir de determinado número de ativos.

Figura 19 – Comportamento do risco em função da diversificação de ativos



**Fonte:** Disponível em: <https://www.dailymotion.com/education/understanding-the-stock-market/portfolio-diversification.html>.  
Acesso em: 20 maio 2024

De acordo com o artigo *SPDR S&P 500 (SPY): historical returns* (2021), nos 10 últimos anos, o retorno médio anual das 500 maiores empresas foi de 16,45%, com um desvio-padrão de 12,99%. Nos últimos 25 anos, o retorno médio da carteira das maiores empresas situou-se em 9,67%, com desvio-padrão de 15,22%. Podemos observar que, nos últimos 25 anos, a carteira oferecia um maior risco (15,22%) e retornos menores quando comparada à dos últimos 10 anos, com retornos maiores (16,45%) e menores risco.

## Coeficiente beta ( $\beta$ ): mensuração do risco sistemático

O risco sistemático é determinante para o retorno esperado do ativo. O coeficiente beta ( $\beta$ ) é a medida que avalia o nível de risco sistemático, ou seja, indica quanto risco sistemático o ativo possui em relação a um ativo médio. O  $\beta$  é calculado pela comparação entre os movimentos de uma ação individual (ou portfólio) e os movimentos do mercado como um todo.

A volatilidade ou a sensibilidade aos movimentos de mercado pode ser estimado com base no histórico do  $\beta$ .

- *um ativo médio tem um nível de risco sistemático  $\beta = 1$ , e o retorno será o de mercado  $R_M$ ;*
- *um ativo livre de risco  $R_f$  tem um  $\beta = 0$ ;*
- *um ativo com  $\beta < 1$  é mais defensivo. Um  $\beta = 0,5$  tem metade do risco sistemático de um ativo médio;*
- *um ativo com  $\beta > 1$  é mais agressivo. Um  $\beta = 2$  tem o dobro de risco de um ativo médio.*

Por exemplo, consideremos dois títulos (A e B), cujos dados são apresentados a seguir:

títulos	desvio-padrão	beta
A	35%	0,5
B	23%	1,5

$$\text{risco total} = \text{risco sistemático} + \text{risco não sistemático}$$

O título A tem maior risco total (35%) em relação ao título B, mas o seu risco sistemático é a metade da média do mercado (0,5), logo o risco não sistemático deve ser maior.

O título B, por sua vez, possui menor risco total (23%) em relação ao título A, além de um risco sistemático bastante alto, devendo ter o maior retorno esperado.

## Cálculo do beta de uma carteira

O cálculo do beta de uma carteira é realizado considerando a participação dos ativos nas carteiras, ponderado pelos betas de cada um dos ativos.

Por exemplo, consideremos uma carteira composta dos títulos A (60% da carteira) e B (40% da carteira). Qual é o beta da carteira  $\beta_p$ ?

$$\beta_p = 0,60 \times 0,5 + 0,40 \times 1,5 = 0,90.$$

O resultado de  $\beta_p$  significa que a carteira possui um risco menor que o risco médio dos ativos do mercado ( $\beta = 1$ ).

Em resumo:

1. risco total = risco sistemático + risco não sistemático.  
O risco não sistemático **pode ser eliminado** por meio de um processo de diversificação → esse risco pode ser eliminado a custo zero (0) → não há recompensa por assumi-lo → o mercado não remunera riscos assumidos desnecessariamente. Também denominado risco específico.
2. O risco sistemático **não pode ser eliminado** por meio de um processo de diversificação → o retorno esperado de um ativo depende apenas do risco sistemático desse ativo. Também denominado risco de mercado.
3. Existe uma recompensa quando se assume risco.

No modelo tradicional, o retorno de um título estava relacionado ao risco a ele inerente. Sendo assim, esse retorno variava de acordo com a variância e o desvio-padrão dos retornos que produzia.

Atualmente, segundo o Modelo de Precificação de Ativos Financeiros, o risco total de cada ativo individual é irrelevante. Somente o componente sistemático conta para as recompensas extras. Retornos maiores aos maiores  $\beta$ . No CAPM, para obter uma taxa de retorno média maior, deve-se aumentar o  $\beta$  do portfólio. Quanto maior o  $\beta$ , maiores riscos.

A estimativa do  $\beta$  pode ser encontrada nas corretoras ou nas empresas de consultoria financeira, por exemplo. No entanto, medir o  $\beta$  com precisão é praticamente impossível, uma vez que o mercado tem diferentes betas em função de medidas dos títulos de dívidas, *commodities*, diferentes ativos e diferente capital humano.

## *Capital asset pricing model (CAPM) e linha de mercado de títulos (SML)*

Para o cálculo da remuneração do risco pelo mercado, são consideradas as seguintes variáveis (considere um ativo A):

- $E(R_A)$ : *retorno esperado do ativo A*;
- $\beta_A$ : *medida do risco sistemático do ativo A*;
- $R_F$ : *taxa de retorno do ativo livre de risco*.

O ativo livre de risco, por definição, não possui risco, nem sistemático, nem não sistemático, o que implica que o seu  $\beta$  será sempre igual a zero.

Por exemplo, consideremos uma carteira composta de dois ativos: ativo Y e ativo livre de risco, com a seguinte composição: 20% do ativo Y e (1 - 20%) do ativo livre de risco. A carteira possui um risco sistemático  $\beta_Y = 1,5$ . Vamos calcular o retorno esperado da carteira e o  $\beta_p$  da carteira:

Dados:

- $E(R_Y) = 15\%$ ;
- $\beta_Y = 1,5$ ;
- $R_F = 7\%$ .

Carteira (100%): 20% do Ativo Y + (1 - 20%)  $R_F$

Retorno esperado da carteira  $E(R_p)$ :

$$\begin{aligned} E(R_p) &= [0,20 \times E(R_Y)] + [(1 - 20\%) \times R_F] \rightarrow \\ E(R_p) &= (0,20 \times 0,15) + (0,80 \times 0,07) \rightarrow E(R_p) = 8,60\%. \end{aligned}$$

Beta da carteira  $\beta_p$ :

$$\begin{aligned} \beta_p &= [0,20 \times \beta_Y] + [0,80 \times 0] = [1,5 \times 0,2] + [0] = \\ \beta_p &= 0,30. \end{aligned}$$

## *Capital Asset Pricing Model (CAPM) – Modelo de Precificação de Ativos*

O modelo CAPM é um modelo utilizado para determinar o retorno esperado de determinado ativo.

O retorno esperado depende de três variáveis:

- $E(R_p)$ : *retorno esperado de um dado ativo*;
- $\beta_p$ : *medida do risco sistemático de um ativo, relativamente a um ativo médio*;
- $R_F$ : *taxa de retorno do ativo livre de risco (títulos do governo, caderneta de poupança), onde  $\beta = 0$* .

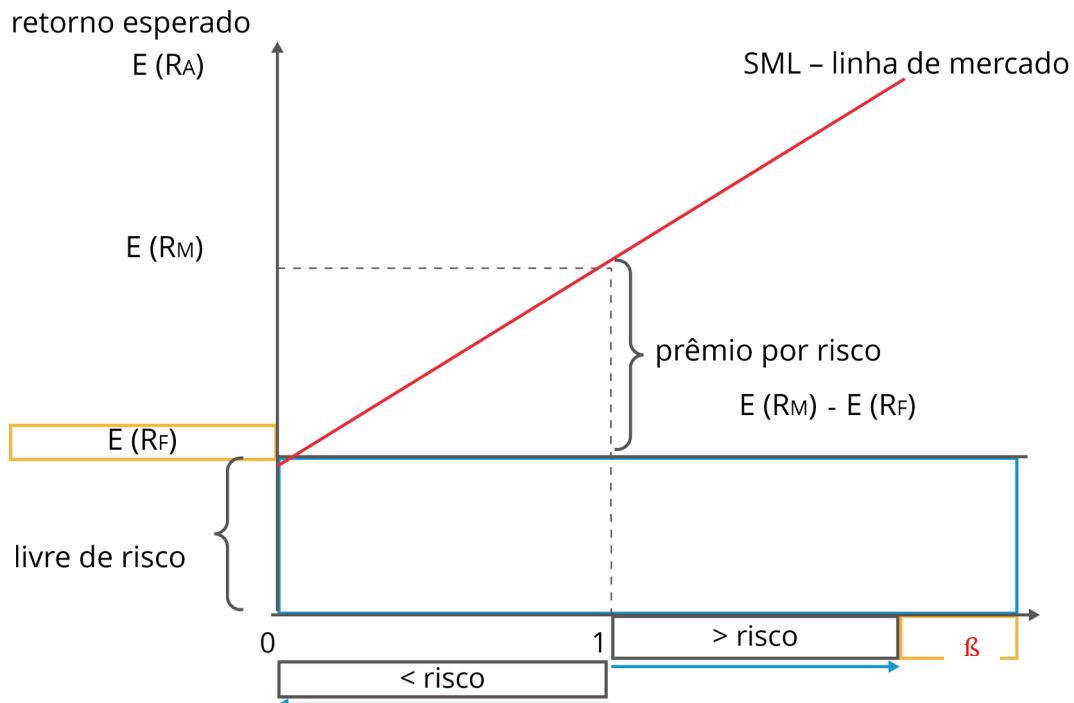
O retorno médio dos ativos do mercado ( $R_M$ ) é o retorno de uma carteira de mercado, onde  $\beta_M = 1$ .

A recompensa (prêmio por risco da carteira de mercado) por ter assumido o risco sistemático é representada pela diferença entre o retorno médio do mercado e o retorno do ativo livre de risco, representado por:  $R_M - R_f$ . Essa diferença se refere ao prêmio recebido pelo investidor por ter arriscado mais do que em ativo livre de risco, cujo  $\beta = 0$ .

$$E(R_p) = R_f + [R_M - R_f] \times \beta_p$$

Todos os ativos existentes no mercado devem estar na *Security Market Line* (SML – Linha de Mercado de Títulos). No retorno de mercado ( $R_M$ ), medido pelo Ibovespa, o nível de risco sistemático é  $\beta_M = 1$ .

Figura 20 – Modelo de precificação de ativos



## Quociente recompensa/risco

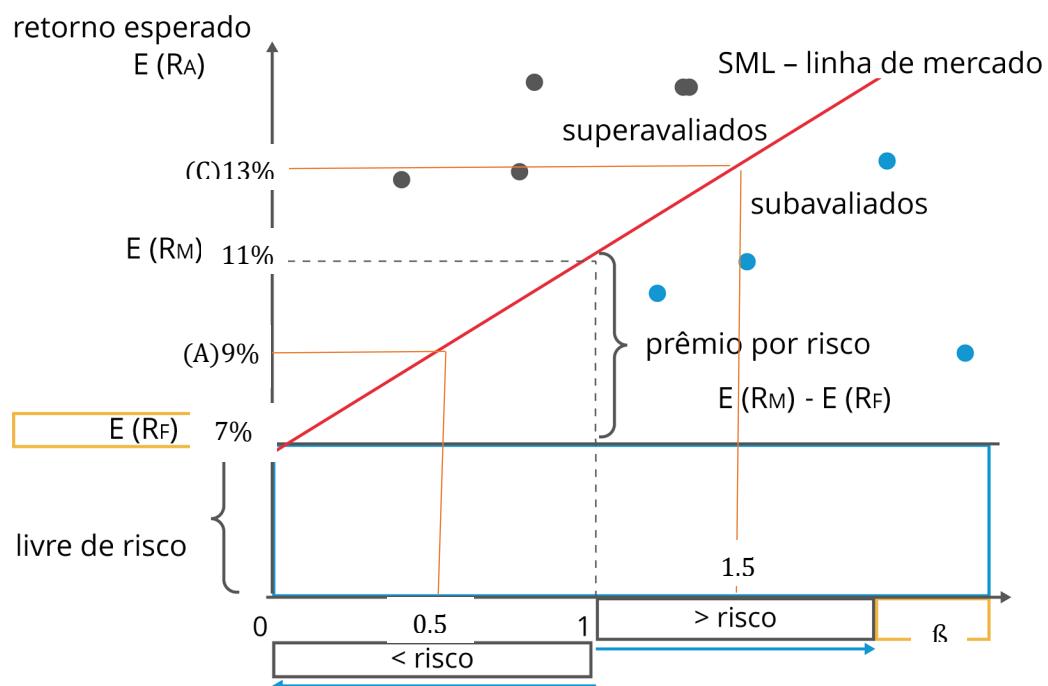
O quociente recompensa/risco reflete o percentual de prêmio por risco por unidade de risco sistemático. Graficamente, é dado pela inclinação de uma reta.

$$\text{recompensa/risco} = \text{inclinação da SML} = \frac{\text{prêmio por risco}}{\beta_M} = \frac{[R_M - R_F]}{\beta_M}$$

Todos os ativos precisam ter a mesma relação (coeficiente) entre recompensa e risco, balizado pela SML.

Vejamos o gráfico a seguir:

Figura 21 – Linha de mercado de títulos



No gráfico apresentado, temos:

- $E(R_p)$ : retorno esperado do ativo na SML em função do  $\beta_p$  do ativo;
- se  $\beta_p = 0,5$  – o retorno é igual a 9 % (A);
- se  $\beta_p = 1,5$  – o retorno é igual a 13 % (C);
- C: se um ativo estiver com um valor superior à SML, significa que àquele nível de risco  $\beta_p = 1,5$ , o retorno do ativo deveria ser de 13%, e não de 14 %, como aparece no gráfico. Sendo assim, há uma tendência de o ativo ter uma redução no seu retorno, sendo atraído para a média dos ativos (SML);

- $R_F$ : possui  $\beta = 0$ , e o retorno é igual a 7%;
- $R_M$ : possui  $\beta_M = 1$  com retorno igual a 11% ( $B = R_M$ );
- $[R_M - R_F]$ : é o prêmio risco de mercado de  $11\% - 7\% = 4\%$ , no  $\beta_M = 1$ ;
- o coeficiente recompensa risco:  $[R_M - R_F] / \beta_p \rightarrow 4\% / 1 = 4\%$ , ou seja, há um prêmio de 4% para cada unidade de risco sistemático;
- ativos superavaliados: retorno mais alto que SML  $\rightarrow$  leva os indivíduos a venderem o título cuja venda conduz a uma redução no preço do ativo, corrigindo o seu retorno para a SML;
- ativos subavaliados: retorno mais baixo que a SML  $\rightarrow$  leva os indivíduos a uma expectativa de ganho, compram ativos, e o preço aumenta, corrigindo o seu retorno para a SML.

Vejamos, agora, um exemplo:

Determinado ativo A tem  $R_A = 20\%$ , sendo o  $\beta = 1,6$  e  $R_F = 8\%$ . Calcule o retorno de um ativo C, sabendo que seu  $\beta = 0,8$ .

Resolução:

- cálculo do coeficiente recompensa risco = prêmio /  $\beta = (20\% - 8\%) / 1.6 = 7,5\%$ ;
- considerando um  $\beta = 0,8$  e o coeficiente recompensa/risco de 7,5, tem-se que o [prêmio]  $\times \beta$  será de:  $7,5 \times 0,8 = 6\%$ ;
- cálculo do retorno do ativo C:  $R_C = 8\% + 6\%$ , logo  $R_C = 14\%$ .

## Custo de capital

O custo de capital associado a um investimento depende do seu risco.

A remuneração desejada pelo investidor deve corresponder, minimamente, ao custo do capital. O retorno exigido corresponde à remuneração desejada pelo investidor sobre um investimento realizado e será utilizado no cálculo para a avaliação de projetos (TMA).

Em uma avaliação de um projeto livre de risco, devemos utilizar a taxa definida para os investimentos livres de risco ao descontarmos o fluxo de caixa do projeto.

## Custo médio ponderado de capital (Wacc)

O custo médio ponderado de capital dependerá da estrutura de capital da empresa. Como vimos, o valor de uma empresa (V) é definido pelo somatório entre capital próprio (E), capital de terceiros (D) e ações preferenciais (P).

$$V = E + D + P$$

Quando não existirem projetos a serem realizados, o Wacc será utilizado pelas empresas para avaliar o seu custo de capital. O custo de capital será sempre comparável com:

- *o retorno total que a empresa deve obter sobre os seus ativos para manter o valor das suas ações;*
- *o retorno exigido pela empresa para qualquer investimento que possui os mesmos riscos que as operações existentes em dada estrutura de capital;*
- *a taxa de desconto a ser utilizada em um projeto de expansão das operações existentes.*

O cálculo do Wacc é realizado pela média ponderada de cada uma das parcelas da estrutura de capital pelos seus respectivos custos de capital. Os valores considerados para a estrutura de capital devem ser os valores a preços de mercado, e não contábeis.

$$Wacc = [E/V \times R_E] + [P/V \times R_P] + [D/V \times R_D] \times (1 - T_c)$$

Onde:

$E/V$  = percentual de capital próprio em relação ao valor da empresa ( $V$ );

$R_E$  = custo do capital próprio;

$D/V$  = o percentual de capital de terceiros em relação ao valor da empresa ( $V$ );

$R_D$  = custo do capital de terceiros;

$P/V$  = o percentual de capital de ações preferenciais em relação ao valor da empresa ( $V$ );

$R_P$  = custo do capital das ações preferenciais;

$T_c$  = percentual do imposto.

O valor de mercado do capital próprio ( $E$ ) é o produto do  $n^0$  de ações existentes pelo preço corrente de cada ação.

Já o valor de mercado do capital de terceiros ( $D$ ) é o produto do preço de mercado de cada obrigação da empresa pelo número de obrigações existentes daquela modalidade. No caso de existir mais de uma obrigação, para o cálculo do Wacc, deverá ser considerada a proporção de cada tipo de obrigação com o seu respectivo custo.

## Cálculo de $R_E$ , $R_D$ e $R_P$

Para determinarmos o retorno exigido pelos investidores em ações de uma empresa, podemos utilizar diferentes enfoques:

a) Cálculo do  $R_E$ :

Poderá ser calculado da seguinte forma:

- (a) modelo de crescimento de dividendos;
- (b) linha de mercado de títulos – SML,  $\beta$ .

b) Cálculo do  $R_D$ :

O custo de capital de terceiros é a taxa de retorno (taxa de juros) que os credores exigem para emprestar novos recursos à empresa. Essas taxas de juros podem ser observadas no mercado financeiro.

No caso de as empresas possuírem obrigações no mercado, calcula-se o custo desses financiamentos.

Não há necessidade de estimar o beta para o cálculo do custo de capital de terceiros.

Para calcularmos custo do capital de terceiros, devemos levar em consideração os benefícios fiscais advindos do pagamento de juros. Quanto maior for a parcela de juros, menor será a parcela do lucro a ser oferecida ao IR. Sendo assim, a redução do valor do IR pago retornará para a empresa sob a forma de benefícios fiscais. Desse modo, a taxa efetiva de  $R_D$  será:

$$R_D \times (l - T_c)$$

Por exemplo, suponhamos que uma empresa tenha feito um empréstimo de \$ 1.000.000, a juros de 9% a.a., e que a alíquota de IR seja de 34 %. Qual é a taxa de juros efetiva desse empréstimo após o IR? Vejamos:

- $juros = \$ 1.000.000 \times 0,9 = 90.000$  (dedutíveis do IR);
- os juros deduzem o IR em 34% de 90.000 = 30.600;
- os juros efetivamente pagos serão a diferença entre juros (-) parcela de IR:  $\$ 90.000 - 30.600 = 59.400$ .

A taxa de juros efetiva será de  $\$ 59.400 / 1.000.000 = 5,94\%$ .

Ou de  $R_D \times (1 - T_c) =$  taxa efetiva  $\rightarrow 9\% \times (1 - 0,34) = 5,94\%$ .

c) Cálculo do  $R_P$ :

As ações preferenciais preveem um pagamento de dividendos fixos por período indefinido, ou seja, ocorre a chamada perpetuidade. Nesse caso, o cálculo é realizado da seguinte forma:

$$R_P = \frac{D}{PV_0}$$

Onde:

$D$  = dividendo fixo;

$PV_0$  = preço corrente da ação preferencial.

Por exemplo, consideremos que uma empresa tem 1,4 milhões em ações. Atualmente, o preço de mercado de cada ação é de \$ 20,00. As obrigações publicamente negociadas estão cotadas a 93% do valor de face. O valor total de face é de \$ 5.000.000,00, e as obrigações são cotadas a uma taxa de 11%. A taxa livre de risco é de 8%, e o prêmio por risco da carteira de mercado é igual a 7%. O beta da ação está estimado em 0,74, e a alíquota de IR é igual a 34%. Qual é o Wacc dessa empresa?

Vejamos:

Custo de capital próprio:

$$R_E = R_f + [R_M - R_f] \times \beta = 8\% + [7\%] \times 0,74 = 13,18\%.$$

Valor total do capital próprio:

- $Qtde.\ de\ ações \times preço\ da\ ação \rightarrow \$ 28\ milhões = 1,4\ milhões \times 20.$

Custo do capital de terceiros antes do IR:

- 11% (*retorno das obrigações negociadas*).

Valor de mercado das obrigações:

- 93% do valor de face  $\times 5 = \$ 4,65\ milhões.$

Valor combinado de capital próprio e de terceiros:

- $28 + 4,65 = \$ 32,65\ milhões;$
- % capital próprio:  $28 / 32,65 = 85,76\%;$
- % capital de terceiros:  $4,65 / 32,65 = 14,24\%.$

$$Wacc = [0,8576 \times 13,18\%] + [0,1424 \times 11\%] \times (1 - 0,34) = 12,34\%.$$

O custo médio ponderado de capital da empresa em questão é, portanto, de 12,34%.

O Wacc só é apropriado para ser utilizado como taxa de desconto para avaliar fluxos de caixa futuros quando o investimento proposto tem risco semelhante ao risco das atividades existentes na empresa. Por exemplo, uma pizzaria em um novo local. Quando os investimentos tiverem riscos diferentes dos riscos da empresa como um todo, o Wacc não será um bom indicador.

# BIBLIOGRAFIA

- BERNSTEIN, Peter. *Desafio dos deuses*. Rio de Janeiro: Alta Books, 2019.
- CURY, Marcus Vinicius et al. *Finanças corporativas*. 12. ed. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2018.
- COLLIN, P.; COLLIN, P. H. *Dictionary Banking and Finance*. 3. ed. [s. l.]: Bloomsbury Publishing 2005.
- DAMODARAN, Aswath. *Narrative and numbers: the value of stories in business*. New York: Columbia Business School Publishing, 2017.
- FAMA, E.; FRENCH, K. O modelo de precificação de ativos de capital: teoria e evidências. *Revista de Administração de Empresas*, v. 27, n. 2, 2007.
- FREITAS JR., Osmar. A economia no divã – Daniel Kahneman. *Revista IstoÉ*, 13 ago. 2003. Disponível em: [https://istoe.com.br/13043\\_A+ECONOMIA+NO+DIVA+/](https://istoe.com.br/13043_A+ECONOMIA+NO+DIVA+/). Acesso em: 28 maio 2024.
- GITMAN, Lawrence. *Princípios de administração financeira*. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2012.
- HOUSEL, Morgan. *A psicologia Financeira*. 1.ed. Rio de Janeiro: Harper Collins Brasil, 2021.
- KABAT, Geoffrey. Michael Lewis' new book carries an essential message for our time. *Forbes*, 7 jan. 2017. Disponível em: <https://www.forbes.com/sites/geoffreykabat/2017/01/07/michael-lewis-new-book-carries-an-essential-message-for-our-time/?sh=6911bde23801>. Acesso em: 28 maio 2024.
- KAHNEMAN, Daniel. *Rápido e Devagar, duas formas de pensar*. Rio de Janeiro: Objetiva, 2012.
- LACHTERMACHER, Gerson et al. *Matemática financeira*. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2018.
- MALKIEL, Burton G. *Um passeio aleatório por Wall Street*. 1. ed. Rio de Janeiro, Sextante, 2021.
- O QUE são títulos privados de renda fixa e como investir. *BTG Pactual digital*, 1 set. 2017. Disponível em: <https://www.btgactualdigital.com/como-investir/artigos/investimentos/titulos-privados>. Acesso em: 20 maio 2024.
- PUCCINI, Abelardo de Lima. *Matemática financeira objetiva e aplicada*. 10. ed. São Paulo: Saraiva Uni, 2017.

ROSS, Westerfield Jordan. *Princípios de administração financeira*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

SAMANEZ, Carlos Patrício. *Matemática financeira*. 2. ed. São Paulo: Makron Books, 1999.

ZENTGRAF, Roberto. *Matemática financeira objetiva*. Rio de Janeiro: ZTG, 1997.

# PROFESSORA-AUTORA

## Ana Tereza Schlaepfer Spinola

### Formação acadêmica

- *Doutoranda da École Supérieure de Commerce de Rennes – Rennes School of Business (França).*
- *Mestra em Administração pela Fundação Getulio Vargas (FGV).*
- *Pós-graduada em Pesquisa Operacional pela Coppe-UFRJ.*
- *Pós-graduada em Finanças Corporativas pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio).*



### Experiências profissionais

- *Professora de Finanças Corporativas, Matemática Financeira, Análise de Investimentos e Negociação nos cursos de pós-graduação lato sensu do FGV Management e em cursos em Universidades Corporativas.*
- *Coordenadora executiva da Pró-Reitoria de Ensino, Pesquisa e Pós-graduação da FGV.*
- *Possui experiência em estudos de viabilidade econômico-financeira de projetos em empresas de consultoria.*







Siga as nossas redes sociais!

