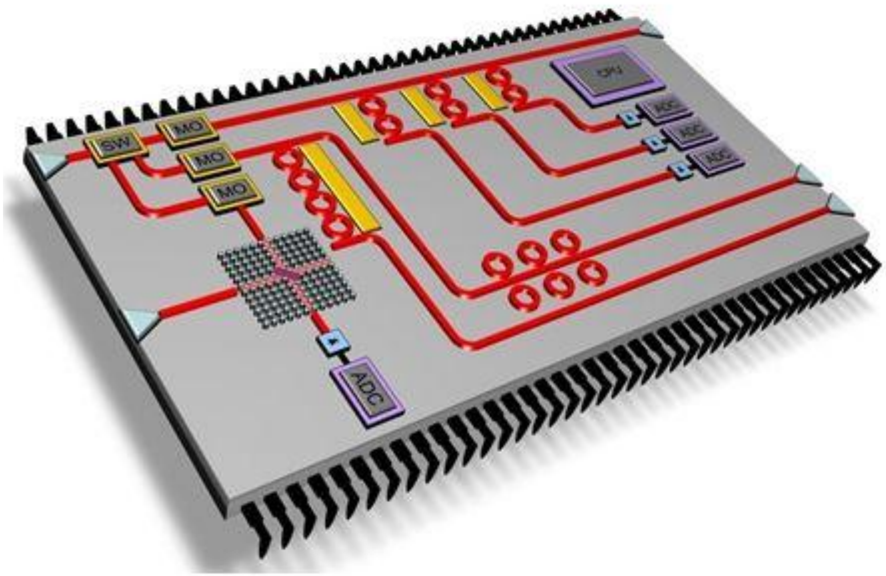
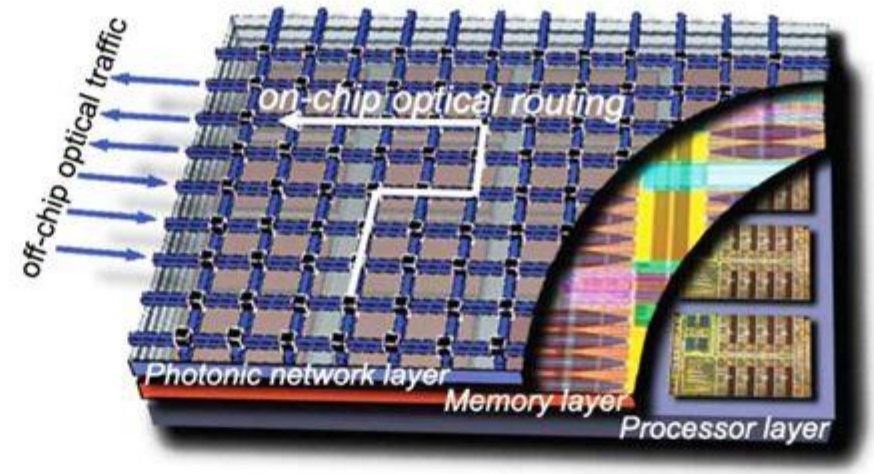
Fotônica Computacional



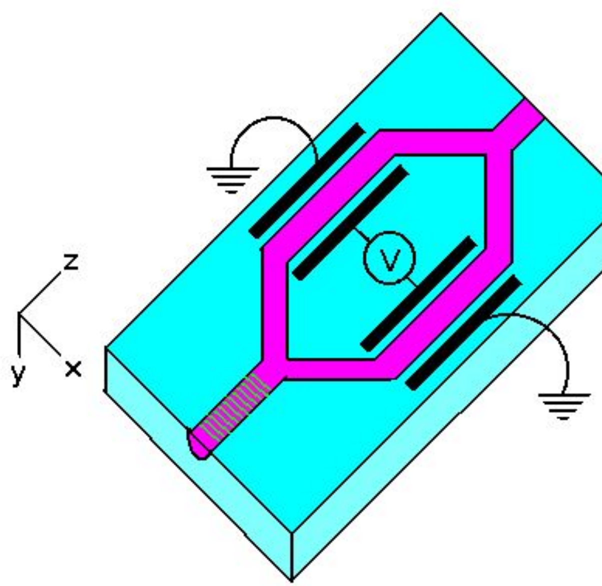


Fotônica Computacional

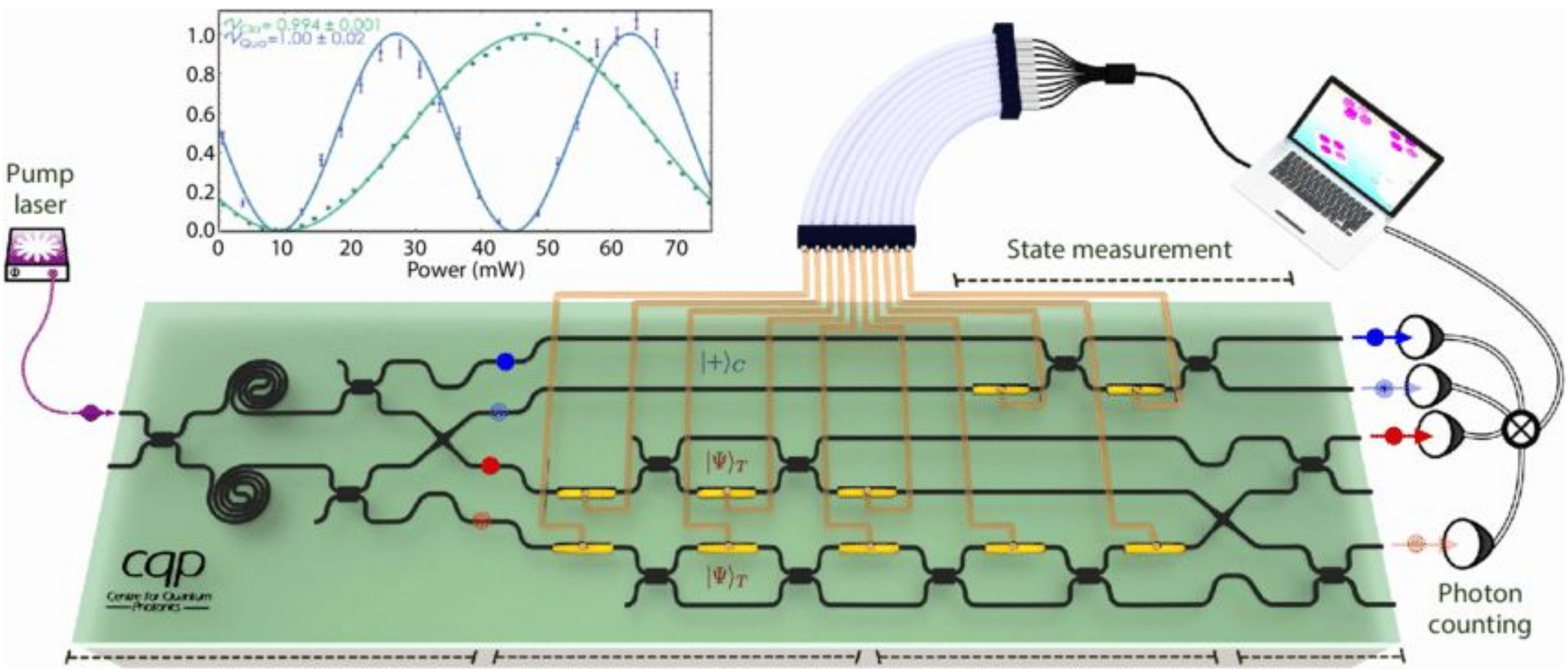
- Fotônica é a ciência da geração, emissão, transmissão, modulação, processamento, amplificação e detecção da luz.
- Fotônica computacional é uma área de conhecimento que usa técnicas computacionais para projetar e simular dispositivos fotônicos.
- A ótica integrada é uma tecnologia altamente dependente da Fotônica computacional em razão da miniaturização dos guias de ondas e componentes

Fotônica Computacional

- guias canais permitem inserir, numa mesma pastilha, vários dispositivos que realizam funções diferentes (moduladores, acopladores, chaves, amplificadores) diminuindo peso, potência dissipada, custo...



Fotônica Computacional



- Necessidade de projetar o guia e saber **<u>quais</u>** modos se propagam (analise modal)

- Necessidade de saber **<u>como</u>** estes modos se propagam (BPM – beam propagation method)

Optica Integrada é uma evolução da óptica discreta

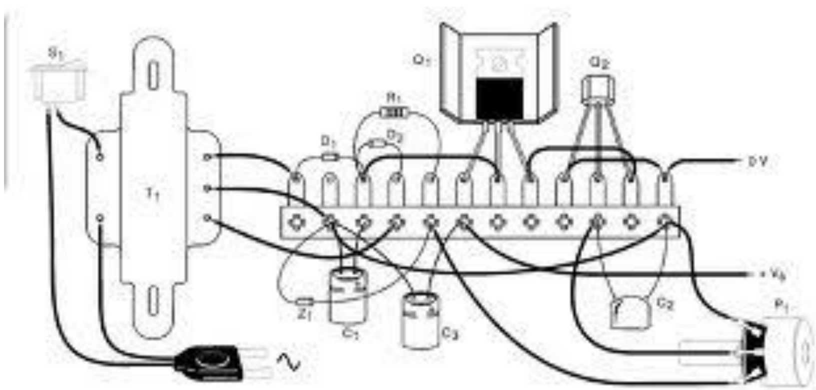
Os circuitos eletrônicos também sofreram evolução

Circuitos a ponte

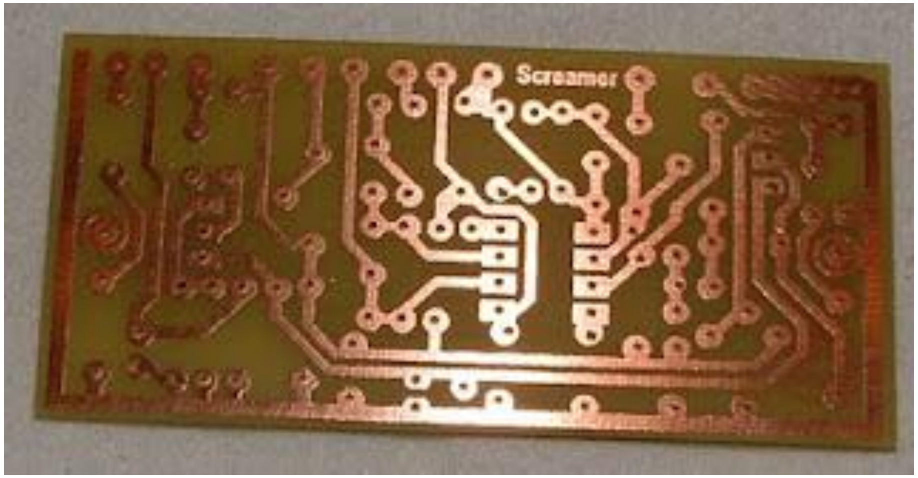
Circuitos impressos

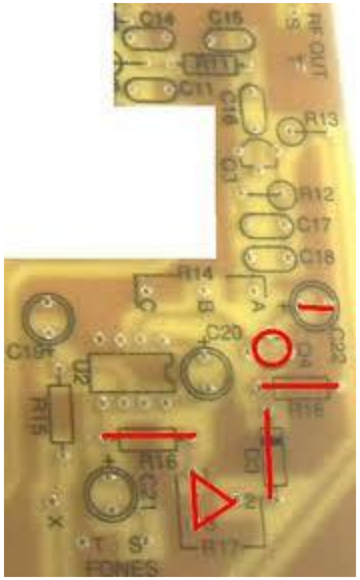
Circuitos integrados

Circuitos a ponte

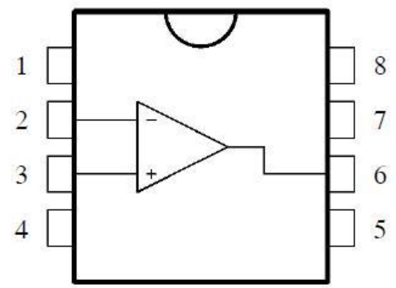


Circuitos impressos

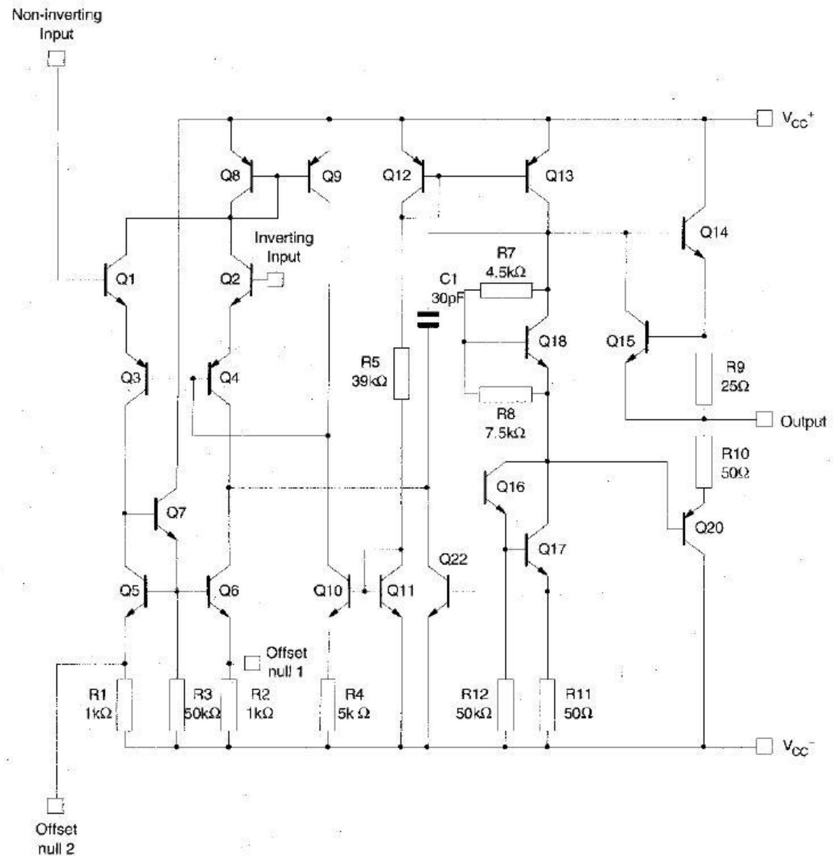




Circuitos integrados

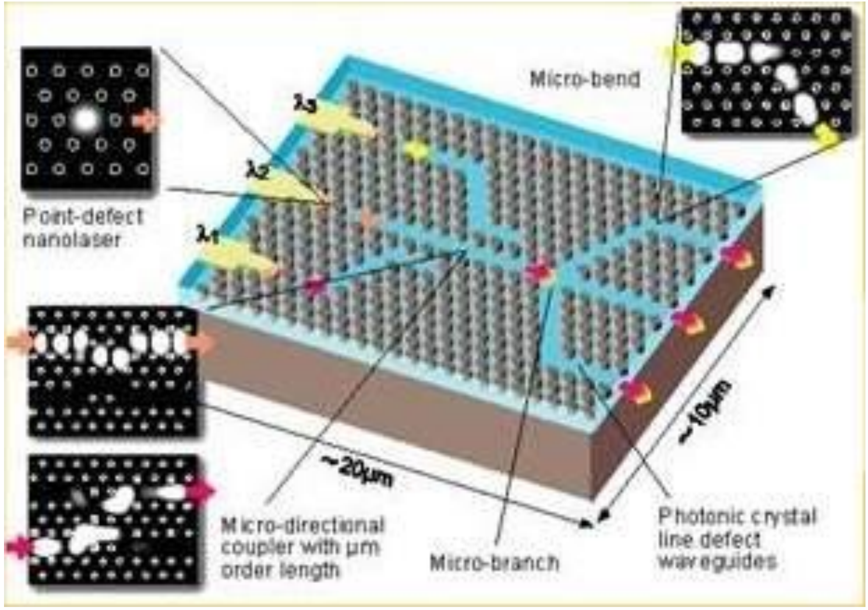


1 - Offset null 1
2 - Inverting input
3 - Non-inverting input
4 - V_{CC}^-
5 - Offset null 2
6 - Output
7 - V_{CC}^+
8 - N.C.



Circuitos opticos discretos

Circuitos opticos integrados



Multiplexador para redes GPON

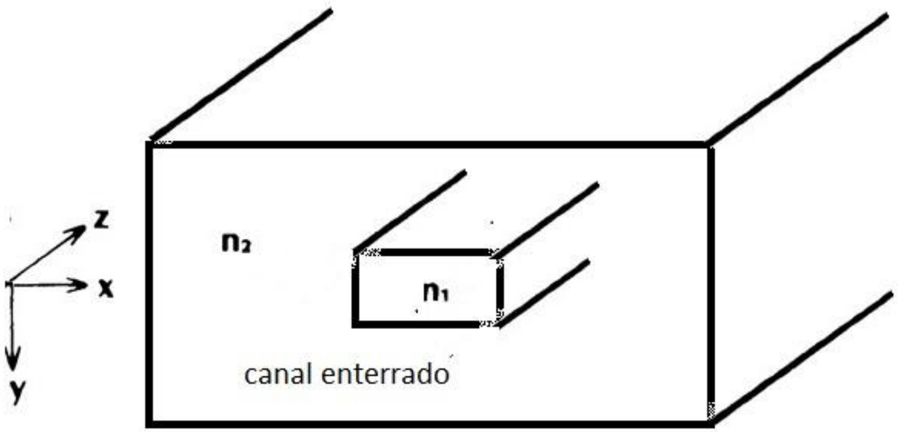
A previsão de como o dispositivo funcionará (simulação) requer a resolução de alguma equação (modelagem) que rege a relação entre os campos envolvidos e o guia de onda

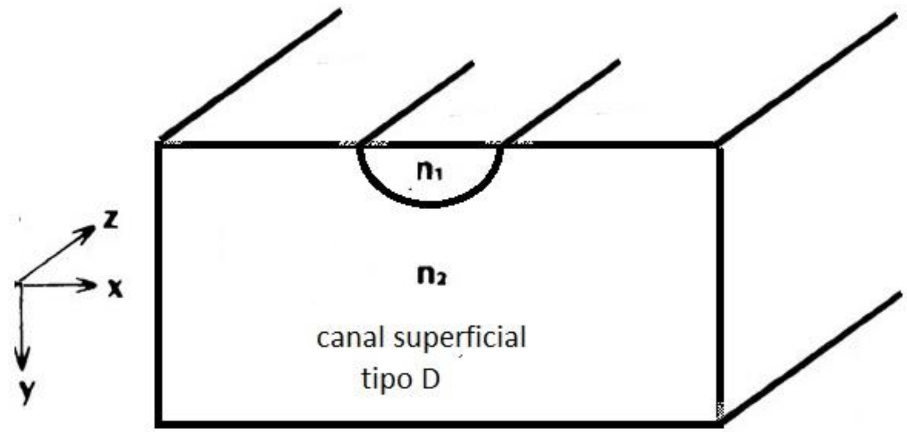
Modelagem…solução da equação de onda

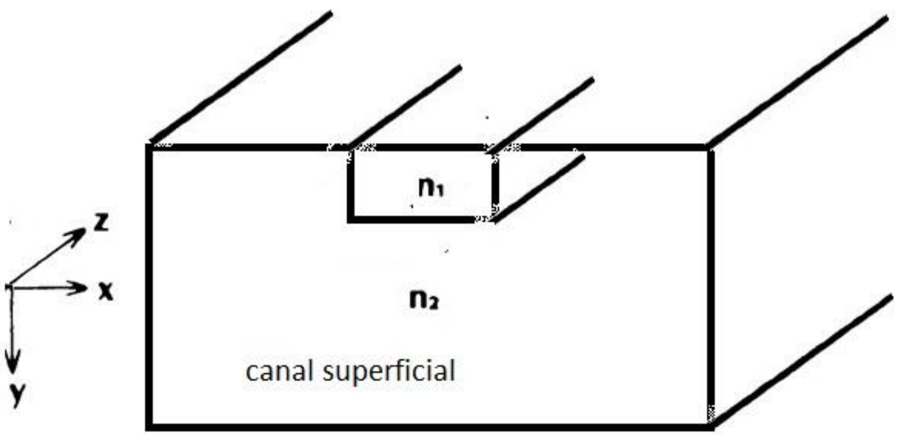
$$\nabla^2 \vec{E} + K^2 \vec{E} = 0$$

Simulação…conhecer os modos propagantes (Analise Modal) e/ou visualizar os campos se propagando (BPM – Beam Propagation Method)

Guia de onda bidimensional







$$\nabla^2 E + K^2 E = 0$$

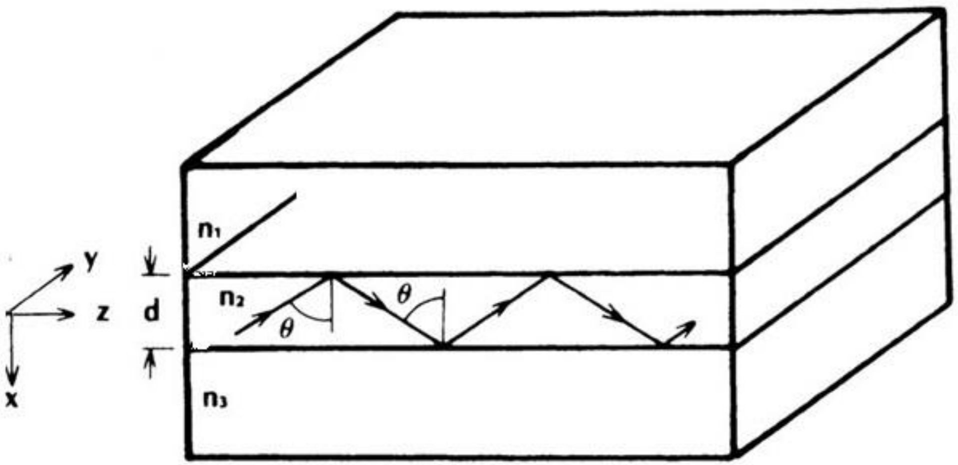
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

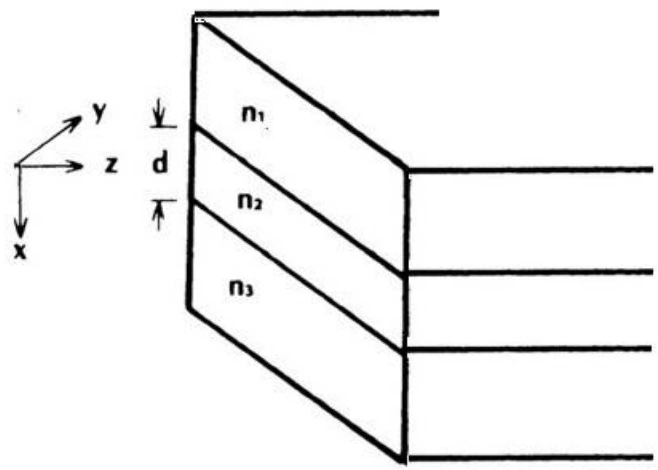
$$\frac{\partial}{\partial x} \neq \frac{\partial}{\partial y} \neq 0$$

Solução requer resolver os dois operadores diferenciais

Devido à variação do guia nas direções x e y

Guia de onda unidimensional ou planar





$$\nabla^2 E + K^2 E = 0$$

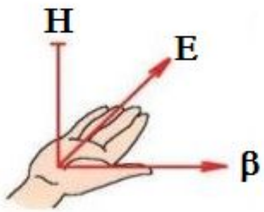
Solução requer resolver somente um operador diferencial

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

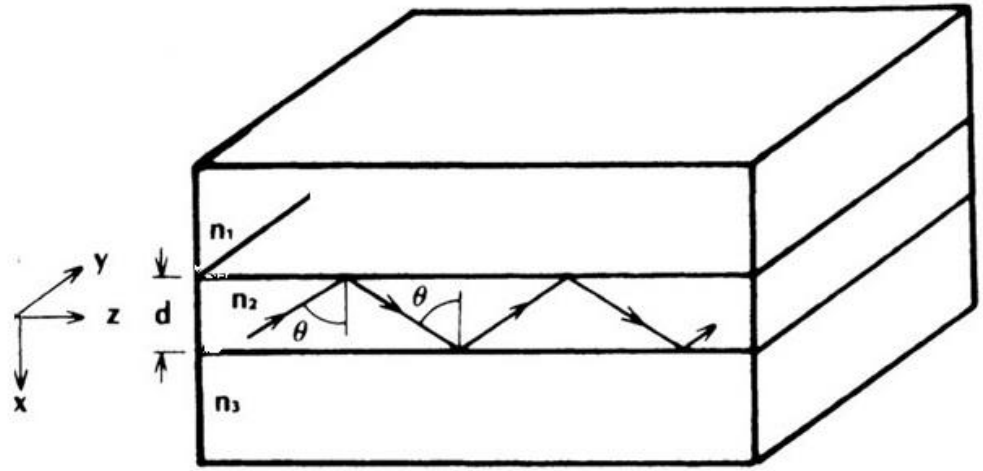
$$\frac{\partial}{\partial x} \neq 0 \;\; e \;\; \frac{\partial}{\partial y} = 0$$

Devido à variação do guia nas direções x e y

Modos em Guias planares

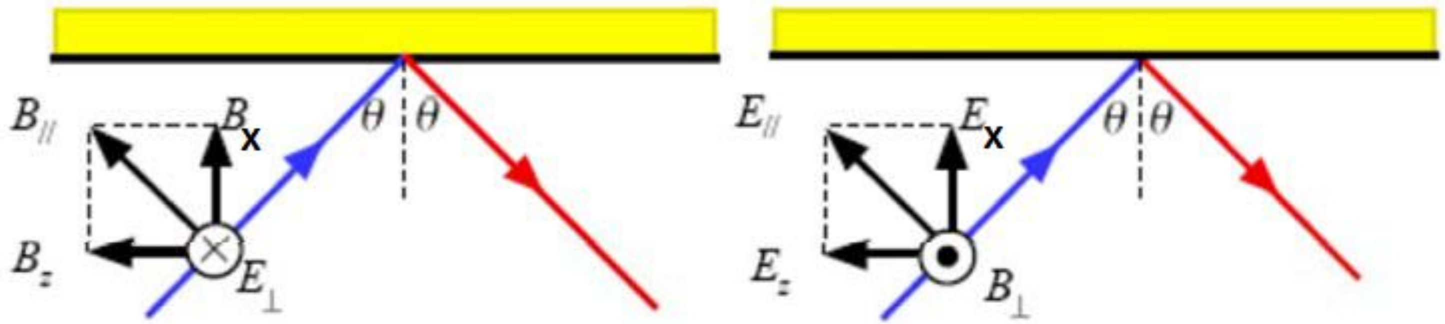


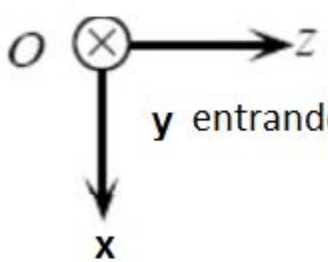
S=ExH



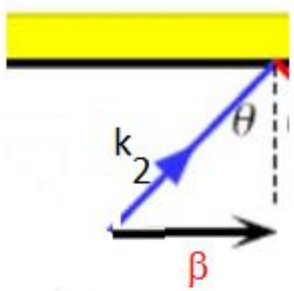
Modo TE

Modo TM





y entrando na tela



$$k_2 = n_2\, k_0$$

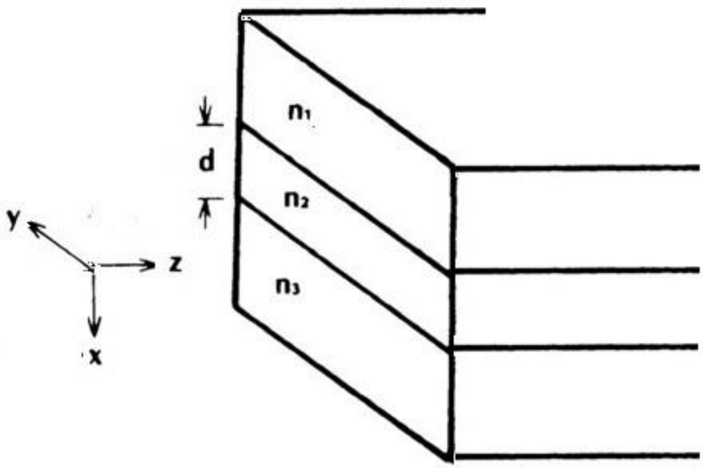
$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

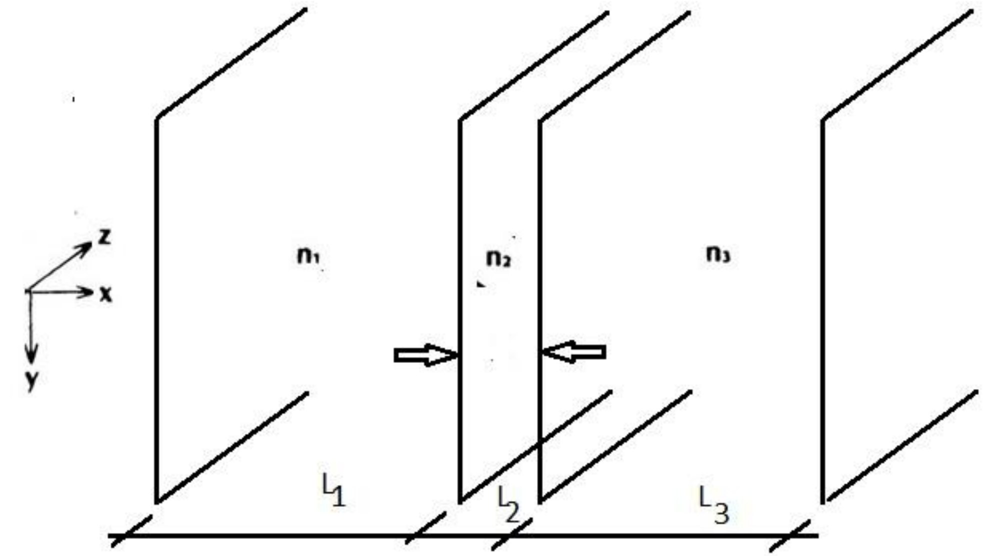
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = n_{eff}\, k_0$$

$$\beta = k_2\, \text{Sen}(\theta)$$

$$n_{eff} = n_2\, \text{Sen}(\theta)$$

Modos em Guias planares

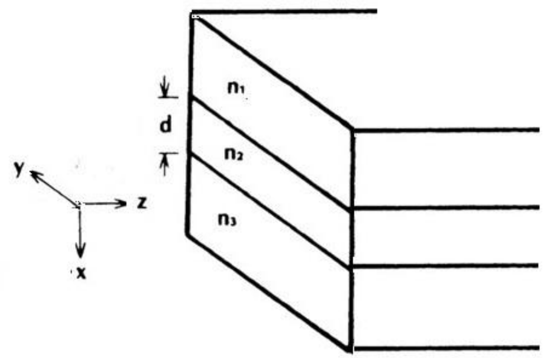




$$E_z \approx 0 \text{ ou } H_z \approx 0 \Rightarrow \textit{Modos} \text{ TE's ou TM's}$$

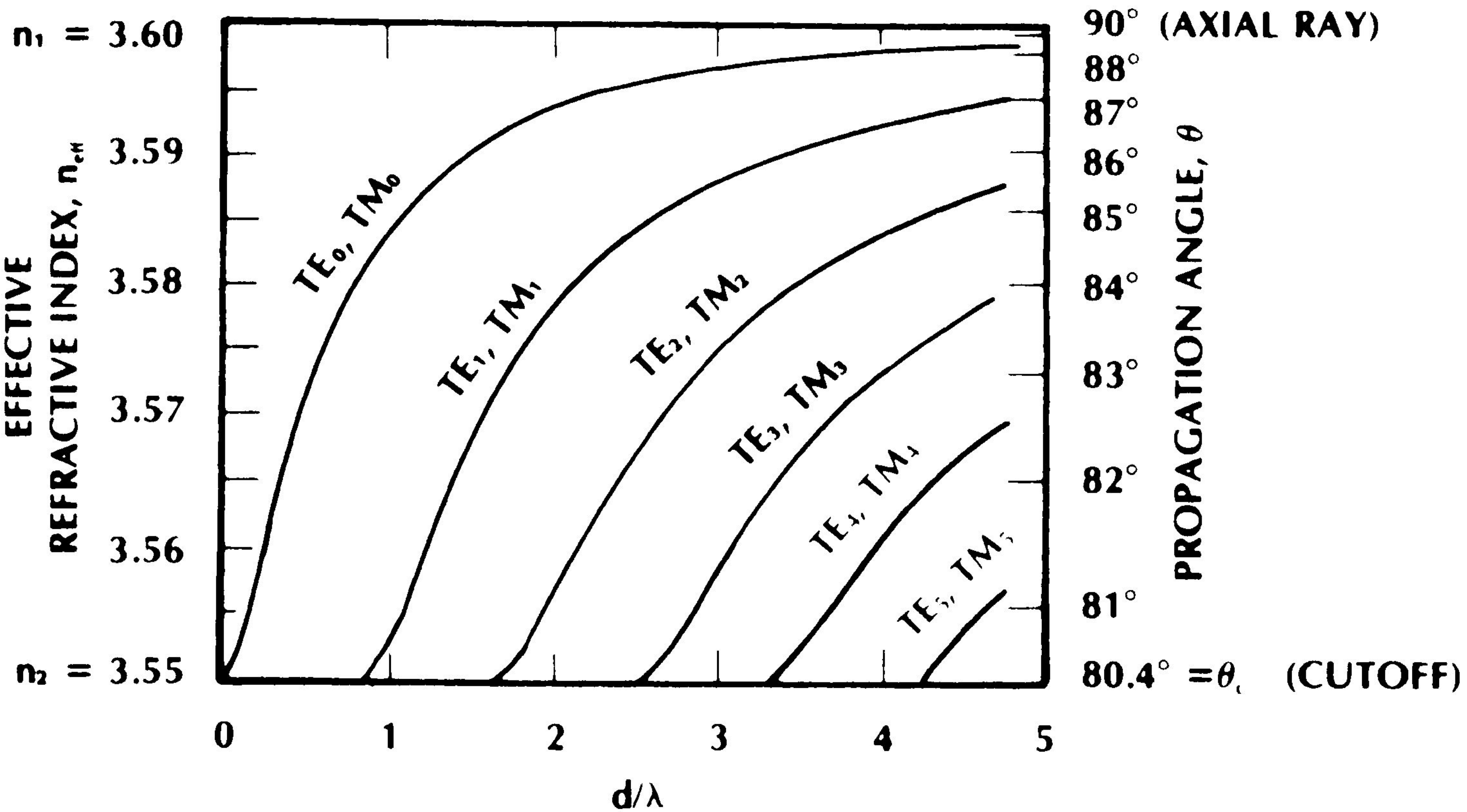
$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + n^2 k_0^2 E_x - \beta^2 E_x = 0 \qquad \frac{1}{n^2} \cdot \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + k_0^2 H_x - \beta^2 H_x = 0$$

Modos em Guias planares simétricos

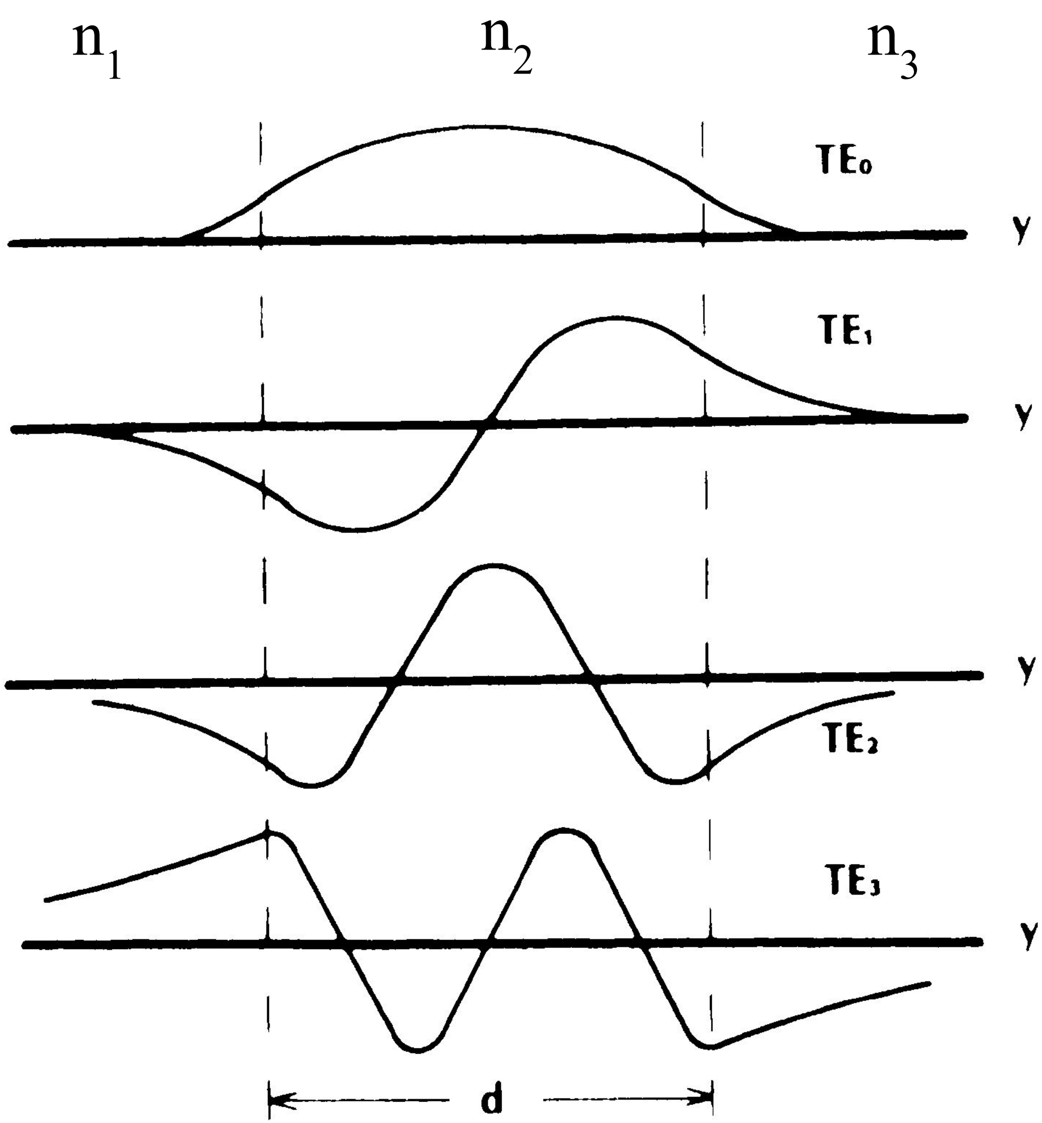


Exemplo: n_2=3.60 n_1=n_3=3.55

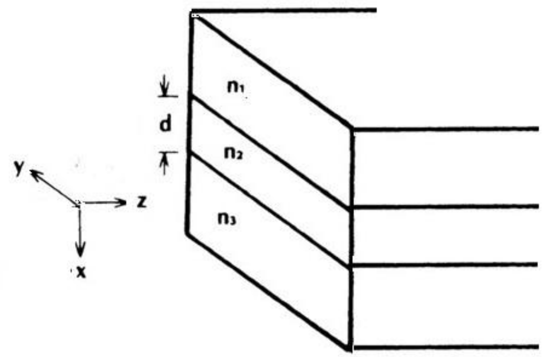
Modo de propagação
- **Constante de propagação**
- Distribuição de campo



Modo de propagação
- Constante de propagação
- **Distribuição de campo**



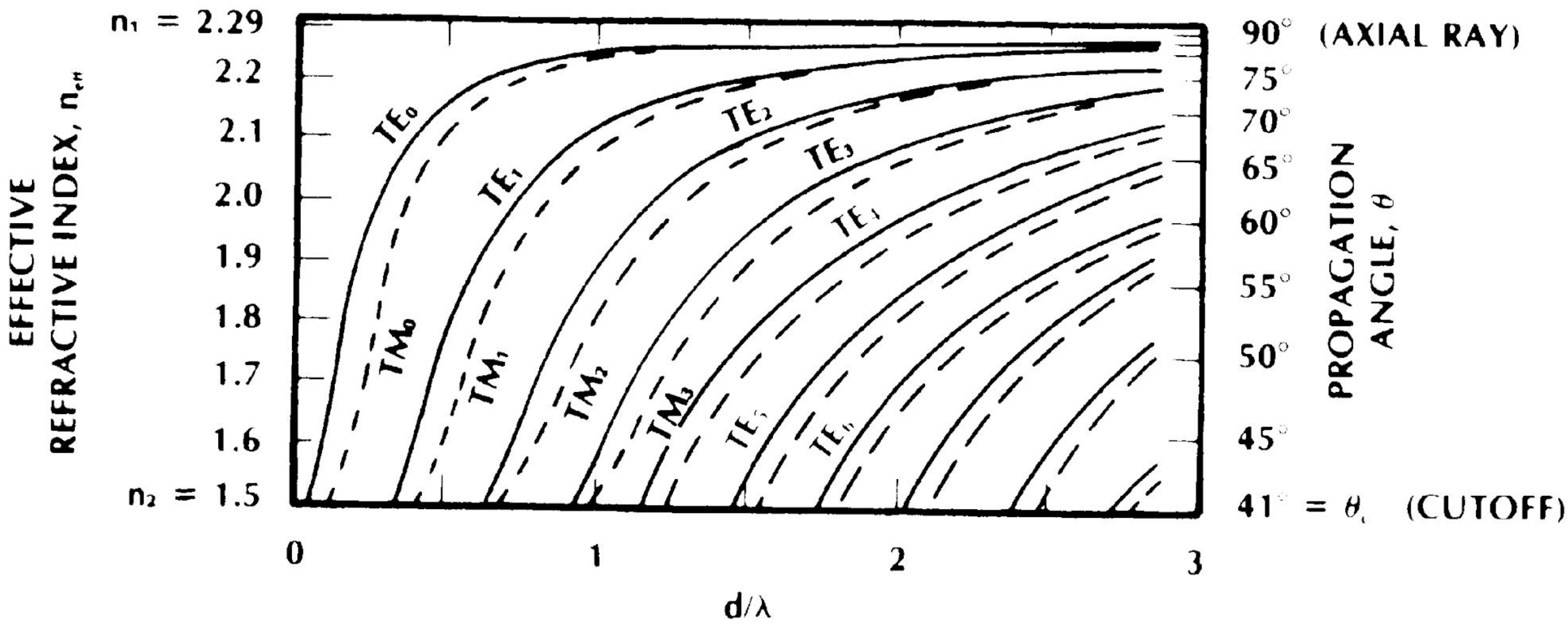
Modos em Guias planares assimétricos



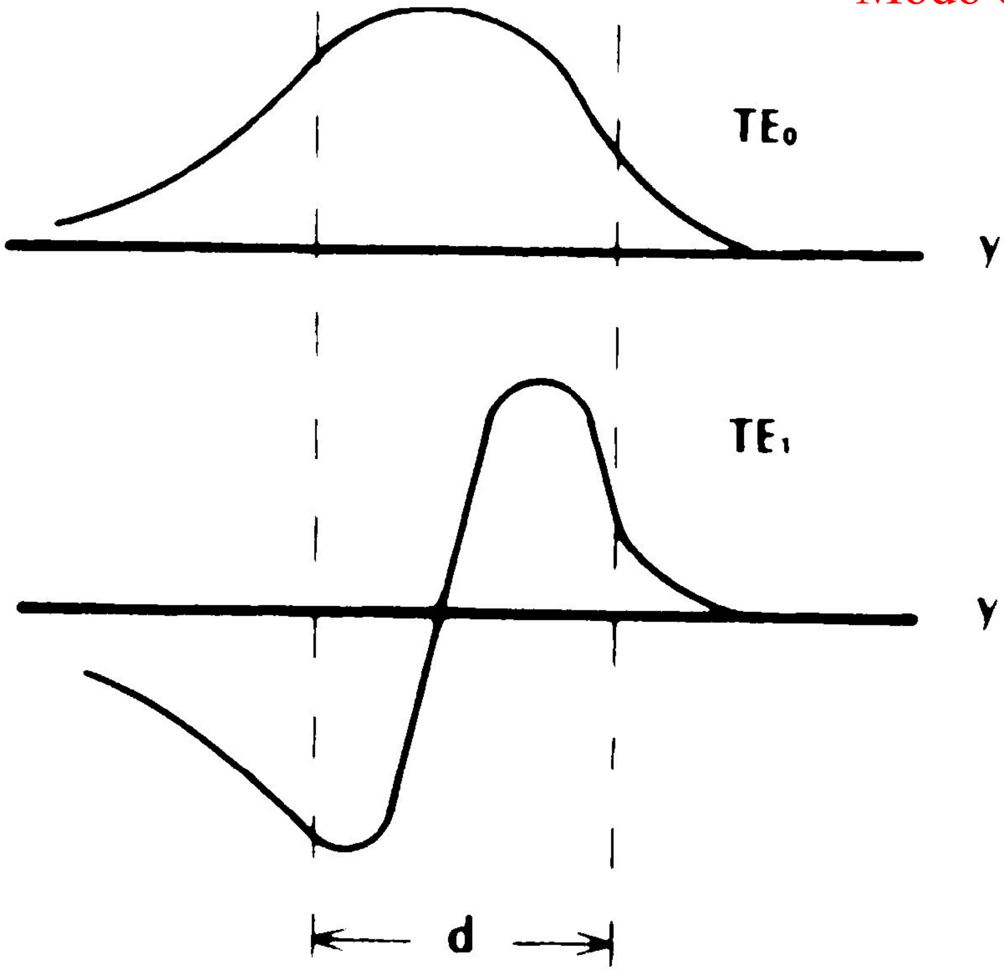
Exemplo: n_1=1.0 n_2=2.29 n_3=1.50

Modo de propagação

- **Constante de propagação**
- Distribuição de campo



n_3=1.5 n_2=2.29 n_1=1.0



Modo de propagação

- Constante de propagação
- **<u>Distribuição de campo</u>**

Modos em Guias planares – Análise Modal

Vamos, por simplicidade, estudar o caso TE,
em meios homogêneos, isotópicos e sem perdas.

$$\nabla^2 E + K^2 E = 0$$

Solução analítica (link)

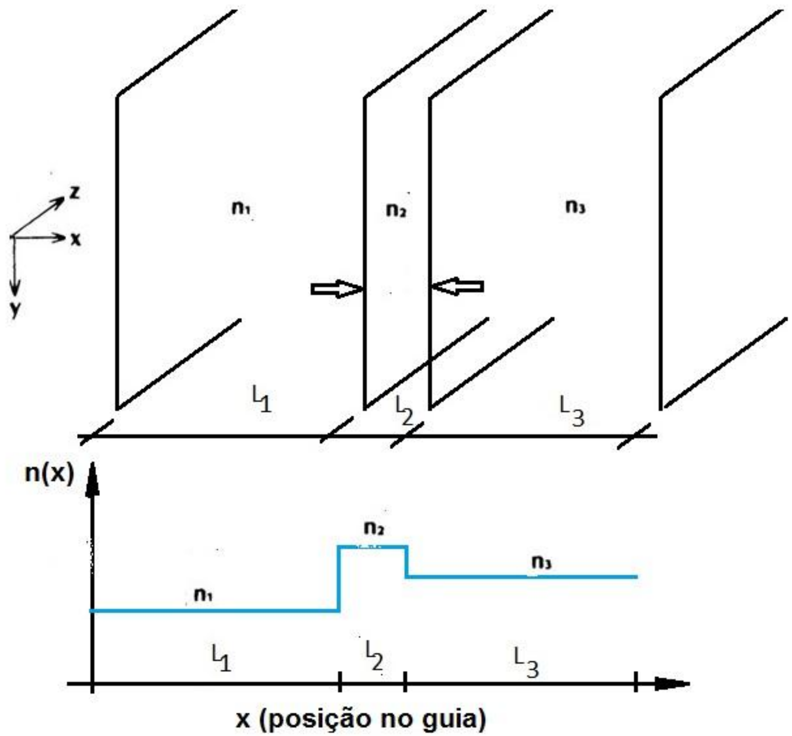
Solução numérica

Modos em Guias planares – Análise Modal

Solução numérica

Vamos, por simplicidade, estudar o caso TE, em meios homogêneos, isotópicos e sem perdas.

$$\nabla^2 E + K^2 E = 0$$

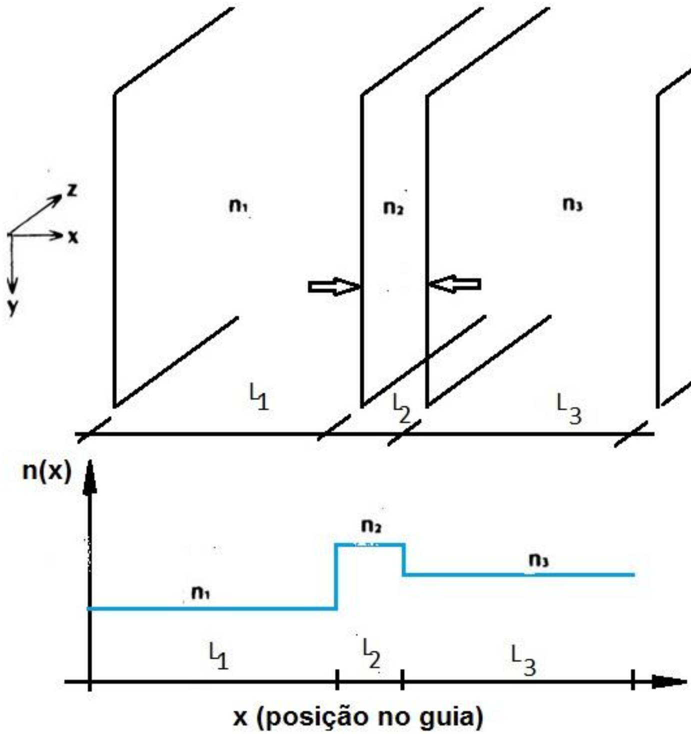


$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}+k^2 E=0 \qquad (1)$$

$$k = n(x)\, k_0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}=0 \qquad (3)$$

Modos em Guias planares – Análise Modal



Considerando

$$E = E(x,z) = E_0(x)e^{-j\beta z} \quad (4)$$

então..

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial E}{\partial z}\right) = (-j\beta)^2 E_0(x)e^{-j\beta z} \quad (5)$$

mas... $\beta = n_{eff}k_0$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -n_{eff}^2 k_0^2 E_0(x)e^{-j\beta z} \quad (6)$$

Modos em Guias planares – Análise Modal

$$E = E(x,z) = E_0(x)e^{-j\beta z}$$

Usando (2), (3) e (6) em (1) tem-se

$$\frac{\partial^2\left(E_0(x)e^{-j\beta z}\right)}{\partial x^2} + k_0^2\, n^2(x)\, E_0(x)e^{-j\beta z} - n_{eff}^2 k_0^2 E_0(x)e^{-j\beta z} = 0 \qquad (7)$$

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} + k_0^2\, n^2(x)E(x) \quad - n_{eff}^2 k_0^2 E(x) \quad = 0$$

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} + k_0^2\, n^2(x)E(x) \quad = n_{eff}^2 k_0^2 E(x) \qquad (8)$$

Limite do desenvolvimento **<u>analítico</u>** da Equação de onda.

Modos em Guias planares – Análise Modal

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} + k_0^2\, n^2(x) E(x) \quad = n_{eff}^2 k_0^2 E(x) \tag{8}$$

Distribuição de campo

Constante de propagação

- Para resolver a equação (8) por computador é preciso **<u>discretizá-la.</u>**

- Há duas funções que dependem de "x" e que devem ser discretizados: o n(x) e o E(x)

- O E(x) é uma das respostas que queremos encontrar, junto com o n_{eff}

Modos em Guias planares – Análise Modal

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} + k_0^2\, n^2(x)E(x) \quad = n_{eff}^2 k_0^2 E(x) \qquad (8)$$

- Discretizar a equação (8) é dividir o domínio em “x” em n_p pontos, x_i , ou seja de x_1 até x_{n_p}
- Assim, as funções $n(x)$ e $E(x)$ passam a ter valores discretos em $n(x_i)$ e $E(x_i)$

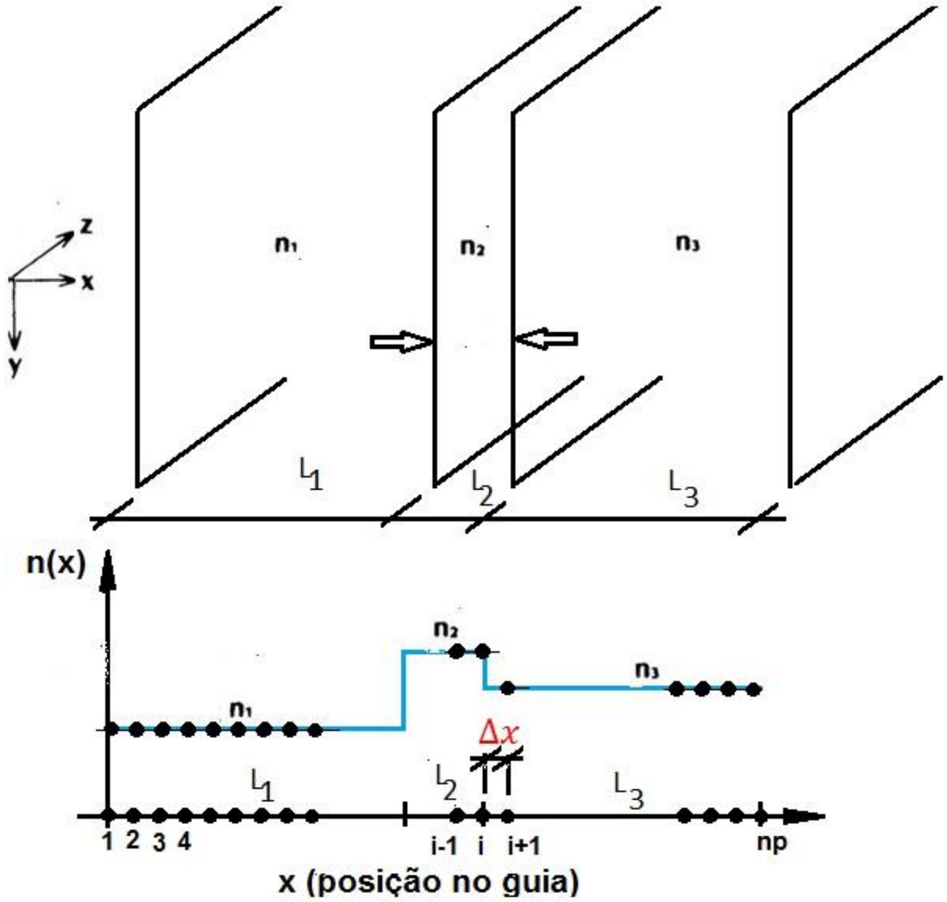
- A ideia é escrever a equação (8) para os n_p pontos x_i, formando n_p equações e resolvê-las simultaneamente (sistema de n_p equações)

$$\left.\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2}\right|_{x_i} + k_0^2\, n^2(x_i)E(x_i) \quad = n_{eff}^2 k_0^2 E(x_i) \qquad (9)$$

Necessidade de discretizar o operador diferencial

Modos em Guias planares – Análise Modal

- Discretização da função $n(x)$ em (8) que passa a ter valores discretos em $n(x_i)$

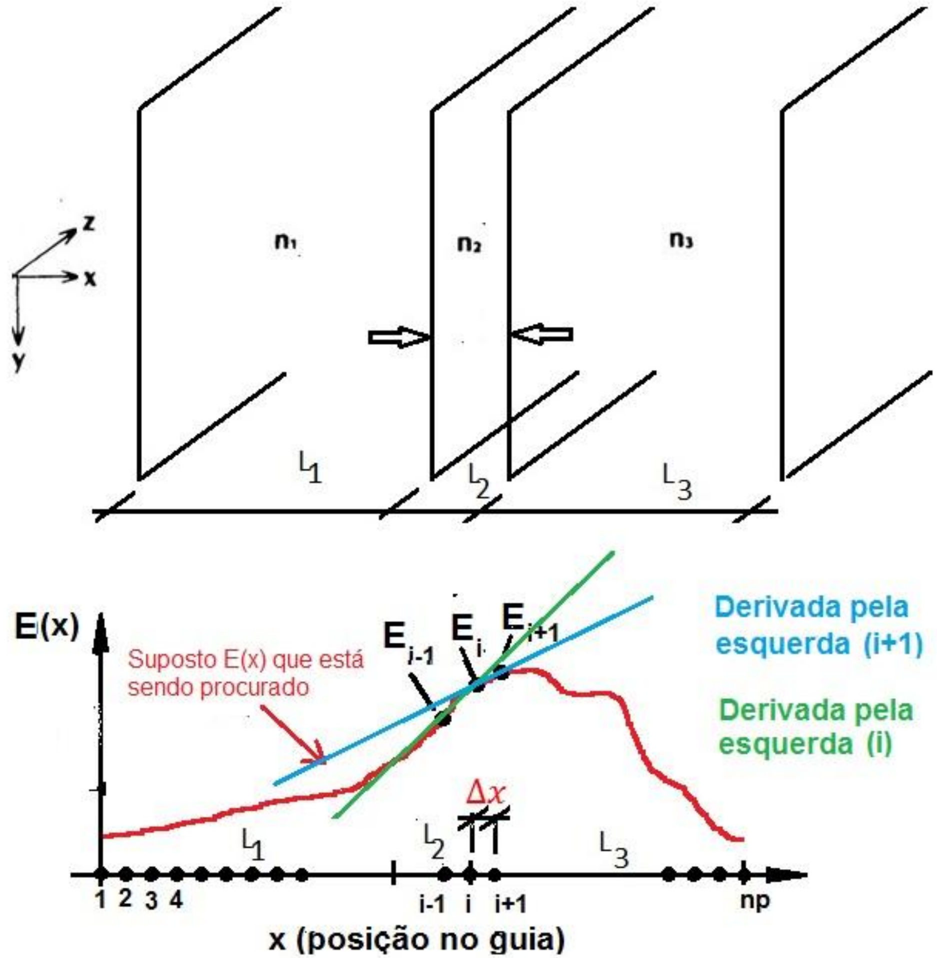


Sugestão: fazer um "For" variando "x" de x_1 até x_{n_p} com variação Δx

$$\Delta x = \frac{\sum L_i}{n_p - 1} \qquad (10)$$

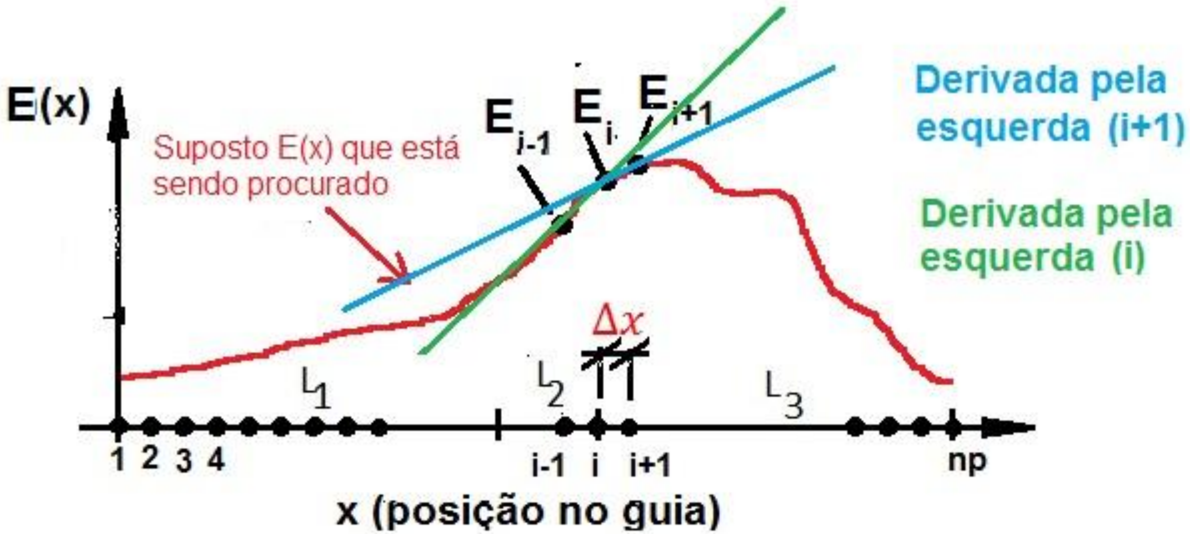
Modos em Guias planares – Análise Modal

- Discretização do operador diferencial $\left.\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2}\right|_{x_i}$ na equação (9)



Modos em Guias planares – Análise Modal

- Discretização do operador diferencial $\left.\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2}\right|_{x_i}$ na equação (9)



Derivada primeira pela esquerda em (i+1)

Derivada primeira pela esquerda em (i)

$$E'_{i+1} = \frac{E(x_{i+1}) - E(x_i)}{\Delta x} \quad (11)$$

$$E'_i = \frac{E(x_i) - E(x_{i-1})}{\Delta x} \quad (12)$$

Modos em Guias planares – Análise Modal

- Discretização do operador diferencial $\left.\dfrac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2}\right|_{x_i}$ na equação (9)

Derivada <u>segunda</u> pela direita em (i)

Usando (11) e (12)

$$E_i'' = \frac{E'(x_{i+1}) - E'(x_i)}{\Delta x} = \frac{1.E(x_{i-1}) - 2.E(x_i) + 1.E(x_{i+1})}{\Delta x^2} \quad (13)$$

Modos em Guias planares – Análise Modal

Voltando à equação (9) e usando (13)

$$\left.\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2}\right|_{x_i} + k_0^2\, n^2(x_i)E(x_i) \quad = n_{eff}^2 k_0^2 E(x_i) \qquad (9)$$

$$\left.\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2}\right|_{x_i} = \frac{1.E(x_{i-1}) - 2.E(x_i) + 1.E(x_{i+1})}{\Delta x^2} \qquad (13)$$

$$\boxed{\underbrace{\frac{1.E(x_{i-1}) - 2.E(x_i) + 1.E(x_{i+1})}{\Delta x^2} + k_0^2\, n^2(x_i)E(x_i) \quad = n_{eff}^2 k_0^2 E(x_i)}_{\text{Equação de onda discretizada}}} \qquad (14)$$

Modos em Guias planares – Análise Modal

A equação (14) representa a equação de onda generalizada para qualquer ponto do guia

$$\frac{1.\,E(x_{i-1}) - 2.\,E(x_i) + 1.\,E(x_{i+1})}{\Delta x^2} + k_0^2\, n^2(x_i)E(x_i) \quad = n_{eff}^2 k_0^2 E(x_i)$$

$$\begin{cases}
\dfrac{1E(x_0) - 2E(x_1) + 1E(x_2)}{\Delta x^2} + k_0^2 n^2(x_1)E(x_1) = n_{eff}^2 k_0^2 E(x_1) \\[2ex]
\dfrac{1E(x_1) - 2E(x_2) + 1E(x_3)}{\Delta x^2} + k_0^2 n^2(x_2)E(x_2) = n_{eff}^2 k_0^2 E(x_2) \\[2ex]
\dfrac{1E(x_2) - 2E(x_3) + 1E(x_4)}{\Delta x^2} + k_0^2 n^2(x_3)E(x_3) = n_{eff}^2 k_0^2 E(x_3) \\[2ex]
\dfrac{1E(x_3) - 2E(x_4) + 1E(x_5)}{\Delta x^2} + k_0^2 n^2(x_4)E(x_4) = n_{eff}^2 k_0^2 E(x_4) \\
\vdots \\
\dfrac{1E\left(x_{n_p-2}\right) - 2E\left(x_{n_p-1}\right) + 1E\left(x_{n_p}\right)}{\Delta x^2} + k_0^2 n^2\left(x_{n_p-1}\right)E\left(x_{n_p-1}\right) = n_{eff}^2 k_0^2 E\left(x_{n_p-1}\right) \\[2ex]
\dfrac{1E\left(x_{n_p-1}\right) - 2E\left(x_{n_p}\right) + 1E\left(x_{n_p+1}\right)}{\Delta x^2} + k_0^2 n^2\left(x_{n_p}\right)E\left(x_{n_p}\right) = n_{eff}^2 k_0^2 E\left(x_{n_p}\right)
\end{cases}$$

Modos em Guias planares – Análise Modal

Rearranjando , temos

$$
\begin{cases}
\left(\frac{1E(x_0)-2E(x_1)+1E(x_2)+0E(x_3)+0E(x_4)+0E(x_5)\ldots}{\Delta x^2}\right) + \left(0E(x_0) + k_0^2 n^2(x_1)E(x_1) + 0E(x_2)\ldots\right) = \left(0E(x_0) + n_{eff}^2 k_0^2 E(x_1) + 0E(x_2)\ldots\right) \\
\left(\frac{0E(x_0)+1E(x_1)-2E(x_2)+1E(x_3)+0E(x_4)+0E(x_5)\ldots}{\Delta x^2}\right) + \left(0E(x_0) + 0E(x_1) + k_0^2 n^2(x_2)E(x_2) + 0E(x_3)\ldots\right) = \left(0E(x_0) + 0E(x_1) + n_{eff}^2 k_0^2 E(x_2)\ldots\right. \\
\left(\frac{0E(x_0)+0E(x_1)+1E(x_2)-2E(x_3)+1E(x_4)+0E(x_5)\ldots}{\Delta x^2}\right) + \left(0E(x_0) + 0E(x_1) + 0E(x_2) + k_0^2 n^2(x_3)E(x_3)\ldots\right) = \left(\ldots n_{eff}^2 k_0^2 E(x_3)\ldots\right) \\
\left(\frac{0E(x_0)+0E(x_1)+0E(x_2)+1E(x_3)-2E(x_4)+1E(x_5)\ldots}{\Delta x^2}\right) + \left(0E(x_0) + 0E(x_1) + 0E(x_2) + 0E(x_3) + k_0^2 n^2(x_4)E(x_4)\ldots\right) = \left(\ldots n_{eff}^2 k_0^2 E(x_4)\ldots\right) \\
\vdots \\
\left(\frac{\ldots 0E(x_{np-3})+1E(x_{np-2})-2E(x_{np-1})+1E(x_{np})+0E(x_{np+1})}{\Delta x^2}\right) + \left(\ldots 0E\left(x_{n_p}\right) + k_0^2 n^2\left(x_{n_p-1}\right)E\left(x_{n_p-1}\right) + 0E\left(x_{n_p+1}\right)\right) = \ldots n_{eff}^2 k_0^2 E\left(x_{n_p-1}\right)\ldots \\
\left(\frac{\ldots 0E(x_{np-3})+0E(x_{np-2})+1E(x_{np-1})-2E(x_{np})+1E(x_{np+1})}{\Delta x^2}\right) + \left(\ldots 0E\left(x_{n_p-1}\right) + 0E\left(x_{n_p-1}\right) + k_0^2 n^2\left(x_{n_p}\right)E\left(x_{n_p}\right)\right) = \cdots n_{eff}^2 k_0^2 E\left(x_{n_p}\right)
\end{cases}
$$

Modos em Guias planares – Análise Modal

Para n_p=7, o sistema de equações anterior pode ser escrito como um sistema matricial abaixo

$$\frac{1}{\Delta x^2}\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_0\\E_1\\E_2\\E_3\\E_4\\E_5\\E_6\\E_7\\E_8\end{pmatrix} + k_0^2\begin{pmatrix}0 & n_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & n_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & n_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & n_4^2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_5^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_6^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_7^2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_0\\E_1\\E_2\\E_3\\E_4\\E_5\\E_6\\E_7\\E_8\end{pmatrix} = n_{\text{eff}}^2\begin{pmatrix}0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_0\\E_1\\E_2\\E_3\\E_4\\E_5\\E_6\\E_7\\E_8\end{pmatrix}$$

Note que não existem os pontos x_0 e x_8

$$\frac{1}{\Delta x^2}\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_0\\E_1\\E_2\\E_3\\E_4\\E_5\\E_6\\E_7\\E_8\end{pmatrix} + k_0^2\begin{pmatrix}0 & n_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & n_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & n_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & n_4^2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_5^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_6^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_7^2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_0\\E_1\\E_2\\E_3\\E_4\\E_5\\E_6\\E_7\\E_8\end{pmatrix} = n_{\text{eff}}^2\begin{pmatrix}0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_0\\E_1\\E_2\\E_3\\E_4\\E_5\\E_6\\E_7\\E_8\end{pmatrix}$$

Modos em Guias planares – Análise Modal

$$\frac{1}{\Delta x^2}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \\ E_7 \end{pmatrix} + k_0^2\begin{pmatrix} n_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_4^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n_5^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_6^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_7^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \\ E_7 \end{pmatrix} = n_{\mathrm{eff}}^2\begin{pmatrix} k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \\ E_7 \end{pmatrix}$$

Distribuição de campo

Constante de propagação

$$\underset{(n_p\ x\ n_p)}{[\boldsymbol{A}]}\ \underset{(1\ x\ n_p)}{[\boldsymbol{E}]} = n_{eff}^2\ \underset{(n_p\ x\ n_p)}{[\boldsymbol{B}]}\ \underset{(1\ x\ n_p)}{[\boldsymbol{E}]}$$

Autovalores

Autovetores

Modos em Guias planares – Análise Modal

$$[\boldsymbol{A}][\boldsymbol{E}] = n_{eff}^2 [\boldsymbol{B}][\boldsymbol{E}]$$

$$[\boldsymbol{A}] = \frac{1}{\Delta x^2}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} + k_0^2 \begin{pmatrix} n_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_4^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n_5^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_6^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_7^2 \end{pmatrix}$$

$$[\boldsymbol{B}] = \begin{pmatrix} k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_0^2 \end{pmatrix}$$

Modos em Guias planares – Análise Modal

-montar o programa em 3 partes: **pré-processamento**, **processamento** e **pós-processamento**

pré-processamento

Entrada de dados do guia
e do comprimento de onda.
Montagem das matrizes [A] e [B]

↓

processamento

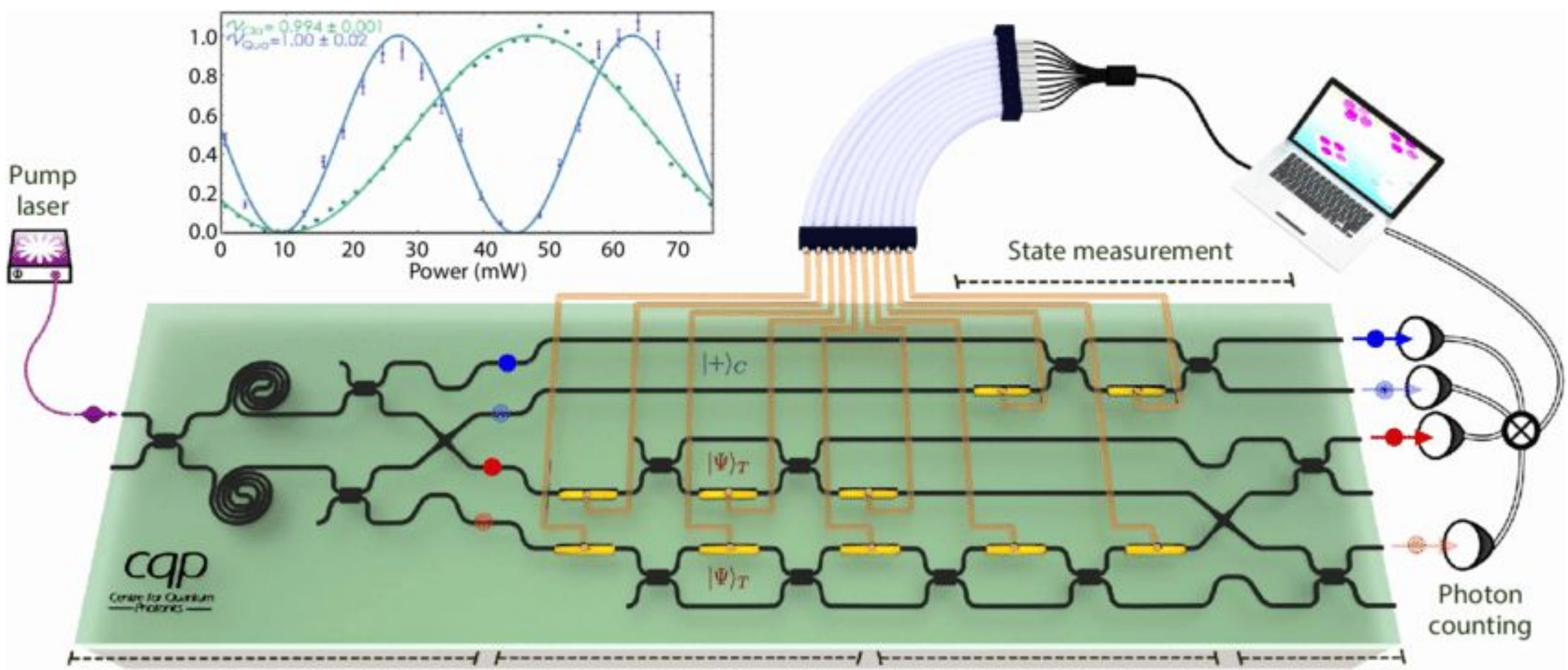
Cálculo dos autovalores e
autovetores

↓

pós-processamento

Graficos

Fotônica Computacional



- Necessidade de projetar o guia e saber **<u>quais</u>** modos se propagam (analise modal)

- Necessidade de saber **<u>como</u>** estes modos se propagam (BPM – beam propagation method)

BPM – Beam Propagation Method

Método da propagação do feixe

É a técnica computacional que permite simular a propagação do campo eletromagnético dentro de uma estrutura de guiamento

BPM

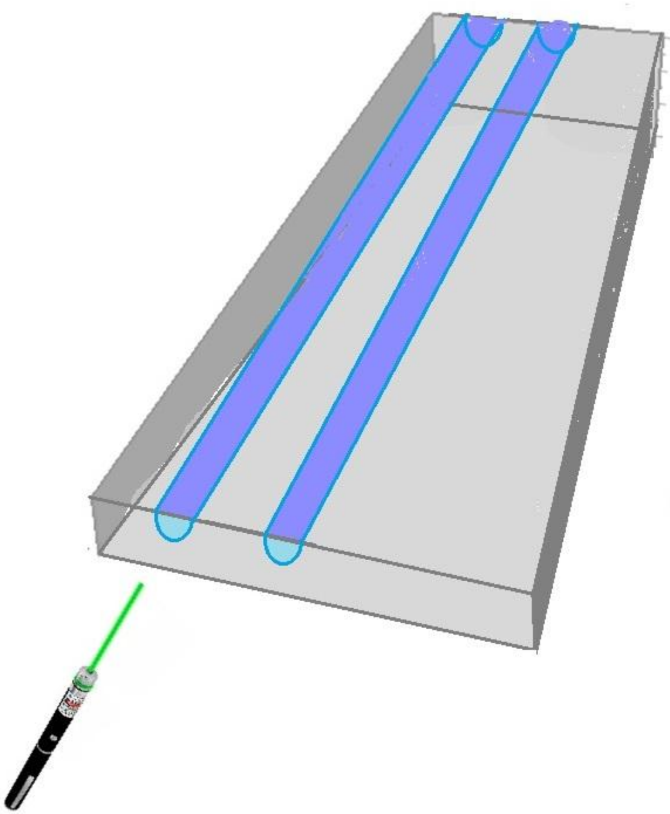
- Domínio Da frequência FD-BPM
  - Escalar
  - Vetorial FV-FD-BPM

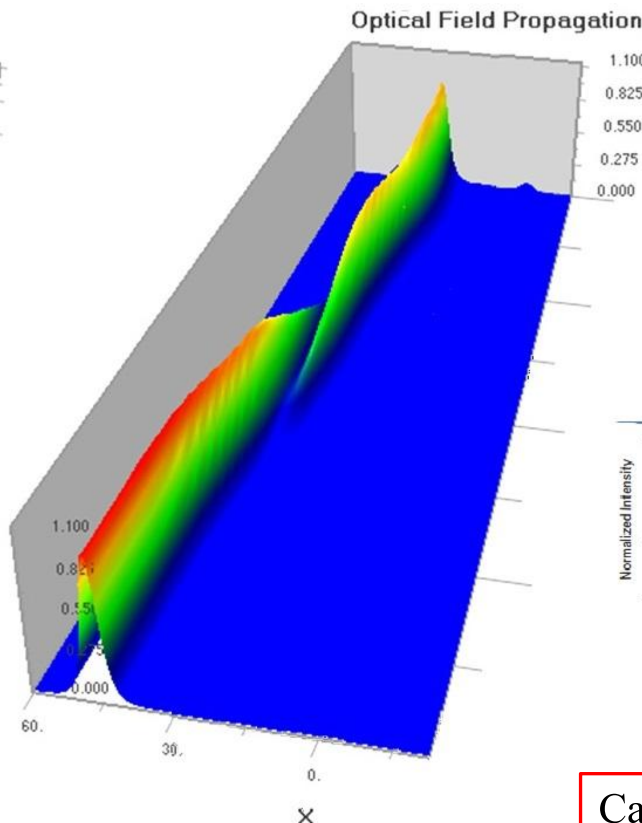
A amplitude do campo elétrico é constante – CW (energia concentrada em uma única frequência)

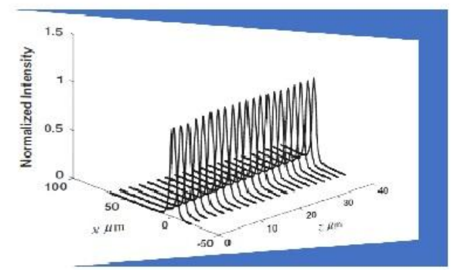
- Domínio do tempo (TD-BPM)
  - Escalar
  - Vetorial FV-TD-BPM

A amplitude do campo elétrico é modulada

BPM no domínio da frequência



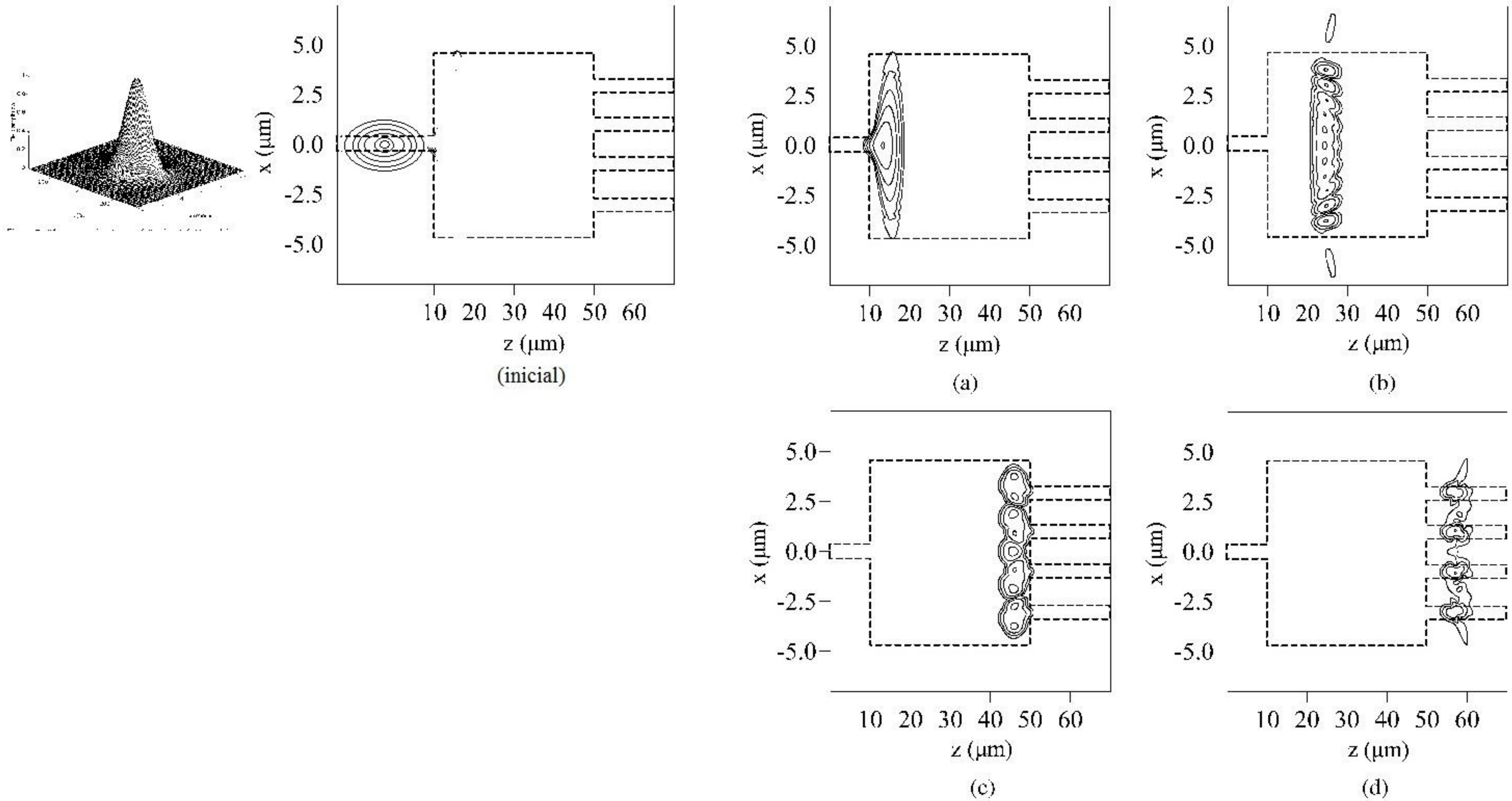




Campos são calculados um a um com z variando de Δz em Δz

A luz, sem modulação (CW), é acoplada ao guia de onda.
Observa-se um sinal "contínuo" propagando-se pelo guia de onda.

BPM no domínio do tempo



A luz, com amplitude modulada (pulso), é acoplada ao guia de onda.
Observa-se um "pulso" propagando-se pelo guia de onda.

BPM no domínio da frequência - modelagem

Vamos, por simplicidade, estudar o caso TE,
em meios homogêneos, isotópicos e sem perdas.
(Iguais condições que fizemos com a Análise Modal)

$$\nabla^2 E + K^2 E = 0$$

Solução analítica (não tem)

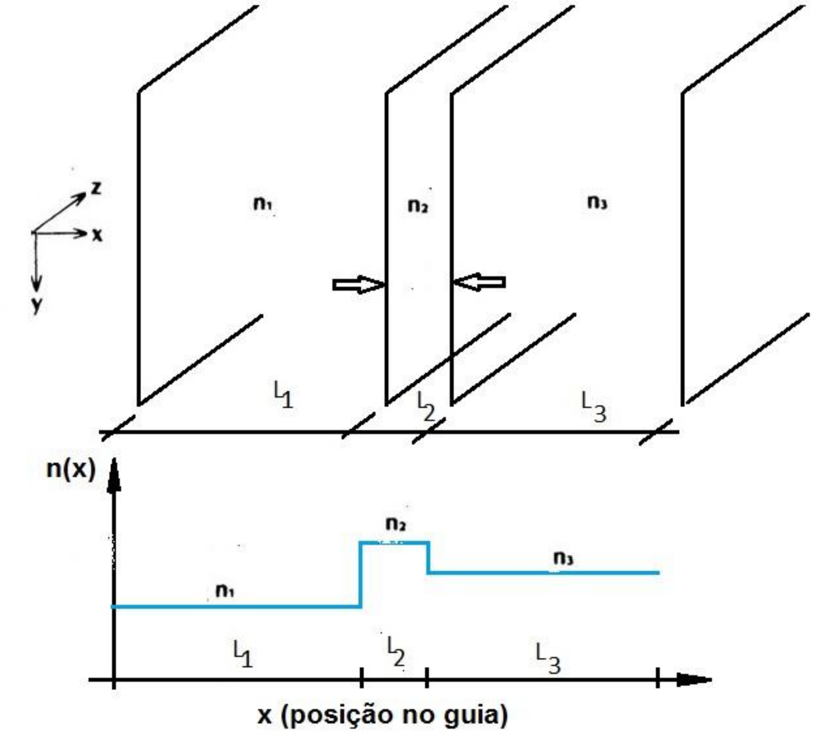
Solução numérica

BPM no domínio da frequência - modelagem

<u>Solução numérica</u>

Vamos, por simplicidade, estudar o caso TE,
em meios homogêneos, isotópicos e sem perdas.

$$\nabla^2 E + K^2 E = 0$$



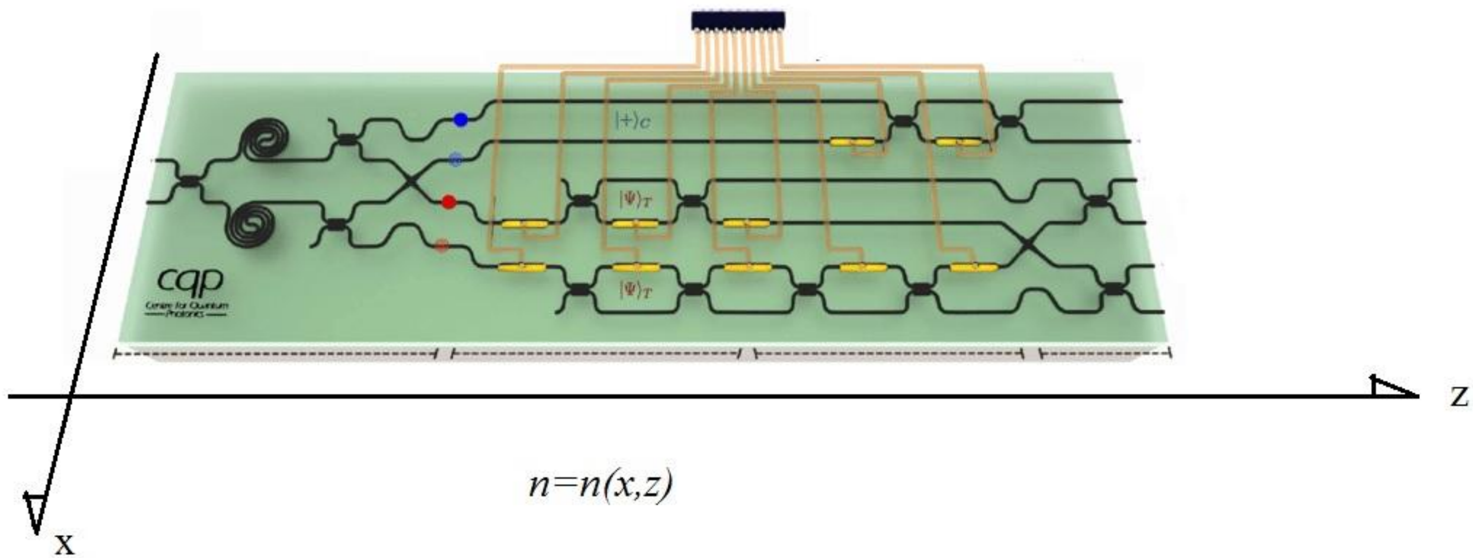
$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 E = 0 \qquad (1)$$

$$k = n(x, z) k_0 \qquad (2)$$

?

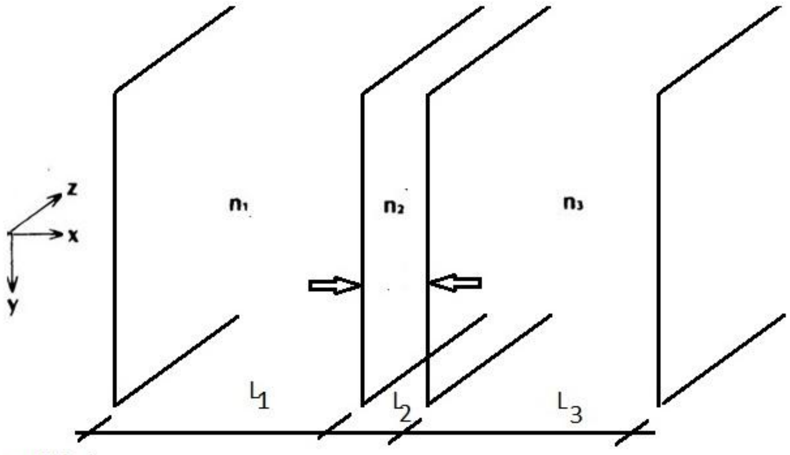
$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = 0 \qquad (3)$$

BPM no domínio da frequência - modelagem



Dependência do índice de refração do guia com n(x,z)

BPM no domínio da frequência - modelagem



Considerando

$$E = E(x,z) = E_0(x,z)e^{-j\beta z} \quad (4)$$

então..

mas... $\beta = n_{eff}k_0$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial E}{\partial z}\right) =$$

$$= \frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2} - 2jk_0 n_{eff}\frac{\partial E_0}{\partial z} + \frac{\partial^2 E_0}{\partial x^2} + k_0^2\left(n^2(x,z) + n_{eff}^2\right)E_0 = 0 \quad (5)$$

BPM no domínio da frequência - modelagem

Usando (e garantindo) a aproximação paraxial

$$|\frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2}| \ll |2k_0 n_{eff} \frac{\partial E_0}{\partial z}|$$

$$-2jk_0 n_{\text{eff}} \frac{\partial E_0}{\partial z} + \frac{\partial^2 E_0}{\partial x^2} + k_0^2 \left(n^2(x,z) + n_{\text{eff}}^2\right) E_0 = 0 \qquad (6)$$

que reescrevendo tem-se

$$\frac{\partial E_0}{\partial z} = \frac{1}{2jk_0 n_{\text{eff}}} \frac{\partial^2 E_0}{\partial x^2} + \frac{k_0^2}{2jk_0 n_{\text{eff}}} \left(n^2(x,z) + n_{\text{eff}}^2\right) E_0 \qquad (7)$$

BPM no domínio da frequência - modelagem

$$\frac{\partial E_0}{\partial z} = -\frac{j}{2k_0 n_{\mathrm{eff}}}\frac{\partial^2 E_0}{\partial x^2} - \frac{jk_0}{2n_{\mathrm{eff}}}\left(n^2(x,z) + n_{\mathrm{eff}}^2\right)E_0 = HE_0 \qquad (8)$$

onde o operador *H* é

$$H(x,z) = \left[\!\left[\alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_2\left(n^2(x,z) + n_{\mathrm{eff}}^2\right)\right]\!\right] \qquad (9)$$

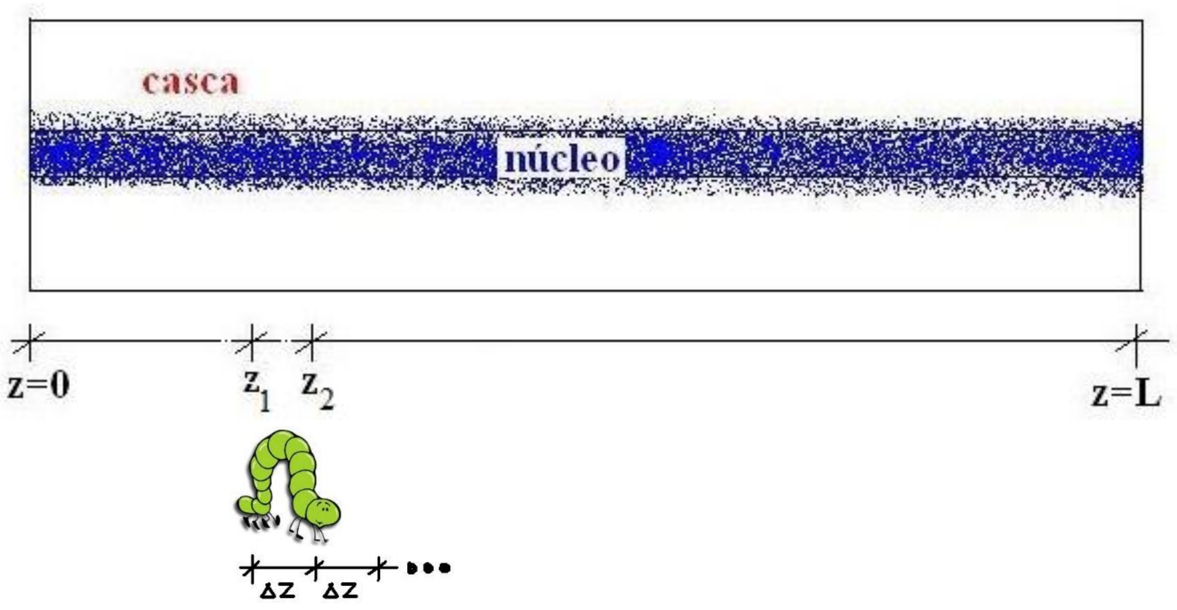
com $\alpha_1 = -\dfrac{j}{2k_0 n_{\mathrm{eff}}}$ $\qquad \alpha_2 = -\dfrac{jk_0}{2n_{\mathrm{eff}}}$

BPM no domínio da frequência - modelagem

Assim, a equação a resolver é....lembrando que $E_0 = E_0(x,z)$ é o envelope do campo.

$$\frac{\partial E_0}{\partial z} = HE_0 \qquad (10)$$

Descreve a evolução do envelope ao longo de *z*



BPM no domínio da frequência - modelagem

Existem duas formas de se resolver a equação de propagação abaixo:

$$\frac{\partial E_0}{\partial z} = HE_0 \qquad (10)$$

- Método explícito (ou método de Euler)
- Método implícito

BPM no domínio da frequência - modelagem

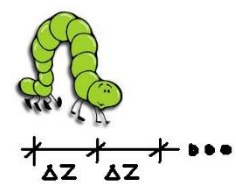
- Pelo Método explícito (ou método de Euler) se abre “explicitamente” a derivada em “z”

$$\frac{\partial E_0}{\partial z} = HE_0 \qquad (10)$$

$$\frac{E_0(z_2) - E_0(z_1)}{\Delta z} = HE_0$$

$$E_0(z_2) = \Delta z\, H\, E_0 + E_0(z_1)$$

Vetor em z_2 Operador Vetor em z_1



$$\Delta z = z_2 - z_1$$

...lembrar que $E_0=E_0(x,z)$ e que, por simplicidade na notação estamos usando $E_0(z)$.

...da mesma forma $H=H(x,z)$ e que, por simplicidade na notação estamos usando $H(z)$.

BPM no domínio da frequência - modelagem

- Pelo Método implícito a derivada é resolvida por um processo de integração

Resolvendo (10) temos:

$$\frac{\left(\frac{\partial E_0}{\partial z}\right)}{E_0} = H \tag{11}$$

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\left(\frac{\partial E_0}{\partial z}\right)}{E_0}\, \mathrm{dz} = \int_{z_1}^{z_2} H\, \mathrm{dz}$$

... e ainda...

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\mathrm{d}E_0}{E_0} = \int_{z_1}^{z_2} H\, \mathrm{dz} \tag{12}$$

$$ln(E_0)\Big|_{z_1}^{z_2} = \int_{z_1}^{z_2} H\, \mathrm{dz} \tag{13}$$

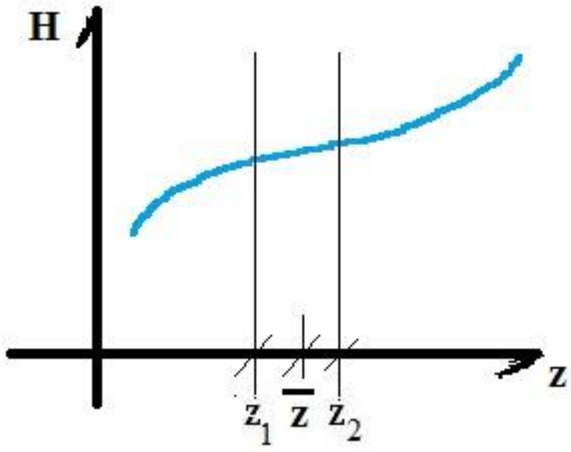
$$E_0(z_2) = e^{\int_{z_1}^{z_2} \mathrm{Hdz}} . E_0(z_1) \tag{14}$$

...lembrar que $E_0=E_0(x,z)$ e que, por simplicidade na notação estamos usando $E_0(z)$.

...da mesma forma $H=H(x,z)$ e que, por simplicidade na notação estamos usando $H(z)$.

BPM no domínio da frequência - modelagem

Se z_2-z_1 = Δz << 1, então:



...podemos dizer que:

$$\int_{z_1}^{z_2} H\mathrm{dz} \approx H(\bar{z})\,\Delta\mathrm{z}$$

...logo, (14) pode ser escrita como: $$E_0(z_2) = e^{H(\bar{z})\Delta\mathrm{z}}.E_0(z_1) \qquad (15)$$

BPM no domínio da frequência - modelagem

...podemos simplificar $e^{H(\bar{z})\Delta z}$ uma vez que $\Delta z << 1$ e portanto $H(\bar{z})\Delta z << 1$

Podemos usar $e^x \approx \dfrac{1+\frac{x}{2}}{1-\frac{x}{2}}$ para $x << 1$

Então (15) $E_0(z_2) = e^{H(\bar{z})\Delta z}.E_0(z_1)$ pode ser reescrita como

$$E_0(z_2) = \left(\frac{1 + H(\bar{z})\frac{\Delta z}{2}}{1 - H(\bar{z})\frac{\Delta z}{2}}\right).E_0(z_1) \qquad (16)$$

BPM no domínio da frequência - modelagem

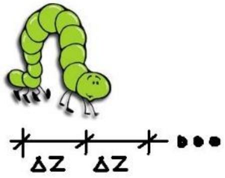
Tendo em vista que a dependência de *H* em z está no índice de refração, e que este é suposto variar "lentamente" em z (aproximação paraxial), então:

$$H(\bar{z}) \approx H(z_1)$$

Podemos , finalmente, escrever (16) tal que

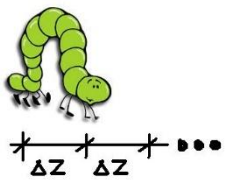
$$\boxed{E_0(z_2) = \left(\frac{1 + H(z_1)\dfrac{\Delta z}{2}}{1 - H(z_1)\dfrac{\Delta z}{2}} \right) . E_0(z_1)} \tag{17}$$

$$\boxed{E_0(x, z_2) = \left(\frac{1 + H(x, z_1)\dfrac{\Delta z}{2}}{1 - H(x, z_1)\dfrac{\Delta z}{2}} \right) . E_0(x, z_1)} \tag{18}$$



BPM no domínio da frequência - modelagem

$$\boxed{E_0(x, z_2) = \left(\frac{1 + H(x, z_1)\,\frac{\Delta z}{2}}{1 - H(x, z_1)\,\frac{\Delta z}{2}}\right) . E_0(x, z_1)} \tag{18}$$



Vetor em z_2 Operador Vetor em z_1

Vimos que

$$H(x, z) = \left[\!\!\left[\alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_2\left(n^2(x, z) + n_{\mathrm{eff}}^2\right) \right]\!\!\right]$$

com $\alpha_1 = -\dfrac{j}{2k_0 n_{\mathrm{eff}}}$ $\alpha_2 = -\dfrac{jk_0}{2n_{\mathrm{eff}}}$

BPM no domínio da frequência - modelagem

Vimos em (9) que

$$H(x,z) = \left[\!\left[\alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_2\left(n^2(x,z) + n_{\text{eff}}^2\right)\right]\!\right]$$

n_{eff} é o índice de refração efetivo do guia em que a propagação será simulada

$n(x,z)$ perfil do índice de refração em "z"

com $\alpha_1 = -\dfrac{j}{2k_0 n_{\text{eff}}}$ $\quad \alpha_2 = -\dfrac{jk_0}{2n_{\text{eff}}}$

$\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}$ numericamente é uma matriz ...

$$\frac{1}{\Delta x^2}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$\left(n^2(x,z) + n_{\text{eff}}^2\right)$ é uma matriz ...

$$\begin{pmatrix} n_1^2+n_{\text{eff}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_2^2+n_{\text{eff}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_3^2+n_{\text{eff}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_4^2+n_{\text{eff}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n_5^2+n_{\text{eff}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_6^2+n_{\text{eff}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_7^2+n_{\text{eff}}^2 \end{pmatrix}$$

com $n_1 = n(x_1,z)$

BPM no domínio da frequência - modelagem

Logo, podemos representar H, em um dado z, numericamente, como (por exemplo, caso n_p=7

$$\boldsymbol{H}_z = \left[\!\left[\alpha_1 \frac{1}{\Delta x^2} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} n_1^2 + n_{\text{eff}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_2^2 + n_{\text{eff}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_3^2 + n_{\text{eff}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_4^2 + n_{\text{eff}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n_5^2 + n_{\text{eff}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_6^2 + n_{\text{eff}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_7^2 + n_{\text{eff}}^2 \end{pmatrix} \right]\!\right] \qquad (19)$$

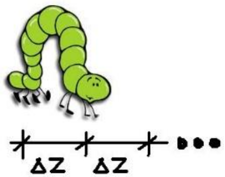
uma vez que $n_1 = n(x_1,z)$

com $\alpha_1 = -\dfrac{j}{2k_0 n_{\text{eff}}}$ $\alpha_2 = -\dfrac{jk_0}{2n_{\text{eff}}}$

BPM no domínio da frequência - modelagem

Em (18) escrevemos a equação da propagação como:

$$E_0(x,z_2) = \left(\frac{1 + H(x,z_1)\frac{\Delta z}{2}}{1 - H(x,z_1)\frac{\Delta z}{2}} \right) . E_0(x,z_1) \tag{18}$$



Que pode ser reescrita como:

$$\left(1 - H(x,z_1)\frac{\Delta z}{2}\right) E_0(x,z_2) = \left(1 + H(x,z_1)\frac{\Delta z}{2}\right) . E_0(x,z_1) \tag{20}$$

BPM no domínio da frequência - modelagem

A equação (20) pode ser reescrita, na forma matricial (para solução numérica) como:

$$\boxed{\left(1 - H(x,z_1)\frac{\Delta z}{2}\right)E_0(x,z_2) = \left(1 + H(x,z_1)\frac{\Delta z}{2}\right).E_0(x,z_1)} \qquad (20)$$

$$\boxed{\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H}_{z_1}\frac{\Delta z}{2}\right)\boldsymbol{E}_{0_{z_2}} = \left(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{H}_{z_1}\frac{\Delta z}{2}\right).\boldsymbol{E}_{0_{z_1}}} \qquad (21)$$

Na qual $\boldsymbol{I}$ é a matriz identidade e $\boldsymbol{H}_{z_1}$ é a matriz dada por (19).

BPM no domínio da frequência - modelagem

Em (21) podemos chamar de:

$$\mathbb{A} = \left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H}_{z_1} \frac{\Delta z}{2} \right) \quad e \quad \mathbb{B} = \left(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{H}_{z_1} \frac{\Delta z}{2} \right)$$

Assim

$$\mathbb{A}\, \boldsymbol{E}_{0_{z_2}} = \mathbb{B}\, \boldsymbol{E}_{0_{z_1}} \tag{22}$$

ou ainda

$$\boxed{\boldsymbol{E}_{0_{z_2}} = \mathbb{A}^{-1}\, \mathbb{B}\, \boldsymbol{E}_{0_{z_1}}} \tag{23}$$

Montando as matrizes $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ e tendo o campo inicial em z_1, calcula-se o campo o z_2!!

BPM no domínio da frequência - modelagem

As matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ são calculadas como, usando (19):

$$\mathbf{A}=\left(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{H}_{z_1}\frac{\Delta z}{2}\right) \quad e \quad \mathbf{B}=\left(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{H}_{z_1}\frac{\Delta z}{2}\right)$$

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}-\frac{\Delta z}{2}(\alpha_1\frac{1}{\Delta x^2}\begin{pmatrix}-2&1&0&0&0&0&0\\1&-2&1&0&0&0&0\\0&1&-2&1&0&0&0\\0&0&1&-2&1&0&0\\0&0&0&1&-2&1&0\\0&0&0&0&1&-2&1\\0&0&0&0&0&1&-2\end{pmatrix}+\alpha_2\begin{pmatrix}n_1^2+n_{\text{eff}}^2&0&0&0&0&0&0\\0&n_2^2+n_{\text{eff}}^2&0&0&0&0&0\\0&0&n_3^2+n_{\text{eff}}^2&0&0&0&0\\0&0&0&n_4^2+n_{\text{eff}}^2&0&0&0\\0&0&0&0&n_5^2+n_{\text{eff}}^2&0&0\\0&0&0&0&0&n_6^2+n_{\text{eff}}^2&0\\0&0&0&0&0&0&n_7^2+n_{\text{eff}}^2\end{pmatrix})$$

$$\mathbf{B}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}+\frac{\Delta z}{2}(\alpha_1\frac{1}{\Delta x^2}\begin{pmatrix}-2&1&0&0&0&0&0\\1&-2&1&0&0&0&0\\0&1&-2&1&0&0&0\\0&0&1&-2&1&0&0\\0&0&0&1&-2&1&0\\0&0&0&0&1&-2&1\\0&0&0&0&0&1&-2\end{pmatrix}+\alpha_2\begin{pmatrix}n_1^2+n_{\text{eff}}^2&0&0&0&0&0&0\\0&n_2^2+n_{\text{eff}}^2&0&0&0&0&0\\0&0&n_3^2+n_{\text{eff}}^2&0&0&0&0\\0&0&0&n_4^2+n_{\text{eff}}^2&0&0&0\\0&0&0&0&n_5^2+n_{\text{eff}}^2&0&0\\0&0&0&0&0&n_6^2+n_{\text{eff}}^2&0\\0&0&0&0&0&0&n_7^2+n_{\text{eff}}^2\end{pmatrix})$$

BPM no domínio da frequência - modelagem

Relembrando... $$\boxed{\boldsymbol{E}_{0_{z_2}} = \mathbb{A}^{-1}\,\mathbb{B}\,\boldsymbol{E}_{0_{z_1}}} \qquad (23)$$

Se um campo for acoplado ao guia em z=0, por exemplo, $\boldsymbol{E}_{0_{z=0}}$ então o campo $\boldsymbol{E}_{0_{z=\Delta z}}$ em z= Δz pode ser calculado como

$$\boldsymbol{E}_{0_{z=\Delta z}} = \mathbb{A}^{-1}\,\mathbb{B}\,\boldsymbol{E}_{0_{z=0}}$$ 1ª iteração

Se quisermos calcular o campo em z= 2Δz , o campo em z= Δz $\boldsymbol{E}_{0_{z=\Delta z}}$ será usado como campo inicial.

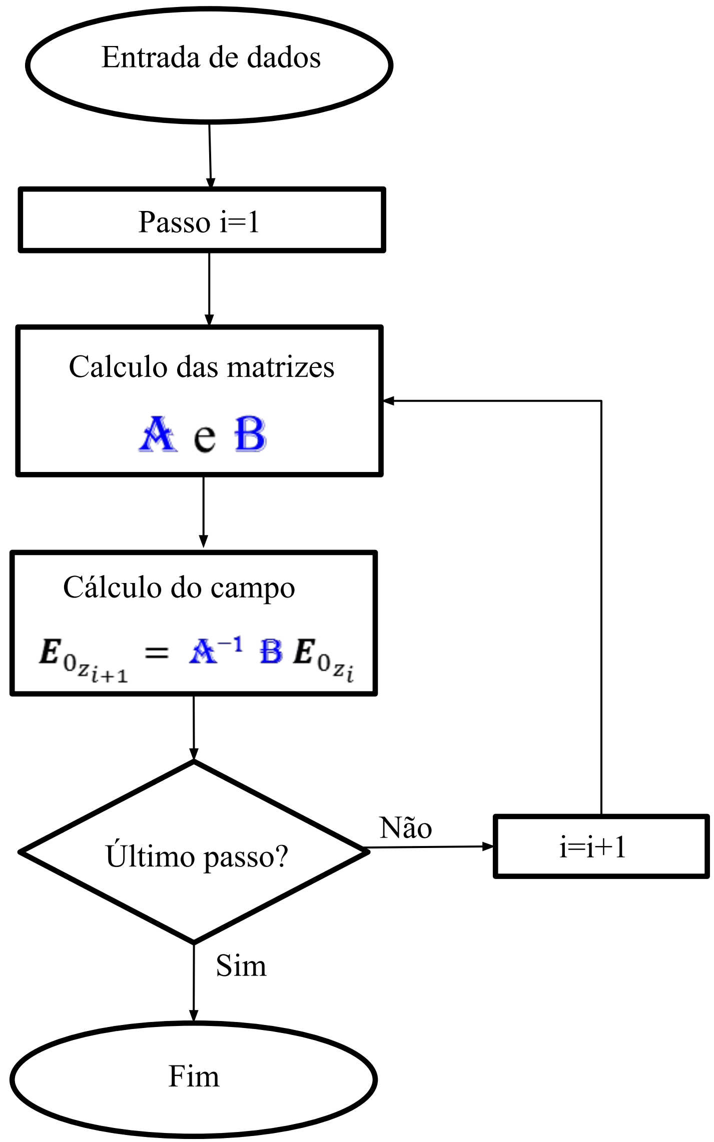
$$\boldsymbol{E}_{0_{z=2\Delta z}} = \mathbb{A}^{-1}\,\mathbb{B}\,\boldsymbol{E}_{0_{z=\Delta z}}$$ 2ª iteração

$$\vdots$$

Lembrando que $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ devem ser recalculados a cada iteração uma vez que dependem do índice de refração $n(x,z)$.

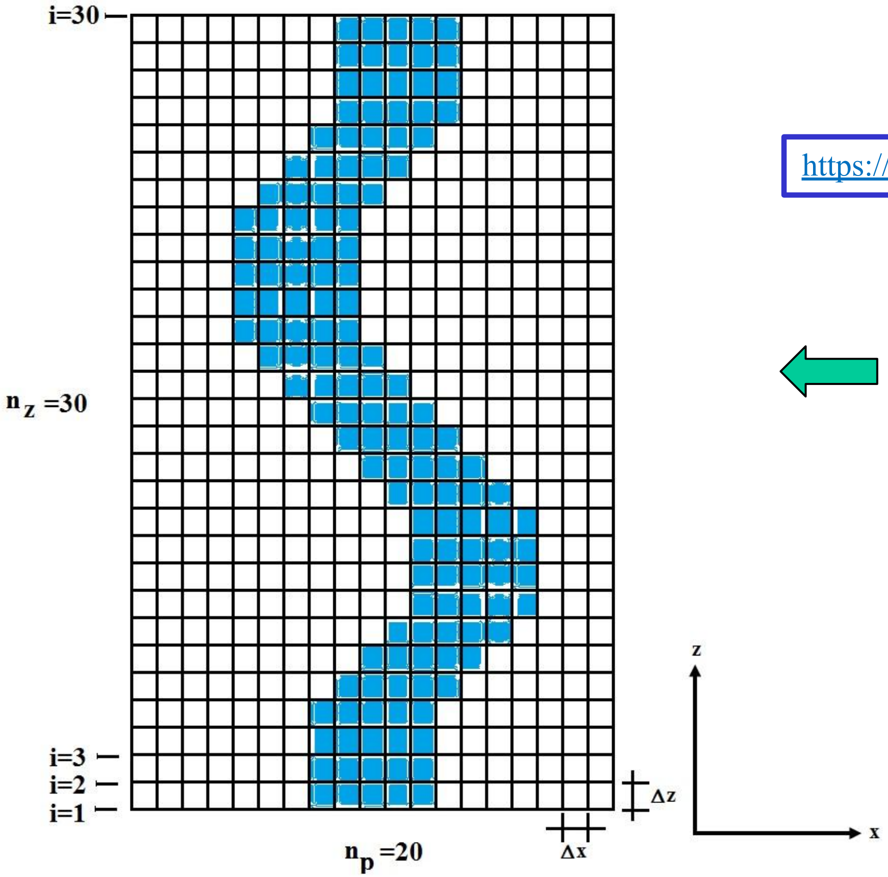
BPM no domínio da frequência - implementação

Dados do guia , campo inicial , quantidade de passos, valor do Δz



Gráficos (2D e 3D) mostrando a propagação do campo.

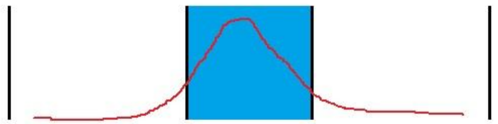
BPM no domínio da frequência - implementação



https://www.cin.ufpe.br/~cabm/visao/Aula03_ImagemMatLab.pdf

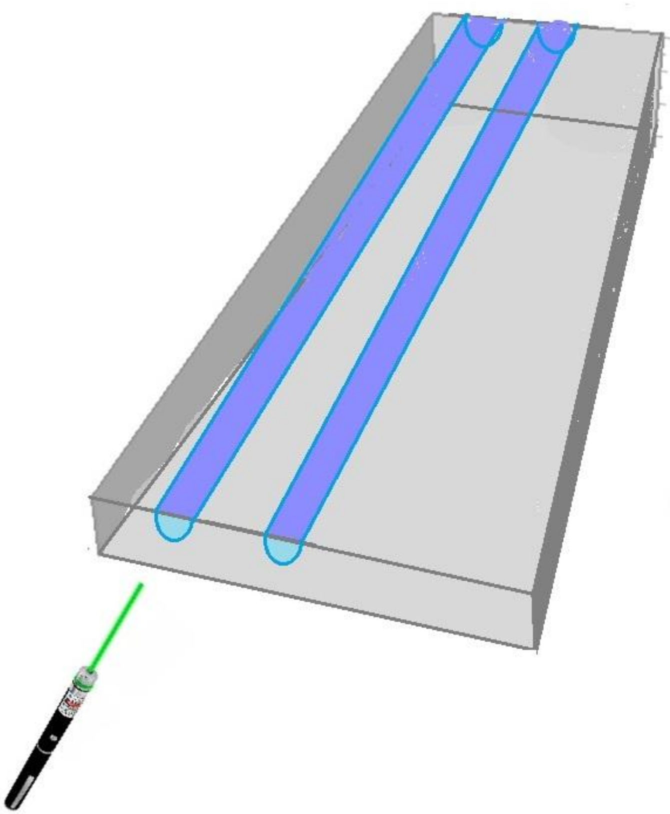
O guia pode ser uma figura em *bitmap* com tamanho n_p x n_z

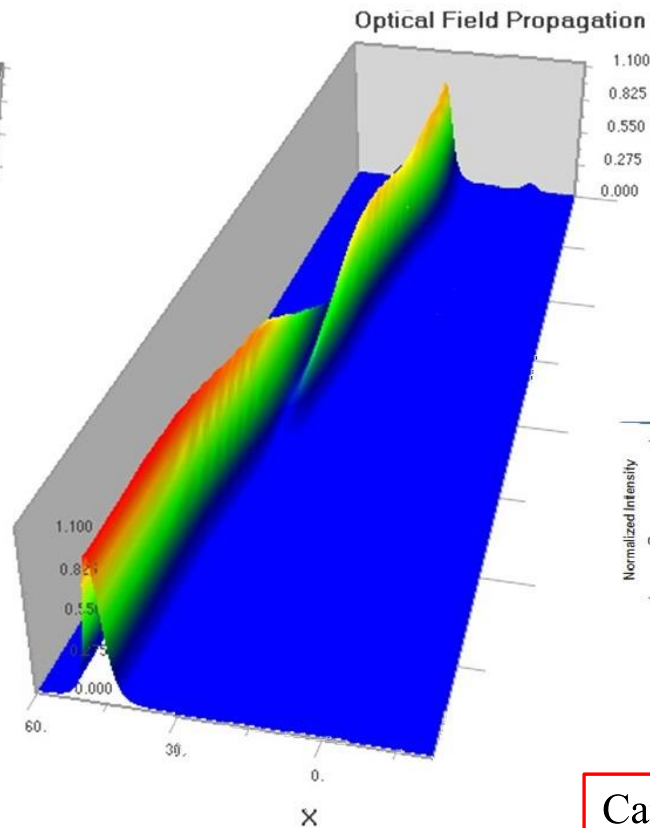
O índice de refração para a montagem da matriz H é obtido retirando uma linha do *bitmap*.

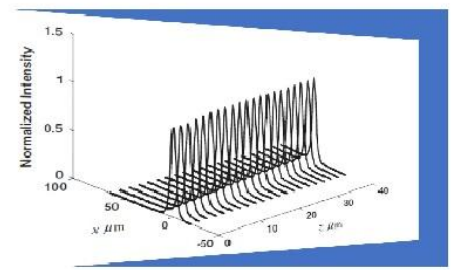


Campo inicial e n_{eff} vem da analise modal

BPM no domínio da frequência - implementação







Campos são calculados um a um com z variando de Δz em Δz

A luz, sem modulação (CW), é acoplada ao guia de onda.
Observa-se um sinal "contínuo" propagando-se pelo guia de onda.

BPM no domínio da frequência - implementação

Relembrando...

$$\boxed{\boldsymbol{E}_{0_{z_2}} = \mathbb{A}^{-1}\,\mathbb{B}\,\boldsymbol{E}_{0_{z_1}}} \tag{23}$$

A maior dificuldade na solução da equação (23) é a inversão da matriz $\mathbb{A}$.

A multiplicação da matriz $\mathbb{B}$ com o campo $\boldsymbol{E}_{0_{z_1}}$ é rápida. O Matlab reconhece a esparcidade tridiagonal da matriz $\mathbb{B}$ e realiza a multiplicação de forma rápida.

Já a inversão da matriz $\mathbb{A}$ não é tão fácil. Alguma versões do Matlab fazem isso de forma rápida . Outras versões do Matlab possuem uma função denominada "tridiag" que permitem a inversão da matriz $\mathbb{A}$ e a multiplicação por um vetor (simultaneamente) e de forma rápida, ou seja:

$$R = \mathbb{A}^{-1}\,v$$

Perceber que

$$\boldsymbol{E}_{0_{z_2}} = \mathbb{A}^{-1}\,\underbrace{\mathbb{B}\,\boldsymbol{E}_{0_{z_1}}}_{\text{vetor}}$$

BPM no domínio da frequência - implementação

Caso a versão em uso do Matlab ou Octave não possuam a Tridiag, a função se encontra no sala Teams da disciplina

A chamada é u = tridiag(a , b , c , r , np)

$$\boldsymbol{E}_{0_{z_2}} = \mathbb{A}^{-1} \underbrace{\mathbb{B}\, \boldsymbol{E}_{0_{z_1}}}_{r}$$

"np" é a quantidade de pontos em "x"
(dimensão das matrizes)
"r" é o vetor produto de $(\mathbb{B}\, \boldsymbol{E}_{0_{z_1}})$

c b a

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{32} & A_{33} & A_{34} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{43} & A_{44} & A_{45} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{54} & A_{55} & A_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{65} & A_{66} & A_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{76} & A_{77} \end{pmatrix}$$

"a" é o vetor que contém a sub-diagonal
"b" é o vetor que contém a diagonal.
"c" é o vetor que contém a super-diagonal

Perceber a adição de "zero" em "a" e "c"

BPM no domínio da frequência - testes

Teste 1

$$\Delta z \leqslant \frac{\lambda_g}{2} \quad \lambda_g = \frac{\lambda_0}{n_{eff}} \quad \Delta z \leqslant \frac{\lambda_0}{2n_{eff}}$$

Resultado esperado: o campo deve sair igual àquele que entrou

BPM no domínio da frequência - testes

Teste 2

$$\boxed{\Delta z \leqslant \frac{\lambda_g}{2} \quad \lambda_g = \frac{\lambda_0}{n_{eff}} \quad \Delta z \leqslant \frac{\lambda_0}{2n_{eff}}}$$

Centro do guia

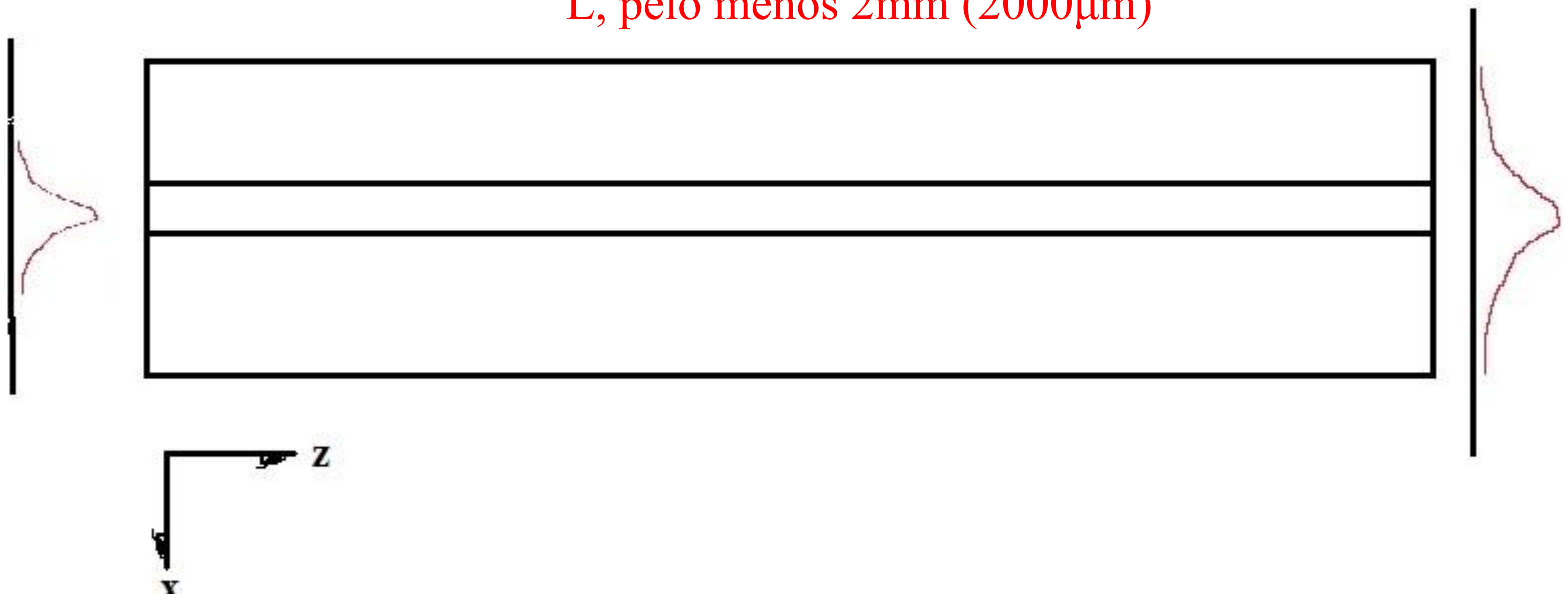
$$E_0(x, z=0) = A_m e^{-\left(\frac{x - x_c}{\sigma}\right)^2}$$

Escolher

Campo de formato gaussiano

Campo do Modo da análise modal -

L, pelo menos 2mm (2000μm)

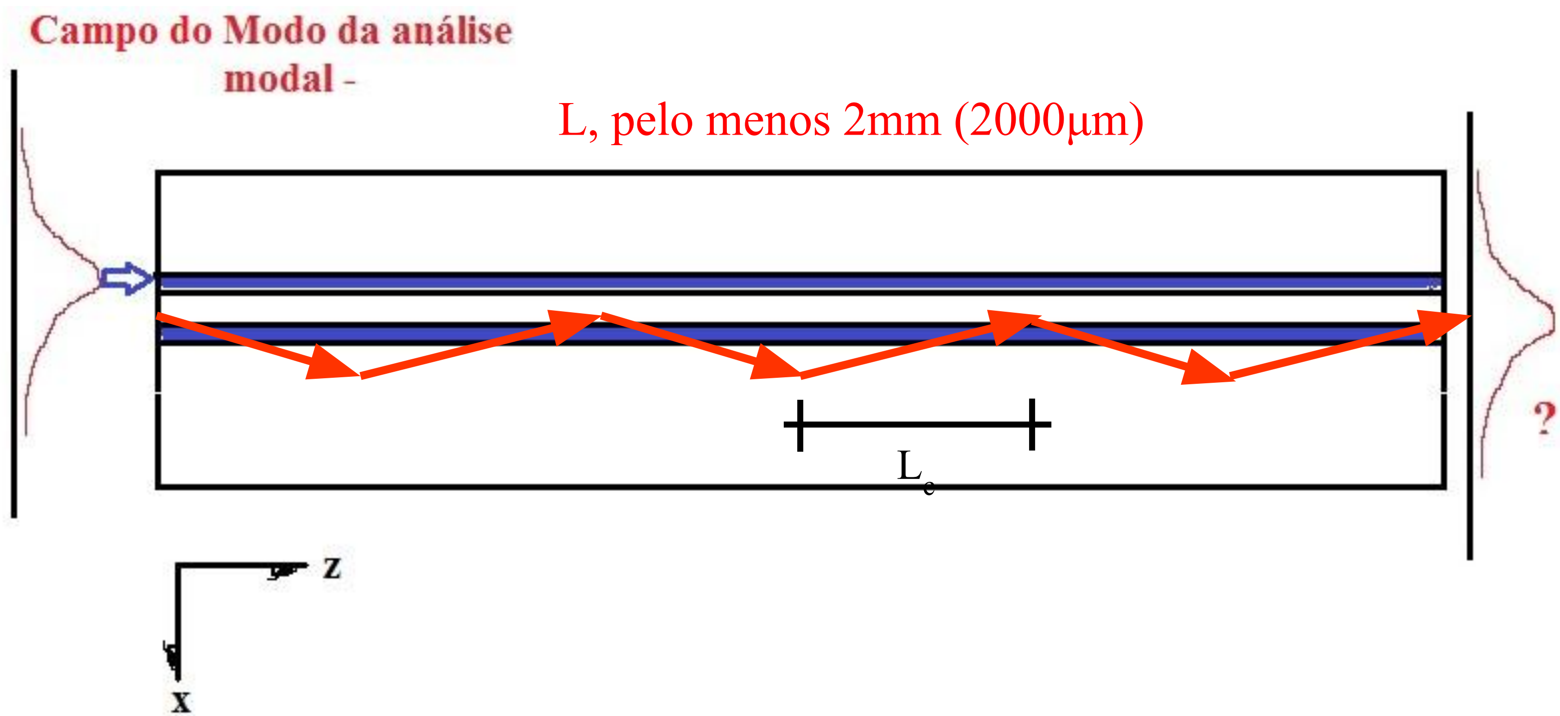


Resultado esperado: o campo entra com formato gaussiano e deve sair igual ao da análise modal

BPM no domínio da frequência - testes

Teste 3

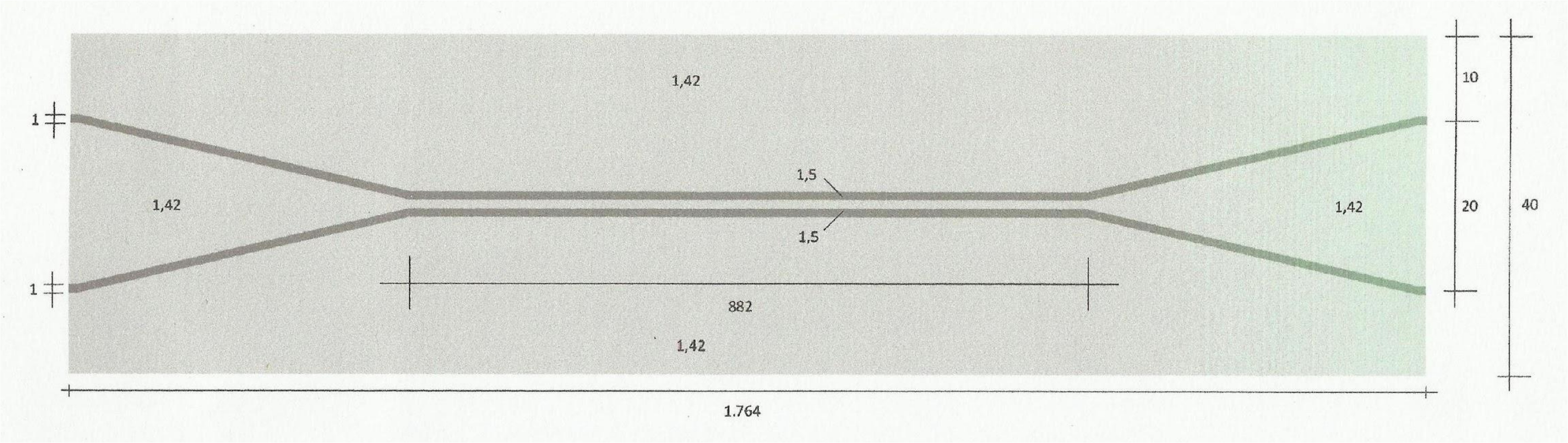
$$\Delta z \leqslant \frac{\lambda_g}{2} \quad \lambda_g = \frac{\lambda_0}{n_{eff}} \quad \Delta z \leqslant \frac{\lambda_0}{2n_{eff}}$$



Resultado esperado: o campo faz zig-zag em intervalos regulares.
Medir esse intervalo (Lc – Comprimento de acoplamento).
Lc depende do comprimento de onda.

BPM no domínio da frequência - Tarefa

$$\Delta z \leqslant \frac{\lambda_g}{2} \lambda_g = \frac{\lambda_0}{n_{eff}} \Delta z \leqslant \frac{\lambda_0}{2n_{eff}}$$



Resultado esperado: porta de saída depende do comprimento de onda de entrada