Análise e Modelagem de Sistemas Dinâmicos - 2023/2

Nome: Thamya Vieira Hashimoto Donadia

Data limite para entrega: 06/09/2023

A entrega deverá ser feita pelo Google ClassRoom

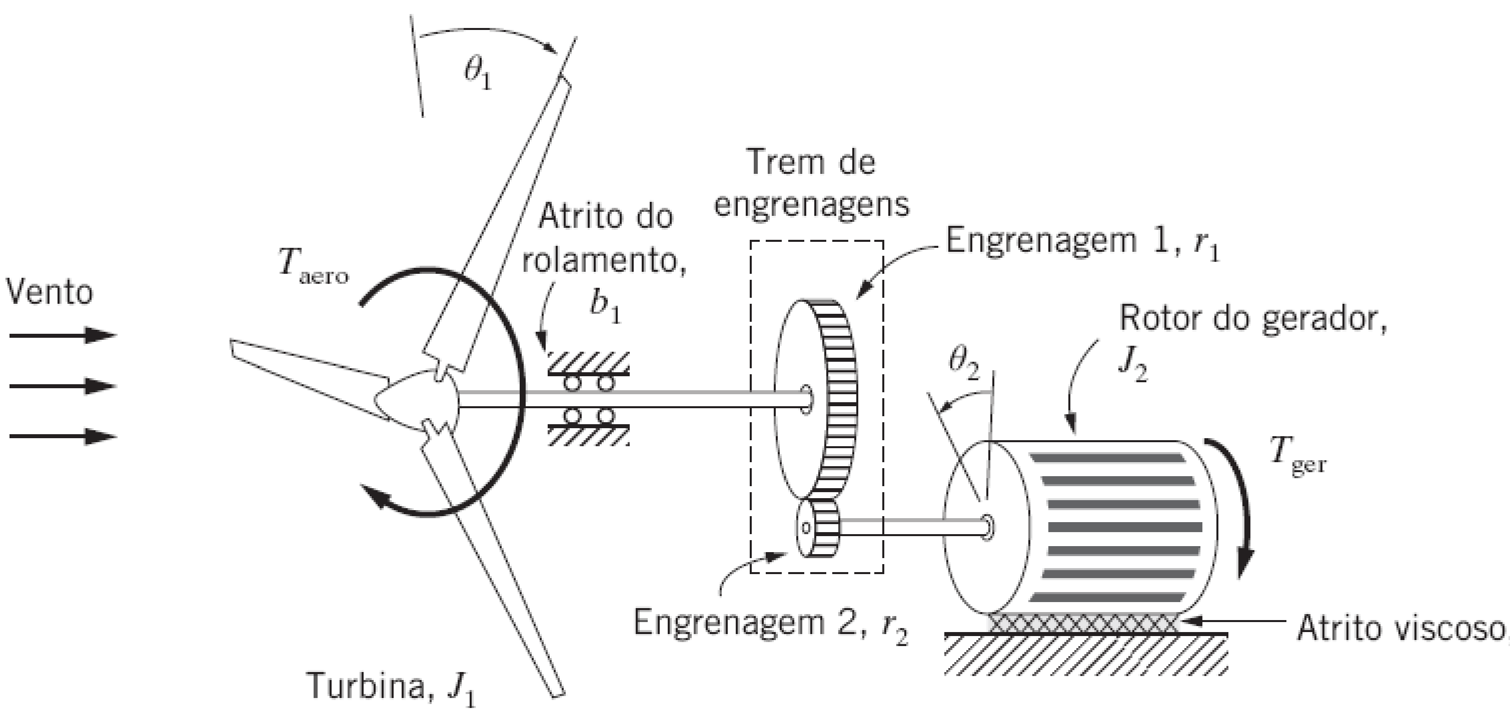
Trabalho 1 - Modelagem de Sistemas

```
I = 17;           % Seu número I
init_t1(I);      % Define as variaveis do modelo
datetime('now')
```

```
ans = datetime
   08-Sep-2023 13:47:40
```

Modelagem de Turbina-Gerador Eólico

A figura a seguir mostra um sistema turbina-gerador eólico usado para transformar energia mecânica em energia elétrica. Para esse problema, assume-se que a inércia da turbina J_1 e a do gerador J_2 são conectadas rigidamente às suas engrenagens no trem de engrenagens. O vento gera um torques aerodinâmico T_{aero} na turbina, fazendo o gerador rotacionar. O giro do rotor do gerador sobre o campo magnético produz uma força contra-eletromotriz no rotor, e consequentemente um torque T_{ger}.



Os parâmetros do sistema turbina eólica-gerador são:

Momento de inércia da turbina J_1 $[\text{kg}.m^2]$

Momento de inércia do gerador J_2 $[\mathrm{kg}.m^2]$

Raio da turbina (da extremidade das pás ao cubo) R $[m]$

Coeficiente de atrito da turbina b_1 $[N\cdot m\cdot s/\mathrm{rad}]$

Coeficiente de atrito do gerador b_2 $[N\cdot m\cdot s/\mathrm{rad}]$

Relação de transmissão $N = r_2/r_1$

Funções úteis do Matlab: tf, step, stepDataOptions, lsim, figure, plot, grid, yyaxis, title, xlabel, ylabel, sprintf, linspace.

1.1 Assumindo como entrada do sistema um torque $\boldsymbol{T_1(t) = T_{\mathrm{aero}}(t) - \frac{1}{N}T_{\mathrm{ger}}(t)}$, apresente o modelo matemático dinâmico desse sistema em termos da velocidade angular da turbina (ω_1).

Analisando o conjunto turbina-engrenagem 1, pela Lei de Newton-Euler, obtemos:

$J_1\ddot{\theta}_1 = T_{\mathrm{aero}} + T_{\mathrm{r1}} - b_1\dot{\theta}_1\ (1)$, sendo T_{r1}, o torque da engrenagem 1 e $b_1\dot{\theta}_1$, o torque gerado pelo atrito de rolamento.

Analisando o conjunto rotor-engrenagem 2, pela Lei de Newton-Euler, temos:

$J_2\ddot{\theta}_2 = T_{\mathrm{r2}} - T_{\mathrm{ger}} - b_2\dot{\theta}_2 \Rightarrow T_{\mathrm{r2}} = J_2\ddot{\theta}_2 + T_{\mathrm{ger}} + b_2\dot{\theta}_2\ (2)$, sendo T_{r2} , o torque da engrenagem 2 e $b_2\dot{\theta}_2$ o torque gerado pelo atrito viscoso.

Analisando a relação de transmissão entre as engrenagens, observamos:

$\frac{|T_{\mathrm{r1}}|}{|T_{\mathrm{r2}}|} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{N} \Rightarrow |T_{\mathrm{r1}}| = \frac{|T_{\mathrm{r2}}|}{N} \Rightarrow T_{\mathrm{r1}} = -\frac{T_{\mathrm{r2}}}{N}\ (3)$ e $V_1 = V_2 \Rightarrow \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_1 r_1}{r_2} \Rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_1}{N}$

Substituindo (2) em (1) pela relação (3):

$$J_1\ddot{\theta}_1 = T_{\mathrm{aero}} - \frac{T_{\mathrm{r2}}}{N} - b_1\dot{\theta}_1 \Rightarrow J_1\ddot{\theta}_1 = T_{\mathrm{aero}} - \frac{\left(J_2\ddot{\theta}_2 + T_{\mathrm{ger}} + b_2\dot{\theta}_2\right)}{N} - b_1\dot{\theta}_1 \Rightarrow J_1\ddot{\theta}_1 + b_1\dot{\theta}_1 + \frac{\left(J_2\ddot{\theta}_2 + b_2\dot{\theta}_2\right)}{N} = T_{\mathrm{aero}} - \frac{T_{\mathrm{ger}}}{N}\ (4)$$

Como $T_1 = T_{\mathrm{aero}} - \frac{T_{\mathrm{ger}}}{N}$ e $\omega_2 = \frac{\omega_1}{N} \Rightarrow \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{\omega}_1}{N}$, considerando $\omega_1 = \dot{\theta}_1$ e $\omega_2 = \dot{\theta}_2$, obtemos em (4):

$$T_1 = J_1\ddot{\theta_1} + b_1\dot{\theta_1} + \frac{\left(J_2\ddot{\theta_1} + b_2\dot{\theta_1}\right)}{N} \Rightarrow T_1 = \left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\dot{\omega_1} + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\omega_1 \quad (5)$$

1.2 Apresente a Função de Transferência $G_1(s) = \dfrac{\Omega_1(s)}{T_1(s)}$.

Na equação (5), aplicando Laplace com condições iniciais nulas, obtemos:

$$T_1(s) = s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\Omega_1(s) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\Omega_1(s) \Rightarrow T_1(s) = \left[s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\right]\Omega_1(s)$$

$$\Rightarrow G_1(s) = \frac{\Omega_1(s)}{T_1(s)} = \frac{1}{\left[s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\right]} \quad (6)$$

1.3 Considere que o torque aerodinâmico é dado por:

$$T_{\text{aero}}(t) = \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(t) \ [N \cdot m] \ ,$$

que é função da massa específica do ar ρ (em kg/m^3), do raio da turbina R (em m), da velocidade do vento V_v (em m/s), e do coeficiente de torque C_t.

E que o torque gerado pela força contra-eletromotriz é dado por:

$$T_{\text{ger}}(t) = 158,7\omega_2(t) \ \ [N \cdot m] \ .$$

Apresente a Função de Transferência $G_V(s) = \dfrac{\Omega_1(s)}{V_v(s)}$.

Aplicando Laplace em $T_{\text{aero}}(t) = \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(t) \ [N \cdot m]$ e em $T_{\text{ger}}(t) = 158,7\omega_2(t) \ [N \cdot m]$ com condições iniciais nulas, obtemos:

$T_{\text{aero}}(s) = \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(s)$ e $T_{\text{ger}}(s) = 158,7\Omega_2(s)$

Como $T_1(s) = T_{\text{aero}}(s) - \frac{T_{\text{ger}}(s)}{N}$, temos $T_1(s) = \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(s) - \frac{158,7\Omega_2(s)}{N}$, subtituindo as relações fornecidas transformadas para o domínio de Laplace. Assim, substituindo $T_1(s)$ em $G_1(s)$, obtemos:

$$\frac{\boldsymbol{\Omega_1(s)}}{\boldsymbol{T_1(s)}} = \frac{1}{\left[s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\right]} \Rightarrow T_1(s) \ = \left[s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\right]\boldsymbol{\Omega_1(s)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(s) - \frac{158,7\Omega_2(\boldsymbol{s})}{N} = \left[s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\right]\boldsymbol{\Omega_1(s)}$$

Aplicando Laplace na relação das engrenagens: $\mathscr{L}\left\{\omega_2 = \frac{\omega_1}{N}\right\} \Rightarrow \Omega_2(\boldsymbol{s}) \ = \frac{\boldsymbol{\Omega_1(s)}}{N}$. Substituindo na equação acima, obtemos:

$$\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(s) - \frac{158,7\Omega_1(\boldsymbol{s})}{N^2} = \left[s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\right]\boldsymbol{\Omega_1(s)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(s) = \left[s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right) + \frac{158,7}{N^2}\right]\boldsymbol{\Omega_1(s)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{G_V(s)} = \frac{\boldsymbol{\Omega_1(s)}}{\boldsymbol{V_v(s)}} = \frac{\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t}{\left[s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right) + \frac{158,7}{N^2}\right]} \quad (7)$$

1.4 Mostre as Funções de Transferência ($G_1(s)$ e $G_v(s)$) com os valores referentes ao seu número I.

```
% comandos do matlab
s = tf('s');
N = r2/r1;
G1 = 1/(s*(J1 + (J2/N^2)) + (b1 + (b2/N^2))),
```

```
G1 =

          1
  -----------------
  1.081e07 s + 1252

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

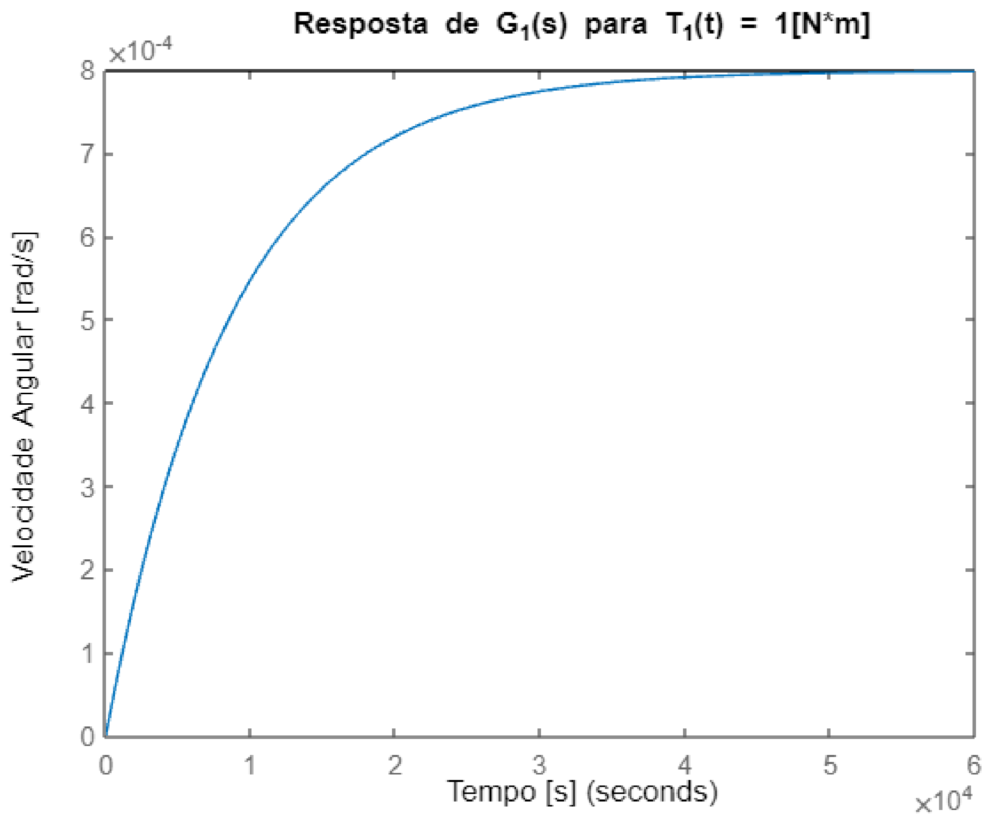
```
Gv = (0.5 * ro * R^3 * Ct)/(s*(J1 + (J2/N^2)) + (b1+ (b2/N^2)) + (158.7/
N^2)),
```

```
Gv =

          4769
  --------------------
  1.081e07 s + 1.27e05

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

1.5 Plote a resposta de $G_1(s)$ para $T_1(t) = 1[N \cdot m]$.

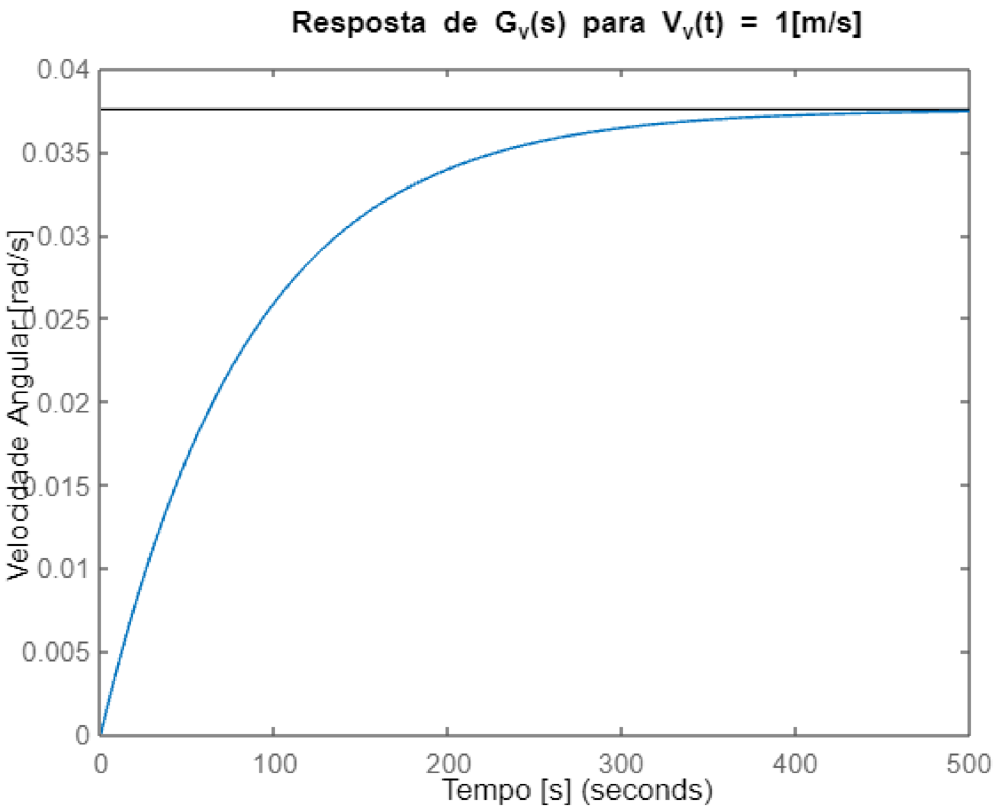
```
% comandos do matlab
```

```
figure, step(G1);
xlabel('Tempo [s]'), ylabel('Velocidade Angular [rad/s]',
VerticalAlignment='baseline'),
title('Resposta de G_1(s) para T_1(t) = 1[N*m]'),
```



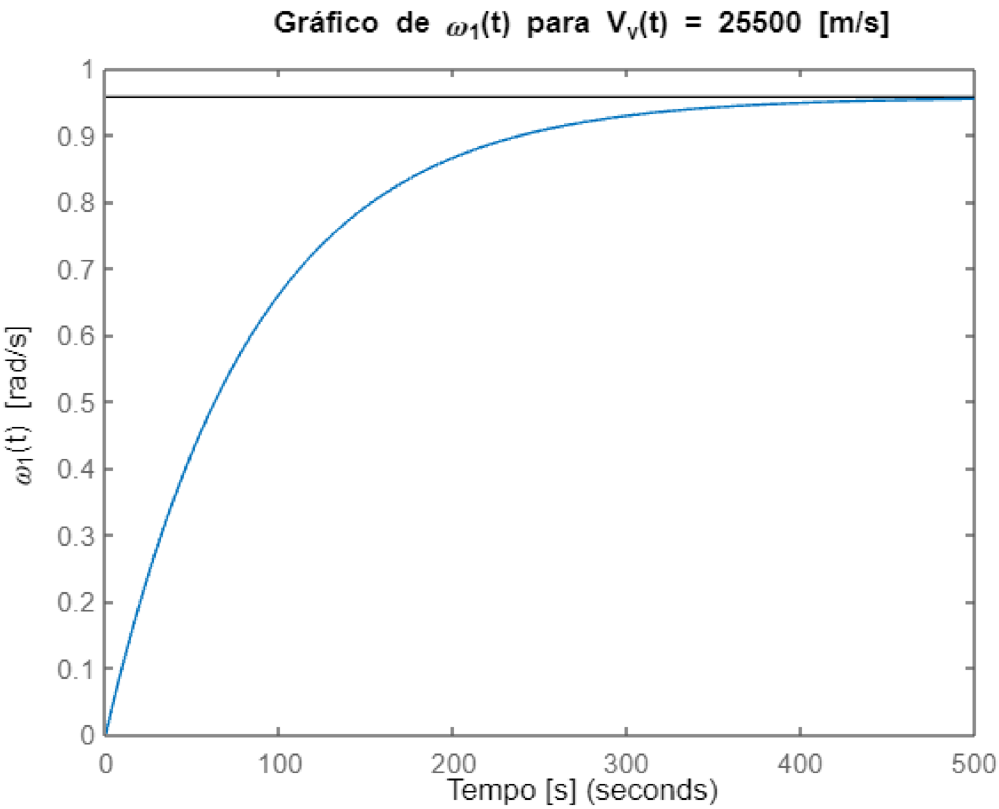
1.6 Plote a resposta de $G_v(s)$ para $V_v(t) = 1[m/s]$.

```
% comandos do matlab
figure, step(Gv);
xlabel('Tempo [s]'),ylabel('Velocidade Angular [rad/s]')
title('Resposta de G_v(s) para V_v(t) = 1[m/s]'),
```



1.7 Faça os gráficos da velocidade angular da turbina ($\omega_1(t)$) e do gerador ($\omega_2(t)$) com o valor de $V_v(t)$ referente ao seu número I.

```
% comandos do matlab
figure, step(Gv*Vv); % gráfico de w1(t)
xlabel('Tempo [s]'),ylabel('\omega_{1}(t) [rad/s]'),
title('Gráfico de \omega_1(t) para V_v(t) = 25500 [m/s]'),
```



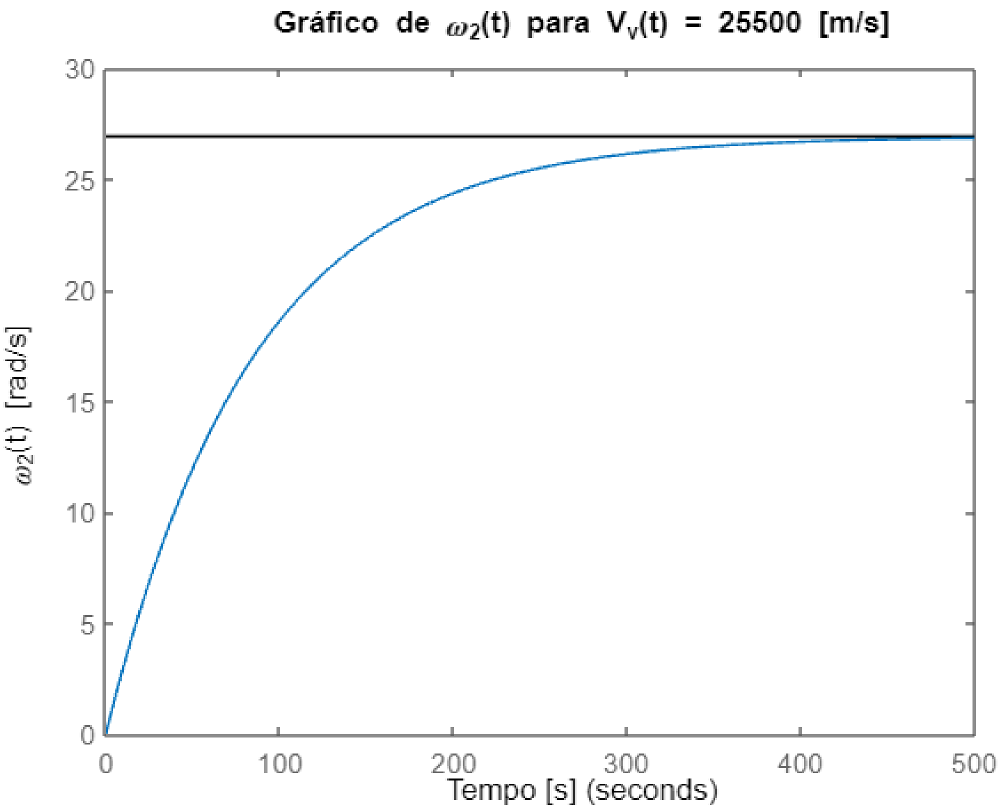
Para encontrar a função de transferência entre $\Omega_2(s)\ e\ V_V(s)$, partiu-se da função $G_v(s) = \dfrac{\Omega_1(s)}{V_v(s)}$ fornecida em (7).

Assim, substituindo a relação das engrenagens $\mathscr{L}\left\{\omega_2 = \dfrac{\omega_1}{N}\right\} \Rightarrow \Omega_2(s) = \dfrac{\Omega_1(s)}{N}$ em $G_v(s)$, obtemos:

$$\boldsymbol{G}_{V2}(\boldsymbol{s}) = \frac{\dfrac{\Omega_2(s)}{N}}{\boldsymbol{V_v(s)}} = \frac{\Omega_2(s)}{NV_v(s)} = \frac{\Omega_2(s)}{V_v(s)} = \frac{1}{N}\left[\frac{\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t}{s\left(J_1 + \dfrac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \dfrac{b_2}{N^2}\right) + \dfrac{158,7}{N^2}}\right]$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{G}_{V2}(\boldsymbol{s}) = \frac{\Omega_2(s)}{V_v(s)} = \frac{\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t}{N\,s\left(J_1 + \dfrac{J_2}{N^2}\right) + N\left(b_1 + \dfrac{b_2}{N^2}\right) + \dfrac{158,7}{N}} \quad (8)$$

```
Gv2 = (Gv/N); % Gv2 = w2(s)/Vv(s)
figure, step(Gv2*Vv);
xlabel('Tempo [s]'),ylabel('\omega_{2}(t) [rad/s]'),
title('Gráfico de \omega_2(t) para V_v(t) = 25500 [m/s]'),
```



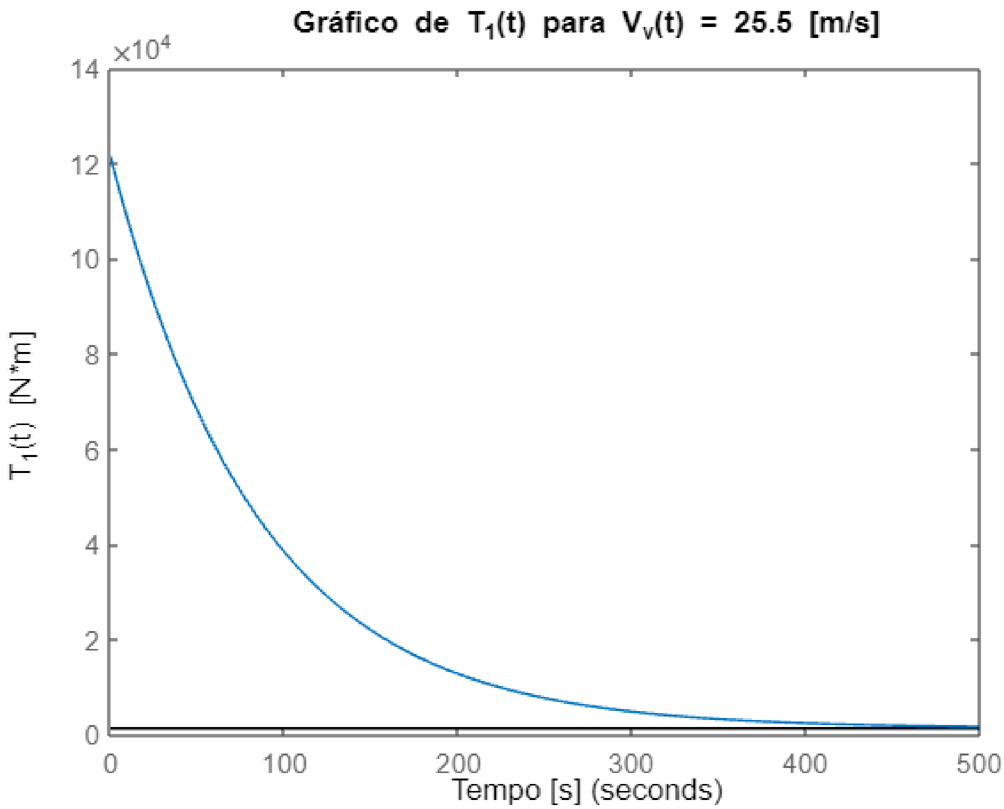
1.8 Obtenha os gráficos de $T_{\text{ger}}(t)$ e $T_1(t)$ para $V_v(t)$ referente ao seu número I.

Para encontrar a função de transferência entre $T_1(s)\ e\ V_V(s)$, partiu-se das funções

$\boldsymbol{G_1(s)} = \frac{\boldsymbol{\Omega_1(s)}}{\boldsymbol{T_1(s)}}$ (6) $\Rightarrow \boldsymbol{\Omega_1(s)} = \boldsymbol{G_1(s)}T_1(s)$ e $G_v(s) = \frac{\Omega_1(s)}{V_v(s)}$ (7) $\Rightarrow \boldsymbol{\Omega_1(s)} = G_V(s)V_v(s)$. Assim, obtemos:

$$G_V(s)V_v(s) = \boldsymbol{G_1(s)}T_1(s) \Rightarrow G_{T1}(s) = \frac{T_1(s)}{V_v(s)} = \frac{G_V(s)}{G_1(s)} = \frac{\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t\left[s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\right]}{s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right) + \frac{158,7}{N^2}} \quad (9)$$

```
% comandos do matlab
GT1 = Gv/G1;
figure, step(GT1*Vv);
xlabel('Tempo [s]'),ylabel('T_{1}(t) [N*m]'),
title('Gráfico de T_1(t) para V_v(t) = 25.5 [m/s]'),
```



Para encontrar a função de transferência entre $T_{\mathrm{ger}}(s)\ e\ V_V(s)$, partiu-se das funções

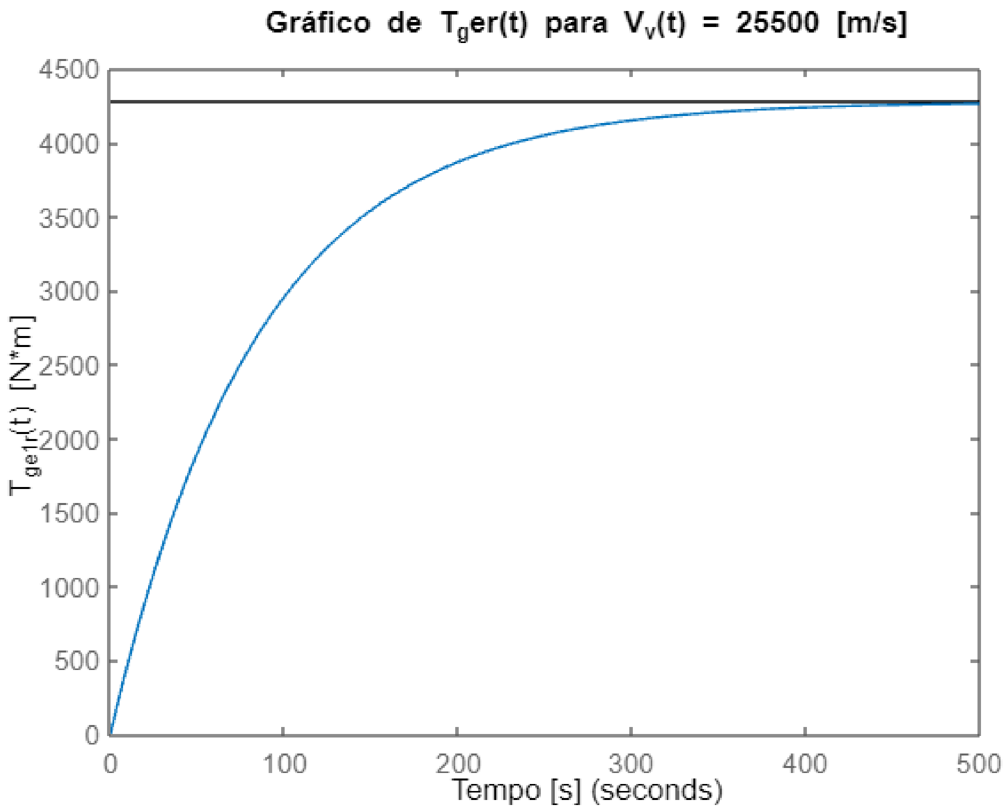
$T_{\mathrm{ger}}(s) = 158.7\Omega_2(s) = 158.7\dfrac{\Omega_1(s)}{N} \Rightarrow \Omega_1(s) = T_{\mathrm{ger}}(s)\dfrac{N}{158.7}$ e $G_v(s) = \dfrac{\Omega_1(s)}{V_v(s)}$ (7) $\Rightarrow \mathbf{\Omega_1}(\boldsymbol{s}) = G_V(s)V_v(s)$. Assim,

substituindo $\Omega_1(s)$ em $G_v(s)$:

$$G_V(s) = \frac{\Omega_1(s)}{V_v(s)} \Rightarrow \Omega_1(s) = G_v(s)V_v(s) \Rightarrow T_{\mathrm{ger}}(s)\frac{N}{158.7} = \frac{\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t}{\left[s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right) + \frac{158,7}{N^2}\right]} V_v(s)$$

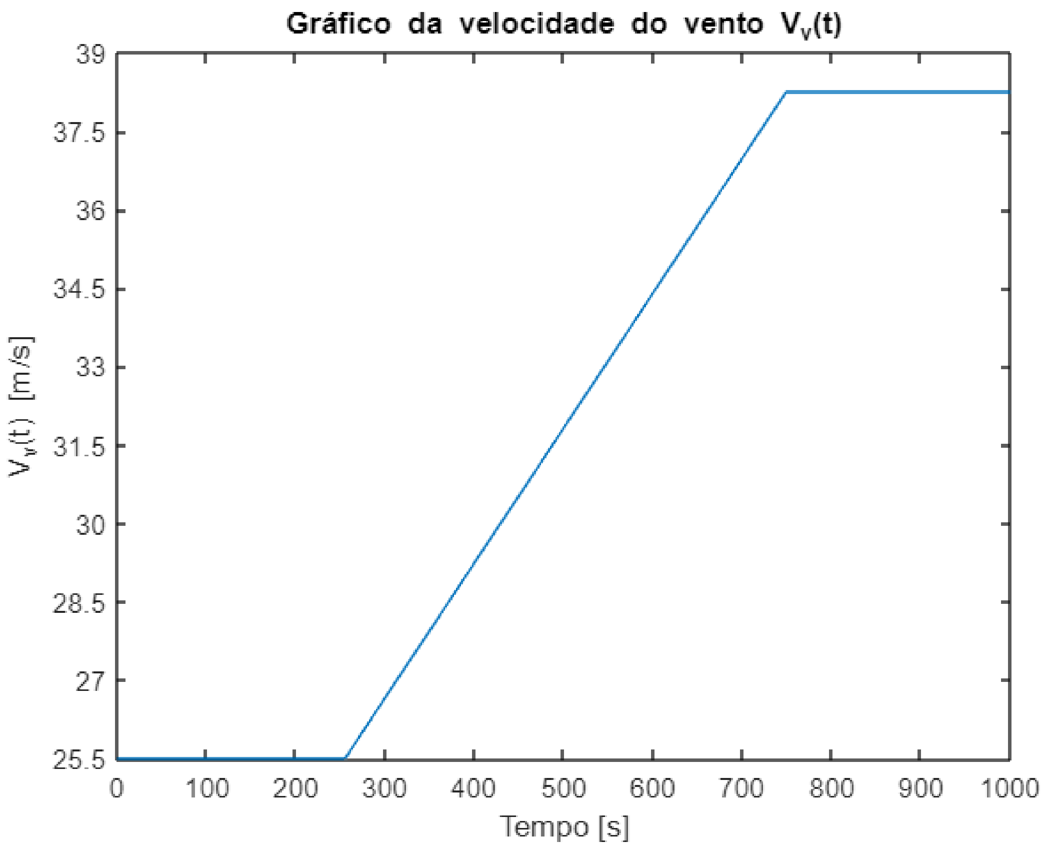
$$\Rightarrow G_{T\mathrm{ger}}(s) = G_v(s)\frac{158.7}{N} = \frac{T_{\mathrm{ger}}(s)}{V_v(s)} = \frac{\frac{158.7}{2}\rho\pi R^3 C_t}{\mathrm{Ns}\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + N\left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right) + \frac{158,7}{N}}$$

```
GTger = Gv * (158.7/N); % GTger = Tger(s) / Vv(s)
figure, step(GTger*Vv);
xlabel('Tempo [s]'), ylabel('T_{ge1r}(t) [N*m]');
title('Gráfico de T_ger(t) para V_v(t) = 25500 [m/s]'),
```

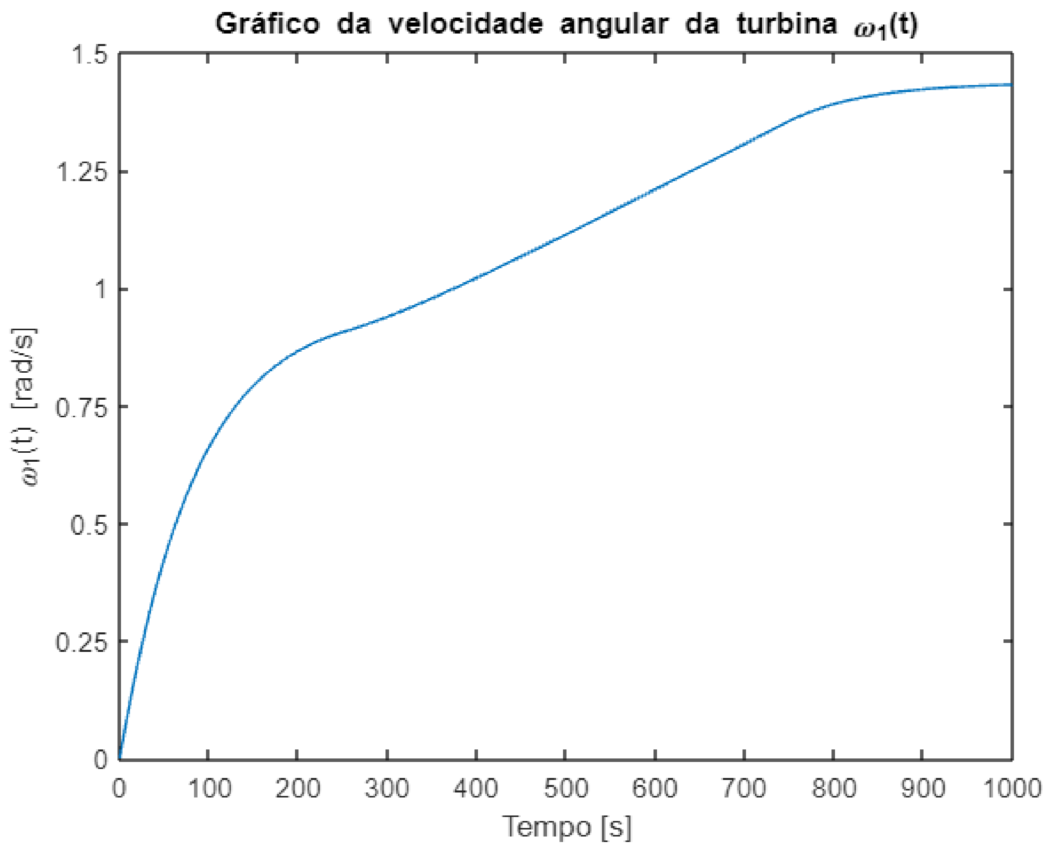


1.9 No instante t_n, a velocidade do vento aumenta de $V_v\ [m/s]$ para $V_{\mathrm{vf}}\ [m/s]$ com aceleração constante de $a\ [m/s^2]$ (na forma de uma rampa), sendo t_n, V_v, V_{vf} e a fornecidos pelo seu número I. Trace os gráficos das velocidades angulares da turbina, $\omega_1(t)$, e do eixo do gerador, $\omega_2(t)$, versus o tempo.

```
% comandos do matlab
t_final = (Vvf - Vv)/a; % tempo final

% vetores de velocidades
vetor_velocidade_inicial = linspace(Vv, Vv, tn);
vetor_velocidades_aceleracao = linspace(Vv, Vvf, t_final-tn);
vetor_velocidade_final = linspace(Vvf, Vvf, 255);
velocidades = [vetor_velocidade_inicial, vetor_velocidades_aceleracao,
vetor_velocidade_final];

% vetor de tempos
vetor_tempos = 0:1:length(velocidades)-1;

% gráfico da função de entrada (rampa)
plot(vetor_tempos, velocidades),
axis([0 1000 25.5 39]), xticks(0:100:1000), yticks(25.5:1.5:39)
xlabel('Tempo [s]'),ylabel('V_v(t) [m/s]');
title('Gráfico da velocidade do vento V_v(t)'),
```




```
% gráfico da velocidade angular da turbina
plot(vetor_tempos, lsim(Gv, velocidades, vetor_tempos)),
axis([0 1000 0 1.5]), xticks(0:100:1000), yticks(0:0.25:1.5)
xlabel('Tempo [s]'),ylabel('\omega_{1}(t) [rad/s]');
title('Gráfico da velocidade angular da turbina \omega_{1}(t)'),
```




```
% gráfico da velocidade angular do eixo do gerador
plot(vetor_tempos, lsim(Gv2, velocidades, vetor_tempos)),
axis([0 1000 0 42]), xticks(0:100:1000), yticks(0:5:40)
xlabel('Tempo [s]'), ylabel('\omega_{2}(t) [rad/s]');
title('Gráfico da velocidade angular do eixo do gerador \omega_{2}(t)'),
```

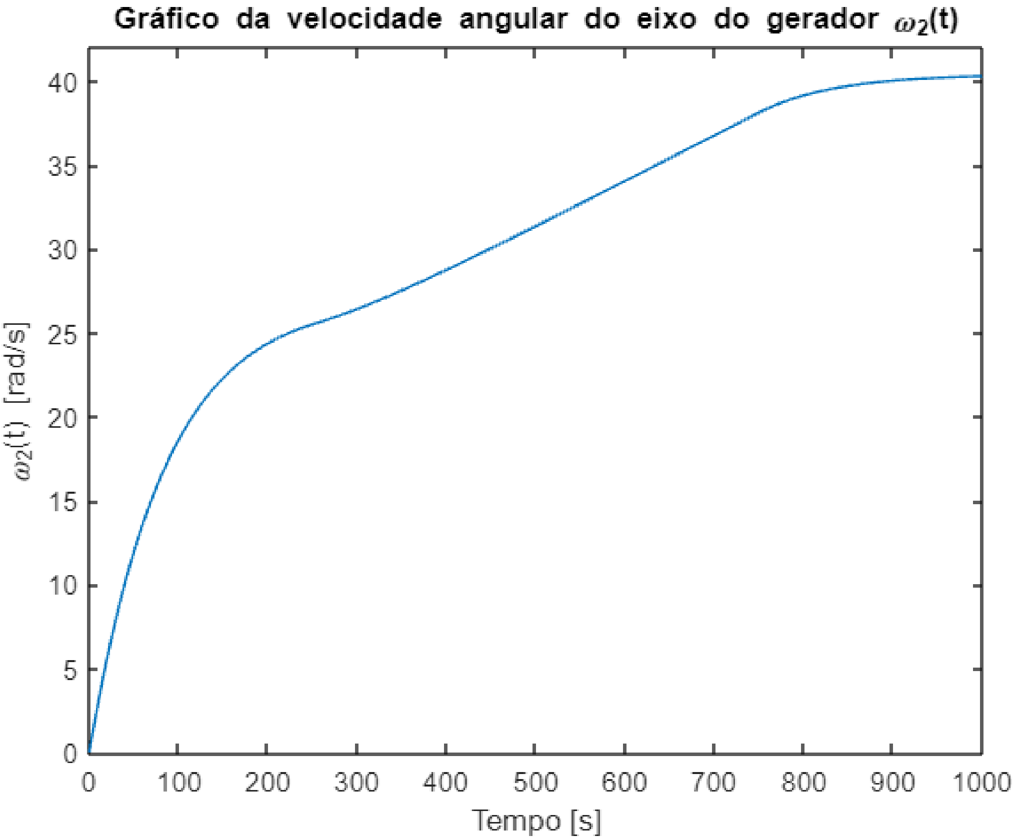


Gráfico da velocidade angular do eixo do gerador ω_2(t)
ω_2(t) [rad/s]
0
5
10
15
20
25
30
35
40
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
Tempo [s]